



www.riazisara.ir سایت ویژه ریاضیات

درسنامه ها و جزوه های ریاضی

سوالات و پاسخنامه تشریحی کنکور

نمونه سوالات امتحانات ریاضی

نرم افزارهای ریاضیات

و...

(@riazisara)

ریاضی سرا در تلگرام:



<https://t.me/riazisara>

(@riazisara.ir)

ریاضی سرا در اینستاگرام:



<https://www.instagram.com/riazisara.ir>

۹۱- اگر خطوط $y = 2$ و $ax + ay - x = 1$ همدیگر را در نقطه‌ای به طول یک قطع کنند، کدام است؟

$$\frac{2}{3} \quad (2)$$

$$\frac{1}{4} \quad (1)$$

$$1 \quad (4)$$

$$\frac{3}{4} \quad (3)$$

آزمون 18 آبان

۹۲- نمودار دو منحنی $y = \sqrt{2x - 7} - 1$ و $y = \sqrt{x} - 2$ همدیگر را در نقطه A قطع می‌کنند، فاصله نقطه A تا نقطه B(۰, ۳) کدام است؟

$$4 \quad (2)$$

$$3 \quad (1)$$

$$6 \quad (4)$$

$$5 \quad (3)$$

آزمون 18 آبان

۹۳- اگر A(-۴, -۱) و B(-۲, -۳) دو رأس غیرمجاور یک مربع باشند که مرکز آن روی خط $my + (m-2)x = 1$ قرار داشته باشد، مساحت

مربع چند برابر m است؟

$$4 \quad (2)$$

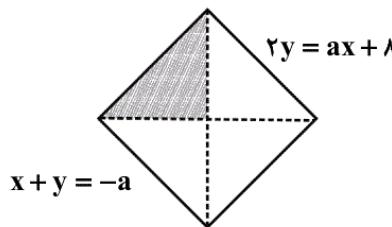
$$2 \quad (1)$$

$$2\sqrt{2} \quad (4)$$

$$\sqrt{2} \quad (3)$$

آزمون 18 آبان

۹۴- در مربع شکل زیر، مساحت ناحیه هاشورخورده کدام است؟



$$2 \quad (1)$$

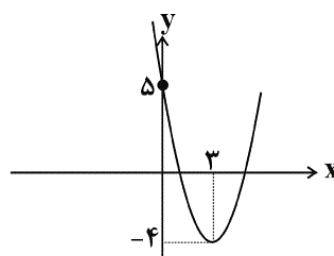
$$1 \quad (2)$$

$$\frac{1}{2} \quad (3)$$

$$\frac{1}{4} \quad (4)$$

آزمون 18 آبان

۹۵- اگر صفرهای سهمی شکل زیر را α و β در نظر بگیریم، تعداد صفرهای سهمی $y = x^2 + \alpha x + \beta$ کدام است؟ ($\alpha > \beta$)



$$1) \text{ صفر}$$

$$1 \quad (2)$$

$$2 \quad (3)$$

$$4) \text{ بیشمار}$$

آزمون 18 آبان

-۹۶- رأس سهمی $y = -x^3 + 4x - 3$ و نقطه‌های برخورد این سهمی با محور x ها به ترتیب سه رأس A , B و C از مثلث ABC را تشکیل می‌دهند، طول میانه CM کدام است؟ (نقطه B نسبت به نقطه C ، به مبدأ نزدیک‌تر است.)

$$\frac{\sqrt{10}}{2} \quad (2)$$

$$\sqrt{10} \quad (1)$$

$$\frac{\sqrt{10}}{4} \quad (4)$$

$$2\sqrt{10} \quad (3)$$

آزمون 18 آبان

-۹۷- یک سهمی محور x ها را در نقاط $1 = x$ و $-3 = x$ و محور y ها را در $2 = y$ قطع می‌کند. در این صورت عرض نقطه‌ای به طول ۵ روی این سهمی کدام است؟

$$-16 \quad (2)$$

$$-\frac{64}{5} \quad (1)$$

$$-\frac{64}{3} \quad (4)$$

$$-\frac{16}{3} \quad (3)$$

آزمون 18 آبان

-۹۸- به ازای کدام مقدار m ، نقطه مینیمم سهمی $y = mx^3 - 6x + m - 1$ روی محور x ها قرار دارد؟

$$-2 \quad (2)$$

$$\frac{1 - \sqrt{37}}{2} \quad (1)$$

$$2 \quad (4)$$

$$\frac{1 + \sqrt{37}}{2} \quad (3)$$

آزمون 18 آبان

-۹۹- یکی از ریشه‌های معادله $0 = n - 6x + 2(x^3 + mx^2)$ دو واحد از ریشه دیگر بیشتر است و مجموع دو ریشه برابر -6 است. مقدار $m + n$ کدام است؟

$$-9 \quad (2)$$

$$-8 \quad (1)$$

$$7 \quad (4)$$

$$-1 \quad (3)$$

آزمون 18 آبان

-۱۰۰- اگر α و β ریشه‌های معادله $0 = -6x - 2x^3 + 8\beta^3 - 8(\alpha^3)$ باشند، آن‌گاه حاصل عبارت $\alpha^3 + \beta^3$ کدام است؟

$$264 \quad (2)$$

$$88 \quad (1)$$

$$352 \quad (4)$$

$$44 \quad (3)$$

آزمون 18 آبان

۱۰۱ - اگر مجموعه جواب معادله $\frac{m+1}{3x} = \frac{5-x}{4x-x^2}$ تھی باشد، مقدار m برابر کدام گزینه می‌تواند باشد؟

