



سایت ویژه ریاضیات [www.riazisara.ir](http://www.riazisara.ir)

درسنامه ها و جزوه های ریاضی

سوالات و پاسخنامه تشریحی کنکور

نمونه سوالات امتحانات ریاضی

نرم افزارهای ریاضیات

...

(@riazisara)

ریاضی سرا در تلگرام:



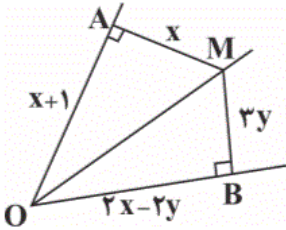
<https://t.me/riazisara>

(@riazisara.ir) ریاضی سرا در اینستاگرام:



<https://www.instagram.com/riazisara.ir>

۷۱- در شکل زیر نقطه  $M$  روی نیمساز زاویه  $O$  قرار دارد، مقدار  $x + y$  کدام است؟



(۱) ۶

(۲) ۵

(۳) ۴

(۴) ۳/۵

۷۲- نقطه  $M$  درون چهارضلعی  $ABCD$  به گونه‌ای قرار دارد که فاصله  $M$  از سه رأس  $A$ ،  $B$  و  $C$  یکسان است. کدام گزینه در مورد چهارضلعی  $ABCD$  و نقطه  $M$  همواره درست است؟

(۱) نقطه  $M$  محل برخورد عمودمنصف‌های اضلاع  $AB$  و  $CD$  است.

(۲) نقطه  $M$  محل برخورد عمودمنصف‌های اضلاع  $AB$  و  $BC$  است.

(۳) نقطه  $M$  محل برخورد عمودمنصف‌های  $AD$  و  $BC$  است.

(۴) نقطه  $M$  محل برخورد نیمسازهای زاویه‌های  $A$  و  $C$  است.

۷۳- پاره‌خط  $AB$  به طول ۵ سانتی‌متر در صفحه‌ای مفروض است. چند نقطه در این صفحه وجود دارد که فاصله آن از دو نقطه  $A$  و  $B$  برابر ۶ سانتی‌متر باشد؟

(۴) بی‌شمار

(۳) صفر

(۲) ۲

(۱) ۱

۷۴- از بین شکل‌های مستطیل، لوزی، مثلث قائم‌الزاویه متساوی الساقین، مربع و شش ضلعی منتظم، در چند شکل همواره نقطه تقاطع عمودمنصف‌های اضلاع و نقطه تقاطع نیم‌سازهای زاویه‌ها، بر هم منطبق است؟

(۴) ۴

(۳) ۳

(۲) ۲

(۱) ۱

۷۵- دو دایره به مراکز  $O$  و  $O'$ ، یکدیگر را در نقاط  $A$  و  $B$  قطع کرده‌اند. چند نقطه مانند  $M$  روی پاره‌خط  $OO'$  وجود دارد به گونه‌ای که  $MA = MB$  باشد؟

(۲) ۱

(۱) هیچ

(۴) بی‌شمار

(۳) ۲

۷۶- در مثلث  $ABC$ ، نقاط  $D$  و  $E$  را به ترتیب روی اضلاع  $AB$  و  $AC$  به گونه‌ای انتخاب می‌کنیم که  $AD = AE$  باشد. در نقاط  $D$  و  $E$ ، به ترتیب عمودهایی بر دو ضلع  $AB$  و  $AC$  رسم می‌کنیم تا یکدیگر را در نقطه  $M$  قطع نمایند. نقطه  $M$  همواره روی کدام یک از خطوط زیر قرار دارد؟

(۴) میانه نظیر رأس  $A$

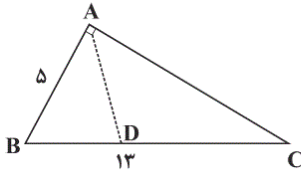
(۳) ارتفاع نظیر رأس  $A$

(۲) عمودمنصف ضلع  $BC$

(۱) نیمساز داخلی زاویه  $A$

۷۷- دو نقطه A و B از یکدیگر ۵ واحد فاصله دارند. از رأس A کمانی به شعاع ۳ واحد و از رأس B کمانی به شعاع ۴ واحد رسم می‌کنیم. این دو کمان یکدیگر را در دو نقطه C و D قطع می‌کنند. چهار ضلعی ACBD ...  
 (۱) مستطیل است. (۲) متوازی‌الاضلاع است. (۳) لوزی است. (۴) دارای دو زاویه قائمه است.

۷۸- در مثلث قائم‌الزاویه ABC ( $\hat{A} = 90^\circ$ )، نیمساز زاویه قائمه، وتر را در نقطه D قطع می‌کند. مقدار  $\frac{S_{\triangle ABD}}{S_{\triangle ADC}}$  کدام است؟ ( $BC = 13$ )



(۲)  $\frac{7}{13}$

(۴)  $\frac{5}{12}$

(۱)  $\frac{5}{13}$

(۳)  $\frac{7}{12}$

۷۹- دو دایره به شعاع‌های R و ۲R در نقطه‌ای بر هم مماسند و خط d در همین نقطه بر دو دایره مماس است. اگر دقیقاً دو نقطه روی دایره‌ها باشد که از خط d فاصله‌شان  $1 + \frac{1}{5}R$  باشد، حدود R کدام است؟

(۴)  $\frac{2}{5} < R < 3$

(۳)  $\frac{1}{5} < R < 3$

(۲)  $\frac{2}{5} < R < 2$

(۱)  $\frac{1}{5} < R < 2$

۸۰- دو دایره به مراکز O و O' با شعاع‌های متفاوت در نقاط A و B متقاطع‌اند. در این صورت چه تعداد از موارد زیر همواره صحیح است؟  
 (آ) OO' از وسط AB می‌گذرد.

(ب) نقطه O از دو سر پاره خط AB به یک فاصله است.

(پ) دو مثلث OAO' و OBO' هم‌نهشتند.

(ت) AB عمود منصف OO' است.

(۴) ۴

(۳) ۳

(۲) ۲

(۱) ۱

۸۱- در مثلث قائم‌الزاویه ABC ( $\hat{A} = 90^\circ$ )، نیمساز زاویه B، ضلع AC را در نقطه D قطع می‌کند. اگر  $AD = \frac{1}{3}AC$  و  $\hat{B} = 2\hat{C}$  باشد، مساحت مثلث DBC کدام است؟

(۴)  $\frac{128}{3\sqrt{3}}$

(۳)  $\frac{16}{3\sqrt{3}}$

(۲)  $\frac{64}{3\sqrt{3}}$

(۱)  $\frac{64}{\sqrt{3}}$

۸۲- اگر  $\frac{2m+n}{3m-n} = \frac{3}{2}$  باشد، آنگاه نسبت n به m کدام است؟

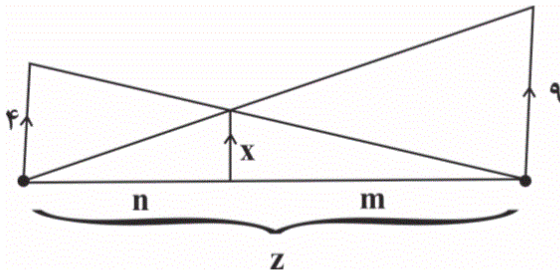
(۴) ۳

(۳) ۱

(۲)  $\frac{1}{2}$

(۱)  $\frac{1}{5}$

۸۳- در شکل زیر مقدار  $x$  کدام است؟



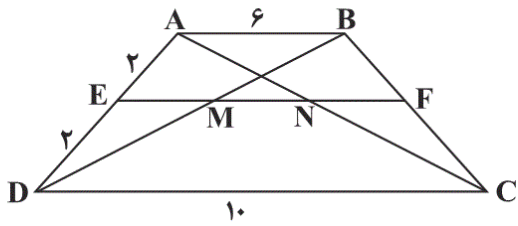
(۱)  $\frac{13}{18}$

(۲)  $\frac{13}{36}$

(۳)  $\frac{36}{13}$

(۴)  $\frac{18}{13}$

۸۴- در شکل زیر  $ABCD$  دوزنقه و پاره خط  $EF$  موازی دو قاعده است. حاصل  $\frac{MN}{EF}$  کدام است؟



