



سایت ویژه ریاضیات www.riazisara.ir

درسنامه ها و جزوه های ریاضی

سوالات و پاسخنامه تشریحی کنکور

نمونه سوالات امتحانات ریاضی

نرم افزارهای ریاضیات

...

(@riazisara)

ریاضی سرا در تلگرام:



<https://t.me/riazisara>

(@riazisara.ir) ریاضی سرا در اینستاگرام:



<https://www.instagram.com/riazisara.ir>

۵۱- ارزش گزاره‌های زیر به ترتیب از راست به چپ کدام است؟

p : عدد ۴۰ اول است اگر و تنها اگر عدد ۹ مربع کامل باشد.

q : اگر واریانس داده‌ها برابر صفر باشد، در این صورت داده‌ها با یکدیگر برابرند و برعکس.

(۱) درست - درست (۲) نادرست - نادرست

(۳) درست - نادرست (۴) نادرست - درست

۵۲- اگر p گزاره‌ای درست و q گزاره‌ای نادرست و r گزاره‌ای دلخواه باشد، ارزش کدام گزاره با دیگر گزینه‌ها متفاوت است؟

(۱) $(p \Leftrightarrow q) \Leftrightarrow (p \Rightarrow q)$ (۲) $(r \Leftrightarrow p) \Rightarrow (p \vee q)$

(۳) $(p \Rightarrow \sim q) \Leftrightarrow (\sim p \wedge r)$ (۴) $(p \vee r) \Leftrightarrow (q \Rightarrow r)$

۵۳- در جای خالی، چه گزاره‌ای قرار دهیم تا ارزش گزاره حاصل نادرست باشد؟

(مربع هر عدد بزرگتر از ۱ از خودش بزرگتر است) $\Leftrightarrow [(\frac{1}{2} > \frac{1}{3}) \wedge (...)]$

(۱) با ۳ برابر کردن داده‌های آماری، میانه هم ۳ برابر می‌شود.

(۲) شیب هر خط افقی برابر صفر است.

(۳) در منحنی نرمال داده‌ها ۹۶ درصد داده‌ها بین $\bar{x} - 2\sigma$ و $\bar{x} + 2\sigma$ قرار دارند.

(۴) نمودار راداری می‌تواند فقط مقادیر ۳ متغیر را نمایش دهد.

۵۴- اگر $(p \wedge q) \equiv T$ باشد، آن‌گاه ارزش گزاره‌های $(p \Leftrightarrow q) \wedge \sim(p \vee \sim q)$ و $(\sim q \Leftrightarrow p)$ به ترتیب از راست به چپ کدام است؟

(۱) T, T

(۲) F, F

(۳) F, T

(۴) T, F

۵۵- در مورد گزاره «رابطه $f = \{(4, a), (9, 6), (4, b)\}$ تابع است اگر و تنها اگر $a = b$ » کدام گزینه نادرست است؟
 (۱) ارزش این گزاره نادرست است.

(۲) با گزاره «نمودار $y = x^2 - 1$ از همه نواحی دستگاه محورهای مختصات می‌گذرد» هم‌ارز است.

(۳) گزاره داده شده در قالب کلی $(p \Rightarrow q) \wedge (q \Rightarrow p)$ می‌باشد.

(۴) گزاره داده شده با نقیض گزاره « $\sqrt{2} \in \mathbb{Z}$ » هم‌ارز است.

