سایت ویژه ریاضیات www.riazisara.ir

درســـنامه ها و جـــزوه های ریاضـــی

سوالات و پاسخنامه تشریحی کنکور

نمونه سوالات امتحانات ریاضی

نرم افزارهای ریاضیات

و...

ریاضی سرا در تلگرام: (@riazisara)

https://t.me/riazisara

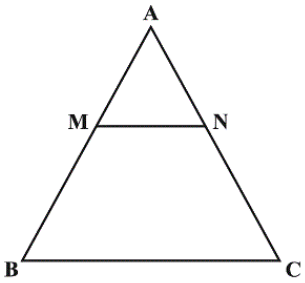
ریاضی سرا در اینستاگرام: (@riazisara.ir)

https://www.instagram.com/riazisara.ir

دانلود از سایت ریاضی سرا
www.riazisara.ir

هندسه ۱ دهم - ۱۰ سوال

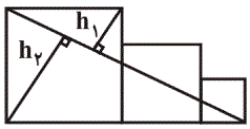
۱۴۱- در شکل روبه‌رو $BC \parallel MN$ و مساحت ذوزنقهٔ $MNCB$ هشت برابر مساحت مثلث AMN است. نسبت $\frac{MB}{MA}$ کدام است؟



۱) ۱/۵
۲) ۲
۳) ۳
۴) ۴

آزمون ۱۸ آبان

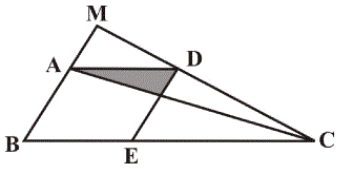
۱۴۲- در شکل زیر، سه مربع به اضلاع ۳، ۴ و ۵ در کنار یکدیگر قرار گرفته‌اند. نسبت h_2 به h_1 چقدر است؟



۱) ۲/۴
۲) ۱/۲
۳) ۳/۶
۴) ۱/۸

آزمون ۱۸ آبان

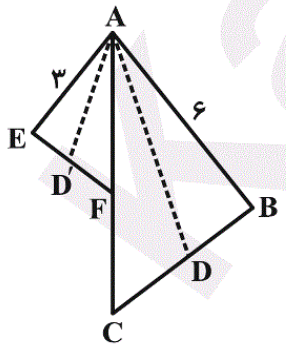
۱۴۳- در شکل زیر $ABED$ یک متوازی‌الاضلاع است. اگر $AD = ۶$ و $EC = ۸$، آنگاه نسبت مساحت مثلث سایه زده به مساحت مثلث ABC کدام است؟



۱) $\frac{۱۶}{۲۵}$
۲) $\frac{۹}{۱۶}$
۳) $\frac{۱۶}{۴۹}$
۴) $\frac{۹}{۴۹}$

آزمون ۱۸ آبان

۱۴۴- در شکل زیر AC نیمساز زاویهٔ $\widehat{BAE}$، $AC = ۸$ و $AF = ۴$ است. اگر $AD = ۶m + ۴$ و $AD' = m + ۳$ به‌ترتیب نیمسازهای دو زاویهٔ $\widehat{BAC}$ و $\widehat{EAF}$ باشند، مقدار m کدام است؟



۱) ۲
۲) ۳
۳) $\frac{۱}{۲}$
۴) $\frac{۱}{۳}$

۱۴۵- در یک چندضلعی که تعداد قطرها و ضلع‌هایش برابر است، مجموع اندازهٔ زاویه‌های داخلی چند درجه است؟

۱) ۳۶۰ ۲) ۵۴۰ ۳) ۷۲۰ ۴) ۹۰۰

آزمون ۱۸ آبان

۱۴۶- عکس کدام‌یک از قضایای زیر، لزوماً صحیح نیست؟

۱) اگر یک چهارضلعی متوازی‌الاضلاع باشد، آنگاه قطرهای آن منصف یکدیگر هستند.

۲) اگر یک چهارضلعی لوزی باشد، آنگاه قطرهای آن عمود منصف یکدیگر هستند.

۳) اگر یک چهارضلعی مربع باشد، آنگاه اندازهٔ دو قطر آن مساوی و عمود بر هم هستند.

۴) اگر ذوزنقه‌ای متساوی‌الساقین باشد، آنگاه اندازهٔ دو قطر آن مساوی است.

آزمون ۱۸ آبان

۱۴۷- در مثلث قائم الزاویهٔ ABC $(\hat{A}=90^\circ)$، طول میانهٔ وارد بر وتر برابر ۶ واحد و $\hat{B}=30^\circ$ است. فاصلهٔ وسط وتر، از ضلع AB کدام است؟

۱) ۳ ۲) $2\sqrt{2}$

۳) ۴ ۴) $\frac{3}{2}\sqrt{3}$

آزمون ۱۸ آبان

۱۴۸- اگر نقطهٔ O محل تلاقی نیمسازهای داخلی زاویه‌های A و D در متوازی‌الاضلاع $ABCD$ باشد، آنگاه در صورتی که $AB=8$ و $BC=6$ باشند، فاصلهٔ نقطهٔ O از وسط ضلع AD کدام است؟

۱) ۲ ۲) $\frac{8}{3}$

۳) ۳ ۴) ۴

آزمون ۱۸ آبان

۱۴۹- مساحت مثلث قائم‌الزاویه‌ای، دو برابر مجذور ارتفاع وارد بر وتر آن است. اندازهٔ بزرگ‌ترین زاویهٔ خارجی این مثلث چند درجه است؟

۱) ۱۲۰ ۲) ۱۳۵

۳) ۱۵۰ ۴) ۱۶۵

آزمون ۱۸ آبان

www.riazisara.ir دانلود از سایت ریاضی سرا

۱۵۰- از تقاطع نیمسازهای زوایای داخلی مستطیلی به طول اضلاع ۲ و ۳، چهارضلعی ABCD و از وصل کردن وسط‌های اضلاع مستطیل به طور متوالی، چهارضلعی MNOP حاصل می‌شود. مساحت چهارضلعی MNOP، چند برابر مساحت چهارضلعی ABCD است؟

۱) ۳ ۲) ۶ ۳) ۱۲ ۴) ۲۴

آزمون ۱۸ آبان

ریاضی گسسته دوازدهم - ۱۰ سوال

۱۲۱- اگر α و β دو عدد گنگ ولی $\alpha+\beta$ گویا باشد، آنگاه $\alpha-\beta$ ..... است و $\alpha+2\beta$ ..... است.

۱) گنگ - گنگ ۲) گنگ - گویا ۳) گویا - گنگ ۴) گویا - گویا

آزمون ۱۸ آبان

۱۲۲- اگر a، b، c و d اعداد صحیحی باشند به‌طوری‌که $ad=bc$، در این صورت کدام یک از گزاره‌های زیر همواره درست است؟

۱) $c^2 \mid ad$ ۲) $b=d, a=c$ ۳) $a \mid bc^2$ ۴) $bc^2 \mid ad$

آزمون ۱۸ آبان

۱۲۳- چند نقطه با مختصات صحیح روی نمودار تابع $y=\frac{4x+1}{x-2}$ در ربع دوم دستگاه مختصات قرار دارد؟

۱) ۱ ۲) ۲ ۳) ۳ ۴) ۶

آزمون ۱۸ آبان

۱۲۴- بزرگ‌ترین مقسوم‌علیه مشترک دو عدد n^2+n و $3n-1$، برای مقادیر مختلف طبیعی n، چند مقدار متفاوت می‌تواند داشته باشد؟

۱) ۱ ۲) ۲ ۳) ۳ ۴) ۶

آزمون ۱۸ آبان

۱۲۵- باقی‌ماندهٔ تقسیم a و b بر ۱۹ به‌ترتیب برابر با ۳ و ۱۷ است. باقی‌ماندهٔ تقسیم $5a-2b$ بر ۱۹ کدام است؟

۱) ۱۵ ۲) ۱۸ ۳) ۸ ۴) صفر

آزمون ۱۸ آبان

۱۲۶- در یک عمل تقسیم، مقسوم مضرب ۷ و خارج قسمت و باقی‌مانده به‌ترتیب ۱۱ و ۲۵ هستند. رقم وسط کوچک‌ترین مقدار طبیعی مقسوم کدام است؟

۱) ۱ ۲) ۲ ۳) ۳ ۴) ۴

آزمون ۱۸ آبان

www.riazisara.ir دانلود از سایت ریاضی سرا

۱۲۷- هرگاه دو عدد $4a-1$ و $8a-5$ در یک دسته هم‌نهشتی به پیمانهٔ ۱۱ قرار داشته باشند، باقی‌ماندهٔ تقسیم a^2-3a+2 بر ۱۱ کدام است؟

۱) صفر ۲) ۵ ۳) ۷ ۴) ۹

آزمون ۱۸ آبان

۱۲۸- باقی‌ماندهٔ 2^{71} بر ۳۱ کدام است؟

۱) صفر ۲) ۱ ۳) ۲ ۴) ۴

آزمون ۱۸ آبان

۱۲۹- اگر $5^{212}+a$ مضرب ۳۱ باشد، کوچک‌ترین عدد طبیعی a کدام است؟

۱) ۳ ۲) ۱ ۳) ۷ ۴) ۶

آزمون ۱۸ آبان

۱۳۰- از رابطهٔ همنهشتی $42y \equiv_{15} 24x$، کدام گزینه نتیجه نمی‌شود؟

۱) $x \equiv_5 3y$ ۲) $2x \equiv_5 y$ ۳) $3x \equiv_5 2y$ ۴) $4x \equiv_5 7y$

آزمون ۱۸ آبان

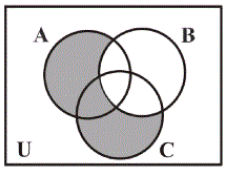
آمار و احتمال - ۱۰ سوال -

۱۵۱- اگر A مجموعهٔ اعداد اول یک رقمی باشد و $B=\{2k+1 \mid k \in A\}$، آن‌گاه مجموعهٔ A^2-B^2 چند زیر مجموعه دارد؟

۱) 2^7 ۲) 2^8 ۳) 2^9 ۴) 2^{12}

آزمون ۱۸ آبان

۱۵۲- در شکل مقابل قسمت هاشورخورده نشان دهندهٔ کدام مجموعه است؟



۱) $(A \cap C)-B$ ۲) $(A-C)-B$

۳) $A \cup (C-B)$ ۴) $(A-B) \cup (C-B)$

آزمون ۱۸ آبان

۱۵۳- هرگاه $(A' \cup B') \subseteq (A-B')$ باشد، کدام گزینه همواره درست است؟

۱) $A=\varnothing$ ۲) $B=\varnothing$ ۳) $A \subseteq B'$ ۴) $B' \subseteq A$

آزمون ۱۸ آبان

۱۵۴- اگر A، B و C مجموعه‌هایی دلخواه باشند، حاصل $(A \cap B' \cap C) \cup (A \cap C') \cup B$ کدام است؟

۱) $A \cup B$ ۲) $A \cap B$ ۳) $A \cup B \cup C$ ۴) $(A \cup B) \cap C$

آزمون ۱۸ آبا

۱۵۵- اگر $A=\{x\mid x\in Z,\mid ۲-x^۲\mid \leq ۶\}$ و $B=\{x\mid x\in N,\mid x-۳\mid \leq ۴\}$، آنگاه مجموعهٔ $(A\times B)\cap(B\times A)$ چند عضو دارد؟

۱) ۴ ۲) ۶ ۳) ۹ ۴) ۱۶

آزمون ۱۸ آبان

۱۵۶- مجموعهٔ $A_n=(۱-n,\frac{۱}{n})$ به ازای اعداد طبیعی n مفروض است. اگر $A=\bigcap_{n=۱}^{۴}A_n$ و $B=\bigcup_{n=۱}^{۴}A_n$، دراین‌صورت مجموعهٔ $(A\cup B)-(A\cap B)$ کدام است؟

۱) $(-۳,۰]\cup[\frac{۱}{۴},۱)$ ۲) $(۰,\frac{۱}{۴})$ ۳) $(-۳,۱)$ ۴) $(-۳,۰)\cup(\frac{۱}{۴},۱)$

آزمون ۱۸ آبان

۱۵۷- اگر A و B دو مجموعه باشند و $\big[(A-B)\cup(B-A)\big]\cup(A\cap B)=B$، آن‌گاه کدام گزینه همواره درست است؟

۱) $B\subseteq A$ ۲) $B-A=B$ ۳) $B'-A'=A$ ۴) $A'\cap B'=B'$

آزمون ۱۸ آبان

۱۵۸- اگر A و B دو مجموعه باشند به‌طوری‌که $B\subseteq A'$، حاصل $[A-(B'\cap A)]\cup(B-A)$ همواره کدام است؟

۱) A ۲) A' ۳) B ۴) B'

آزمون ۱۸ آبان

۱۵۹- اگر $A=\{x\in N\mid ۵<x^۲<۶۵\}$، $A\cap B=\{x\in N\mid x^۲-۹x+۲۰=۰\}$ و مجموعهٔ $(A-B)\times B$ دارای ۲۰ عضو باشد، مجموعهٔ $(A'-B')\times A$ دارای چند عضو است؟

۱) ۱۲ ۲) ۱۸ ۳) ۲۴ ۴) ۳۰

آزمون ۱۸ آبان

۱۶۰- اگر $A-B=\varnothing$ و $C'-A=\varnothing$ حاصل $(A\cap B)'\cup C$ همواره کدام است؟

۱) A' ۲) C ۳) $\varnothing$ ۴) B'

آزمون ۱۸ آبان

حسابان ۲ - ۲۰ سوال

۸۱- اگر نقطهٔ $(۲x_۰,y_۰)$ روی نمودار تابع $y=f(x)$ قرار داشته باشد، کدام نقطه روی نمودار تابع $y=-۲f\left(\frac{x-۳}{۲}\right)+y_۰$ قرار دارد؟

۱) $(۴x_۰+۳,y_۰)$ ۲) $(۴x_۰+۳,-y_۰)$ ۳) $\left(\frac{۲x_۰-۳}{۲},-y_۰\right)$ ۴) $\left(\frac{۲x_۰-۳}{۲},y_۰\right)$

www.riazisara.ir
دانلود از سایت ریاضی سرا

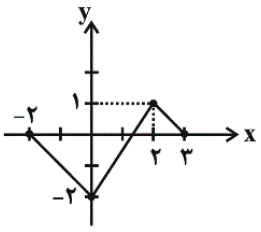
۸۲- دامنهٔ تابع $f(x+۳)=۲-x$ بازهٔ $[-۱,۲)$ است. برد $f(x)$ کدام است؟