۱) ۲

۱) صفر

$\frac{3}{4}$ ۴

$\frac{11}{4}$ ۳

آزمون 18 آبان

۱۰۲ - معادله $\frac{x}{x+1} - \frac{x-1}{x}$ چند جواب حقیقی دارد؟

۱) ۲

۱) صفر

۴) بی‌شمار

۲) ۳

آزمون 18 آبان

۱۰۳ - تعداد جواب‌های معادله $\sqrt{3x^2 + 2x - 1} + \sqrt{2x + 2 + 3x^2} = 1$ کدام است؟

۲) ۲

۱) ۱

۴) صفر

۳) ۳

آزمون 18 آبان

۱۰۴ - کدام گزینه در خصوص ریشه یا ریشه‌های معادله $\frac{\sqrt{x^2 - 4x}}{x-2} = \frac{1}{2}$ درست است؟

۲) یک ریشه مثبت و یک ریشه منفی دارد.

۱) ریشه ندارد.

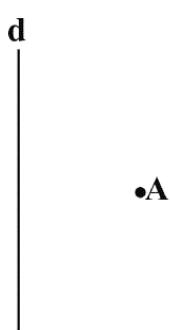
۴) دو ریشه منفی دارد.

۳) یک ریشه مثبت دارد.

آزمون 18 آبان

۱۰۵ - با استفاده از پرگار کمانی به شعاع $3\sqrt{2}\text{cm}$ و به مرکز نقطه A که در فاصله ۳ سانتی‌متری از خط d قرار دارد، رسم می‌کنیم تا خط d را در

نقاط C و B قطع کند. مثلث ABC و مساحت آن است.



۱) متساوی‌الاضلاع، $9\sqrt{3}\text{ cm}^2$

۲) قائم‌الزاویه، 18 cm^2

۳) متساوی‌الاضلاع، $\frac{9\sqrt{3}}{2}\text{ cm}^2$

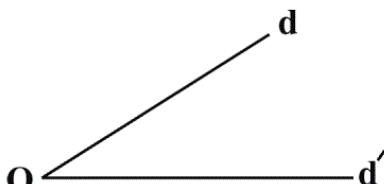
۴) قائم‌الزاویه، 9 cm^2

۱۰۶- عمودمنصف پاره خط AC را رسم می کنیم تا این پاره خط را در نقطه M قطع کند. اگر به مرکز M و به شعاع AM دایره ای رسم کنیم تا عمودمنصف را در نقاط B و D قطع کند، چهار ضلعی $ABCD$ کدام است؟

- (۱) فقط لوزی با زاویه های غیرقائم
 (۲) فقط متوازی الاضلاع
 (۳) مربع
 (۴) فقط مستطیل با طول و عرض متفاوت

آزمون 18 آبان

۱۰۷- چند نقطه (به غیر از O) در صفحه وجود دارد که از خط های d و d' و نقطه O به یک فاصله باشد؟

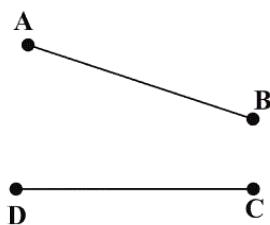


- (۱) صفر
 (۲) ۱ (۳)
 (۴) بی شمار

آزمون 18 آبان

۱۰۸- با کدام شرط زیر با توجه به شکل پاره خط های AB و CD ، همواره می توان دایره ای رسم کرد که از نقاط A, B, C و D بگذرد؟

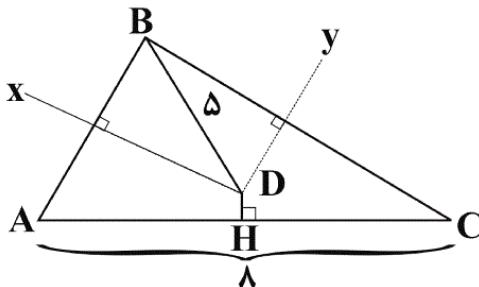
- (۱) محل برخورد عمودمنصف های AB و CD روی نیمساز امتداد دو پاره خط AB و CD باشد.
 (۲) نیمساز زوایای \hat{CDA} ، \hat{ABC} و \hat{BCD} در یک نقطه هم دیگر را قطع کنند.
 (۳) عمود منصف های AB و CD هم دیگر را در یک نقطه خارج از عمود منصف BC قطع کنند.
 (۴) عمود منصف های AB ، CD و AD در یک نقطه هم دیگر را قطع کند.