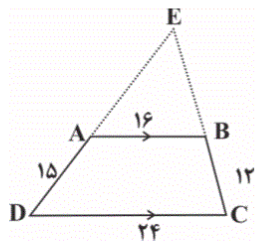
(۲)  $\frac{1}{3}$

(۴)  $\frac{2}{5}$

(۱)  $\frac{1}{4}$

(۳)  $\frac{2}{3}$

۸۵- در شکل مقابل، محیط مثلث  $CDE$  کدام است؟



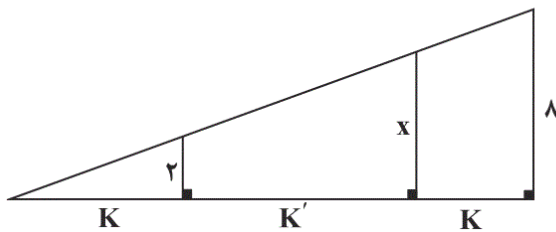
(۱) ۷۰

(۲) ۷۵

(۳) ۹۰

(۴) ۱۰۵

۸۶- در مثلث قائم‌الزاویه زیر، مقدار  $x$  کدام است؟



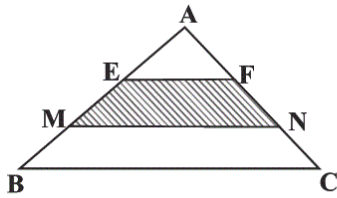
(۱) ۴

(۲) ۵

(۳) ۶

(۴) ۷

۸۷- در شکل زیر، اگر  $\frac{AE}{BE} = \frac{BM}{AM} = \frac{CN}{AN} = \frac{AF}{CF} = \frac{1}{3}$  باشد، مساحت چهارضلعی هاشورخورده چند برابر مساحت مثلث ABC است؟



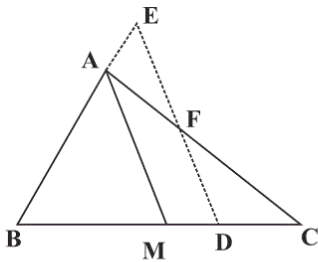
(۱)  $\frac{1}{4}$

(۲)  $\frac{1}{2}$

(۳)  $\frac{3}{4}$

(۴)  $\frac{1}{3}$

۸۸- در شکل زیر، DE موازی میانه AM است و  $3AB = 2AC$ ، حاصل  $\frac{AE}{AF}$  کدام است؟



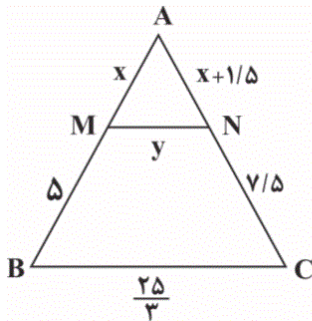
(۱)  $\frac{1}{3}$

(۲)  $\frac{2}{3}$

(۳) ۱

(۴)  $\frac{3}{2}$

۸۹- در شکل زیر  $MN \parallel BC$  است. حاصل  $x + y$  کدام است؟



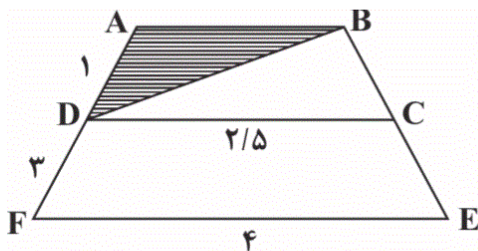
(۱) ۶

(۲) ۶/۵

(۳) ۷/۵

(۴) ۴۹/۸

۹۰- در شکل زیر، مساحت ناحیه هاشورخورده، چه کسری از مساحت دوزنقه ABEF است؟ ( $DC \parallel FE$ )



(۱)  $\frac{1}{6}$

(۲)  $\frac{1}{3}$

(۳)  $\frac{1}{12}$

(۴)  $\frac{1}{24}$

۹۱- اگر  $\alpha$  و  $\beta$  ریشه‌های معادله  $2x^2 + 3x - 5 = 0$  باشند، در این صورت مقدار  $(\frac{1}{\alpha} + \frac{\alpha}{\beta}) + (\frac{1}{\beta} + \frac{\beta}{\alpha})$  کدام است؟

- (۱)  $-3/2$  (۲) ۴ (۳)  $-2/3$  (۴)  $3/5$

۹۲- اگر  $\alpha$  و  $\beta$  ریشه‌های معادله  $x^2 + mx - m + 1 = 0$  باشند و  $\alpha^2 + \beta^2 = 13$  باشد، در این صورت مقدار مثبت  $m$  کدام است؟

- (۱) ۵ (۲) ۳ (۳) ۲ (۴) ۱۵

۹۳- دیوار یک ورزشگاه بیش از صد متر طول دارد. اگر بخواهیم با ۸۰ متر تور سیمی، روبروی دیوار ورزشگاه، محوطه‌ای مستطیلی شکل با بیشترین مساحت ممکن جهت محیطی برای انتظار تماشاگران تا باز شدن درب ورزشگاه ایجاد کنیم، مساحت قسمت ایجاد شده چند متر مربع است؟

- (۱) ۸۰۰ (۲) ۸۰۰۰ (۳) ۱۶۰۰ (۴) ۶۴۰۰

۹۴- اگر  $x_1$  و  $x_2$  ریشه‌های معادله  $x^2 + 4x - 1 = 0$  باشند، حاصل  $x_1^3 - 4x_2^3 + x_2$  کدام است؟

- (۱)  $-76$  (۲)  $-72$  (۳)  $-32$  (۴)  $-16$

۹۵- دو سهمی با محور تقارن یکسان و غیر متقاطع با هم با معادلات  $f(x) = -x^2 + ax - 1$  و  $g(x) = 2x^2 + bx + 3$  مفروضند. اگر فاصله رأس‌های دو سهمی از یکدیگر ۱ واحد باشد،  $ab$  کدام است؟

- (۱) ۸ (۲)  $-8$  (۳) ۲۴ (۴)  $-24$

۹۶- اگر معادله  $\frac{a}{x} + \frac{x}{2a} = \frac{x+b}{x}$  دارای ریشه مضاعف باشد، حاصل  $\frac{b}{a}$  کدام است؟ ( $a \neq 0$ )

- (۱)  $\frac{1}{2}$  (۲) ۲ (۳)  $\frac{2}{3}$  (۴)  $\frac{3}{2}$

۹۷- جواب معادله  $\frac{x}{x^2 - 3x + 2} + \frac{1}{x-1} = \frac{2x-1}{x^2 - x - 2}$  کدام است؟

- (۱) ۱ (۲)  $-1$  (۳)  $-2$  (۴) ریشه ندارد.