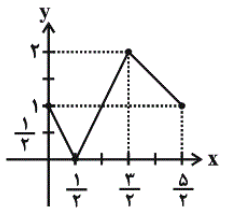
۱) $(۰,۳]$ ۲) $(۳,۶]$ ۳) $[۳,۷)$ ۴) $[-۲,۱)$

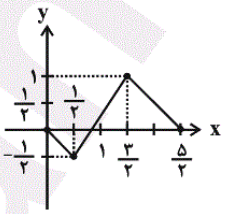
۸۳- نمودار تابع $y=f(x)$ مفروض است. اگر ابتدا نمودار را نسبت به محور yها قرینه کنیم، سپس آن را ۲ واحد در راستای محور xها به‌طرف راست منتقل کنیم و در انتها با ضریب ۲ آن را در راستای عمودی انبساط دهیم، کدام تابع به‌دست می‌آید؟

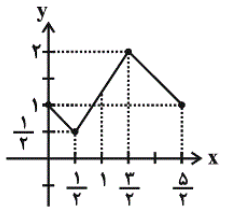
۱) $g(x)=۲f(-x-۲)$ ۲) $g(x)=۲f(-x+۲)$ ۳) $g(x)=\frac{۱}{۲}f(-x-۲)$ ۴) $g(x)=\frac{۱}{۲}f(-x+۲)$

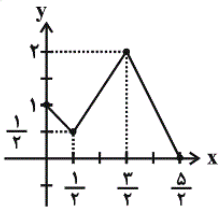
۸۴- نمودار تابع $y=f(x)$ به‌صورت مقابل است. نمودار تابع $y=-\frac{۱}{۲}f(۳-۲x)+۱$ کدام است؟



۱)


۲)


۳)


۴)


۸۵- اگر نمودار تابع $y=۲f^{-۱}(x-۱)+۳$ از نقطهٔ $(۳,۷)$ بگذرد، کدام نقطهٔ زیر، قطعاً روی نمودار تابع $y=f(x+۱)$ قرار ندارد؟

۱) $(۳,۲)$ ۲) $(۲,۴)$ ۳) $(۱,۲)$ ۴) $(۳,۴)$

www.riazisara.ir
دانلود از سایت ریاضی سرا

۸۶- تابع $f(x)=\begin{cases}۲ & ;x<-۱\\ k & ;-۱\le x<۱\\ -x & ;x\ge ۱\end{cases}$ بر روی دامنه‌اش نزولی است. k چند مقدار صحیح می‌تواند داشته باشد؟

۱) ۱ ۲) ۲

۳) ۳ ۴) ۴

آزمون ۱۸ آبان

۸۷- اگر تابع $f=\{(-۱,a-۱),(۰,a^۳-۱),(-۲,a)\}$ اکیداً نزولی باشد، حدود a کدام است؟

۱) $(-\infty,۰)\cup(۱,+\infty)$ ۲) $(-\infty,-۱)\cup(۱,+\infty)$ ۳) $(-\infty,۰)\cup(۰,۱)$ ۴) $(-\infty,-۱)\cup(۰,۱)$

آزمون ۱۸ آبان

۸۸- تابع $f=\{(-۶,۲),(۰,۴),(۶,۷),(۷,۹),(۲,m^۲-۳)\}$ غیریکنوا است. m چند عدد صحیح را نمی‌تواند بپذیرد؟

۱) صفر ۲) ۲ ۳) ۴ ۴) ۶

آزمون ۱۸ آبان

۸۹- کدام‌یک از موارد زیر در مورد تابع f با ضابطهٔ $f(x)=\begin{cases}|x+۱| & ;x\le -۱\\ -x^۲ & ;x\ge ۰\end{cases}$ درست است؟

۱) صعودی است ولی اکیداً صعودی نیست. ۲) اکیداً صعودی است.

۳) نزولی است ولی اکیداً نزولی نیست. ۴) اکیداً نزولی است.

آزمون ۱۸ آبان

۹۰- اگر $y=f(x)$ تابعی اکیداً یکنوا باشد، تابع $fof(x)$ کدام‌یک از ضابطه‌های زیر را نمی‌تواند داشته باشد؟

۱) $y=۳+x$ ۲) $y=x^۹$ ۳) $y=۴-x$ ۴) $y=۲x-۱$

آزمون ۱۸ آبان

۹۱- بزرگ‌ترین بازه برای k که در آن تابع نمایی $y=\left(\frac{۵-k}{۱-۳k}\right)^x$ همواره اکیداً صعودی باشد، کدام است؟

۱) $\left(-۱,\frac{۱}{۳}\right)$ ۲) $\left(-۲,\frac{۱}{۳}\right)$ ۳) $\left(-۳,\frac{۱}{۳}\right)$ ۴) $\left(-۴,\frac{۱}{۳}\right)$

آزمون ۱۸ آبان

www.riazisara.ir دانلود از سایت ریاضی سرا

۹۲- در تقسیم عبارت $p(x)=x^۴-۳x^۲+k$ بر $x+۳$، مقدار k کدام باشد تا باقی‌ماندهٔ تقسیم صفر باشد؟

۱) ۲۷ ۲) ۵۴ ۳) -۲۷ ۴) -۵۴

آزمون ۱۸ آبان

۹۳- اگر $(x-۱)$ یک عامل عبارت $p(x)=x^۴-x^۳+ax+۸$ باشد، معادلهٔ $p(x)=۰$ چند ریشهٔ دیگر دارد؟

۱) صفر ۲) ۱ ۳) ۲ ۴) ۳

آزمون ۱۸ آبان

۹۴- باقی‌ماندهٔ تقسیم عبارت $y(x)=x^۴-kx^۲-۳x+۱$ بر $x-۲$ برابر ۳ شده است. باقی‌ماندهٔ تقسیم $y(x)$ بر $x+۱$ کدام است؟

۱) ۴ ۲) ۳ ۳) ۲ ۴) ۱

آزمون ۱۸ آبان

۹۵- اگر چند جمله‌ای $x^۳-ax^۲+bx+۱۲$ بر $x-۳$ و $x-۴$ بخش‌پذیر باشد، حاصل $a\times b$ کدام است؟

۱) ۱۵ ۲) ۱۸ ۳) ۳۰ ۴) ۴۲

آزمون ۱۸ آبان

۹۶- اگر چند جمله‌ای $x^۳+ax^۲-(b-۱)x-b$ بر $x+۳$ و $x-۲$ بخش‌پذیر باشد، باقی‌ماندهٔ تقسیم آن بر $x+۴$ کدام است؟

۱) -۱۴ ۲) ۳۴ ۳) ۳۸ ۴) -۱۸

آزمون ۱۸ آبان

۹۷- باقی‌ماندهٔ تقسیم $p(x)=x^۷-۳x^۴+ax-۱$ بر $x-۱$، برابر ۲ و خارج قسمت آن $q(x)$ است. $q(-۱)$ کدام است؟

۱) -۷ ۲) -۶ ۳) ۶ ۴) ۷

آزمون ۱۸ آبان

۹۸- اگر باقی‌ماندهٔ تقسیم عبارت $p(x)$ بر $x^۲+۳x+۲$، $۲x+۱$ باشد، باقی‌ماندهٔ تقسیم عبارت $p(x-۱)-p(x-۲)$ بر x کدام است؟

۱) ۱ ۲) ۲ ۳) ۳ ۴) ۴

آزمون ۱۸ آبان

www.riazisara.ir دانلود از سایت ریاضی سرا

۹۹- اگر $f(x)=x^۴-۱۶=(x+۲)q(x)$ باشد، باقی‌ماندهٔ تقسیم $q(x)$ بر $x+۱$ کدام است؟

۱) ۱۶- ۲) ۱۵- ۳) ۵ ۴) ۱۲

آزمون ۱۸ آبان

۱۰۰- باقی‌ماندهٔ تقسیم عبارت $p(x)=x^۳-x^۲+kx+۴$ بر عبارت $x-۲$ برابر صفر است. حاصل‌جمع صفرهای تابع p کدام است؟

۱) ۲- ۲) ۲

۳) ۱ ۴) ۳

آزمون ۱۸ آبان

هندسه ۳- دوازدهم - ۱۰ سوال

۱۱۱- اگر $A=[a_{ij}]_{۳\times۳}$ ماتریسی ۳×۳ باشد و درایه‌ها از دستور $a_{ij}=\begin{cases}۱ & i+j \text{ مضرب ۳ باشد}\\ ۰ & i+j \text{ مضرب ۳ نباشد}\end{cases}$ پیروی کنند، مجموع درایه‌های واقع بر قطر اصلی کدام است؟

۱) صفر ۲) ۱ ۳) ۲ ۴) ۳

آزمون ۱۸ آبان

۱۱۲- مجموع درایه‌های یک ماتریس اسکالر ۳×۳، برابر ۱ است. حاصل‌ضرب درایه‌های قطر اصلی این ماتریس کدام است؟

۱) $\frac{۱}{۸}$ ۲) ۸

۳) $\frac{۱}{۲۷}$ ۴) ۲۷

آزمون ۱۸ آبان

۱۱۳- اگر $A=\begin{bmatrix}۲ & ۵ & ۴\\ ۰ & ۱ & ۱۰\\ ۰ & ۰ & ۳\end{bmatrix}$ باشد، آنگاه مجموع درایه‌های قطر اصلی $A^۴$ کدام است؟

۱) ۱۴ ۲) ۵۶ ۳) ۹۸ ۴) ۱۲۵

آزمون ۱۸ آبان

www.riazisara.ir
دانلود از سایت ریاضی سرا

۱۱۴- اگر $A=\begin{bmatrix}0 & 2 & 1\\ 0 & 0 & 3\\ 0 & 0 & 0\end{bmatrix}$ باشد، آنگاه ماتریس $A+A^2+A^3+A^4+A^5$ کدام است؟

۱) $\begin{bmatrix}0 & 1 & 2\\ 0 & 0 & 3\\ 0 & 0 & 0\end{bmatrix}$

۲) $\bar{O}$

۳) $\begin{bmatrix}0 & 2 & 7\\ 0 & 0 & 3\\ 0 & 0 & 0\end{bmatrix}$

۴) $\begin{bmatrix}0 & 1 & 7\\ 0 & 0 & 2\\ 0 & 0 & 0\end{bmatrix}$

آزمون ۱۸ آبان

۱۱۵- اگر $A=\begin{bmatrix}1 & 0\\ -1 & 3\end{bmatrix}$، $B=\begin{bmatrix}a & 1\\ 0 & 2\end{bmatrix}$ و $A^{-1}B=\frac{1}{3}\begin{bmatrix}6 & 3\\ 2 & 3\end{bmatrix}$ باشد، a کدام است؟

۱) ۲ ۲) ۱ ۳) -۱ ۴) -۲

آزمون ۱۸ آبان

۱۱۶- اگر $A^2=A+2I$ باشد، وارون ماتریس A کدام است؟

۱) $A-\frac{I}{2}$

۲) $\frac{A-I}{2}$

۳) $\frac{A}{2}-I$

۴) $\frac{A}{3}+I$

آزمون ۱۸ آبان

۱۱۷- چند ماتریس مربعی وارون‌پذیر مرتبهٔ ۲ وجود دارد که درایه‌های آنها فقط صفر و ۱ باشد؟

۱) ۱۶ ۲) ۲ ۳) ۴ ۴) ۶

آزمون ۱۸ آبان

۱۱۸- اگر A ماتریسی 2×2 و غیرصفر باشد به‌طوری که $A^2=A$ و $I+\lambda A$ وارون ماتریس $I-3A$ باشد، آنگاه λ کدام است؟

۱) $-\frac{2}{3}$

۲) $-\frac{3}{2}$

۳) $\frac{3}{4}$

۴) $-\frac{3}{4}$

www.riazisara.ir دانلود از سایت ریاضی سرا

آزمون ۱۸ آبان

۱۱۹- اگر $\begin{bmatrix} a & b \\ c & d \end{bmatrix}\begin{bmatrix} ۱ & ۲ \\ ۳ & ۴ \end{bmatrix}=\begin{bmatrix} ۷ & ۱۲ \\ -۱۱ & -۱۶ \end{bmatrix}$ باشد، آنگاه $a+b+c+d$ کدام است؟

۱) صفر
۲) ۱-
۳) ۲
۴) ۲-

آزمون ۱۸ آبان

۱۲۰- اگر دستگاه معادلات $\begin{cases} ax-۳y=۱ \\ ۲۰x+by=۵ \end{cases}$ بی‌شمار جواب داشته باشد، کدام دستگاه معادلات، جواب منحصربه‌فرد دارد؟

۱) $\begin{cases} ۱۵x-۴y=۱ \\ bx+ay=۳ \end{cases}$
۲) $\begin{cases} ax-۱۵y=۱ \\ ۴x+by=۵ \end{cases}$
۳) $\begin{cases} ax+۱۵y=۵ \\ bx+ay=۳ \end{cases}$
۴) $\begin{cases} ax+by=۲ \\ ۳ax+۳by=۵ \end{cases}$

آزمون ۱۸ آبان

ریاضی پایه - دوازدهم - ۱۰ سوال

۱۰۱- اگر اشتراک دو بازهٔ $[-a, ۲a+۷]$ و $[-۱, ۱]$ تهی باشد، a چند مقدار صحیح را می‌تواند بپذیرد؟

۱) ۱
۲) ۲
۳) ۳
۴) ۴

آزمون ۱۸ آبان

۱۰۲- همهٔ دانش‌آموزان یک کلاس، حداقل در یکی از دروس ریاضی و فیزیک مردود شده‌اند. ۱۵٪ این کلاس در ریاضی قبول و ۷۰٪ آن در فیزیک مردود شده‌اند. چند درصد کلاس فقط در یک درس مردود شده‌اند؟

۱) ۵۵
۲) ۳۰
۳) ۴۵
۴) ۱۵

آزمون ۱۸ آبان

۱۰۳- در دنبالهٔ $b_n=\frac{n}{-۱۰+۳n}$، کوچک‌ترین جمله کدام است؟

۱) $-\frac{۱}{۷}$
۲) $-\frac{۱}{۲}$
۳) $-\frac{۲}{۳}$
۴) -۳

آزمون ۱۸ آبان

۱۰۴- اضلاع یک مثلث قائم‌الزاویه، جملات متوالی یک دنبالهٔ هندسی هستند. سینوس کوچک‌ترین زاویه در این مثلث کدام است؟

۱) $\sqrt{\frac{-۱+\sqrt{۵}}{۲}}$
۲) $\frac{\sqrt{-۱+\sqrt{۵}}}{۲}$
۳) $\frac{-۱+\sqrt{۵}}{۲}$
۴) $\frac{-۱+\sqrt{۵}}{۴}$

آزمون ۱۸ آبان

www.riazisara.ir
دانلود از سایت ریاضی سرا

۱۰۵- در یک دنبالهٔ حسابی $S_{۱۶} - S_{۹} = ۴۹$ است. مجموع بیست و پنج جملهٔ اول این دنباله کدام است؟ (S_n، مجموع n جملـهٔ اول دنباله است.)