آزمون 18 آبان

۱۰۹- در شکل زیر، نقطه D درون مثلث ABC درون مثلث Dy و Dx عمودمنصف های ضلع های AB و BC هستند، در این صورت اندازه ارتفاع DH در مثلث

$(BD = 5)$ ADC کدام است؟



- (۱) 3
 (۲) 4
 (۳) $2\sqrt{2}$
 (۴) $\sqrt{3}$

آزمون 18 آبان

۱۱۰- نقطه A به فاصله ۴ سانتیمتر از خط d قرار دارد. اگر بخواهیم نقاط B و C را روی خط d چنان انتخاب کنیم که مثلث ABC متساوی الساقین بوده و مساحت آن ۱۲ سانتی متر مربع باشد، باید دایره ای به مرکز A و شعاعی با کدام طول بزنیم تا نقاط B و C را روی خط d بوجود آورد؟

- (۱) $4/5$ (۲) $5/5$ (۳) $4\sqrt{2}$ (۴)

آزمون 18 آبان

۱۱۱- خطوط به معادلات $d: 2x + y = 8\sqrt{5} + 6$ و $d: x - by = 3$ مماس بر دایره‌ای بوده، به طوری که از دو سر یک قطر آن می‌گذرند، خط d محور عرض‌ها را با کدام عرض قطع می‌کند؟

-۳ (۴)

۳ (۳)

۶ (۲)

-۶ (۱)

آزمون 18 آبان

۱۱۲- خط به معادله $mx + my + y = 2m - 1$ موازی محور عرض‌هاست، طول نقطه برخورد خط با محور x ‌ها کدام است؟

۳ (۴)

۱ (۳)

-۱ (۲)

-۳ (۱)

آزمون 18 آبان

۱۱۳- معادله $\sqrt{x-3} + \sqrt{x+9\sqrt{x-3}} = 7$ چند جواب دارد؟

۳ (۴)

۲ (۳)

۱ (۲)

۱) صفر

آزمون 18 آبان

۱۱۴- اگر مجموع دو عدد حقیقی ۵ و حاصل ضرب آن‌ها ۲ باشد، آن‌گاه یکی از آن دو عدد برابر است با:

$$\frac{-5-\sqrt{17}}{2} \quad (۴)$$

$$\frac{5-\sqrt{17}}{2} \quad (۳)$$

$$-5+\sqrt{17} \quad (۲)$$

$$5+\sqrt{17} \quad (۱)$$

آزمون 18 آبان

۱۱۵- کدام گزینه در مورد معادله رادیکالی $2\sqrt{x} - \sqrt{3x-3} = 0$ درست است؟

۱) فقط یک جواب مثبت دارد.

۲) جواب ندارد.

۳) یک جواب مثبت و یک جواب منفی دارد.

۴) فقط یک جواب منفی دارد.

آزمون 18 آبان

۱۱۶- به ازای کدام مقدار m از معادله $x^2 - bx + m = 0$ به شرط آنکه در معادله $\Delta > 0$ باشد، مجموع مربع دو ریشه از مربع مجموع دو ریشه ۶ واحد کمتر است؟

-۳ (۴)

۳ (۳)

-۱ (۲)

۱ (۱)

آزمون 18 آبان

-۱۱۷- اگر α و β دو عدد حقیقی مخالف صفر باشند، به طوری که $\frac{\alpha}{\beta} = -2$ ، در این صورت ریشه‌های معادله $x^2 + (\alpha + \beta)x - 9 = 0$ ، در این صورت ریشه‌های معادله

چگونه‌اند؟

- (۱) دو ریشه قرینه دارد.
(۲) یک ریشه مضاعف دارد.
(۳) اختلاف دو ریشه برابر ۹ است.
(۴) ریشه ندارد.

آزمون 18 آبان

-۱۱۸- اگر α و β جواب‌های معادله $x^2 + \alpha x + \beta = 0$ باشند، حاصل کدام است؟

- (۱) ۳۸
(۲) ۴۲
(۳) ۸۶
(۴) ۹۰

آزمون 18 آبان

-۱۱۹- در مورد معادله $\frac{x^3 + 3x^2 + x + 3}{x + 3} = \frac{10x - 30}{x - 3}$ کدام گزینه درست است؟

- (۱) جواب ندارد.
(۲) یک جواب مثبت دارد.
(۳) یک جواب منفی دارد.
(۴) یک جواب مثبت و یک جواب منفی دارد.