۹۸- معادله رادیکالی  $\sqrt{x+2} + \sqrt{ax^2+4} = 0$  دارای یک جواب حقیقی است، مقدار  $a$  کدام است؟

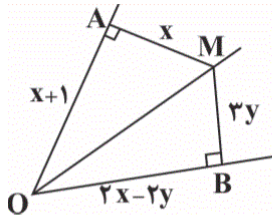
- (۱)  $-1$  (۲) ۲ (۳) ۱ (۴)  $-2$

۹۹- معادله  $x^2 - 3x + 5 = 2\sqrt{x}$  چند ریشه دارد؟

- (۱) هیچ (۲) ۱ (۳) ۲ (۴) ۳

۱۰۰- معادله  $2(x + \sqrt{x}) - 3\sqrt{x + \sqrt{x}} + 1 = 0$  چند جواب حقیقی دارد؟

- (۱) ۳ (۲) ۱ (۳) ۲ (۴) ۴



۱۰۱- در شکل زیر نقطه M روی نیمساز زاویه O قرار دارد، مقدار  $x + y$  کدام است؟

- (۱) ۶ (۲) ۵ (۳) ۴ (۴) ۳/۵

۱۰۲- نقطه M درون چهارضلعی ABCD به گونه‌ای قرار دارد که فاصله M از سه رأس A، B و C یکسان است. کدام گزینه در مورد چهارضلعی ABCD و نقطه M همواره درست است؟

- (۱) نقطه M محل برخورد عمودمنصف‌های اضلاع AB و CD است.  
 (۲) نقطه M محل برخورد عمودمنصف‌های اضلاع AB و BC است.  
 (۳) نقطه M محل برخورد عمودمنصف‌های اضلاع AD و BC است.  
 (۴) نقطه M محل برخورد نیمسازهای زاویه‌های A و C است.

۱۰۳- پاره خط AB به طول ۵ سانتی‌متر در صفحه‌ای مفروض است. چند نقطه در این صفحه وجود دارد که فاصله آن از دو نقطه A و B برابر ۶ سانتی‌متر باشد؟

- (۱) ۱ (۲) ۲ (۳) صفر (۴) بی‌شمار

۱۰۴- از بین شکل‌های مستطیل، لوزی، مثلث قائم‌الزاویه متساوی‌الساقین، مربع و شش ضلعی منتظم، در چند شکل همواره نقطه تقاطع عمودمنصف‌های اضلاع و نقطه تقاطع نیمسازهای زاویه‌ها، بر هم منطبق است؟

- (۱) ۱ (۲) ۲ (۳) ۳ (۴) ۴

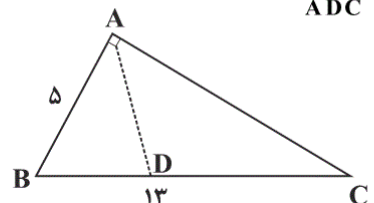
۱۰۵- دو دایره به مراکز O و O'، یکدیگر را در نقاط A و B قطع کرده‌اند. چند نقطه مانند M روی پاره خط OO' وجود دارد به گونه‌ای که  $MA = MB$  باشد؟

- (۱) هیچ (۲) ۱ (۳) ۲ (۴) بی‌شمار

۱۰۶- در مثلث  $ABC$ ، نقاط  $D$  و  $E$  را به ترتیب روی اضلاع  $AB$  و  $AC$  به گونه‌ای انتخاب می‌کنیم که  $AD = AE$  باشد. در نقاط  $D$  و  $E$ ، به ترتیب عمودهایی بر دو ضلع  $AB$  و  $AC$  رسم می‌کنیم تا یکدیگر را در نقطه  $M$  قطع نمایند. نقطه  $M$  همواره روی کدام یک از خطوط زیر قرار دارد؟  
 (۱) نیمساز داخلی زاویه  $A$  (۲) عمودمنصف ضلع  $BC$  (۳) ارتفاع نظیر رأس  $A$  (۴) میانه نظیر رأس  $A$

۱۰۷- دو نقطه  $A$  و  $B$  از یکدیگر  $۵$  واحد فاصله دارند. از رأس  $A$  کمانی به شعاع  $۳$  واحد و از رأس  $B$  کمانی به شعاع  $۴$  واحد رسم می‌کنیم. این دو کمان یکدیگر را در دو نقطه  $C$  و  $D$  قطع می‌کنند. چهار ضلعی  $ACBD$  ...  
 (۱) مستطیل است. (۲) متوازی‌الاضلاع است. (۳) لوزی است. (۴) دارای دو زاویه قائمه است.

۱۰۸- در مثلث قائم‌الزاویه  $ABC$  ( $\hat{A} = 90^\circ$ )، نیمساز زاویه قائمه، وتر را در نقطه  $D$  قطع می‌کند. مقدار  $\frac{S_{\triangle ABD}}{S_{\triangle ADC}}$  کدام است؟ ( $BC = 13$ )



(۱)  $\frac{5}{13}$  (۲)  $\frac{7}{13}$  (۳)  $\frac{7}{12}$  (۴)  $\frac{5}{12}$

۱۰۹- دو دایره به شعاع‌های  $R$  و  $2R$  در نقطه‌ای بر هم مماسند و خط  $d$  در همین نقطه بر دو دایره مماس است. اگر دقیقاً دو نقطه روی دایره‌ها باشد که از خط  $d$  فاصله‌شان  $1 + \frac{1}{5}R$  باشد، حدود  $R$  کدام است؟

(۱)  $\frac{1}{5} < R < 2$  (۲)  $\frac{2}{5} < R < 2$  (۳)  $\frac{1}{5} < R < 3$  (۴)  $\frac{2}{5} < R < 3$

۱۱۰- در مثلث قائم‌الزاویه  $ABC$  ( $A = 90^\circ$ )، نیمساز زاویه  $B$ ، ضلع  $AC$  را در نقطه  $D$  قطع می‌کند. اگر  $AD = \frac{1}{3}AC$  و  $\hat{B} = 2\hat{C}$  باشد، مساحت مثلث  $DBC$  کدام است؟

(۱)  $\frac{64}{\sqrt{3}}$  (۲)  $\frac{64}{3\sqrt{3}}$  (۳)  $\frac{16}{3\sqrt{3}}$  (۴)  $\frac{128}{3\sqrt{3}}$



-۷۱

(مهمرب بیرایی)

هر نقطه روی نیمساز زاویه از دو ضلع زاویه به یک فاصله است، بنابراین:

$$x = 3y \quad (1)$$

از طرفی دو مثلث **OMA** و **OMB** هم‌نهشت هستند، بنابراین:

$$x + 1 = 2x - 2y$$

$$\xrightarrow{(1)} 3y + 1 = 6y - 2y \Rightarrow y = 1$$

$$\xrightarrow{(1)} x = 3 \times 1 = 3 \Rightarrow x + y = 3 + 1 = 4$$

(ریاضی ۲، هندسه، صفحه‌های ۲۶ تا ۳۰)

۴

۳

۲

۱

-۷۲

(مهمرب بیرایی)

چون **M** از **A** و **B** به یک فاصله است، پس **M** روی عمودمنصف **AB** قرار دارد. همچنین چون **M** از **B** و **C** به یک فاصله است، پس **M** روی عمودمنصف **BC** نیز قرار دارد. بنابراین **M** محل برخورد عمودمنصف‌های **AB** و **BC** است.

(ریاضی ۲، هندسه، صفحه‌های ۲۶ تا ۳۰)

۴

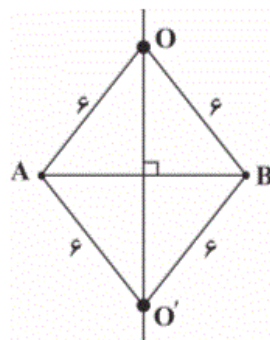
۳

۲

۱

-۷۳

(مهمرب بیرایی)



نقطاتی که از دو سر پاره خط **AB** به فاصله یکسانی قرار داشته باشند، روی عمودمنصف **AB** قرار دارند. با توجه به شکل فقط دو نقطه روی عمودمنصف وجود دارد که از **A** و **B** به فاصله ۶ سانتی‌متر باشد.