۱) ۱۴۵ ۲) ۱۵۵ ۳) ۱۶۵ ۴) ۱۷۵

آزمون ۱۸ آبان

۱۰۶- اعداد زوج طبیعی را به شکل زیر به گونه‌ای دسته‌بندی می‌کنیم که تعداد اعداد هر دسته با شمارهٔ آن برابر باشد. مجموع همـهٔ اعداد دستهٔ دهم کدام است؟ $(۲),(۴,۶),(۸,۱۰,۱۲),...$

۱) ۹۰۹ ۲) ۹۶۵ ۳) ۱۲۱۰ ۴) ۱۰۱۰

آزمون ۱۸ آبان

۱۰۷- در دنبالهٔ حسابی $\{-۸,-۱,...,۵۵\}$، مجموع n جملهٔ اول دنباله S_n و مجموع n جملـهٔ آخـر آن P_n اسـت. $P_n + S_n$ یـک دنبالهٔ ..... با قدرنسبت ..... است.

۱) حسابی - ۷۰ ۲) حسابی - ۴۷ ۳) هندسی - ۷۰ ۴) هندسی - ۴۷

آزمون ۱۸ آبان

۱۰۸- به یک ظرف بسیار بزرگ در ابتدا ۲ لیتر آب اضافه می‌کنیم و پس از آن در هر مرحله، دو برابر حجم آب اضافه‌شـده در مرحلـهٔ قبل به آن آب اضافه می‌کنیم. پس از چند مرحله، حداقل ۵۰۰ لیتر آب به ظرف اضافه کرده‌ایم؟

۱) ۷ ۲) ۸ ۳) ۹ ۴) ۱۰

آزمون ۱۸ آبان

۱۰۹- در یک دنبالهٔ هندسی، مجموع بیست جملهٔ اول، A واحد بیشتر از مجموع سیزده جملهٔ اول است. و مجموع ده جملـهٔ اول، B واحد کمتر از مجموع هفده جملهٔ اول است. قدرنسبت این دنبالهٔ هندسی کدام است؟

۱) $\frac{A}{B}$ ۲) $\sqrt[۳]{\frac{A}{B}}$ ۳) $\sqrt[۵]{\frac{A}{B}}$ ۴) $\sqrt[۷]{\frac{A}{B}}$

آزمون ۱۸ آبان

۱۱۰- در ۲۰ جملهٔ اول یک دنبالهٔ هندسی با قدرنسبت q و جملهٔ اول ۳، مجموع جملات شمارهٔ زوج، ۴ برابر مجموع جمـلات شـمارهٔ فرد می‌باشد. در این دنباله، جملهٔ هجدهم چند برابر جملهٔ هفدهم است؟

۱) ۳ ۲) ۵ ۳) ۴ ۴) ۶

آزمون ۱۸ آبان

ریاضي گسسته دوازدهم - گواه - ۱۰ سوال

۱۳۱- کدام یک از قضایای شرطی زیر نادرست می‌باشند؟

۱) اگر $x^۲-۳x+۲=۰$، آنگاه $x=۱$ یا $x=۲$.

۲) اگر x و y دو عدد طبیعی باشند، آنگاه $\frac{x+y}{۲}>\sqrt{xy}$.

۳) اگر $x>۰$، آنگاه $x+\frac{۱}{x}\geq ۲$.

۴) اگر $x\in R$ باشد، آنگاه عبارت $x^۲-x+۳$ همواره مثبت است.

آزمون ۱۸ آبان

۱۳۲- به ازای چند n طبیعی کوچک‌تر از ۱۰۰، $\frac{n^۲(n+۱)^۲}{۴}$ زوج است؟

۱) ۴۸ ۲) ۴۹

۳) ۵۰ ۴) ۵۱

آزمون ۱۸ آبان

۱۳۳- اگر $a|۱۸$ و $b|۱۸$، آنگاه کدام رابطه درست نیست؟ $(a,b\in\mathbb{N})$

۱) $۶|b$ ۲) $a|۳b$

۳) $a|۵۴$ ۴) $۳a|b$

آزمون ۱۸ آبان

۱۳۴- اگر $a^۳|b^۲$ آنگاه کدام‌یک از روابط زیر درست نیست؟ $(a,b\in\mathbb{N})$

۱) $a|b$ ۲) $a^۴|b^۳$

۳) $a^۵|b^۳$ ۴) $a^۷|b^۵$

آزمون ۱۸ آبان

۱۳۵- اگر $(a\ ,۴)=۲$ و $(b,۴)=۲$، کدام رابطهٔ زیر درست است؟

۱) $(a+b\ ,۴)=۲$ ۲) $(ab\ ,۴)=۴$

۳) $(a+b\ ,۴)=۸$ ۴) $(ab\ ,۴)=۲$

آزمون ۱۸ آبان

www.riazisara.ir دانلود از سایت ریاضی سرا

۱۳۶- باقی‌ماندهٔ تقسیم عدد a بر ۹ برابر ۴ و بر ۱۲ برابر ۷ است. باقی‌ماندهٔ تقسیم $3a+2$ بر ۱۸ کدام است؟

۱) ۵
۲) ۱۱
۳) ۱۳
۴) ۱۵

آزمون ۱۸ آبان

۱۳۷- در تقسیم عدد طبیعی a بر ۳۷، باقی‌ماندهٔ تقسیم از مربع خارج قسمت آن ۲ واحد کم‌تر است. بزرگ‌ترین مقدار a مضرب کدام عدد است؟

۱) ۹
۲) ۱۲
۳) ۱۴
۴) ۱۶

آزمون ۱۸ آبان

۱۳۸- باقی‌ماندهٔ تقسیم عدد 13^{43} بر عدد ۱۷ کدام است؟

۱) ۳
۲) ۴
۳) ۵
۴) ۶

آزمون ۱۸ آبان

۱۳۹- اگر باقی‌ماندهٔ تقسیم عددهای ۶۸ و ۱۴۵ بر m، دو عدد مساوی باشند و $m \neq 1$، باقی‌ماندهٔ تقسیم ۱۶۰ بر m کدام است؟ $(m \in \mathbb{N})$

۱) صفر
۲) ۶
۳) ۷
۴) ۱۱

آزمون ۱۸ آبان

۱۴۰- عدد $a+3^{15}$ بر عدد ۱۷ بخش‌پذیر است. کوچک‌ترین عدد طبیعی a کدام است؟

۱) ۵
۲) ۶
۳) ۱۱
۴) ۱۲

آزمون ۱۸ آبان

www.riazisara.ir
دانلود از سایت ریاضی سرا

دانلود از سایت ریاضی سرا
www.riazisara.ir

۱۴۱- (محمد خندان)

با توجه به اینکه مساحت ذوزنقهٔ MNCB هشت برابر مساحت مثلث AMN است، می‌توان نوشت:

$$S_{\Delta ABC} = S_{\Delta AMN} + S_{MNCB} = S_{\Delta AMN} + ۸S_{\Delta AMN} = ۹S_{\Delta AMN}$$

با توجه به این که $BC \| MN$ است، می‌توان نتیجه گرفت که دو مثلث AMN و ABC متشابه هستند. پس:

$$\frac{S_{\Delta ABC}}{S_{\Delta AMN}} = \left(\frac{AB}{AM}\right)^۲ = ۹ \Rightarrow \frac{AB}{AM} = ۳ \Rightarrow AB = ۳AM$$

$$\Rightarrow AM + MB = ۳AM \Rightarrow \frac{MB}{MA} = ۲$$

(هندسه ۱- قضیهٔ تالس، تشابه و کاربردهای آن: صفحه‌های ۴۶ و ۴۷)

۱ ۲✓ ۳ ۴

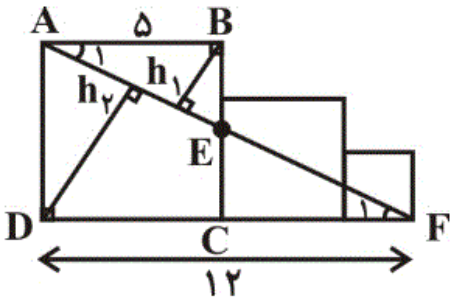
آزمون ۱۸ آبان

-۱۴۲

مثلث‌های ABE و ADF به حالت دو زاویه متشابه‌اند، زیرا:

$$\left.\begin{array}{l} AB \parallel DF \\ \text{مورب } AF \end{array}\right\} \Rightarrow \hat{A}_1 = \hat{F}_1 \quad \left.\begin{array}{l} \\ \\ \hat{B} = \hat{D} = 90^\circ \end{array}\right\} \longrightarrow \overset{\Delta}{ABE} \sim \overset{\Delta}{ADF}$$

می‌دانیم که نسبت ارتفاع‌های متناظر در دو مثلث متشابه برابر با نسبت تشابه است:



$$\frac{h_2}{h_1} = \frac{DF}{AB} = \frac{12}{5} = 2/4$$

(هندسه ۱- قضیهٔ تالس، تشابه و کاربردهای آن: صفحه‌های ۴۶ و ۴۷)

۱ ✓ ۲ ۳ ۴

آزمون ۱۸ آبان

www.riazisara.ir
دانلود از سایت ریاضی سرا

$$\text{(نسبت تشابه)}\ k_1 = \frac{EC}{AD} \Rightarrow k_1 = \frac{۸}{۶} = \frac{۴}{۳}$$

$$\Rightarrow \frac{S_{\overset{\Delta}{FEC}}}{S_{\overset{\Delta}{ADF}}} = k_1^۲ = \frac{۱۶}{۹} \qquad (*)$$

دو مثلث FEC و ABC هم مشابه‌اند، پس خواهیم داشت:

$$\text{(نسبت تشابه)}\ k_۲ = \frac{EC}{BC} \Rightarrow k_۲ = \frac{۸}{۱۴} = \frac{۴}{۷} \Rightarrow \frac{S_{\overset{\Delta}{FEC}}}{S_{\overset{\Delta}{ABC}}} = \frac{۱۶}{۴۹} \qquad (**)$$

$$\xrightarrow{(*)\ ,\ (**)} \frac{S_{\overset{\Delta}{ADF}}}{S_{\overset{\Delta}{ABC}}} = \frac{۱۶}{۴۹} \times \frac{۹}{۱۶} = \frac{۹}{۴۹}$$

(هندسه ۱- قضیهٔ تالس، تشابه و کاربردهای آن: صفحه‌های ۴۶ و ۴۷)

۱ ۲ ۳ ۴✓

آزمون ۱۸ آبان

www.riazisara.ir دانلود از سایت ریاضی سرا

دو مثلث ABC و EAF در حالت متناسب بودن دو ضلع و تساوی زاویهٔ بین این دو ضلع متشابه‌اند، زیرا $E\hat{A}F = B\hat{A}C$ است و داریم:

$$\frac{AF}{AC} = \frac{۴}{۸} = \frac{۱}{۲} \;,\; \frac{AE}{AB} = \frac{۳}{۶} = \frac{۱}{۲} \Rightarrow \frac{AE}{AB} = \frac{AF}{AC}$$

در دو مثلث متشابه، نسبت طول‌های دو جزء فرعی متناظر، مساوی نسبت تشابه است.

$$\frac{AD'}{AD} = \frac{AE}{AB} = \frac{۱}{۲} \Rightarrow \frac{m+۳}{۶m+۴} = \frac{۱}{۲} \Rightarrow m = \frac{۱}{۲}$$

(هندسه ۱- قضیهٔ تالس، تشابه و کاربردهای آن: صفحه‌های ۴۶ و ۴۷)

۱ ۲ ۳✓ ۴

آزمون ۱۸ آبان

-۱۴۵ (سینا محمدپور)

در هر n ضلعی تعداد قطرها $\frac{n(n-۳)}{۲}$ است. بنابراین:

$$\text{تعداد ضلع‌ها} = \text{تعداد قطرها} \Rightarrow \frac{n(n-۳)}{۲} = n \Rightarrow n-۳ = ۲ \Rightarrow n = ۵$$

مجموع اندازهٔ زاویه‌های داخلی هر n ضلعی برابر $۱۸۰^\circ(n-۲)$ است.