آزمون 18 آبان

-۱۲۰- اگر خطوط $y = 2$ و $ax + ay - x = 1$ هم‌دیگر را در نقطه‌ای به طول یک قطع کنند، a کدام است؟

- (۱) $\frac{1}{4}$
(۲) $\frac{2}{3}$
(۳) $\frac{3}{4}$
(۴) ۱

آزمون 18 آبان

-۱۲۱- نمودار دو منحنی $y = \sqrt{2x - 7} - 1$ و $y = \sqrt{x} - 2$ هم‌دیگر را در نقطه A قطع می‌کنند، فاصله نقطه A تا نقطه B(۰, ۳) کدام است؟

- (۱) ۳
(۲) ۴
(۳) ۵
(۴) ۶

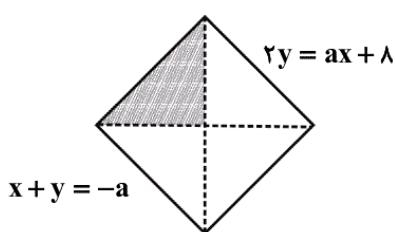
آزمون 18 آبان

-۱۲۲- اگر A(-۴, -۱) و B(-۲, -۳) دو رأس غیرمجاور یک مربع باشند که مرکز آن روی خط $my + (m - 2)x = 1$ قرار داشته باشد، مساحت مربع چند برابر m است؟

- (۱) ۲
(۲) ۴
(۳) ۶۷۷
(۴) $2\sqrt{2}$

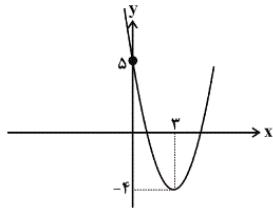
آزمون 18 آبان

-۱۲۳- در مربع زیر، مساحت ناحیه هاشورخورده کدام است؟



- (۱) ۲
(۲) ۱
(۳) $\frac{1}{2}$
(۴) $\frac{1}{4}$

۱۲۴- اگر صفرهای سهمی شکل زیر را α و β در نظر بگیریم، تعداد صفرهای سهمی $y = x^3 + \alpha x + \beta$ کدام است؟ ($\alpha > \beta$)



- (۱) صفر
- (۲)
- (۳)
- (۴) بیشمار

۱۲۵- رأس سهمی $y = -x^3 + 4x - 3$ و نقطه‌های برخورد این سهمی با محور x ها به ترتیب سه رأس A , B و C از مثلث ABC را تشکیل می‌دهند، طول میانه CM کدام است؟ (نقطه B نسبت به نقطه C ، به مبدأ نزدیک‌تر است.)

- $\frac{\sqrt{10}}{4}$ (۴)
- $2\sqrt{10}$ (۳)
- $\frac{\sqrt{10}}{2}$ (۲)
- $\sqrt{10}$ (۱)

۱۲۶- یک سهمی محور x ها را در نقاط $x = 1$ و $x = -3$ قطع می‌کند. در این صورت عرض نقطه‌ای به طول ۵ روی این سهمی کدام است؟

- $-\frac{64}{3}$ (۴)
- $-\frac{16}{3}$ (۳)
- ۱۶ (۲)
- $-\frac{64}{5}$ (۱)

۱۲۷- به ازای کدام مقدار m ، نقطه مینیمم سهمی $y = mx^3 - 6x + m - 1$ روی محور x ها قرار دارد؟

- ۲ (۴)
- $\frac{1+\sqrt{37}}{2}$ (۳)
- ۲ (۲)
- $\frac{1-\sqrt{37}}{2}$ (۱)

۱۲۸- یکی از ریشه‌های معادله $(m+2)x^3 + 6x - n = 0$ دو واحد از ریشه دیگر بیشتر است و مجموع دو ریشه برابر -۶ است. مقدار $m+n$ کدام است؟

- ۷ (۴)
- ۱ (۳)
- ۹ (۲)
- ۸ (۱)

۱۲۹- اگر α و β ریشه‌های معادله $x^3 - 2x - 6 = 0$ باشند، آن‌گاه حاصل عبارت $\alpha^3 - 6\beta^3$ کدام است؟

- ۳۵۲ (۴)
- ۴۴ (۳)
- ۲۶۴ (۲)
- ۸۸ (۱)

۱۳۰- اگر مجموعه جواب معادله $\frac{m+1}{3x} = \frac{5-x}{4x-x^2}$ تهی باشد، مقدار m برابر کدام گزینه می‌تواند باشد؟

- $\frac{3}{4}$ (۴)
- $\frac{11}{4}$ (۳)
- ۱ (۲)
- (۱) صفر

-۹۱

(حسن نصرتی ناهوک)

هر نقطه روی خط $y = 2$ دارای عرض دو می باشد و وقتی که خط $ax + ay - x = 1$ را در نقطه های به طول ۱ قطع می کند، یعنی نقطه تقاطع