(ریاضی ۲، هندسه، صفحه‌های ۲۶ تا ۳۰)

۴

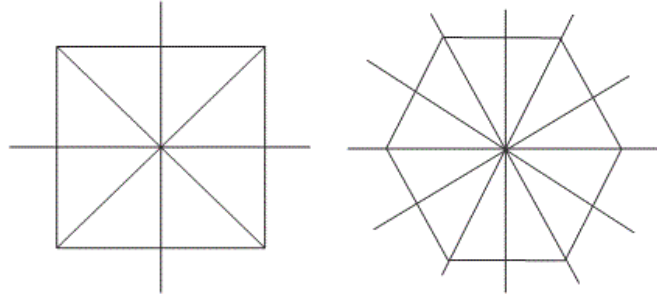
۳

۲

۱

(نیما سلطانی)

با توجه به شکل‌ها، نقطه تقاطع نیمسازهای زوایا و عمودمنصف‌های اضلاع در شش ضلعی منتظم و مربع بر هم منطبق هستند.



(ریاضی ۲، هندسه، صفحه‌های ۲۶ تا ۳۰)

 ۴ ۳ ۲ ۱

(۱)  $OA = OB = r \Rightarrow$  روی عمودمنصف  $AB$  است.

(۲)  $O'A = O'B = r' \Rightarrow$  روی عمودمنصف  $AB$  است.

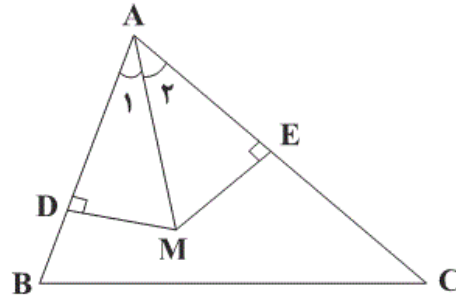
از (۱) و (۲) نتیجه می‌گیریم خط گذرنده از نقاط  $O$  و  $O'$ ، عمودمنصف پاره‌خط  $AB$  است.

بنابراین هر نقطه واقع بر پاره‌خط  $OO'$  (بی‌شمار نقطه)، از نقاط  $A$  و  $B$  به یک فاصله است.

(ریاضی ۲، هندسه، صفحه‌های ۲۶ تا ۳۰)

 ۴ ۳ ۲ ۱

مطابق شکل از نقطه  $M$ ، به رأس  $A$  وصل می‌کنیم.  
در دو مثلث  $ADM$  و  $AEM$  داریم:



$$\left. \begin{array}{l} AM = AM \\ AD = AE \\ \widehat{D} = \widehat{E} = 90^\circ \end{array} \right\} \xrightarrow{\text{(وتر و یک ضلع قائمه)}} \triangle ADM \cong \triangle AEM$$

$$\Rightarrow \widehat{A}_1 = \widehat{A}_2$$

بنابراین  $AM$  نیمساز داخلی زاویه  $A$  است، یعنی نقطه  $M$  همواره روی نیمساز داخلی زاویه  $A$  قرار دارد.  
(ریاضی ۲، هندسه، صفحه‌های ۲۶ تا ۳۰)

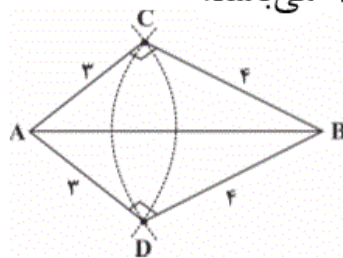
۴

۳

۲

۱ ✓

نقاط  $C$  و  $D$  به فاصله ۳ واحد از رأس  $A$  و به فاصله ۴ واحد از رأس  $B$  قرار دارند. بنابراین چهارضلعی  $ACBD$  مطابق شکل زیر، دارای دو ضلع به طول ۳ و دو ضلع به طول ۴ می‌باشد.



$$5^2 = 4^2 + 3^2$$

$$\Rightarrow AB^2 = AC^2 + BC^2$$

بنابراین زاویه  $C$  قائمه است.  
به همین ترتیب  $D$  نیز قائمه است.

(ریاضی ۲، هندسه، صفحه‌های ۲۶ تا ۳۰)

۴ ✓

۳

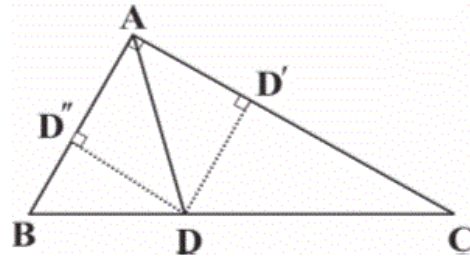
۲

۱

(سعی در تصویر)

از آن جا که  $AD$  نیمساز زاویه  $A$  است،طول ارتفاعهای  $DD''$  و  $DD'$ 

برابر است. بنابراین:



$$\frac{S_{\triangle ABD}}{S_{\triangle ADC}} = \frac{\frac{1}{2} \times DD'' \times AB}{\frac{1}{2} \times DD' \times AC} = \frac{5}{AC}$$

 ۴ ✓

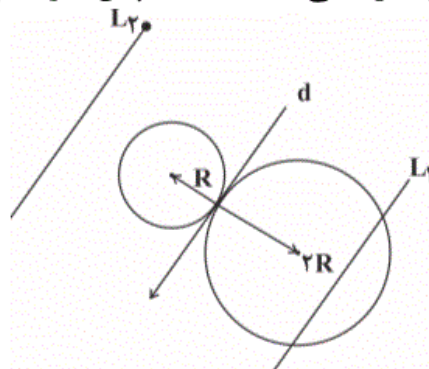
 ۳

 ۲

 ۱

(ممید علیزاده)

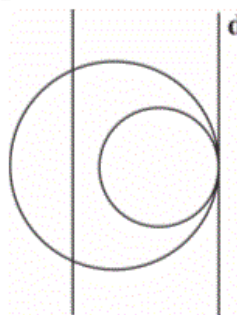
می‌دانیم که دو خط  $L_1$  و  $L_2$  وجود دارند که از خط  $d$  فاصله‌ای به اندازه  $1/5R + 1$  می‌توانند داشته باشند که طبق اطلاعات مسئله فقط یکی از این خطوط باید یکی از دایره‌ها را در دو نقطه قطع کند. بنابراین یکی از این خطوط  $L_1$  و  $L_2$  باید دایره بزرگتر را قطع کند ولی دایره کوچکتر را قطع نکند پس باید فاصله این خطوط از خط  $d$  کوچکتر از قطر دایره بزرگتر یعنی  $4R$  و بزرگتر از قطر دایره کوچکتر یعنی  $2R$  باشد. پس خواهیم داشت:



$$\left. \begin{aligned} 1/5R + 1 < 4R &\Rightarrow 1 < 2/5R \Rightarrow R > \frac{1}{2/5} \Rightarrow R > \frac{2.5}{2} \\ 1/5R + 1 > 2R &\Rightarrow 1 > 0.5R \Rightarrow R < \frac{1}{0.5} \Rightarrow R < 2 \end{aligned} \right\} \Rightarrow \frac{2}{5} < R < 2$$

حالتی که دو دایره مماس داخلند نیز پاسخ یکسان به دست می‌آید.

$$2R < 1/5R + 1 < 4R$$



(ریاضی ۲، هندسه، صفحه‌های ۲۶ تا ۳۰)

 ۴

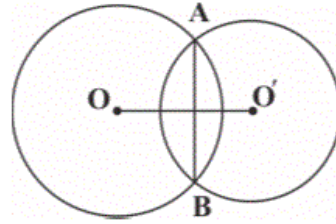
 ۳

 ۲

 ۱

(معمد بگیری)

مورد (ت) نادرست است. با توجه به صورت سؤال و شکل زیر  $OO'$  عمودمنصف  $AB$  است. اما  $AB$  عمودمنصف  $OO'$  نیست.