۵۶- اگر در یک کارخانه، x ، تعداد کالای تقاضا شده و p قیمت هر واحد کالا باشد، آنگاه تعداد کالای تقاضا شده از منفی بیست برابر قیمت هر واحد کالا ۳۰۰۰ تومان بیش‌تر است، معادله درآمد کارخانه کدام است؟

$$R(x) = -20x^2 + 3000x \quad (2) \qquad R(x) = \frac{x^2}{20} + 150x \quad (1)$$

$$R(x) = -\frac{x^2}{20} + 150x \quad (4) \qquad R(x) = 20x^2 - 3000x \quad (3)$$

۵۷- در کدام گزینه، خطای محاسباتی وجود ندارد؟

$$x^2 + 100 = 0 \Rightarrow x = \pm 10 \quad (2)$$

$$a > b \Rightarrow -6a > -6b \quad (1)$$

$$\sqrt{x^2 + 6x + 9} = |x + 3| \quad (4)$$

$$a > b \Rightarrow a - 4 < b - 4 \quad (3)$$

۵۸- صرف‌نظر از نتیجه، روش کدام استدلال زیر، نادرست است؟

$$\begin{array}{l} x < 0 \Rightarrow x^6 \geq 0 \\ (-5) < 0 \\ \hline \therefore (-5)^6 \geq 0 \end{array} \quad (1)$$

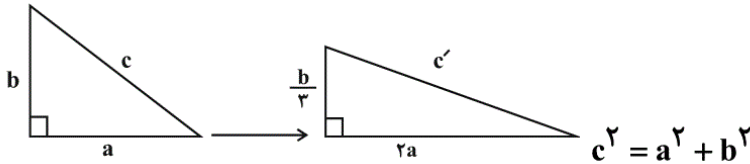
(۲) اگر مثلثی متساوی‌الاضلاع باشد، آن‌گاه تمام زاویه‌های آن 60° هستند.
 مثلث ABC متساوی‌الاضلاع است.

$$\hat{A} = \hat{B} = \hat{C} = 60^\circ \therefore$$

(۳) اگر دو عدد اول باشند، آن‌گاه حاصل‌ضربشان مرکب است.
 $a \times b = 100$
 $\therefore a$ و b عدد اول هستند.

$$\begin{array}{l} x^2 = k^2 \Rightarrow x = \pm k \\ x^2 = (-4)^2 \\ \hline \therefore x = \pm 4 \end{array} \quad (4)$$

۵۹- در مثلث قائم‌الزاویه که طول اضلاع قائمه a و b و وتر c می‌باشد، طول ضلع a را دو برابر و طول ضلع b را $\frac{1}{3}$ برابر می‌کنیم، علی و رضا و حسن هر یک به ترتیب طول وتر را در حالت جدید به صورت زیر محاسبه کرده‌اند، کدام یک طول وتر جدید را درست محاسبه کرده است؟



علی: $c'^2 = (2a)^2 + \left(\frac{b}{3}\right)^2 = 4a^2 + \frac{b^2}{9} = \frac{4}{9}(a^2 + b^2) = \frac{4}{9}c^2 \Rightarrow c' = \frac{2}{3}c$

رضا: $c'^2 = (2a)^2 + \left(\frac{b}{3}\right)^2 = 4a^2 + \frac{b^2}{9} = \frac{4}{9}(a^2 + b^2) = \frac{4}{9}c^2 \Rightarrow c' = \sqrt{\frac{4}{9}}c$

حسن: $c'^2 = (2a)^2 + \left(\frac{b}{3}\right)^2 = 4a^2 + \frac{b^2}{9} = \frac{36a^2 + b^2}{9} = \frac{37}{9}(a^2 + b^2) = \frac{37}{9}c^2 \Rightarrow c' = \frac{\sqrt{37}}{3}c$

(۴) هیچ کدام

(۳) حسن

(۲) رضا

(۱) علی

۶۰- دانش‌آموزی با راه‌حل زیر، ادعا می‌کند که معادله $x^6 - 10x^5 = 0$ فقط دارای ریشه $x = 10$ است، در صورت وجود اشتباه، این اشتباه در کدام مرحله رخ داده است؟

مرحله ۱ $\xrightarrow{\text{فاکتورگیری از } x^5} x^5(x-10) = 0$

مرحله ۲ $\xrightarrow{\text{تقسیم دو طرف بر } x^5} \frac{x^5(x-10)}{x^5} = \frac{0}{x^5}$

مرحله ۳ $\xrightarrow{\text{رسیدن به معادله ساده‌تر}} x-10=0$

مرحله ۴ $\xrightarrow{\text{جواب نهایی}} x=10$

(۴) هیچ اشتباهی رخ نداده است.