$\begin{bmatrix} 1 \\ 2 \end{bmatrix}$ می باشد که بر روی خط 1 قرار دارد. بنابراین:

$$a \times (1) + a \times (2) - 1 = 1 \Rightarrow a = \frac{2}{3}$$

(ریاضی ۲، هندسه تحلیلی و جبر، صفحه های ۱ تا ۴)

۴

۳

۲ ✓

۱

آزمون ۱۸ آبا

-۹۲

(حسین اسفینی)

برای پیدا کردن مختصات نقطه A باید ضابطه های دو منحنی را مساوی هم قرار دهیم:

$$\sqrt{x-2} = \sqrt{2x-7} - 1 \Rightarrow \sqrt{x-1} = \sqrt{2x-7}$$

$$\xrightarrow{\text{به توان ۲}} x+1-2\sqrt{x} = 2x-7 \Rightarrow -2\sqrt{x} = x-8$$

$$\xrightarrow{\text{به توان ۲}} 4x = x^2 - 16x + 64$$

$$\Rightarrow x^2 - 20x + 64 = 0 \Rightarrow (x-16)(x-4) = 0$$

$$\Rightarrow \begin{cases} x_A = 16 \\ x_A = 4 \end{cases} \quad \text{غیره}$$

$$x_A = 4 \xrightarrow[\text{در یکی از معادلات}]{\text{جایگذاری}} y_A = \sqrt{4-2} = 2-2 = 0$$

پس $A(4, 0)$ بوده و فاصله اش تا $B(0, 3)$ برابر است با:

$$AB = \sqrt{(0-4)^2 + (3-0)^2} = \sqrt{4^2 + 3^2} = \sqrt{25} = 5$$

(ریاضی ۲، هندسه تحلیلی و جبر، صفحه های ۵، ۶ و ۷ تا ۲۴)

۴

۳ ✓

۲

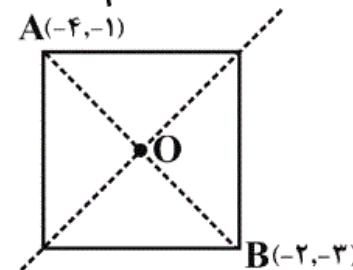
۱

آزمون ۱۸ آبا

می‌دانیم مرکز مربع وسط قطر \mathbf{AB} است. پس:

$$x_O = \frac{x_A + x_B}{2} = \frac{-4 + (-2)}{2} = -3$$

$$y_O = \frac{y_A + y_B}{2} = \frac{-1 + (-3)}{2} = -2$$



چون O روی خط 1 قرار دارد، لذا مختصات آن در معادله خط صدق می‌کند:

$$m(-2) + (m-2)(-3) = 1 \Rightarrow -2m - 3m + 6 = 1$$

از طرفی فاصله A تا B ، طول قطر مربع است:

$$AB = \sqrt{(-4 - (-2))^2 + (-1 - (-3))^2} = \sqrt{4 + 4} = \sqrt{8} = 2\sqrt{2}$$

$$\text{مساحت مربع} = \frac{\text{قطر}^2}{2} = \frac{(2\sqrt{2})^2}{2} = \frac{8}{2} = 4$$

$$\Rightarrow \frac{4}{1} = 4 = \text{نسبت مورد نظر}$$

(ریاضی ۲، هندسه تحلیلی و جبر، صفحه‌های ۱ تا ۱۰)

۴

۳

۲ ✓

۱

آزمون ۱۸ آبان

چون شکل مربع است، پس دو خطی که معادلات آنها داده شده با هم موازی‌اند. لذا شیب‌هایشان برابر است:

$$\begin{cases} 2y = ax + b \Rightarrow \text{شیب} = \frac{a}{2} \Rightarrow \frac{a}{2} = -1 \Rightarrow a = -2 \\ x + y = -a \Rightarrow \text{شیب} = -1 \end{cases}$$

حال فاصله این دو خط که برابر طول ضلع مربع است را می‌یابیم:

$$\begin{cases} 2y + 2x = b \\ x + y = -1 \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} x + y = 4 \\ x + y = 2 \end{cases}$$

$$\Rightarrow \frac{|4 - 2|}{\sqrt{(1)^2 + (1)^2}} = \frac{2}{\sqrt{2}} = \sqrt{2}$$

$$\Rightarrow (\sqrt{2})^2 = 2$$

مساحت ناحیه هاشورخورده، یک چهارم مساحت مربع است. زیرا با رسم قطرهای مربع، مربع به چهار مثلث همنهشت تقسیم می‌شود، پس:

$$\frac{2}{4} = \frac{1}{2} \text{ مساحت هاشورخورده}$$

(ریاضی ۲، هندسه تحلیلی و جبر، صفحه‌های ۱ تا ۱۰)

۴

۳✓

۲

۱

آزمون 18 آبان

$$\begin{cases} x_s = -\frac{b}{2a} = 3 \Rightarrow b = -6a \\ y_s = -\frac{\Delta}{4a} = -4 \Rightarrow \frac{-(b^2 - 4ac)}{4a} = -4 \Rightarrow b^2 - 4ac = 16a \end{cases} (*)$$