پس:

$$۱۸۰^\circ(۵-۲) = ۱۸۰^\circ \times ۳ = ۵۴۰^\circ$$

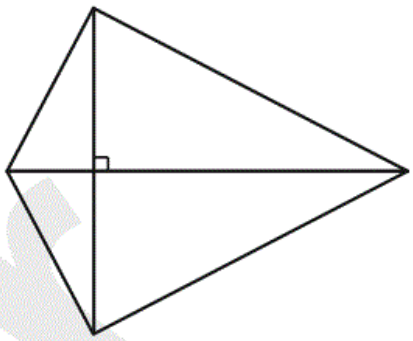
(هندسه ۱- چندضلعی‌ها: صفحهٔ ۵۵)

۱ ۲✓ ۳ ۴

آزمون ۱۸ آبان

-۱۴۶ (محمد خندان)

گزینه‌های «۱»، «۲» و «۴» قضیه‌های دو شرطی هستند. اما برای عکس قضیهٔ گزینهٔ «۳»، «اگر در یک چهارضلعی اندازهٔ دو قطر مساوی و عمود بر هم باشند، آن‌گاه چهارضلعی مربع است.» مثال نقض وجود دارد، مانند شکل زیر:



(هندسه ۱- چندضلعی‌ها: صفحه‌های ۵۶ تا ۶۳)

۱ ۲ ۳✓ ۴

آزمون ۱۸ آبان

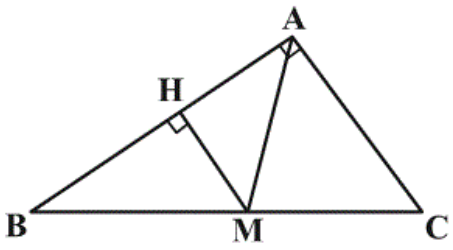
www.riazisara.ir دانلود از سایت ریاضی سرا

-۱۴۷

در هر مثلث قائم‌الزاویه، طول میانهٔ وارد بر وتر، نصف طول وتر است.

$$BC = ۲AM = ۱۲ \Rightarrow BM = ۶$$

اگر مثلث قائم الزاویه‌ای زاویهٔ ۳۰° داشته باشد، طول ضلع روبه‌رو به این زاویه، نصف طول وتر است، پس در مثلث قائم‌الزاویهٔ BMH داریم:



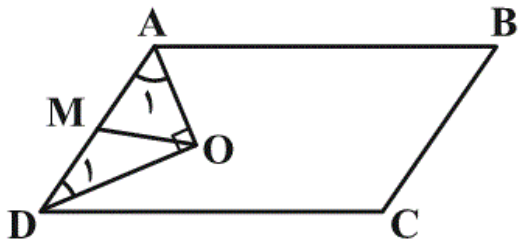
$$\hat{B} = ۳۰^\circ \Rightarrow MH = \frac{۱}{۲}BM = ۳$$

(هندسه ۱- چندضلعی‌ها: صفحه‌های ۶۰ و ۶۴)

۱ ✓ ۲ ۳ ۴

آزمون ۱۸ آبان

-۱۴۸ (علی فتح‌آبادی)



می‌دانیم در هر متوازی‌الاضلاع، هر دو زاویهٔ مجاور، مکمل یکدیگرند، بنابراین داریم:

$$\hat{A}+\hat{D}=۱۸۰^\circ \Rightarrow \frac{\hat{A}}{۲}+\frac{\hat{D}}{۲}=۹۰^\circ \Rightarrow \hat{A}_۱+\hat{D}_۱=۹۰^\circ$$

$$\xrightarrow{\overset{\Delta}{AOD}} \hat{O}=۹۰^\circ$$

یعنی مثلث AOD قائم‌الزاویه است و فاصلهٔ نقطهٔ O از وسط ضلع AD، برابر طول میانهٔ وارد بر وتر می‌باشد. با توجه به این که طول میانهٔ وارد بر وتر، نصف طول وتر است، پس داریم:

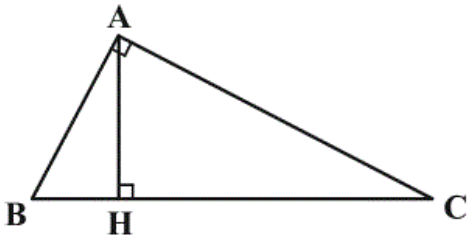
$$OM=\frac{۱}{۲}AD=\frac{۱}{۲}\times ۶=۳$$

(هندسه ۱- چندضلعی‌ها؛ صفحه‌های ۵۶ تا ۶۰)

۱ ۲ ۳✓ ۴

آزمون ۱۸ آبان

www.riazisara.ir دانلود از سایت ریاضی سرا



با توجه به فرض مسئله $S_{\Delta ABC} = ۲AH^۲$ است. از طرفی با توجه به شکل $S_{\Delta ABC} = \frac{۱}{۲} AH \times BC$ می‌باشد، پس:

$$\Rightarrow ۲AH^۲ = \frac{۱}{۲} AH \times BC \Rightarrow AH = \frac{BC}{۴}$$

یعنی در مثلث قائم‌الزاویهٔ ABC، طول ارتفاع وارد بر وتر، $\frac{۱}{۴}$ طول وتر است. طبق تمرین ۶ صفحهٔ ۶۴ کتاب درسی، اندازهٔ یک زاویهٔ داخلی این مثلث قائم‌الزاویه ۱۵° و در نتیجه اندازهٔ بزرگ‌ترین زاویهٔ خارجی آن برابر $۱۸۰^\circ - ۱۵^\circ = ۱۶۵^\circ$ است.

(هندسه ۱- چندضلعی‌ها: صفحهٔ ۶۴)

۱ ۲ ۳ ۴✓

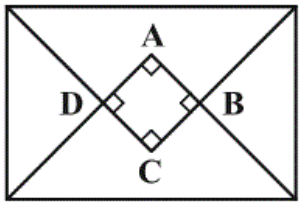
آزمون ۱۸ آبان

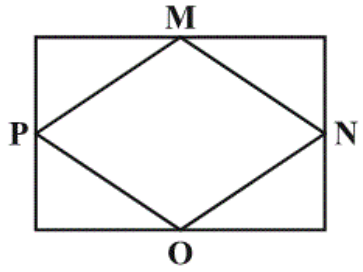
www.riazisara.ir دانلود از سایت ریاضی سرا

از تقاطع نیمسازهای زوایای داخلی یک مستطیل به طول ضلع‌های a و b، یک مربع به طول ضلع $\frac{\sqrt{۲}}{۲}|a-b|$ تشکیل می‌شود.

پس مساحت چهارضلعی $ABCD$ برابر $\left(\frac{\sqrt{۲}}{۲}(۳-۲)\right)^۲ = \frac{۱}{۲}$ است و چهارضلعی حاصل از وصل کردن وسط‌های اضلاع همان مستطیل، لوزی $MNOP$ است که مساحت آن نصف مساحت مستطیل است، پس $S_{MNOP} = \frac{۲\times ۳}{۲} = ۳$، بنابراین:

$$\frac{S_{MNOP}}{S_{ABCD}} = \frac{۳}{\frac{۱}{۲}} = ۶$$





(هندسه ۱- چندضلعی‌ها: صفحه‌های ۶۳ و ۶۴)

۱ ۲✓ ۳ ۴

آزمون ۱۸ آبان

www.riazisara.ir دانلود از سایت ریاضی سرا

۱۲۱- (هومن نورائی)

می‌دانیم جمع و تفریق عدد گویا و گنگ همواره گنگ است. بنابراین با توجه به آنکه $\alpha+\beta$ گویا و β گنگ است پس جمع آنها یعنی $\alpha+2\beta$ گنگ می‌شود. از طرفی وقتی β گنگ است پس 2β نیز گنگ است. در نتیجه $\underbrace{(\alpha+\beta)}_{\text{گویا}} - \underbrace{2\beta}_{\text{گنگ}} = \alpha-\beta$ نیز گنگ خواهد بود.

(ریاضیات گسسته - آشنایی با نظریهٔ اعداد: مشابه تمرین ۳ صفحهٔ ۸)

۱ ✓ ۲ ۳ ۴

آزمون ۱۸ آبان

۱۲۲- (علیرضا شریف‌خطیبی)

با مثال مقابل می‌توان گزینه‌های نادرست را مشخص کرد $\underset{۴\times ۳ = ۶\times ۲}{b\ c\ a\ d}$

گزینهٔ «۱» نادرست است. $۳^۲ \nmid ۶\times ۲$

گزینهٔ «۲» نادرست است. $۳\neq ۶$ و $۴\neq ۲$

گزینهٔ «۴» نادرست است. $۴\times ۹ \nmid ۶\times ۲$

اثبات درستی گزینهٔ «۳» $ad = bc \Rightarrow a \mid bc \Rightarrow a \mid bc^۲$

(ریاضیات گسسته - آشنایی با نظریهٔ اعداد: صفحه‌های ۹ تا ۱۲)

۱ ۲ ۳ ✓ ۴

آزمون ۱۸ آبان

www.riazisara.ir دانلود از سایت ریاضی سرا

۱۲۳- (سیدوحید ذوالفقاری)

$$x-۲\,|\,۴x+۱ \Rightarrow x-۲\,|\,۴x+۱-۴(x-۲)$$

$$\Rightarrow x-۲\,|\,۹ \Rightarrow \begin{cases} x-۲=\pm ۱ \\ x-۲=\pm ۳ \\ x-۲=\pm ۹ \end{cases}$$

برای نقاطی که در ربع دوم قرار دارند، $x<۰$ و $y>۰$ می‌باشد. پس جواب‌هایی را انتخاب می‌کنیم که $x<۰$ یا $x-۲<-۲$ باشد. یعنی دو جواب برای x داریم:

$$x-۲=-۹ \Rightarrow x=-۷\ ,\ x-۲=-۳ \Rightarrow x=-۱$$

حال باید مقدار y را به‌ازای این دو مقدار x بیابیم:

$$x=-۱ \Rightarrow y=\frac{-۳}{-۳}=۱ \Rightarrow \text{در ربع دوم است}$$

$$x=-۷ \Rightarrow y=\frac{-۲۷}{-۹}=۳ \Rightarrow \text{در ربع دوم است}$$

پس دو نقطه با مختصات صحیح در ربع دوم داریم.

(ریاضیات گسسته - آشنایی با نظریهٔ اعداد: صفحه‌های ۹ تا ۱۲)

۱ ۲✓ ۳ ۴

آزمون ۱۸ آبان

۱۲۴- (جواد حاتمی)

$$\left(n^۲+n, ۳n-۱\right)=d \Rightarrow \begin{cases} d\,|\,n^۲+n \xrightarrow{\times ۳} d\,|\,۳n^۲+۳n \\ d\,|\,۳n-۱ \xrightarrow{\times n} d\,|\,۳n^۲-n \end{cases} \Rightarrow d\,|\,۴n$$

$$\begin{cases} d\,|\,۴n \xrightarrow{\times ۳} d\,|\,۱۲n \\ d\,|\,۳n-۱ \xrightarrow{\times ۴} d\,|\,۱۲n-۴ \end{cases} \Rightarrow d\,|\,۴ \Rightarrow d=۱ \text{ یا } ۲ \text{ یا } ۴$$

(ریاضیات گسسته - آشنایی با نظریهٔ اعداد: صفحه‌های ۹ تا ۱۴)

۱ ۲ ۳✓ ۴

آزمون ۱۸ آبان

www.riazisara.ir دانلود از سایت ریاضی سرا

۱۲۵- (محمدمصطفی پورکندلوس)

$$\begin{cases} a = 19q + 3 \\ b = 19q' + 17 \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} 5a = 19(5q) + 15 = 19q_1 + 15 \\ -2b = 19(-2q') - 34 = 19q_2 - 34 \end{cases}$$

$$5a - 2b = 19q_1 + 15 + 19q_1 - 34 = 19q_1 + 19q_2 - 19$$

$$= 19(q_1 + q_2 - 1)$$

بنابراین باقی‌ماندهٔ تقسیم، برابر صفر است.

(ریاضیات گسسته - آشنایی با نظریهٔ اعداد: صفحه‌های ۱۴ تا ۱۶)

۱ ۲ ۳ ۴✓

آزمون ۱۸ آبان

۱۲۶- (سروش موئینی)

$$\begin{cases} a = bq + r \\ 0 \le r < b \end{cases} \xrightarrow[r=25]{q=11} \begin{cases} a = 11b + 25 \\ 25 < b \end{cases}$$

حالا به b مقدارهای ۲۶ و ۲۷ و ... را می‌دهیم تا a بر ۷ تقسیم‌پذیر باشد.

b	۲۶	۲۷
a	۳۱۱ ✗	۳۲۲ ✓

پس $a_{min} = 322$ در نتیجه رقم وسط برابر ۲ است.

(ریاضیات گسسته - آشنایی با نظریهٔ اعداد: صفحه‌های ۱۴ تا ۱۶)

۱ ۲✓ ۳ ۴

آزمون ۱۸ آبان

۱۲۷- (هومن نورائی)

$$8a - 5 \overset{11}{\equiv} 1 - 4a \Rightarrow 12a \overset{11}{\equiv} 6 \xrightarrow[(6,11)=1]{\div 6} 2a \overset{11}{\equiv} 1 \overset{11}{\equiv} 12 \xrightarrow[(11,2)=1]{\div 2}$$

$$a \overset{11}{\equiv} 6 \Rightarrow \begin{cases} a^2 \overset{11}{\equiv} 36 \\ 3a \overset{11}{\equiv} 18 \end{cases} \Rightarrow a^2 - 3a \overset{11}{\equiv} 18 \Rightarrow a^2 - 3a + 2 \overset{11}{\equiv} 20 \overset{11}{\equiv} 9$$

(ریاضیات گسسته - آشنایی با نظریهٔ اعداد: صفحه‌های ۱۸ تا ۲۲)

۱ ۲ ۳ ۴✓

آزمون ۱۸ آبان

www.riazisara.ir دانلود از سایت ریاضی سرا

۱۲۸- (رضا پورحسینی)

$$۲^۵ = ۳۲ \overset{۳۱}{\equiv} ۱ \xrightarrow{\text{به توان ۱۴}} ۲^{۷۰} \overset{۳۱}{\equiv} ۱ \xrightarrow{\times ۲} ۲^{۷۱} \overset{۳۱}{\equiv} ۲$$

(ریاضیات گسسته - آشنایی با نظریهٔ اعداد: صفحه‌های ۱۸ تا ۲۱)

۱ ۲ ۳✓ ۴

آزمون ۱۸ آبان

۱۲۹- (مختار منصوری)

$$۵^{۲۱۲} \overset{۳۱}{\equiv} \left(۵^۳\right)^{۷۰} \times ۵^۲ \overset{۳۱}{\equiv} (۱۲۵)^{۷۰} \times ۲۵ \overset{۳۱}{\equiv} ۱^{۷۰} \times ۲۵ \overset{۳۱}{\equiv} ۲۵$$

$$\Rightarrow ۵^{۲۱۲} + a \overset{۳۱}{\equiv} ۲۵ + a \overset{۳۱}{\equiv} ۰ \Rightarrow a_{min} = ۶$$

(ریاضیات گسسته - آشنایی با نظریهٔ اعداد: صفحه‌های ۱۸ تا ۲۱)

۱ ۲ ۳ ۴✓

آزمون ۱۸ آبان

۱۳۰- (جواد حاتمی)

گزینهٔ «۴»: $۲۴x \overset{۱۵}{\equiv} ۴۲y \xrightarrow[(۱۵,۶)=۳]{\div ۶} ۴x \overset{۵}{\equiv} ۷y$

$$\Rightarrow \begin{cases} \text{گزینهٔ «۲»:} & ۴x \overset{۵}{\equiv} ۲y \xrightarrow[(۵,۲)=۱]{\div ۲} ۲x \overset{۵}{\equiv} y \\ \text{گزینهٔ «۱»:} & ۴x \overset{۵}{\equiv} ۱۲y \xrightarrow[(۵,۴)=۱]{\div ۴} x \overset{۵}{\equiv} ۳y \end{cases}$$

با انتخاب $x = ۷$ و $y = ۴$ نیز می‌توان نشان داد که گزینهٔ «۳» نادرست است.