(۳) مرحله ۴

(۲) مرحله ۲

(۱) مرحله ۱

-۵۱

(فرداد روشنی، گزاره‌ها و ترکیب گزاره‌ها، صفحه‌ی ۸ تا ۱۱)

به بررسی درستی هر یک از گزاره‌ها می‌پردازیم:

p: عدد ۴۰ عددی اول نیست پس گزاره « ۴۰ عددی اول است.» نادرست و عدد ۹

مربع کامل است گزاره‌ای درست، پس ترکیب دو شرطی این دو گزاره نادرست است.

q: اگر واریانس داده‌ها برابر صفر باشد. در این صورت داده‌ها با یکدیگر برابرند، از

طرفی عکس این گزاره نیز درست است. پس ترکیب دو شرطی این دو گزاره درست

است.

۴ ✓

۳

۲

۱

-۵۲

(عمید زرین‌کفش، گزاره‌ها و ترکیب گزاره‌ها، صفحه‌ی ۸ تا ۱۱)

به بررسی تک‌تک گزینه‌ها می‌پردازیم:

$$۱) (p \Leftrightarrow q) \Leftrightarrow (p \Rightarrow q) \equiv \underbrace{(T \Leftrightarrow F)}_F \Leftrightarrow \underbrace{(T \Rightarrow F)}_F \equiv F \Leftrightarrow F \equiv T$$

$$۲) (r \Leftrightarrow p) \Rightarrow (p \vee q) \equiv \underbrace{(r \Leftrightarrow T)}_{\text{نامعلوم}} \Rightarrow (T \vee F) \equiv \text{نامعلوم} \Rightarrow T \equiv T$$

$$۳) (p \Rightarrow \sim q) \Leftrightarrow (\sim p \wedge r) \equiv \underbrace{(T \Rightarrow \sim F)}_T \Leftrightarrow \underbrace{(\sim T \wedge r)}_F \equiv T \Leftrightarrow F \equiv F$$

$$۴) (p \vee r) \Leftrightarrow (q \Rightarrow r) \equiv \underbrace{(T \vee r)}_T \Leftrightarrow \underbrace{(F \Rightarrow r)}_T \equiv T \Leftrightarrow T \equiv T$$

۴

۳ ✓

۲

۱

ارزش گزاره‌ای که در جای خالی قرار می‌دهیم باید نادرست باشد، زیرا:

$$\underbrace{\left[\underbrace{\left(\frac{1}{2} > \frac{1}{3} \right)}_T \wedge \underbrace{(\dots)}_F \right]}_F \Leftrightarrow \underbrace{(\text{مربع هر عدد بزرگتر از ۱ از خودش بزرگتر است})}_T$$

فقط ارزش گزاره «۴» نادرست است چون نمودار راداری می‌تواند مقادیر ۳ متغیر یا بیشتر را نمایش دهد.

 ۴ ✓

 ۳

 ۲

 ۱

از هم ارزی $(p \wedge q) \equiv T$ نتیجه می‌گیریم که هم ارزش p درست و هم ارزش q درست است، حال به بررسی ارزش گزاره‌ها می‌پردازیم:

$$[\sim (p \vee \sim q) \wedge (q \Leftrightarrow p)] \equiv [\sim (T \vee \sim T) \wedge (T \Leftrightarrow T)]$$

$$\equiv (\sim T \wedge T) \equiv (F \wedge T) \equiv F$$

$$(\sim q \Leftrightarrow p) \equiv \sim T \Leftrightarrow T \equiv F \Leftrightarrow T \equiv F$$

 ۴

 ۳

 ۲

 ۱

عبارت «اگر و تنها اگر» نشان می‌دهد که با یک گزاره دو شرطی مواجه‌ایم. برای بررسی ارزش گزاره داده شده آن را به شکل $(p \Rightarrow q) \wedge (q \Rightarrow p)$ فرض می‌کنیم. از طرفی p و q به هم وابسته‌اند، پس در هر یک از گزاره‌های $p \Rightarrow q$ و $q \Rightarrow p$ مقدم‌ها را درست فرض کرده و تالی‌ها را تعیین ارزش می‌کنیم اگر هر دو تالی، درست باشند، ارزش کل گزاره هم درست است.