سهمی از نقطه (۵، ۰) می‌گذرد، بنابراین:

$$y = ax^2 + bx + c \xrightarrow{(0,5)} 5 = 0 + 0 + c \Rightarrow c = 5$$

$$\xrightarrow[b=-6a]{(*)} 36a^2 - 4a(5) = 16a$$

$$\Rightarrow 36a^2 - 36a = 0 \Rightarrow 36a(a-1) = 0$$

$$\Rightarrow \begin{cases} a = 0 & \text{غیر قابل} \\ a = 1 \Rightarrow b = -6 \end{cases}$$

$$y = x^2 - 6x + 5 \xrightarrow{\alpha > \beta} \begin{cases} \beta = 1 \\ \alpha = 5 \end{cases}$$

$$y = x^2 + \alpha x + \beta \Rightarrow y = x^2 + 5x + 1 \Rightarrow \Delta = 21 > 0$$

معادله دارای دو ریشه حقیقی است.

(ریاضی ۲، هندسه تحلیلی و جبر، صفحه‌های ۱۸ تا ۲۱)

۴

۳✓

۲

۱

آزمون 18 آبان

$$y = -x^2 + 4x - 3$$

$$x_A = \frac{-b}{2a} = \frac{-4}{2(-1)} = 2 \Rightarrow y_A = 1 \Rightarrow A(2, 1)$$

$$y = -x^2 + 4x - 3 \xrightarrow[\text{برخورد با محور x}]{\text{ها}} -x^2 + 4x - 3 = 0$$

$$\Rightarrow \begin{cases} x = 1 \Rightarrow B(1, 0) \\ x = 3 \Rightarrow C(3, 0) \end{cases}$$

$$\begin{cases} A(2, 1) \\ B(1, 0) \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} x_M = \frac{2+1}{2} = \frac{3}{2} \\ y_M = \frac{1+0}{2} = \frac{1}{2} \end{cases} \Rightarrow M\left(\frac{3}{2}, \frac{1}{2}\right)$$

آزمون 18 آبان

(رییم مشتق نظم)

معادله این سهمی برابر است با: $y = a(x-1)(x+3)$. چون این سهمی از نقطه $(0, 2)$ می‌گذرد، بنابراین خواهیم داشت:

$$2 = a(0-1)(0+3) \Rightarrow 2 = -3a \Rightarrow a = -\frac{2}{3}$$

$$y = -\frac{2}{3}(x-1)(x+3)$$

$$x = 5 \Rightarrow y = -\frac{2}{3}(5-1)(5+3) = -\frac{2}{3} \times 4 \times 8 = -\frac{64}{3}$$

(ریاضی ۲، هندسه تحلیلی و جبر، صفحه‌های ۱۸ تا ۲۰)

آزمون 18 آبان

(ابراهیم نجفی)

می‌دانیم در سهمی $y = ax^2 + bx + c$ ، مختصات رأس سهمی به صورت $(-\frac{b}{2a}, -\frac{\Delta}{4a})$ می‌باشد.

از طرفی طبق گفته سؤال رأس سهمی روی محور X ها قرار دارد. یعنی مختصات آن به صورت $(0, \text{رأس } x)$ می‌باشد. بنابراین:

$$-\frac{\Delta}{4a} = 0 \Rightarrow \Delta = 0 \Rightarrow (-6)^2 - 4(m)(m-1) = 0$$

$$\Rightarrow 36 - 4m^2 + 4m = 0$$

$$\Rightarrow m^2 - m - 9 = 0 \Rightarrow m = \frac{-(-1) \pm \sqrt{1+36}}{2}$$

$$\Rightarrow m = \frac{1 \pm \sqrt{37}}{2} \xrightarrow[m > 0]{\text{سهمی دارای مینیمم است}} m = \frac{1 + \sqrt{37}}{2}$$

(ریاضی ۲، هندسه تحلیلی و جبر، صفحه‌های ۱۸ تا ۲۱)

۴

۳✓

۲

۱

آزمون 18 آبان

(ابراهیم نجفی)

$$\alpha + \beta = -\frac{b}{a} = -\frac{6}{m+2} = -6 \Rightarrow m+2 = 1 \Rightarrow m = -1$$

$$\Rightarrow x^2 + 6x - n = 0$$

$$\begin{cases} \alpha + \beta = -6 \\ \alpha - \beta = 2 \end{cases} \Rightarrow 2\alpha = -4 \Rightarrow \alpha = -2, \beta = -4$$

$$\Rightarrow \alpha \times \beta = \frac{c}{a} = -n \Rightarrow n = -(-2) \times (-4) = -8$$

$$\Rightarrow m + n = -9$$

(ریاضی ۲، هندسه تحلیلی و جبر، صفحه‌های ۱۸ تا ۲۱)