(ریاضیات گسسته - آشنایی با نظریهٔ اعداد: صفحهٔ ۲۲)

۱ ۲ ۳✓ ۴

آزمون ۱۸ آبان

۱۵۱- (نوید مجیدی)

$A=\{۲,۳,۵,۷\}$ و $B=\{۵,۷,۱۱\}$

حال از جبر مجموعه‌ها می‌توانیم به سادگی ثابت کنیم که $|A^۲-B^۲|=|A|^۲-|A\cap B|^۲$، پس از آن‌جا که $A\cap B=\{۵,۷\}$؛ خواهیم داشت:

$$\left|A^۲-B^۲\right|=۴^۲-۲^۲=۱۶-۴=۱۲$$

$$\Rightarrow (A^۲-B^۲) \text{ شمار زیرمجموعه‌های } = ۲^{|A^۲-B^۲|}=۲^{۱۲}$$

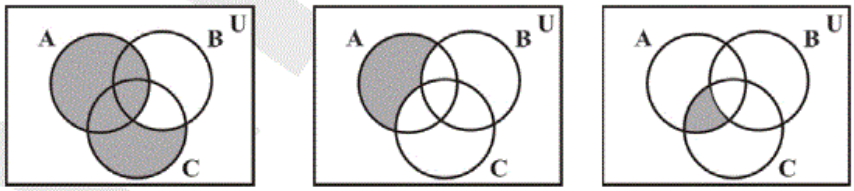
(آمار و احتمال - آشنایی با مبانی ریاضیات: صفحه‌های ۳۵ تا ۳۸)

۱ ۲ ۳ ۴✓

آزمون ۱۸ آبان

۱۵۲- (علیرضا شریف‌خطیبی)

نمودار ون هر یک از گزینه‌های دیگر به صورت زیر است:



(۱) (۲) (۳)

(آمار و احتمال - آشنایی با مبانی ریاضیات: صفحه‌های ۲۶ تا ۳۴)

۱ ۲ ۳ ۴✓

آزمون ۱۸ آبان

۱۵۳- (محمدرضا دلاورنژاد)

$$\begin{cases} A-B'=A\cap (B')'=A\cap B \\ A'\cup B' \overset{\text{قانون دمورگان}}{=\!=\!=} (A\cap B)' \end{cases} \Rightarrow A\cap B\subseteq (A\cap B)'$$

پس الزاماً $A\cap B=\varnothing$ می‌باشد. زیرا هیچ مجموعه‌ای به غیر از تهی، زیرمجموعهٔ متمم خودش نیست. بنابراین، $A\subseteq B'$ یا $B\subseteq A'$ می‌باشد، زیرا:

$$A\cap B=\varnothing \Rightarrow (A\cap B)\cup B'=\varnothing\cup B'$$

$$\Rightarrow (A\cup B')\cap (B\cup B')=B' \Rightarrow A\cup B'=B' \Rightarrow A\subseteq B'$$

به دلیل مشابه، $B\subseteq A'$ می‌باشد.

(آمار و احتمال - آشنایی با مبانی ریاضیات: صفحه‌های ۲۶ تا ۳۴)

۱ ۲ ۳✓ ۴

آزمون ۱۸ آبان

www.riazisara.ir دانلود از سایت ریاضی سرا

۱۵۴- (کاظم باقرزاده چهره)

$$(A\cap B'\cap C)\cup B = B\cup[B'\cap(A\cap C)]$$

$$= \overbrace{(B\cup B')}^{U}\cap(B\cup(A\cap C)) = B\cup(A\cap C)$$

$$\Rightarrow B\cup(A\cap C)\cup(A\cap C') = B\cup(A\cap(C\cup C')) = B\cup(A\cap U) = B\cup A$$

(آمار و احتمال - آشنایی با مبانی ریاضیات: صفحه‌های ۲۶ تا ۳۴)

۱ ✓ ۲ ۳ ۴

آزمون ۱۸ آبان

۱۵۵- (علیرضا شریف‌خطیبی)

ابتدا متذکر می‌شویم که: $n[(A\times B)\cap(B\times A)] = (n(A\cap B))^2$

حال اعضای دو مجموعهٔ A و B را مشخص می‌کنیم:

$$A: |2-x^2|\le 6 \Rightarrow -6\le 2-x^2\le 6 \Rightarrow -8\le -x^2\le 4$$

$$\Rightarrow -4\le x^2\le 8 \Rightarrow x^2\le 8 \xrightarrow{x\in Z} A=\{-2,-1,0,1,2\} \quad (I)$$

$$B: |x-3|\le 4 \Rightarrow -4\le x-3\le 4 \Rightarrow -1\le x\le 7$$

$$\xrightarrow{x\in N}\{1,2,3,4,5,6,7\} \quad (II)$$

حال کافیست اعضای مجموعهٔ $A\cap B$ را مشخص کنیم؛ لذا داریم:

$$I,II \Rightarrow A\cap B=\{1,2\} \Rightarrow n(A\cap B)=2$$

بنابراین: $|(A\times B)\cap(B\times A)| = |A\cap B|^2 = 2^2 = 4$

(آمار و احتمال - آشنایی با مبانی ریاضیات: صفحه‌های ۳۵ تا ۳۸)

۱ ✓ ۲ ۳ ۴

آزمون ۱۸ آبان

۱۵۶- (معصومه گرائی)

$$A_1=(0,1)\ ;\ A_2=(-1,\tfrac{1}{2})\ ;\ A_3=(-2,\tfrac{1}{3})\ ;\ A_4=(-3,\tfrac{1}{4})$$

$$A=\bigcap_{n=1}^{4}A_n=(0,\tfrac{1}{4})$$

$$B=\bigcup_{n=1}^{4}A_n=(-3,1)$$

$$(A\cup B)-(A\cap B)=(-3,1)-(0,\tfrac{1}{4})=(-3,0]\cup[\tfrac{1}{4},1)$$

(آمار و احتمال - آشنایی با مبانی ریاضیات: صفحه‌های ۲۶ تا ۳۴)

۱ ✓ ۲ ۳ ۴

www.riazisara.ir دانلود از سایت ریاضی سرا

۱۵۷- (سیدوحید ذوالفقاری)

$$[(A-B)\cup(B-A)]\cup(A\cap B)$$
$$=(A\cap B')\cup[(B\cap A')\cup(B\cap A)]$$
$$=(A\cap B')\cup\Big[B\cap\underbrace{(A'\cup A)}_{U}\Big]=(A\cap B')\cup B$$
$$=\underbrace{(A\cup B)\cap(B'\cup B)}_{U}=A\cup B$$

$$[(A-B)\cup(B-A)]\cup(A\cap B)=B\Rightarrow A\cup B=B\Rightarrow A\subseteq B$$
$$\Rightarrow B'\subseteq A'\Rightarrow A'\cap B'=B'$$

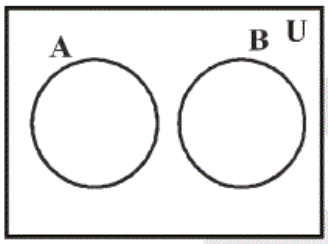
(آمار و احتمال - آشنایی با مبانی ریاضیات: صفحه‌های ۲۶ تا ۳۴)

۱ ۲ ۳ ۴✓

آزمون ۱۸ آبان

۱۵۸- (علیرضا شریف‌خطیبی)

از آن‌جا که $B\subseteq A'$، نتیجه می‌شود $A\cap B=\varnothing$، یعنی دو مجموعهٔ A و B جدا از هم هستند. با توجه به نمودار ون، حاصل عبارت برابر است با:



$$[A-\underbrace{(B'\cap A)}_{A-B=A}]\cup\underbrace{(B-A)}_{B}=[\underbrace{A-A}_{\varnothing}]\cup B=B$$

(آمار و احتمال - آشنایی با مبانی ریاضیات: صفحه‌های ۲۶ تا ۳۴)

۱ ۲ ۳✓ ۴

آزمون ۱۸ آبان

۱۵۹- (هومن نورائی)

$$۵ < x^۲ < ۶۵ \Rightarrow ۳ \le x \le ۸ \Rightarrow A = \{۳,۴,۵,۶,۷,۸\}$$

$$x^۲ - ۹x + ۲۰ = ۰ \Rightarrow x_۱ = ۴ \ , \ x_۲ = ۵ \Rightarrow A \cap B = \{۴,۵\}$$

$$\Rightarrow A - B = \{۳,۶,۷,۸\}$$

$$n[(A-B)\times B] = n(A-B).n(B) = ۲۰ \Rightarrow ۴n(B) = ۲۰$$

$$\Rightarrow n(B) = ۵ \Rightarrow n(B-A) = n(B) - n(A \cap B) = ۵ - ۲ = ۳$$

از طرفی می‌دانیم، $A' - B' = B - A$، پس داریم:

$$n[(A'-B')\times A] = n[(B-A)\times A] = n(B-A).n(A)$$

$$= ۳ \times ۶ = ۱۸$$

(آمار و احتمال - آشنایی با مبانی ریاضیات: صفحه‌های ۳۵ تا ۳۸)

۱ ۲✓ ۳ ۴

آزمون ۱۸ آبان

۱۶۰- (محمد حسینی‌فرد)

$$A - B = \varnothing \Rightarrow A \subseteq B \Rightarrow A \cap B = A$$

$$C' - A = \varnothing \Rightarrow C' \subseteq A \Rightarrow A' \subseteq C \Rightarrow A' \cup C = C$$

$$(A \cap B)' \cup C = A' \cup C = C$$

(آمار و احتمال - آشنایی با مبانی ریاضیات: صفحه‌های ۲۶ تا ۳۴)

۱ ۲✓ ۳ ۴

آزمون ۱۸ آبان

۸۱- (علی‌اکبر علی‌زاده)

$$(۲x_۰, y_۰) \in f(x) \Rightarrow f(۲x_۰) = y_۰$$

$$\Rightarrow \frac{x-۳}{۲} = ۲x_۰ \Rightarrow x - ۳ = ۴x_۰ \Rightarrow x = ۴x_۰ + ۳$$

$$y = -۲f\left(\frac{x-۳}{۲}\right) + y_۰ \Rightarrow y = -۲f(۲x_۰) + y_۰$$

$$= -۲y_۰ + y_۰ = -y_۰$$

(حسابان ۲- تابع: صفحه‌های ۱ تا ۱۲)

۱ ۲✓ ۳ ۴

آزمون ۱۸ آبان

www.riazisara.ir دانلود از سایت ریاضی سرا

-۸۲ (میلاد منصوری)

تابع $f(x)$ از انتقال افقی تابع $f(x+۳)$ به‌دست می‌آید و چون انتقال در راستای افقی تأثیری در برد توابع ندارد؛ بنابراین برد $f(x)$ و $f(x+۳)$ یکسان است؛ در نتیجه داریم:

$$-۱ \le x < ۲ \Rightarrow -۲ < -x \le ۱$$
$$\Rightarrow ۰ < ۲ - x \le ۳ \Rightarrow R_{f(x+۳)} = R_{f(x)} = (۰,۳]$$

(حسابان ۲- تابع: صفحه‌های ۱ تا ۱۲)

۱ ✓ ۲ ۳ ۴

آزمون ۱۸ آبان

-۸۳ (سعید مدیرخراسانی)

با انجام مراحل بیان شده در سؤال داریم:

$$y = f(x) \xrightarrow{\text{قرینه نسبت به محور y‌ها}} y = f(-x)$$
$$\xrightarrow{\text{انتقال ۲ واحد به طرف راست}} y = f(-(x-۲)) = f(-x+۲)$$
$$\xrightarrow[\text{با ضریب ۲}]{\text{انبساط عمودی}} y = ۲f(-x+۲)$$

(حسابان ۲- تابع: صفحه‌های ۱ تا ۱۲)

۱ ۲ ✓ ۳ ۴

آزمون ۱۸ آبان

www.riazisara.ir دانلود از سایت ریاضی سرا

۸۴- (سعید مدیرخراسانی)

مراحل تبدیل نمودار به‌صورت زیر است:

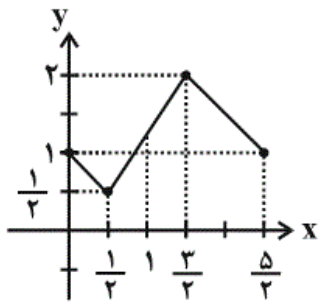
$$f(x) \xrightarrow[\text{به سمت چپ}]{\text{انتقال ۳ واحد}} f(x+۳) \xrightarrow[\text{باضریب ۲}]{\text{انقباض افقی}} f(۲x+۳)$$

$$\xrightarrow[\text{محور yها}]{\text{قرینه نسبت به}} f(-۲x+۳) \xrightarrow[\text{محور xها}]{\text{قرینه نسبت به}}$$

$$-f(۳-۲x) \xrightarrow[\text{باضریب ۲}]{\text{انقباض عمودی}} -\frac{۱}{۲}f(۳-۲x)$$

$$\xrightarrow[\text{واحد به بالا}]{\text{انتقال یک}} -\frac{۱}{۲}f(۳-۲x)+۱$$

با انجام تبدیلات فوق، نمودار به صورت زیر در می‌آید:



(حسابان ۲- تابع: صفحه‌های ۱ تا ۱۲)

۱ ۲ ۳✓ ۴

آزمون ۱۸ آبان

۸۵- (میلاد منصوری)

$$y = ۲f^{-۱}(x-۱)+۳ \xrightarrow{(۳,۷)} ۷ = ۲f^{-۱}(۲)+۳$$

$$\Rightarrow f^{-۱}(۲) = ۲ \Rightarrow f(۲) = ۲$$

یعنی نقطهٔ $(۱,۲)$ روی نمودار $f(x+۱)$ قرار دارد. چون $f^{-۱}$ وجود دارد، f یک به یک است، بنابراین $f(x+۱)$ نیز یک به یک است و هیچ نقطهٔ دیگری با عرض ۲ ندارد. در نتیجه $(۳,۲)$ قطعاً روی نمودار $y = f(x+۱)$ قرار ندارد.