(ریاضی ۲، هندسه، صفحه‌های ۲۶ تا ۳۰)

۴

۳✓

۲

۱

$$\begin{cases} \widehat{B} = 2\widehat{C} \\ \widehat{B} + \widehat{C} = 90^\circ \end{cases} \Rightarrow \widehat{B} = 60^\circ, \widehat{C} = 30^\circ$$

چون  $BD$  نیمساز زاویه  $B$  است، پس  $DH = AD = \frac{8}{3}$ . از طرفی

می‌دانیم در مثلث قائم‌الزاویه ضلع مقابل به زاویه  $30^\circ$ ، نصف وتر است. پس:

$$\triangle CDH : DC = 2(DH) = 2\left(\frac{8}{3}\right) = \frac{16}{3} \Rightarrow AC = AD + DC = 8$$

$$\triangle ABC : \cos 30^\circ = \frac{AC}{BC} \Rightarrow \frac{\sqrt{3}}{2} = \frac{8}{BC} \Rightarrow BC = \frac{16}{\sqrt{3}}$$

$$BCD \text{ مساحت مثلث} = \frac{DH \times BC}{2} = \frac{\frac{8}{3} \times \frac{16}{\sqrt{3}}}{2} = \frac{64}{3\sqrt{3}} \quad \text{بنابراین:}$$

(ریاضی ۲، هندسه، صفحه‌های ۲۶ تا ۳۰)

۴

۳

۲✓

۱

(سینا محمدپور)

$$\frac{2m+n}{3m-n} = \frac{3}{2} \xrightarrow[\text{در مخرج}]{\text{ترکیب نسبت}} \frac{2m+n}{(2m+n)+(3m-n)} = \frac{3}{3+2}$$

$$\Rightarrow \frac{2m+n}{5m} = \frac{3}{5} \Rightarrow \frac{2}{5} + \frac{n}{5m} = \frac{3}{5}$$

$$\Rightarrow \frac{n}{5m} = \frac{1}{5} \Rightarrow \frac{n}{m} = 1$$

(ریاضی ۲، هندسه، صفحه‌های ۳۱ و ۳۲)

۴

۳✓

۲

۱

(رضا ذاکر)

طبق تعمیم قضیه تالس داریم:

$$\frac{m}{z} = \frac{x}{4}, \frac{n}{z} = \frac{x}{9}$$

$$\Rightarrow \frac{m}{x} = \frac{z}{4}, \frac{n}{x} = \frac{z}{9} \Rightarrow \frac{m}{x} + \frac{n}{x} = \frac{z}{4} + \frac{z}{9}$$

$$\frac{m+n}{x} = \frac{13z}{36} \xrightarrow{m+n=z} \frac{1}{x} = \frac{13}{36} \Rightarrow x = \frac{36}{13}$$

(ریاضی ۲، هندسه، صفحه‌های ۳۱ تا ۳۱)

۴

۳✓

۲

۱

$$NF \parallel AB \xrightarrow{\text{تعمیم قضیه تالس}} \frac{CF}{CB} = \frac{NF}{AB} \Rightarrow \frac{1}{2} = \frac{NF}{6}$$

$$\Rightarrow NF = 3$$

$$ABD \text{ در مثلث } EM \parallel AB \xrightarrow[\text{تالس}]{\text{تعمیم قضیه}} \frac{EM}{AB} = \frac{DE}{DA}$$

$$\Rightarrow \frac{EM}{6} = \frac{1}{2} \Rightarrow EM = 3$$

$$\Rightarrow MN = 5 - 3 = 2, EF = 5 + 3 = 8$$

$$\Rightarrow \frac{MN}{EF} = \frac{2}{8} = \frac{1}{4}$$

(ریاضی ۲، هندسه، صفحه‌های ۳۱ تا ۴۱)

۴

۳

۲

۱ ✓

(ابراهیم نبفی)

-۸۵

$$AB \parallel DC \Rightarrow \begin{cases} \frac{AE}{DE} = \frac{AB}{DC} \Rightarrow \frac{AE}{AE+15} = \frac{16}{24} \Rightarrow AE = 30 \\ \frac{BE}{CE} = \frac{AB}{DC} \Rightarrow \frac{BE}{BE+12} = \frac{16}{24} \Rightarrow BE = 24 \end{cases}$$

$$\Rightarrow DE = 15 + 30 = 45, CE = 12 + 24 = 36, DC = 24$$

$$\Rightarrow CDE \text{ محیط مثلث} = 45 + 36 + 24 = 105$$

(ریاضی ۲، هندسه، صفحه‌های ۳۳ تا ۴۱)

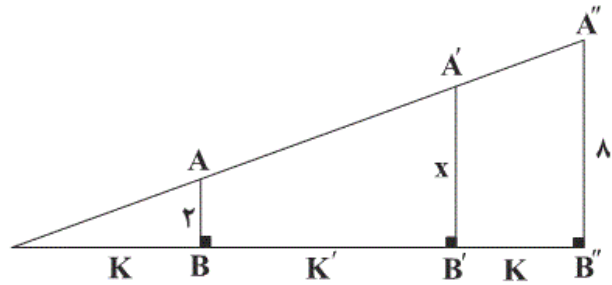
۴ ✓

۳

۲

۱





$$\left. \begin{aligned} AB \parallel A''B'' &\Rightarrow \frac{2}{8} = \frac{K}{2K + K'} \\ A'B' \parallel A''B'' &\Rightarrow \frac{x}{8} = \frac{K + K'}{2K + K'} \end{aligned} \right\}$$

$$\xrightarrow{\text{جمع دو رابطه}} \frac{2}{8} + \frac{x}{8} = \frac{2K + K'}{2K + K'} \Rightarrow \frac{2+x}{8} = 1 \Rightarrow x = 6$$

(ریاضی ۲، هندسه، صفحه‌های ۳۱ تا ۳۱)

۴

۳ ✓

۲

۱

(ابراهیم نبفی)

$$\frac{AE}{BE} = \frac{AF}{CF} = \frac{1}{3} \xrightarrow{\text{ترکیب نسبت در مخرج}} \frac{AE}{AB} = \frac{AF}{AC} = \frac{1}{4}$$

$$\Rightarrow \frac{S_{\triangle AEF}}{S_{\triangle ABC}} = \frac{\frac{1}{2} AE \times AF \times \sin \hat{A}}{\frac{1}{2} AB \times AC \times \sin \hat{A}} = \frac{1}{16} \quad (1)$$

$$\frac{BM}{AM} = \frac{CN}{AN} = \frac{1}{3} \Rightarrow \frac{AM}{BM} = \frac{AN}{CN} = \frac{3}{1}$$

$$\xrightarrow{\text{ترکیب نسبت در مخرج}} \frac{AM}{AB} = \frac{AN}{AC} = \frac{3}{4}$$

۴

۳

۲ ✓

۱

(ابراهیم نبفی)

$$\triangle BED \text{ در مثلث } AM \parallel DE \Rightarrow \frac{AE}{AB} = \frac{DM}{BM} \quad (1)$$

$$\triangle ACM \text{ در مثلث } AM \parallel DF \Rightarrow \frac{AF}{AC} = \frac{DM}{CM} \quad (2)$$

$$(1), (2) \xrightarrow[\text{AM میانه است}]{BM=CM} \frac{AE}{AB} = \frac{AF}{AC} \Rightarrow \frac{AE}{AF} = \frac{AB}{AC}$$

$$3AB = 2AC \Rightarrow \frac{AB}{AC} = \frac{2}{3} \Rightarrow \frac{AE}{AF} = \frac{2}{3}$$