۴

۳

۲✓

۱

آزمون 18 آبان

چون α یکی از ریشه‌های معادله داده شده است، پس:

$$\begin{aligned}\alpha^3 - 2\alpha - 6 &= 0 \Rightarrow \alpha^3 - 6 = 2\alpha \\ \Rightarrow (\alpha^3 - 6)^3 + 8\beta^3 &= (2\alpha)^3 + (2\beta)^3 \\ &= 8(\alpha^3 + \beta^3)\end{aligned}$$

از طرفی داریم:

$$\alpha^3 + \beta^3 = (\alpha + \beta)^3 - 3\alpha\beta(\alpha + \beta) \xrightarrow{\begin{array}{l} \alpha + \beta = -\frac{b}{a} = 2 \\ \alpha \cdot \beta = \frac{c}{a} = -6 \end{array}} \alpha^3 + \beta^3 = 2^3 - 3(-6)(2) = 8 + 36 = 44$$

$$\Rightarrow 8(\alpha^3 + \beta^3) = 8 \times 44 = 352$$

(ریاضی ۲، هندسه تحلیلی و جبر، صفحه‌های ۱۹ تا ۲۴)

✓

۱

آزمون 18 آبان

$$\begin{aligned}\frac{m+1}{3x} &= \frac{5-x}{(4-x)x} \xrightarrow{\times 3x(4-x)} (m+1)(4-x) = 3(5-x) \\ \Rightarrow 4m + 4 - mx - x &= 15 - 3x \Rightarrow 4m - 11 = (m-2)x \\ \Rightarrow x &= \frac{4m - 11}{m - 2}\end{aligned}$$

با توجه به اینکه $x = 0$ و $x = 4$ مخرج معادله را صفر می‌کنند، پس اگر جواب بدست آمده برابر یکی از این دو عدد شود، معادله جواب نخواهد داشت. پس:

$$\frac{4m - 11}{m - 2} = 0 \Rightarrow 4m - 11 = 0 \Rightarrow m = \frac{11}{4}$$

همچنین اگر $m - 2 = 0$ شود، معادله ریشه‌ای نخواهد داشت. پس:

$$m - 2 = 0 \Rightarrow m = 2$$

(ریاضی ۲، هندسه تحلیلی و جبر، صفحه‌های ۱۹ تا ۲۴)

✓

۱

آزمون 18 آبان

(مهورداد فاچی)

$$\frac{x}{x+1} - \frac{x-1}{x} = -1 \Rightarrow x(x+1) \left(\frac{x}{x+1} - \frac{x-1}{x} \right) = x(x+1)(-1)$$

$$\Rightarrow x^2 - (x^2 - 1) = -x^2 - x \Rightarrow x^2 + x + 1 = 0 \Rightarrow \begin{cases} a = 1 \\ b = 1 \\ c = 1 \end{cases}$$

$$\Rightarrow \Delta = b^2 - 4ac = 1 - 4 = -3 < 0$$

يعنى معادله درجه دومى که بدست آوردیم فاقد ریشه است، بنابراین معادله داده شده ریشه حقیقی ندارد.

* توجه کنید که ابتدا طرفین معادله را در ک.م.م مخرجها ضرب کرده سپس معادله درجه دوم بدست آمده را حل کردیم.

(ریاضی ۲، هندسه تحلیلی و هندسه های صفحه های ۲۳ تا ۲۴)

 ۴ ۳ ۲ ۱

آزمون 18 آبان

$$\rightarrow 2t = -2\sqrt{t^2 + t - 2}$$

$$\div 2 \rightarrow t = -\sqrt{t^2 + t - 2}$$

$$\text{به توان ۲} \rightarrow t^2 = t^2 + t - 2 \Rightarrow t = 2$$

$t = 2$ در معادله صدق نمی کند، پس معادله جواب ندارد.

(ریاضی ۲، هندسه تحلیلی و هندسه های صفحه های ۲۳ تا ۲۴)

 ۴ ۳ ۲ ۱

آزمون 18 آبان

(ابراهیم نجفی)

$$\sqrt{x^2 - 4x} = \frac{1}{2}(x-2) \Rightarrow x^2 - 4x = \frac{1}{4}(x^2 - 4x + 4)$$

$$\Rightarrow 4x^2 - 16x = x^2 - 4x + 4 \Rightarrow 3x^2 - 12x - 4 = 0$$

$$\Rightarrow \Delta = (-12)^2 - 4(3)(-4) = 192$$

$$\Rightarrow x_{1,2} = \frac{12 \pm \sqrt{192}}{6} = \frac{12 \pm 8\sqrt{3}}{6} = \frac{6 \pm 4\sqrt{3}}{3}$$

چون $\frac{6 - 4\sqrt{3}}{3}$ در معادله صدق نمی کند، پس قابل قبول نیست و

معادله تنها یک جواب مثبت دارد.