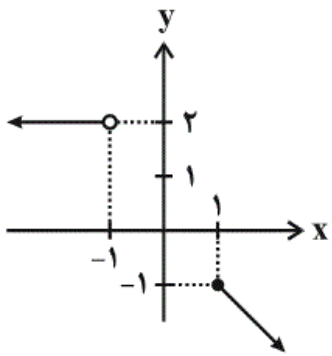
(حسابان ۲- تابع: صفحه‌های ۱ تا ۵ و ۱۵ تا ۱۸)

۱✓ ۲ ۳ ۴

www.riazisara.ir دانلود از سایت ریاضی سرا

-۸۶ (یاسین سپهر)

کافی است نمودار f را رسم کنیم:



با توجه به نمودار برای این که f نزولی باشد، باید k در بازهٔ $[-۱,۲]$ قرار داشته باشد. پس k می‌تواند اعداد صحیح -۱، ۰، ۱ و ۲ را بپذیرد.

(حسابان ۲- تابع: صفحه‌های ۱۵ تا ۱۸)

۱ ۲ ۳ ۴✓

آزمون ۱۸ آبان

www.riazisara.ir دانلود از سایت ریاضی سرا

-۸۷ (سعید مدیرخراسانی)

می‌دانیم اگر $x_1, x_2 \in D_f$ و $x_1 < x_2$ و تابع f اکیداً نزولی باشد، باید $f(x_1) > f(x_2)$ باشد. بنابراین داریم:

$$-2 < -1 < 0 \Rightarrow f(-2) > f(-1) > f(0)$$

$$\Rightarrow a > a-1 > a^3-1 \Rightarrow \begin{cases} a-1 < a \Rightarrow -1 < 0 : \text{(همواره درست است)} \\ \text{و} \\ a-1 > a^3-1 \Rightarrow a-a^3 > 0 \end{cases}$$

$$a-a^3 = 0 \Rightarrow a(1-a^2) = 0 \Rightarrow \begin{cases} a = 0 \\ a = 1 \\ a = -1 \end{cases}$$

a	$-\infty$		-1		0		1		$+\infty$
$\Rightarrow a-a^3$		$+$	0	$-$	0	$+$	0	$-$	

$$\Rightarrow a \in (-\infty, -1) \cup (0, 1)$$

(حسابان ۲- تابع: صفحه‌های ۱۵ تا ۱۸)

۱ ۲ ۳ ۴✓

آزمون ۱۸ آبان

www.riazisara.ir دانلود از سایت ریاضی سرا

۸۸- (علی‌اکبر علی‌زاده)

تابع را به‌صورت $f=\{(-۶,۲),(۰,۴),(۲,m^۲-۳),(۶,۷),(۷,۹)\}$ مرتب می‌کنیم. ملاحظه می‌شود با افزایش x، مقادیر تابع درحال افزایش‌اند.

برای اینکه تابع غیر یکنوا شود باید $m^۲-۳>۷$ یا $m^۲-۳<۴$ باشد.

$$\begin{cases} m^۲-۳<۴\Rightarrow m^۲<۷\Rightarrow -\sqrt{۷}<m<\sqrt{۷} & ;(۱)\\ m^۲-۳>۷\Rightarrow m^۲>۱۰\Rightarrow m>\sqrt{۱۰} \text{ یا } m<-\sqrt{۱۰} & ;(۲)\end{cases}$$

با توجه به بازه‌های (۱) و (۲)، m فقط اعداد صحیح $+۳$ و -۳ را نمی‌تواند بپذیرد.

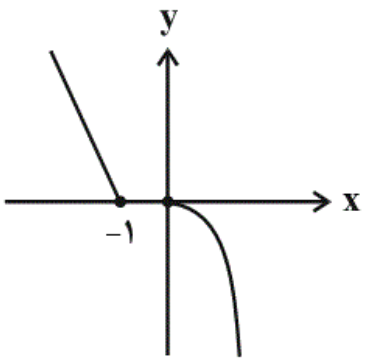
(حسابان ۲- تابع: صفحه‌های ۱۵ تا ۱۸)

۱ ۲✓ ۳ ۴

آزمون ۱۸ آبان

۸۹- (میلاد منصوری)

ابتدا نمودار f را رسم می‌کنیم:



با توجه به نمودار، واضح است که تابع f نزولی است. از طرفی چون $f(-۱)=f(۰)=۰$، بنابراین تابع f اکیداً نزولی نمی‌باشد.

(حسابان ۲- تابع: صفحه‌های ۱۵ تا ۱۸)

۱ ۲ ۳✓ ۴

آزمون ۱۸ آبان

www.riazisara.ir دانلود از سایت ریاضی سرا

-۹۰

اگر $y=f(x)$ اکیداً صعودی باشد، $fof(x)$ نیز اکیداً صعودی است، زیرا:

$$x_1 > x_2 \Rightarrow f(x_1) > f(x_2) \Rightarrow fof(x_1) > fof(x_2)$$

و اگر $y=f(x)$ اکیداً نزولی باشد، $fof(x)$ باز هم اکیداً صعودی است، زیرا:

$$x_1 > x_2 \Rightarrow f(x_1) < f(x_2) \Rightarrow f(f(x_1)) > f(f(x_2))$$

در بین گزینه‌ها، گزینهٔ «۳» تابعی اکیداً نزولی است. پس نمی‌تواند برابر با $fof(x)$ باشد.

(حسابان ۲- تابع: صفحه‌های ۱۳ تا ۱۸)

۱ ۲ ۳✓ ۴

آزمون ۱۸ آبان

$$\frac{5-k}{1-3k} > 1 \Rightarrow \frac{5-k}{1-3k} - 1 > 0 \Rightarrow \frac{2k+4}{1-3k} > 0$$

k	$-\infty$		-2		$\frac{1}{3}$		$+\infty$
عبارت		$-$	0	$+$	تعریف نشده	$-$	

$$\Rightarrow -2 < k < \frac{1}{3}$$

(حسابان ۲- تابع: صفحه‌های ۱۵ تا ۱۸)

۱ ۲✓ ۳ ۴

آزمون ۱۸ آبان

۹۲- (سعید جعفری کافی آباد)

$p(x)$ بر $x+۳$ بخش‌پذیر است، پس $p(-۳)=۰$.

$$p(-۳)=۰ \Rightarrow (-۳)^۴ - ۳(-۳)^۲ + k = ۰$$

$$\Rightarrow k = -۵۴$$

(حسابان ۲- تابع: صفحه‌های ۱۸ تا ۲۲)

۱ ۲ ۳ ۴✓

آزمون ۱۸ آبان

۹۳- (سیدعادل حسینی)

چون $(x-۱)$ عامل $p(x)$ است، $p(x)$ بر آن بخش‌پذیر است، بنابراین:

$$p(۱)=۰ \Rightarrow ۱-۱+a+۸=۰ \Rightarrow a=-۸$$

حال داریم:

$$p(x)=x^۴-x^۳-۸x+۸=۰ \Rightarrow x^۳(x-۱)-۸(x-۱)=۰$$

$$\Rightarrow (x-۱)(x^۳-۸)=۰$$

$$\Rightarrow \begin{cases} x=۱ \\ x^۳-۸=۰ \Rightarrow x^۳=۸ \Rightarrow x=۲ \end{cases}$$

بنابراین این معادله، یک ریشهٔ دیگر نیز دارد.

(حسابان ۲- تابع: صفحه‌های ۱۸ تا ۲۲)

۱ ۲✓ ۳ ۴

آزمون ۱۸ آبان

www.riazisara.ir دانلود از سایت ریاضی سرا

۹۴- (سیدعادل حسینی)

باقی‌ماندهٔ تقسیم $y(x)$ بر $x-۲$ برابر $y(۲)$ است:

$$y(۲)=۱۱-۴k=۳\Rightarrow k=۲$$

$$\Rightarrow y(x)=x^۴-۲x^۲-۳x+۱$$

حال باقی‌ماندهٔ تقسیم $y(x)$ بر $x+۱$، $y(-۱)$ است، بنابراین:

$$y(-۱)=۱-۲(۱)+۳+۱=۳$$

(حسابان ۲- تابع؛ صفحه‌های ۱۸ تا ۲۲)

۱ ۲✓ ۳ ۴

آزمون ۱۸ آبان

۹۵- (نسترن زارع)

$f(x)$ بر $x-۳$ و $x-۴$ بخش‌پذیر است؛ یعنی $f(۳)=f(۴)=۰$.

$$f(۳)=۰\Rightarrow ۳a-b=۱۳ \qquad (۱)$$

$$f(۴)=۰\Rightarrow ۴a-b=۱۹ \qquad (۲)$$

$$\xrightarrow{(۱),(۲)}\begin{cases}۳a-b=۱۳\\ ۴a-b=۱۹\end{cases}\Rightarrow a=۶\ ,\ b=۵\Rightarrow a\times b=۳۰$$

(حسابان ۲- تابع؛ صفحه‌های ۱۸ تا ۲۲)

۱ ۲ ۳✓ ۴

آزمون ۱۸ آبان

www.riazisara.ir دانلود از سایت ریاضی سرا

-۹۶

واضح است که $f(-۳)=f(۲)=۰$؛ بنابراین:

$$f(-۳)=۰\Rightarrow ۹a+۲b=۳۰ \qquad (۱)$$

$$f(۲)=۰\Rightarrow ۴a-۳b=-۱۰ \qquad (۲)$$

$$\xrightarrow{(۱),(۲)}\begin{cases}۹a+۲b=۳۰\\ ۴a-۳b=-۱۰\end{cases}\Rightarrow a=۲\ ,\ b=۶$$

حال باقی‌ماندهٔ تقسیم این چند جمله‌ای بر $x+۴$ را با داشتن مقادیر a و b محاسبه می‌کنیم.

$$r=f(-۴)\Rightarrow r=-۶۴+۳۲+۲۰-۶$$

$$\Rightarrow r=-۱۸$$

(حسابان ۲- تابع: صفحه‌های ۱۸ تا ۲۲)

۱ ۲ ۳ ۴✓

آزمون ۱۸ آبان

www.riazisara.ir دانلود از سایت ریاضی سرا

-۹۷ (سیدعادل حسینی)

$$p(x)=x^{۷}-۳x^{۴}+ax-۱=(x-۱)q(x)+۲$$

$$\Rightarrow p(۱)=۲\Rightarrow a=۵$$

$$\Rightarrow p(x)=x^{۷}-۳x^{۴}+۵x-۱=(x-۱)q(x)+۲$$

$$\Rightarrow p(-۱)=-۲q(-۱)+۲\Rightarrow q(-۱)=۶$$

(حسابان ۲- تابع: صفحه‌های ۱۸ تا ۲۲)

۱ ۲ ۳✓ ۴

آزمون ۱۸ آبان

-۹۸ (سیدعادل حسینی)

$$p(x)=(x+۱)(x+۲)q(x)+۲x+۱$$

$$\Rightarrow\begin{cases}p(x-۱)=x(x+۱)q(x-۱)+۲x-۱\\ p(x-۲)=x(x-۱)q(x-۲)+۲x-۳\end{cases}$$

$$\Rightarrow p(x-۱)-p(x-۲)$$

$$=x\left[(x+۱)q(x-۱)-(x-۱)q(x-۲)\right]+۲$$

در نتیجه باقی‌ماندهٔ تقسیم مورد نظر، برابر ۲ است.

(حسابان ۲- تابع: صفحه‌های ۱۸ تا ۲۲)

۱ ۲✓ ۳ ۴

آزمون ۱۸ آبان

www.riazisara.ir دانلود از سایت ریاضی سرا

۹۹- (یاسین سپهر)

$$f(-۱)=(-۱)^{۴}-۱۶=(-۱+۲)q(-۱)$$

در نتیجه باقی‌ماندهٔ تقسیم $q(x)$ بر $x+۱$ برابر $q(-۱)=-۱۵$ است.

(حسابان ۲- تابع: صفحه‌های ۱۸ تا ۲۲)

۱ ۲✓ ۳ ۴

آزمون ۱۸ آبان

www.riazisara.ir دانلود از سایت ریاضی سرا

چون $p(x)$ بر $x-۲$ بخش‌پذیر است، یکی از ریشه‌های $p(x)=۰$ برابر $x=۲$ است، یعنی $p(۲)=۰$.

$$\Rightarrow p(۲)=۲^۳-۲^۲+k\times ۲+۴=۰\Rightarrow k=-۴$$

حال $p(x)=x^۳-x^۲-۴x+۴$ را تجزیه می‌کنیم تا صفرهای p را بیابیم:

$$\Rightarrow x^۳-x^۲-۴x+۴=۰\Rightarrow x^۲(x-۱)-۴(x-۱)$$

$$=(x-۱)(x^۲-۴)=۰\Rightarrow \begin{cases} x-۱=۰\Rightarrow x=۱ \\ x^۲-۴=۰\Rightarrow x=\pm ۲ \end{cases}$$

پس صفرهای p عبارت‌اند از: ۲ و ۱ و ۲−، بنابراین حاصل جمع صفرهای p برابر ۱ است.