اگر f تابع باشد آنگاه حتماً a و b باید با هم برابر باشند و همچنین اگر b و a برابر باشند، آن‌گاه f حتماً تابع است. پس کل گزاره داده شده، ارزش درست دارد.

 ۴

 ۳

 ۲

 ۱

ابتدا معادله تقاضا را می‌یابیم:

$$x = 3000 - 20p \Rightarrow 20p = 3000 - x \Rightarrow p = 150 - \frac{x}{20}$$

$$\text{درآمد} = \text{تعداد کالا} \times \text{قیمت} \Rightarrow R(x) = x \times p \Rightarrow R(x) = \frac{-x^2}{20} + 150x$$

۴ ✓

۳

۲

۱

(امیر زرانروز، استدلال ریاضی، صفحه‌ی ۱۲ تا ۱۸)

بررسی گزینه (۱): اگر دو طرف نامساوی در یک عدد منفی ضرب شوند، جهت نامساوی باید تغییر کند.

بررسی گزینه (۲): معادله $x^2 + 100 = 0$ جواب ندارد، زیرا $x^2 = -100$ و نمی‌توانیم از عدد (-100) جذر بگیریم.

بررسی گزینه (۳): اگر مقدار ثابتی را به دو طرف نامساوی اضافه کنیم جهت نامساوی عوض نخواهد شد.

$$a > b \Rightarrow a - 4 > b - 4$$

بررسی گزینه (۴) این تساوی درست است، زیرا:

$$\sqrt{x^2 + 6x + 9} = \sqrt{(x+3)^2} = |x+3|$$

می‌دانیم اگر توان و فرجه، زوج باشند و با هم خط بخورند (ساده شوند) عبارت زیر رادیکال با قدرمطلق خارج می‌شود.

۴ ✓

۳

۲

۱

$$p \Rightarrow q$$

تمام استدلال‌های گزینه‌های (۱)، (۲) و (۴) به شکل p هستند، لذا استدلال

$$\therefore q$$

قیاس استثنایی بوده و روش به کار رفته در آنها همواره درست است ولی استدلال گزینه

$$p \Rightarrow q$$

«۳» به شکل q می‌باشد و مغالطه است و صرف‌نظر از نتیجه، روش به کار رفته در

$$\therefore p$$

آن نادرست است.

 ۴

 ۳

 ۲

 ۱

هیچ کدام طول وتر جدید را درست محاسبه نکرده‌اند زیرا وتر در حالت جدید برابر است با:

$$c'^2 = (2a)^2 + \left(\frac{b}{3}\right)^2 = 4a^2 + \frac{b^2}{9} = \frac{36a^2 + b^2}{9} \xrightarrow{c' > 0} c' = \frac{\sqrt{36a^2 + b^2}}{3}$$

 ۴

 ۳

 ۲

 ۱

برای حل یک معادله، نمی‌توانیم دو طرف را بر عبارتی که شامل متغیر است تقسیم کنیم

یعنی در مرحله دوم نمی‌توانیم طرفین را بر x^5 تقسیم کنیم. لذا اشتباه در مرحله (۲)

رخ داده است. راه حل صحیح برای رسیدن به ریشه‌های این معادله به شکل زیر است:

$$x^6 - 10x^5 = 0 \Rightarrow x^5(x - 10) = 0 \Rightarrow \begin{cases} x^5 = 0 \Rightarrow x = 0 \\ x - 10 = 0 \Rightarrow x = 10 \end{cases}$$

 ۴

 ۳

 ۲

 ۱