(ریاضی ۲، هنرسه، صفحه‌های ۳۱ تا ۳۱)

□۴

□۳

□۲✓

□۱

(ممد بهیرایی)

$$MN \parallel BC \xrightarrow{\text{قضیه تالس}} \frac{x}{5} = \frac{x+1/5}{7/5} \Rightarrow 7/5x = 5x + 7/5$$

$$\Rightarrow 2/5x = 7/5 \Rightarrow x = \frac{7/5}{2/5} = 3$$

$$MN \parallel BC \xrightarrow{\text{تعمیم قضیه تالس}} \frac{AM}{AB} = \frac{MN}{BC} \Rightarrow \frac{3}{8} = \frac{y}{\frac{25}{3}}$$

$$\Rightarrow 8y = \frac{25}{3} \times 3 \Rightarrow y = \frac{25}{8} \Rightarrow x+y = 3 + \frac{25}{8} = \frac{49}{8}$$

(ریاضی ۲، هنرسه، صفحه‌های ۳۱ تا ۳۱)

□۴✓

□۳

□۲

□۱

(مسئله اسفینی)

نکته: با رسم قطر **BF** و با استفاده از قضیه تالس در مثلث‌های **ABF**

$$\mathbf{CD} = \frac{(\mathbf{AD})(\mathbf{EF}) + (\mathbf{DF})(\mathbf{AB})}{\mathbf{AF}}$$

و **BFE** می‌توان ثابت کرد:

با استفاده از این نکته داریم:

$$2/5 = \frac{1 \times 4 + 3 \times \mathbf{AB}}{1+3} \Rightarrow 2/5 = \frac{4+3\mathbf{AB}}{4}$$

$$\Rightarrow 10 = 4 + 3\mathbf{AB} \Rightarrow 3\mathbf{AB} = 6 \Rightarrow \mathbf{AB} = 2$$

اگر **AH'** ارتفاع دوزنقه **ABEF** و **AH** ارتفاع مثلث **ADB** وارد بر ضلع **AB** باشد، با توجه به قضیه تالس داریم:

$$\frac{\mathbf{AD}}{\mathbf{AF}} = \frac{\mathbf{AH}}{\mathbf{AH}'} \Rightarrow \frac{1}{3+1} = \frac{\mathbf{AH}}{\mathbf{AH}'} \Rightarrow \mathbf{AH} = \frac{\mathbf{AH}'}{4}$$

□۴
□۳✓
□۲
□۱

(ریمع مشتاق نظم)

$$\left(\frac{1}{\alpha} + \frac{\alpha}{\beta}\right) + \left(\frac{1}{\beta} + \frac{\beta}{\alpha}\right) = \left(\frac{1}{\alpha} + \frac{1}{\beta}\right) + \left(\frac{\alpha}{\beta} + \frac{\beta}{\alpha}\right)$$

$$= \frac{\alpha + \beta}{\alpha\beta} + \frac{\alpha^2 + \beta^2}{\alpha\beta} = \frac{S}{P} + \frac{S^2 - 2P}{P}, S = -\frac{3}{2}, P = -\frac{5}{2}$$

$$\Rightarrow \frac{-\frac{3}{2}}{-\frac{5}{2}} + \frac{\frac{9}{4} - 2 \times \left(-\frac{5}{2}\right)}{-\frac{5}{2}} = \frac{3}{5} + \frac{\frac{29}{4}}{-\frac{10}{4}} = \frac{3}{5} - \frac{29}{10}$$

$$= \frac{6 - 29}{10} = -\frac{23}{10} = -2/3$$

(ریاضی ۲، هندسه تحلیلی و جبر، صفحه‌های ۱۱ تا ۱۸)

□۴
□۳✓
□۲
□۱

(ریم مشتاق نظم)

$$\alpha^2 + \beta^2 = 13 \Rightarrow (\alpha + \beta)^2 - 2\alpha\beta = 13$$

$$\Rightarrow (-m)^2 - 2 \times (-m + 1) = 13$$

$$\Rightarrow m^2 + 2m - 2 = 13 \Rightarrow m^2 + 2m - 15 = 0$$

$$\Rightarrow (m + 5)(m - 3) = 0 \Rightarrow m = -5 \text{ یا } m = 3$$

توجه: به ازای هر دو مقدار به دست آمده برای  $m$ ، مقدار دلتا مثبت شده و معادله دو ریشه حقیقی دارد.

(ریاضی ۲، هندسه تحلیلی و جبر، صفحه‌های ۱۱ تا ۱۸)

۴

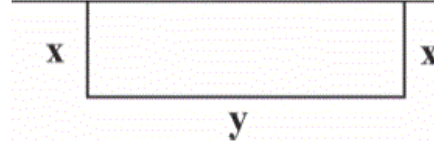
۳

۲✓

۱

(ریم مشتاق نظم)

در واقع محیط ایجاد شده برابر خواهد بود با:



$x \cdot y$  ماکزیمم شود:  $2x + y = 80$

$$y = 80 - 2x \Rightarrow x \cdot y = x(80 - 2x) = 80x - 2x^2$$

$$\Rightarrow z = -2x^2 + 80x$$

از آن جا که مقدار ماکزیمم در رأس سهمی رخ می‌دهد، خواهیم داشت:

$$x_{\max} = \frac{-80}{2(-2)} = 20$$

$$\Rightarrow x = 20, y = 80 - 40 = 40$$

$$\text{ماکزیمم مساحت} = x \cdot y = 20 \times 40 = 800$$

(ریاضی ۲، هندسه تحلیلی و جبر، صفحه‌های ۱۱ تا ۱۸)

۴

۳

۲

۱✓

$$\begin{aligned}
 x_1^2 - 4x_2^2 + x_2 &= (x_1 - 4x_1^2) - 4x_2^2 + x_2 \\
 &= (x_1 + x_2) - 4(x_1^2 + x_2^2) \\
 &= \underbrace{(x_1 + x_2)}_S - 4 \underbrace{(x_1^2 + x_2^2 + 2x_1x_2 - 2x_1x_2)}_{\substack{(x_1+x_2)^2 \\ s^2}} - \underbrace{2x_1x_2}_{2P}
 \end{aligned}$$

$$= S - 4(S^2 - 2P)$$

$$x^2 + 4x - 1 = 0 \Rightarrow \begin{cases} S = -4 \\ P = -1 \end{cases}$$

$$\Rightarrow S - 4(S^2 - 2P) = -4 - 4((-4)^2 - 2(-1))$$

$$= -4 - 4(16 + 2) = -4 - 72 = -76$$

(ریاضی ۲، هندسه تحلیلی و جبر، صفحه‌های ۱۱ تا ۱۸)

۴

۳

۲

۱ ✓

-۹۵

(مهردار فاجی)

چون دو سهمی هم محور هستند، داریم:

$$-\frac{b}{4} = \frac{a}{2} \Rightarrow b = -2a \quad (1)$$

$$\left. \begin{aligned}
 f\left(\frac{a}{2}\right) &= \frac{a^2}{4} - 1 \\
 g\left(-\frac{b}{4}\right) &= -\frac{(b^2 - 24)}{8}
 \end{aligned} \right\} \Rightarrow g\left(-\frac{b}{4}\right) - f\left(\frac{a}{2}\right) = 1$$

$$-\frac{b^2 - 24}{8} - \frac{(a^2 - 4)}{4} = 1 \Rightarrow -b^2 - 2a^2 = -24 \quad (2)$$

$$\xrightarrow{(1),(2)} \begin{cases} b^2 + 2a^2 = 24 \\ b = -2a \end{cases} \Rightarrow a = \pm 2$$

$$ab = a(-2a) = -2a^2 = -8$$

(ریاضی ۲، هندسه تحلیلی و جبر، صفحه‌های ۱۱ تا ۱۸)