(حسابان ۲- تابع: صفحه‌های ۱۸ تا ۲۲)

۱ ۲ ۳✓ ۴

آزمون ۱۸ آبان

www.riazisara.ir دانلود از سایت ریاضی سرا

-۱۱۱

داریم:

$$A=\begin{bmatrix}۰ & ۱ & ۰\\ ۱ & ۰ & ۰\\ ۰ & ۰ & ۱\end{bmatrix}$$

بنابراین مجموع درایه‌های واقع بر قطر اصلی A برابر است با:

$$۰+۰+۱=۱$$

(هندسه ۳- ماتریس و کاربردها: صفحه‌های ۱۰ تا ۱۲)

۱ ۲✓ ۳ ۴

آزمون ۱۸ آبان

www.riazisara.ir دانلود از سایت ریاضی سرا

۱۱۲- (میلاد منصوری)

ماتریس اسکالر ۳×۳ به‌صورت $A=\begin{bmatrix} a & ۰ & ۰ \\ ۰ & a & ۰ \\ ۰ & ۰ & a \end{bmatrix}$ است که مجموع درایه‌های آن $۳a$ است. بنابراین داریم:

$$۳a=۱\Rightarrow a=\frac{۱}{۳}$$

حاصل‌ضرب درایه‌های قطر اصلی این ماتریس برابر است با:

$$a^{۳}=\frac{۱}{۲۷}$$

(هندسه ۳- ماتریس و کاربردها: صفحهٔ ۱۲)

۱ ۲ ۳✓ ۴

آزمون ۱۸ آبان

۱۱۳- (شروین سیاح‌نیا)

$$A=\begin{bmatrix} ۲ & p & q \\ ۰ & ۱ & r \\ ۰ & ۰ & ۳ \end{bmatrix}\Rightarrow A^{۲}=\begin{bmatrix} ۴ & a & b \\ ۰ & ۱ & c \\ ۰ & ۰ & ۹ \end{bmatrix}\Rightarrow A^{۴}=\begin{bmatrix} ۱۶ & m & n \\ ۰ & ۱ & k \\ ۰ & ۰ & ۸۱ \end{bmatrix}$$

مجموع درایه‌های قطر اصلی $=۱۶+۱+۸۱=۹۸$

(هندسه ۳- ماتریس و کاربردها: صفحه‌های ۱۲ و ۱۷ تا ۲۱)

۱ ۲ ۳✓ ۴

آزمون ۱۸ آبان

www.riazisara.ir دانلود از سایت ریاضی سرا

$$A^2=\begin{bmatrix}0&2&1\\0&0&3\\0&0&0\end{bmatrix}\begin{bmatrix}0&2&1\\0&0&3\\0&0&0\end{bmatrix}=\begin{bmatrix}0&0&6\\0&0&0\\0&0&0\end{bmatrix}$$

$$A^3=\begin{bmatrix}0&0&6\\0&0&0\\0&0&0\end{bmatrix}\begin{bmatrix}0&2&1\\0&0&3\\0&0&0\end{bmatrix}=\begin{bmatrix}0&0&0\\0&0&0\\0&0&0\end{bmatrix}$$

$$A^3=\bar{O}\xrightarrow{\times A}A^4=\bar{O}\xrightarrow{\times A}A^5=\bar{O}$$

$$A+A^2+\underbrace{A^3+A^4+A^5}_{\bar{O}}=\begin{bmatrix}0&2&1\\0&0&3\\0&0&0\end{bmatrix}+\begin{bmatrix}0&0&6\\0&0&0\\0&0&0\end{bmatrix}=\begin{bmatrix}0&2&7\\0&0&3\\0&0&0\end{bmatrix}$$

(هندسه ۳- ماتریس و کاربردها: صفحه‌های ۱۷ تا ۲۱)

۱ ۲ ۳✓ ۴

آزمون ۱۸ آبان

www.riazisara.ir دانلود از سایت ریاضی سرا

۱۱۵- (رضا عباسی‌اصل)

$$A^{-1}=\frac{1}{1\times 3-0\times(-1)}\begin{bmatrix}3 & 0\\ 1 & 1\end{bmatrix}=\frac{1}{3}\begin{bmatrix}3 & 0\\ 1 & 1\end{bmatrix}$$

$$A^{-1}B=\frac{1}{3}\begin{bmatrix}6 & 3\\ 2 & 3\end{bmatrix}\Rightarrow\frac{1}{3}\begin{bmatrix}3 & 0\\ 1 & 1\end{bmatrix}\begin{bmatrix}a & 1\\ 0 & 2\end{bmatrix}=\frac{1}{3}\begin{bmatrix}6 & 3\\ 2 & 3\end{bmatrix}$$

$$\Rightarrow\begin{bmatrix}3a & 3\\ a & 3\end{bmatrix}=\begin{bmatrix}6 & 3\\ 2 & 3\end{bmatrix}\Rightarrow a=2$$

(هندسه ۳- ماتریس و کاربردها: صفحه‌های ۲۲ و ۲۳)

۱ ✓ ۲ ۳ ۴

آزمون ۱۸ آبان

۱۱۶- (سروش موئینی)

$$A^2=A+2I\Rightarrow A^2-A=2I$$

$$\Rightarrow\frac{1}{2}A(A-I)=I$$

$$\Rightarrow A^{-1}=\frac{A-I}{2}$$

(هندسه ۳- ماتریس و کاربردها: صفحه‌های ۲۲ و ۲۳)

۱ ۲ ✓ ۳ ۴

آزمون ۱۸ آبان

www.riazisara.ir دانلود از سایت ریاضی سرا

۱۱۷- (علی‌رضا بهرمن)

دترمینان ماتریس وارون‌پذیر، مخالف صفر است، پس ماتریس‌های مورد نظر عبارت‌اند از:

$$\begin{bmatrix} ۱ & ۰ \\ ۰ & ۱ \end{bmatrix}, \begin{bmatrix} ۱ & ۰ \\ ۱ & ۱ \end{bmatrix}, \begin{bmatrix} ۱ & ۱ \\ ۰ & ۱ \end{bmatrix}$$

$$\begin{bmatrix} ۰ & ۱ \\ ۱ & ۱ \end{bmatrix}, \begin{bmatrix} ۱ & ۱ \\ ۱ & ۰ \end{bmatrix}, \begin{bmatrix} ۰ & ۱ \\ ۱ & ۰ \end{bmatrix}$$

(هندسه ۳- ماتریس و کاربردها: صفحه‌های ۲۲ و ۲۳)

۱ ۲ ۳ ۴✓

آزمون ۱۸ آبان

۱۱۸- (کیوان دارابی)

$$(I-۳A)(I+\lambda A)=I \Rightarrow I^۲+(\lambda-۳)A-۳\lambda A^۲=I$$

$$\xrightarrow{A^۲=A} I+(\lambda-۳)A-۳\lambda A=I \Rightarrow (\lambda-۳-۳\lambda)A=\bar{O}$$

$$\Rightarrow (-۲\lambda-۳)A=\bar{O} \xrightarrow{A\neq\bar{O}} -۲\lambda-۳=۰ \Rightarrow \lambda=-\frac{۳}{۲}$$

(هندسه ۳- ماتریس و کاربردها: صفحه‌های ۲۲ و ۲۳)

۱ ۲✓ ۳ ۴

www.riazisara.ir دانلود از سایت ریاضی سرا

$$\begin{bmatrix} a & b \\ c & d \end{bmatrix}\left(\begin{bmatrix} ۱ & ۲ \\ ۳ & ۴ \end{bmatrix}\begin{bmatrix} ۱ & ۲ \\ ۳ & ۴ \end{bmatrix}^{-۱}\right)=\begin{bmatrix} ۷ & ۱۲ \\ -۱۱ & -۱۶ \end{bmatrix}\times\frac{۱}{۴-۶}\begin{bmatrix} ۴ & -۲ \\ -۳ & ۱ \end{bmatrix}$$

$$\Rightarrow\begin{bmatrix} a & b \\ c & d \end{bmatrix}=-\frac{۱}{۲}\begin{bmatrix} -۸ & -۲ \\ ۴ & ۶ \end{bmatrix}=\begin{bmatrix} ۴ & ۱ \\ -۲ & -۳ \end{bmatrix}$$

$$\Rightarrow a+b+c+d=۰$$

(هندسه ۳- ماتریس و کاربردها: صفحه‌های ۲۲ تا ۲۵)

۱ ✓ ۲ ۳ ۴

آزمون ۱۸ آبان

www.riazisara.ir دانلود از سایت ریاضی سرا

-۱۲۰

برای آنکه دستگاه بی‌شمار جواب داشته باشد، باید دو خط $ax-۳y=۱$ و $۲۰x+by=۵$ بر هم منطبق باشند:

$$\frac{a}{۲۰}=\frac{-۳}{b}=\frac{۱}{۵}\Rightarrow\begin{cases}a=۴\\b=-۱۵\end{cases}$$

حال بین گزینه‌ها، دستگاه معادلاتی را انتخاب می‌کنیم که دترمینان ماتریس ضرایب آن مخالف صفر باشد تا جواب منحصربه‌فرد داشته باشد.

۱) $\begin{vmatrix}۱۵ & -۴\\ b & a\end{vmatrix}=\begin{vmatrix}۱۵ & -۴\\ -۱۵ & ۴\end{vmatrix}=۰$

۲) $\begin{vmatrix}a & -۱۵\\ ۴ & b\end{vmatrix}=\begin{vmatrix}۴ & -۱۵\\ ۴ & -۱۵\end{vmatrix}=۰$

۳) $\begin{vmatrix}a & ۱۵\\ b & a\end{vmatrix}=\begin{vmatrix}۴ & ۱۵\\ -۱۵ & ۴\end{vmatrix}\neq۰$

۴) $\begin{vmatrix}a & b\\ ۳a & ۳b\end{vmatrix}=۰$

(هندسه ۳- ماتریس و کاربردها: صفحه‌های ۲۴ تا ۲۶)

۱ ۲ ۳✓ ۴

www.riazisara.ir دانلود از سایت ریاضی سرا

۱۰۱- (کاظم اجلالی)

توجه کنید که اگر $[-a, 2a+7]$ یک بازه باشد، باید:

$$2a+7 > -a \Rightarrow 3a > -7 \Rightarrow a > -\frac{7}{3} \qquad (*)$$

از طرف دیگر برای این که اشتراک دو بازه تهی باشد، باید یکی از دو حالت زیر اتفاق بیفتد:

حالت اول: $-a > +1 \Rightarrow a < -1$

حالت دوم: $2a+7 < -1 \Rightarrow a < -4$

اجتماع دو حالت فوق $a < -1$ است و با توجه به شرط $(*)$ نتیجه می‌شود:

$$-\frac{7}{3} < a < -1$$

پس a فقط می‌تواند مقدار صحیح ۲- را بپذیرد.

(ریاضی ۱- مجموعه، الگو و دنباله: صفحه‌های ۳ تا ۵)

۱ ✓ ۲ ۳ ۴

www.riazisara.ir دانلود از سایت ریاضی سرا

-۱۰۲

مجموعه دانش‌آموزان مردود شده در درس ریاضی: A

مجموعهٔ دانش‌آموزان مردود شده در درس فیزیک: B

M : مجموعه کل دانش‌آموزان کلاس

$A \cup B$: دانش‌آموزانی که حداقل در یکی از دروس ریاضی و فیزیک مردود شده‌اند.

$$\frac{n(A \cup B)}{n(M)} = \frac{n(A)}{n(M)} + \frac{n(B)}{n(M)} - \frac{n(A \cap B)}{n(M)}$$

$$\Rightarrow ۱۰۰\% = p(A) + p(B) - p(A \cap B) = \%۸۵ + \%۷۰ - p(A \cap B)$$

$$\Rightarrow p(A \cap B) = \%۵۵$$

در نتیجه:

$= p(A) - p(A \cap B) = ۳۰$ درصد دانش‌آموزانی که فقط در ریاضی مردود شده‌اند

۱ ۲ ۳✓ ۴

آزمون ۱۸ آبان

www.riazisara.ir دانلود از سایت ریاضی سرا

۱۰۳-

چون از جملهٔ چهارم به بعد مقادیر b_n مثبت می‌باشد، برای به‌دست آوردن کوچک‌ترین جمله کافی است که ۳ جملهٔ ابتدایی را محاسبه کنیم:

$$b_۱ = \frac{۱}{۳-۱۰} = -\frac{۱}{۷}\ ,\ b_۲ = \frac{۲}{۶-۱۰} = -\frac{۲}{۴} = -\frac{۱}{۲}$$

$$,\ b_۳ = \frac{۳}{۹-۱۰} = -۳$$

لذا کوچک‌ترین جمله ۳- می‌باشد.

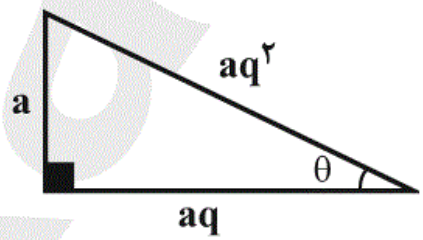
(ریاضی ۱- مجموعه، الگو و دنباله: صفحه‌های ۱۷ تا ۲۰)

۱ ۲ ۳ ۴✓

آزمون ۱۸ آبان

ابتدا فرض می‌کنیم $q>1$ باشد:

قضیهٔ فیثاغورس: $a^2+(aq)^2=(aq^2)^2$



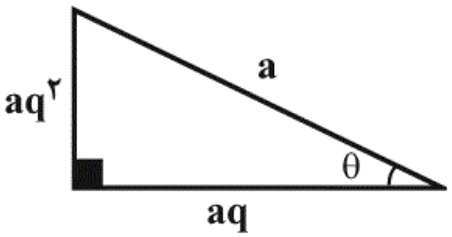
$$\Rightarrow q^4-q^2-1=0$$

$$\Rightarrow q^2=\frac{1+\sqrt{5}}{2}\Rightarrow q=\sqrt{\frac{1+\sqrt{5}}{2}}>1$$

بنابراین a کوچک‌ترین ضلع و زاویهٔ روبرو به آن، کوچک‌ترین زاویه است.

$$\Rightarrow \sin\theta=\frac{a}{aq^2}=\frac{1}{q^2}=\frac{\sqrt{5}-1}{2}$$

لازم به ذکر است که اگر مثلث را به صورت مقابل $(0<q<1)$ نیز در نظر بگیریم، جواب مسئله یکسان خواهد بود.