۴

۳

۲ ✓

۱

(مهرداد فابی)

$$\frac{a}{x} + \frac{x}{2a} - \frac{x+b}{x} = 0$$

$$\frac{2a^2 + x^2 - 2ax - 2ab}{2ax} = 0 \Rightarrow x^2 - 2ax + 2a^2 - 2ab = 0$$

$$\Delta = 0 \Rightarrow 4a^2 - 4(2a^2 - 2ab) = 0 \Rightarrow 4a^2 - 8a^2 + 8ab = 0$$

$$-4a^2 + 8ab = 0 \Rightarrow 4a^2 = 8ab \Rightarrow a = 2b \Rightarrow \frac{b}{a} = \frac{1}{2}$$

(ریاضی ۲، هندسه تحلیلی و جبر، صفحه‌های ۱۹ تا ۲۴)

۴

۳

۲

۱ ✓

(مهرداد فابی)

$$\frac{x}{(x-1)(x-2)} + \frac{1}{(x-1)} = \frac{2x-1}{(x-2)(x+1)}$$

با فرض  $x \in \mathbb{R} - \{-1, 1, 2\}$ ، به حل معادله می‌پردازیم.

$$\frac{x(x+1) + (x+1)(x-2) - (2x-1)(x-1)}{(x-1)(x+1)(x-2)} = 0$$

۴ ✓

۳

۲

۱

(وهاب نادری)

مجموع دو رادیکال زمانی صفر می‌شود، که همزمان صفر شوند.

$$\sqrt{x+2} \Rightarrow x+2=0 \Rightarrow x=-2$$

پس  $x = -2$  باید رادیکال دوم را نیز صفر کند.

$$\sqrt{a(-2)^2 + 4} = 0 \Rightarrow 4a + 4 = 0 \Rightarrow a = -1$$

(ریاضی ۲، هندسه تحلیلی و جبر، صفحه‌های ۲۲ و ۲۳)

۴

۳

۲

۱ ✓

(ایمان نشتین)

$$x^2 - 3x + 5 - 2\sqrt{x} = 0$$

$$\Rightarrow x^2 - 4x + 4 + x - 2\sqrt{x} + 1 = 0$$

$$\Rightarrow (x-2)^2 + (\sqrt{x}-1)^2 = 0$$

مجموع دو عبارت نامنفی زمانی برابر صفر است که هر دو عبارت همزمان صفر باشند.

$$\Rightarrow \begin{cases} x-2=0 \Rightarrow x=2 \\ \sqrt{x}-1=0 \Rightarrow x=1 \end{cases} \xrightarrow{\text{اشتراک}} \emptyset$$

بنابراین معادله جواب ندارد.

(ریاضی ۲، هنرسه تملیلی و جبر، صفحه‌های ۲۲ تا ۲۴)

۴

۳

۲

۱ ✓

(رمیم مشتاق نظم)

قرار می‌دهیم  $\sqrt{x+\sqrt{x}} = y$ ، بنابراین:  $x + \sqrt{x} = y^2$  و در نتیجه:

$$2y^2 - 3y + 1 = 0 \xrightarrow{\text{مجموع ضرایب} = 0} y_1 = 1 \text{ یا } y_2 = \frac{1}{2}$$

$$y_1 = 1 \Rightarrow \sqrt{x+\sqrt{x}} = 1 \Rightarrow x + \sqrt{x} = 1$$

$$\xrightarrow{\sqrt{x}=u} u^2 + u - 1 = 0 \Rightarrow u_{1,2} = \frac{-1 \pm \sqrt{5}}{2}$$

از آنجا که  $u \geq 0$  است، بنابراین  $u = \frac{-1 + \sqrt{5}}{2}$  و در نتیجه

$$.x = \left(\frac{-1 + \sqrt{5}}{2}\right)^2$$

$$y_2 = \frac{1}{2} \Rightarrow \sqrt{x+\sqrt{x}} = \frac{1}{2} \Rightarrow x + \sqrt{x} = \frac{1}{4}$$

$$\xrightarrow{\sqrt{x}=u} u^2 + u - \frac{1}{4} = 0 \Rightarrow u_{1,2} = \frac{-1 \pm \sqrt{2}}{2}$$

از آن جا که  $u \geq 0$ ، بنابراین  $u = \frac{-1 + \sqrt{2}}{2}$  و در نتیجه

$$.x = \left(\frac{-1 + \sqrt{2}}{2}\right)^2$$

(ریاضی ۲، هنرسه تملیلی و جبر، صفحه‌های ۲۲ تا ۲۴)

۴

۳ ✓

۲

۱

-۱۰۱

(مهمر بگیری)

هر نقطه روی نیمساز زاویه از دو ضلع زاویه به یک فاصله است، بنابراین:

$$x = 3y \quad (1)$$

از طرفی دو مثلث **OMA** و **OMB** هم‌نهشت هستند، بنابراین:

$$x + 1 = 2x - 2y$$

$$\xrightarrow{(1)} 3y + 1 = 6y - 2y \Rightarrow y = 1$$

$$\xrightarrow{(1)} x = 3 \times 1 = 3 \Rightarrow x + y = 3 + 1 = 4$$

(ریاضی ۲، هندسه، صفحه‌های ۲۶ تا ۳۰)

□۴

□۳✓

□۲

□۱

-۱۰۲

(مهمر بگیری)

چون **M** از **A** و **B** به یک فاصله است، پس **M** روی عمودمنصف **AB** قرار دارد. همچنین چون **M** از **B** و **C** به یک فاصله است، پس **M** روی عمودمنصف **BC** نیز قرار دارد. بنابراین محل برخورد عمودمنصف‌های **AB** و **BC** است.

(ریاضی ۲، هندسه، صفحه‌های ۲۶ تا ۳۰)

□۴

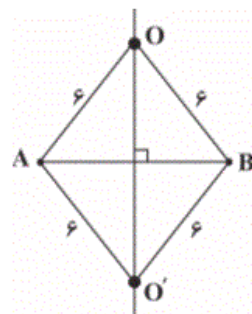
□۳

□۲✓

□۱

-۱۰۳

(مهمر بگیری)



نقاطی که از دو سر پاره خط **AB** به فاصله یکسانی قرار داشته باشند، روی عمودمنصف **AB** قرار دارند. با توجه به شکل فقط دو نقطه روی عمودمنصف وجود دارد که از **A** و **B** به فاصله ۶ سانتی‌متر باشد.

(ریاضی ۲، هندسه، صفحه‌های ۲۶ تا ۳۰)

□۴

□۳

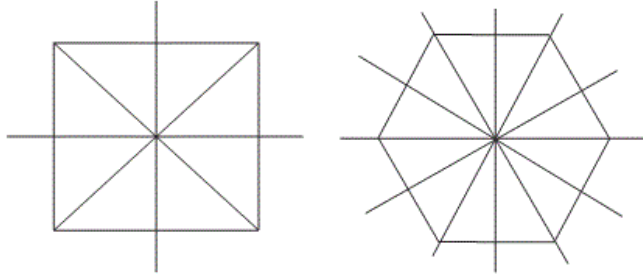
□۲✓

□۱



(نیما سلطانی)

با توجه به شکل‌ها، نقطه تقاطع نیمسازهای زوایا و عمودمنصف‌های اضلاع در شش ضلعی منتظم و مربع بر هم منطبق هستند.