(ریاضی ۱- مجموعه، الگو و دنباله؛ صفحه‌های ۲۵ تا ۲۷)

۱ ۲ ۳✓ ۴

آزمون ۱۸ آبان

-۱۰۵ (جهانبخش نیکنام)

$$S_{۱۶} - S_{۹} = a_{۱۰} + ... + a_{۱۶} = ۴۹$$

$$\Rightarrow \frac{۷}{۲}(a_{۱۰} + a_{۱۶}) = ۴۹ \Rightarrow a_{۱۰} + a_{۱۶} = ۱۴$$

$$S_{۲۵} = \frac{۲۵}{۲}(a_{۱} + a_{۲۵}) = \frac{۲۵}{۲}(a_{۱۰} + a_{۱۶}) = \frac{۲۵}{۲} \times ۱۴ = ۱۷۵$$

(حسابان ۱- جبر و معادله: صفحه‌های ۲ تا ۴)

۱ ۲ ۳ ۴✓

آزمون ۱۸ آبان

www.riazisara.ir دانلود از سایت ریاضی سرا

۱۰۶- (محمدجواد محسنی)

ابتدا باید اولین عدد دستهٔ دهم را حساب کنیم. تا انتهای دسته نهم به انـدازهٔ

مجموع اعداد ۱ تا ۹ عدد داریم:

$$۱+۲+...+۸+۹=\frac{۹\times۱۰}{۲}=۴۵$$

پس شروع دسته دهم با ۴۶ امین عدد زوج، یعنی $۹۲=۴۶\times۲$ اسـت؛ حـال

برای مجموع اعداد دستهٔ دهم داریم:

$$S=\frac{n\left(۲a+(n-۱)d\right)}{۲}=\frac{۱۰\left(۲\times۹۲+۹\times۲\right)}{۲}=۱۰۱۰$$

(حسابان ۱- جبر و معادله: صفحه‌های ۲ تا ۴)

۱ ۲ ۳ ۴✓

آزمون ۱۸ آبان

www.riazisara.ir دانلود از سایت ریاضی سرا

۱۰۷- (عزیزاله علی‌اصغری)

$$S_n = \frac{n}{2}\left(2(-8)+(n-1)(7)\right) = \frac{7n^2}{2} - \frac{23n}{2}$$

$$P_n = \frac{n}{2}\left(2(55)+(n-1)(-7)\right) = \frac{-7n^2}{2} + \frac{117n}{2}$$

$$\Rightarrow P_n + S_n = 47n$$

این دنباله، یک دنبالهٔ حسابی با قدرنسبت ۴۷ است.

(حسابان ۱- جبر و معادله: صفحه‌های ۲ تا ۴)

۱ ۲✓ ۳ ۴

آزمون ۱۸ آبان

۱۰۸- (محمدجواد محسنی)

می‌توان مراحل اضافه کردن آب را دنبالهٔ هندسی با قدرنسبت و جملـهٔ اول ۲ دانست. حال داریم:

$$S_n = \frac{t_1\left(r^n - 1\right)}{r-1} = 2\left(2^n - 1\right) \Rightarrow 2\left(2^n - 1\right) > 500$$

$$\Rightarrow 2^n > 251 \Rightarrow n \geq 8$$

(حسابان ۱- جبر و معادله: صفحه‌های ۴ تا ۶)

۱ ۲✓ ۳ ۴

آزمون ۱۸ آبان

www.riazisara.ir دانلود از سایت ریاضی سرا

-۱۰۹

$$S_{۲۰} - S_{۱۳} = A \Rightarrow \frac{a_۱\left(q^{۲۰}-۱\right)}{q-۱} - \frac{a_۱\left(q^{۱۳}-۱\right)}{q-۱} = A \quad (۱)$$

$$S_{۱۷} - S_{۱۰} = B \Rightarrow \frac{a_۱\left(q^{۱۷}-۱\right)}{q-۱} - \frac{a_۱\left(q^{۱۰}-۱\right)}{q-۱} = B \quad (۲)$$

$$\overset{(۱)}{\Rightarrow} \frac{a_۱\left(q^{۲۰}-q^{۱۳}\right)}{q-۱} = \frac{a_۱q^{۱۳}\left(q^{۷}-۱\right)}{q-۱} = A \quad (۳)$$

$$\overset{(۲)}{\Rightarrow} \frac{a_۱\left(q^{۱۷}-q^{۱۰}\right)}{q-۱} = \frac{a_۱q^{۱۰}\left(q^{۷}-۱\right)}{q-۱} = B \quad (۴)$$

از تقسیم رابطهٔ (۳) بر رابطهٔ (۴) داریم:

$$q^{۳} = \frac{A}{B} \Rightarrow q = \sqrt[۳]{\frac{A}{B}}$$

(حسابان ۱- جبر و معادله: صفحه‌های ۴ تا ۶)

۱ ۲✓ ۳ ۴

آزمون ۱۸ آبان

www.riazisara.ir

دانلود از سایت ریاضی سرا

۱۱۰- (یاسین سپهر)

به سادگی می‌توان اثبات کرد که در هر دنبالهٔ هندسی با تعداد جملات زوج و قدرنسبت q، مجموع جملات شمارهٔ زوج، q برابر مجموع جملات شمارهٔ فرد است. پس در این سؤال، $q = ۴$ است.

$$\Rightarrow \frac{a_{۱۸}}{a_{۱۷}} = q = ۴$$

(حسابان ۱- جبر و معادله: صفحه‌های ۴ تا ۶)

۱ ۲ ۳✓ ۴

آزمون ۱۸ آبان

۱۳۱- (کتاب آبی گسسته)

برای این گزینه، مثال نقض $x = y = ۱$ وجود دارد.

$$\frac{۱+۱}{۲} \not\geq \sqrt{۱\times ۱} = ۱$$

(ریاضیات گسسته - آشنایی با نظریهٔ اعداد: صفحه‌های ۶ تا ۸)

۱ ۲✓ ۳ ۴

آزمون ۱۸ آبان

www.riazisara.ir دانلود از سایت ریاضی سرا

-۱۳۲

می‌دانیم $\frac{n^۲(n+۱)^۲}{۴}=(\frac{n(n+۱)}{۲})^۲$ است، پس اگر $\frac{n^۲(n+۱)^۲}{۴}$ زوج باشد، آنگاه $\frac{n(n+۱)}{۲}$ نیز زوج است. n و $n+۱$ دو عدد متوالی هستند، پس قطعاً یکی زوج و دیگری فرد است. با توجه به آن‌که $\frac{n(n+۱)}{۲}$ زوج است، پس $n(n+۱)$ باید مضرب ۴ باشد، در نتیجه ۲ حالت داریم:

$$n=۴k \xrightarrow{۱\le n<۱۰۰} ۱\le ۴k<۱۰۰$$

$$\Rightarrow ۱\le k<۲۵ \Rightarrow$$ ۲۴ مقدار برای k به‌دست می‌آید.

$$n+۱=۴k \Rightarrow n=۴k-۱$$

$$\xrightarrow{۱\le n<۱۰۰} ۱\le ۴k-۱<۱۰۰ \Rightarrow ۲\le ۴k<۱۰۱$$

$$\Rightarrow ۱\le k\le ۲۵ \Rightarrow$$ ۲۵ مقدار برای k به‌دست می‌آید.

پس به ازای ۴۹ عدد طبیعی $۱\le n<۱۰۰$، حاصل $\frac{n^۲(n+۱)^۲}{۴}$ زوج است.

(ریاضیات گسسته - آشنایی با نظریهٔ اعداد: صفحه‌های ۴ و ۵)

۱ ۲✓ ۳ ۴

آزمون ۸

www.riazisara.ir دانلود از سایت ریاضی سرا

گزینهٔ نادرست، گزینهٔ «۴» است.

البته گزینهٔ «۴» را با مثال نقض نیز می‌توانیم رد کنیم.

$$\left.\begin{matrix} a \mid ۱۸ \rightarrow a = ۹ \rightarrow ۳a = ۲۷ \\ ۱۸ \mid b \rightarrow b = ۱۸ \end{matrix}\right\} \rightarrow ۲۷ \not\mid ۱۸$$

(ریاضیات گسسته - آشنایی با نظریهٔ اعداد: صفحه‌های ۹ تا ۱۲)

۱ ۲ ۳ ۴✓

آزمون ۱۸ آبان

www.riazisara.ir دانلود از سایت ریاضی سرا

برای نشان دادن نادرستی گزینهٔ «۳» می‌توان $a=۴$ و $b=۸$ را در نظر گرفت. در این صورت داریم:

$$\left.\begin{matrix} a^۳ = ۴^۳ = ۲^۶ \\ b^۲ = ۸^۲ = ۲^۶ \end{matrix}\right\} \Rightarrow a^۳ \mid b^۲$$

$$\left.\begin{matrix} a^۵ = ۴^۵ = ۲^{۱۰} \\ b^۳ = ۸^۳ = ۲^۹ \end{matrix}\right\} \Rightarrow a^۵ \nmid b^۳$$

برای سایر گزینه‌ها داریم:

گزینهٔ «۱»: $a^۳ \mid b^۲ \Rightarrow a^۳ \mid b^۳ \Rightarrow a \mid b$

گزینهٔ «۲»: $\left.\begin{matrix} a^۳ \mid b^۲ \\ a \mid b \end{matrix}\right\} \xrightarrow{\text{ضرب}} a^۴ \mid b^۳$

گزینهٔ «۴»: $\left.\begin{matrix} a^۳ \mid b^۲ \Rightarrow a^۶ \mid b^۴ \\ a \mid b \end{matrix}\right\} \Rightarrow a^۷ \mid b^۵$

(ریاضیات گسسته - آشنایی با نظریهٔ اعداد: صفحه‌های ۹ تا ۱۲)

۱ ۲ ۳✓ ۴

آزمون ۱۸ آبان

www.riazisara.ir دانلود از سایت ریاضی سرا

-۱۳۵

$$(a , ۴) = ۲ \Rightarrow ۲ \mid a \Rightarrow a = ۲k$$

$$(b , ۴) = ۲ \Rightarrow ۲ \mid b \Rightarrow b = ۲k'$$

$$(ab , ۴) = (۴kk' , ۴) = ۴(kk' , ۱) = ۴ \times ۱ = ۴$$

توجه کنید که k و k' هر دو فرد هستند.

(ریاضیات گسسته - آشنایی با نظریهٔ اعداد: صفحه‌های ۹ تا ۱۴)

۱ ۲✓ ۳ ۴

آزمون ۱۸ آبان

www.riazisara.ir دانلود از سایت ریاضی سرا

$$a = 9q + 4 \xrightarrow{\times 4} 4a = 36q + 16$$

$$a = 12q' + 7 \xrightarrow{\times 3} 3a = 36q' + 21$$

$$\xrightarrow{\text{تفاضل}} a = 36(q - q') - 5$$

$$\Rightarrow a = 36q'' - 5 \xrightarrow{\times 3} 3a = 36(3q'') - 15$$

$$\Rightarrow 3a + 2 = 18(6q'') - 15 + 2$$

$$\Rightarrow 3a + 2 = 18k - 13$$

می‌دانیم باقی‌مانده، منفی نمی‌تواند باشد پس کافیست مقسوم‌علیه (۱۸) را به ۱۳− اضافه کنیم.

$$r = 18 - 13 = 5$$

(ریاضیات گسسته - آشنایی با نظریهٔ اعداد: صفحه‌های ۱۴ تا ۱۶)

۱ ✓ ۲ ۳ ۴

آزمون ۱۸ آبان

www.riazisara.ir دانلود از سایت ریاضی سرا

۱۳۷- (کتاب آبی گسسته)

$$a = bq + r \quad , \quad r = q^۲ - ۲$$

$$a = ۳۷q + q^۲ - ۲ \Rightarrow ۰ \le r < b \Rightarrow ۰ \le q^۲ - ۲ < ۳۷$$

$$\Rightarrow ۲ \le q^۲ < ۳۹$$

از این رابطه معلوم می‌شود که حداکثر $q = ۶$ خواهد بود.

$$a = ۳۷q + q^۲ - ۲ \Rightarrow a = ۳۷ \times ۶ + ۳۶ - ۲ = ۲۵۶ = ۱۶k$$

(ریاضیات گسسته - آشنایی با نظریهٔ اعداد: صفحه‌های ۱۴ تا ۱۶)

۱ ۲ ۳ ۴✓

آزمون ۱۸ آبان

۱۳۸- (کتاب آبی گسسته)

$$۱۳^۲ \overset{۱۷}{\equiv} ۱۶۹ \overset{۱۷}{\equiv} -۱ \xrightarrow{\left[\frac{۴۳}{۲}\right]=۲۱ \text{ به‌توان}} ۱۳^{۴۲} \overset{۱۷}{\equiv} -۱$$

$$\xrightarrow{\times ۱۳} ۱۳^{۴۳} \overset{۱۷}{\equiv} -۱۳ \Rightarrow ۱۳^{۴۳} \overset{۱۷}{\equiv} -۱۳ + ۱۷ \equiv ۴$$

(ریاضیات گسسته - آشنایی با نظریهٔ اعداد: صفحه‌های ۱۸ تا ۲۱)

۱ ۲✓ ۳ ۴

آزمون ۱۸ آبان

www.riazisara.ir دانلود از سایت ریاضی سرا

$$۱۴۵ \overset{m}{\equiv} ۶۸ \Rightarrow m \mid ۱۴۵ - ۶۸ \Rightarrow m \mid ۷۷$$

$$\xrightarrow{m \neq ۱} m = ۷ \text{ یا } ۱۱ \text{ یا } ۷۷$$

$$۱۶۰ = ۲ \times ۷۷ + ۶ \Rightarrow ۱۶۰ \overset{۷۷}{\equiv} ۶$$

$$۷ \mid ۷۷ \Rightarrow ۱۶۰ \overset{۷}{\equiv} ۶$$

$$۱۱ \mid ۷۷ \Rightarrow ۱۶۰ \overset{۱۱}{\equiv} ۶$$

تذکر: فرض کنید $a \overset{b}{\equiv} r$ و $m \mid b$، آنگاه داریم:

$$a \overset{b}{\equiv} r \Rightarrow a = bq + r$$

$$\Rightarrow a = (mq')q + r = mq_۱ + r$$

$$\Rightarrow a \overset{m}{\equiv} r$$

(ریاضیات گسسته - آشنایی با نظریهٔ اعداد: صفحه‌های ۱۸ تا ۲۱)

۱ ۲✓ ۳ ۴

آزمون ۱۸ آبان

www.riazisara.ir دانلود از سایت ریاضی سرا

$$3^2 \overset{17}{\equiv} 9 \overset{17}{\equiv} -8 \xrightarrow{\text{به‌توان ۲}} 3^4 \overset{17}{\equiv} 64 - 4\times 17 \overset{17}{\equiv} -4$$

$$\xrightarrow{\text{به‌توان ۲}} 3^8 \overset{17}{\equiv} 16 \overset{17}{\equiv} -1$$

$$\xrightarrow{\text{به‌توان ۲}} 3^{16} \overset{17}{\equiv} 1 \overset{17}{\equiv} 1+17 \overset{17}{\equiv} 18 \xrightarrow[(3,17)=1]{\div 3} 3^{15} \overset{17}{\equiv} 6$$

$$3^{15} + a \overset{17}{\equiv} 6 + a \overset{17}{\equiv} 0 \Rightarrow a_{min} = 11$$

(ریاضیات گسسته - آشنایی با نظریهٔ اعداد: صفحه‌های ۱۸ تا ۲۲)

۱ ۲ ۳✓ ۴

آزمون ۱۸ آبان