(ریاضی ۲، هندسه، صفحه‌های ۲۶ تا ۳۰)

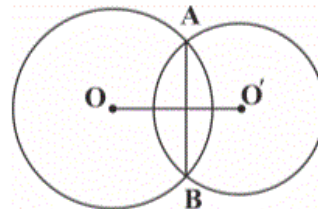
۴

۳

۲✓

۱

(امیرحسین ابومصوب)



مطابق شکل دو دایره، یکی به مرکز  $O$  و به شعاع  $r$  و دیگری به مرکز  $O'$  و به شعاع  $r'$  رسم می‌کنیم تا یکدیگر را در نقاط  $A$  و  $B$  قطع کنند. داریم:

(۱)  $OA = OB = r \Rightarrow$  روی عمودمنصف  $AB$  است.

(۲)  $O'A = O'B = r' \Rightarrow$  روی عمودمنصف  $AB$  است.

از (۱) و (۲) نتیجه می‌گیریم خط گذرنده از نقاط  $O$  و  $O'$ ، عمودمنصف پاره‌خط  $AB$  است.

۴✓

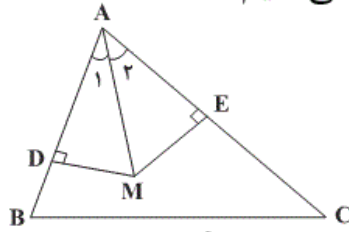
۳

۲

۱

مطابق شکل از نقطه  $M$ ، به رأس  $A$  وصل می‌کنیم.

در دو مثلث  $ADM$  و  $AEM$  داریم:



$$\left. \begin{array}{l} AM = AM \\ AD = AE \\ \widehat{D} = \widehat{E} = 90^\circ \end{array} \right\} \xrightarrow{\text{(وتر و یک ضلع قائمه)}} \triangle ADM \cong \triangle AEM \Rightarrow \widehat{A}_1 = \widehat{A}_2$$

بنابراین  $AM$  نیمساز داخلی زاویه  $A$  است، یعنی نقطه  $M$  همواره روی نیمساز داخلی زاویه  $A$  قرار دارد.

(ریاضی ۲، هندسه، صفحه‌های ۲۶ تا ۳۰)

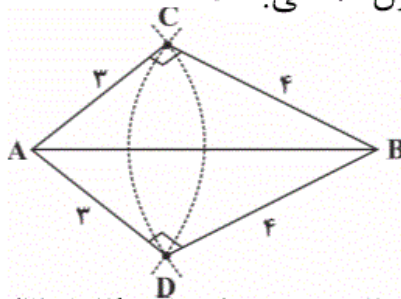
 ۴

 ۳

 ۲

 ۱

نقاط  $C$  و  $D$  به فاصله ۳ واحد از رأس  $A$  و به فاصله ۴ واحد از رأس  $B$  قرار دارند. بنابراین چهارضلعی  $ACBD$  مطابق شکل زیر، دارای دو ضلع به طول ۳ و دو ضلع به طول ۴ می‌باشد.



$$5^2 = 4^2 + 3^2$$

$$\Rightarrow AB^2 = AC^2 + BC^2$$

بنابراین زاویه  $C$  قائمه است.

به همین ترتیب  $D$  نیز قائمه است.

(ریاضی ۲، هندسه، صفحه‌های ۲۶ تا ۳۰)

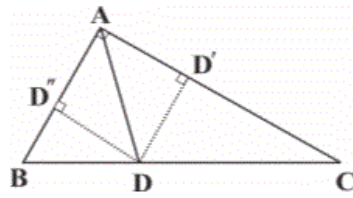
 ۴

 ۳

 ۲

 ۱

(سعید نصیری)



از آن جا که  $AD$  نیمساز زاویه  $A$  است،  
طول ارتفاع‌های  $DD'$  و  $DD''$  برابر است.  
بنابراین:

$$\frac{S_{\triangle ABD}}{S_{\triangle ADC}} = \frac{\frac{1}{2} \times DD'' \times AB}{\frac{1}{2} \times DD' \times AC} = \frac{5}{AC}$$

طبق قضیه فیثاغورس  $AC = 12$  بدست می‌آید، در نتیجه:

$$\frac{S_{\triangle ABD}}{S_{\triangle ADC}} = \frac{5}{12}$$

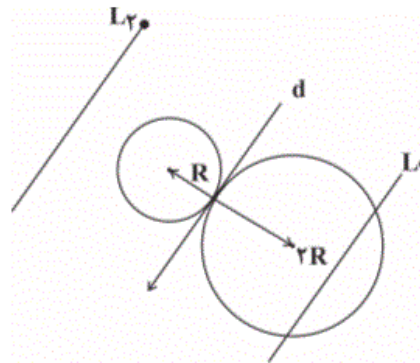
(ریاضی ۲، هندسه، صفحه‌های ۲۶ تا ۳۰)

۴

۳

۲

۱

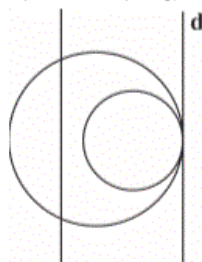


$$\left. \begin{aligned} 1/5R + 1 < 4R &\Rightarrow 1 < 2/5R \Rightarrow R > \frac{1}{2/5} \Rightarrow R > \frac{2}{5} \\ 1/5R + 1 > 2R &\Rightarrow 1 > 9/5R \Rightarrow R < \frac{1}{9/5} \Rightarrow R < \frac{5}{9} \end{aligned} \right\}$$

$$\Rightarrow \frac{2}{5} < R < \frac{5}{9}$$

حالتی که دو دایره مماس داخلند نیز پاسخ یکسان به دست می‌آید.

$$2R < 1/5R + 1 < 4R$$



(ریاضی ۲، هندسه، صفحه‌های ۲۶ تا ۳۰)

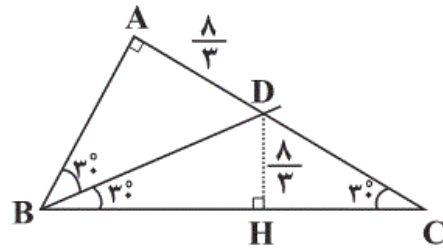
۴

۳

۲

۱

(مسئله اسفینی)



$$\begin{cases} \widehat{B} = 2\widehat{C} \\ \widehat{B} + \widehat{C} = 90^\circ \end{cases} \Rightarrow \widehat{B} = 60^\circ, \widehat{C} = 30^\circ$$

چون  $BD$  نیمساز زاویه  $B$  است. پس  $DH = AD = \frac{8}{3}$ . از طرفی

می‌دانیم در مثلث قائم‌الزاویه ضلع مقابل به زاویه  $30^\circ$ ، نصف وتر است. پس:

$$\triangle CDH : DC = 2(DH) = 2\left(\frac{8}{3}\right) = \frac{16}{3} \Rightarrow AC = AD + DC = 8$$

$$\triangle ABC : \cos 30^\circ = \frac{AC}{BC} \Rightarrow \frac{\sqrt{3}}{2} = \frac{8}{BC} \Rightarrow BC = \frac{16}{\sqrt{3}}$$

بنابراین:

$$BCD \text{ مساحت مثلث} = \frac{DH \times BC}{2} = \frac{\frac{8}{3} \times \frac{16}{\sqrt{3}}}{2} = \frac{64}{3\sqrt{3}}$$

(ریاضی ۲، هندسه، صفحه‌های ۲۶ تا ۳۰)

 ۴

 ۳

 ۲

 ۱