(ریاضی ۲، هندسه تحلیلی و هندسه های صفحه های ۲۳ تا ۲۴)

 ۴ ۳ ۲ ۱

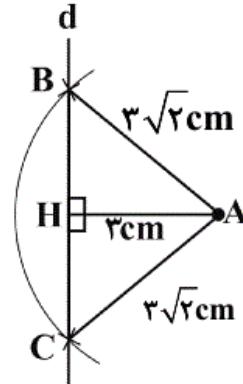
آزمون 18 آبان

در شکل زیر، دو مثلث ACh و ABH قائم الزاویه هستند. بنابراین داریم:

$$BH = CH = \sqrt{(3\sqrt{2})^2 - 3^2} = 3\text{cm}$$

$$\Rightarrow BC = 6\text{cm}$$

چون سه ضلع مثلث ABC با یکدیگر برابر نیستند، پس مثلث متساوی الاضلاع نیست.



حال به بررسی رابطه فیثاغورس برای مثلث ABC می‌پردازیم:

$$\sqrt{AB^2 + AC^2} = \sqrt{(3\sqrt{2})^2 + (3\sqrt{2})^2} = 6\text{cm} = BC$$

چون رابطه فیثاغورس برای مثلث ABC برقرار است، پس این مثلث قائم الزاویه است. از طرفی مساحت آن برابر است با:

$$S_{\triangle ABC} = \frac{3 \times 6}{2} = 9 \text{ cm}^2$$

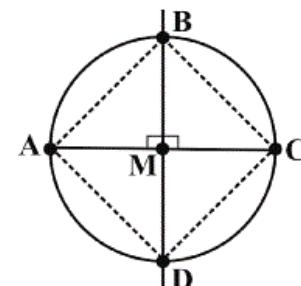
(ریاضی ۲، هندسه، صفحه‌های ۲۶ تا ۳۰)

✓

۱

آزمون 18 آبان

$$\left. \begin{array}{l} AM = MC \\ BM = MD \\ AC \perp BD \end{array} \right\} \Rightarrow \text{عمود منصف} \text{ یکدیگرند. } \text{BD, AC (۲)}$$



از روابط (۱) و (۲) نتیجه می‌گیریم که چهارضلعی $ABCD$ یک مربع است.

(ریاضی ۲، هندسه، صفحه‌های ۲۶ تا ۳۰)

✓

۱

آزمون 18 آبان

(سعید نصیری)

در صفحه تعداد نقاطی که از خط d و d' به یک اندازه باشند بیشمار است چون همه نقاط روی نیمساز زاویه O این ویژگی را دارند، نقاطی که از نقطه O نیز به یک فاصله باشند، روی دایره‌ای به مرکز O و شعاع‌های متفاوتی می‌باشند اما طول شعاع دایره به مرکز O و نقطه M روی نیمساز که دایره را قطع کرده، همواره بیشتر از فاصله M تا دو خط d و d' است. بنابراین هیچ نقطه‌ای در صفحه وجود ندارد که از دو خط d و d' و نقطه O به یک فاصله باشد.

(ریاضی ۲، هندسه، صفحه‌های ۲۶ تا ۳۰)

 ۴ ۳ ۲ ۱ ✓

آزمون 18 آبان

(محمد بصیری)

اگر محل برخورد عمودمنصف‌های AD ، CD ، AB و AC یک نقطه مانند O باشد، آنگاه دایره‌ای به مرکز O و شعاع OA از چهار نقطه A ، B ، C و D می‌گذرد.
(ریاضی ۲، هندسه، صفحه‌های ۲۶ تا ۳۰)

 ۴ ✓ ۳ ۲ ۱

آزمون 18 آبان

(سعید نصیری)

از آنجا که در هر مثلث عمودمنصف‌ها هم‌رسند، بنابراین DH نیز عمودمنصف ضلع AC است. پس $AH = 4$ ، و از آن جا که هر نقطه روی عمودمنصف از دو سر پاره‌خط به یک اندازه است پس AD برابر ۵ است.

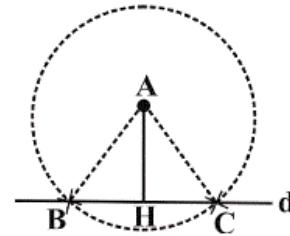
$$DH^2 = AD^2 - AH^2 \Rightarrow DH = 3$$

بنابراین:

(ریاضی ۲، هندسه، صفحه‌های ۲۶ تا ۳۰)

 ۴ ۳ ۲ ۱ ✓

آزمون 18 آبان



$$S_{ABC} = \frac{1}{2} BC \cdot AH \Rightarrow ۱۲ = \frac{1}{2} (BC)(۴)$$

$$\Rightarrow ۱۲ = ۲BC \Rightarrow BC = ۶$$

$$\Rightarrow BH = HC = ۳$$

$$\Delta AHC \xrightarrow{\text{فیثاغورس}} AC^2 = AH^2 + HC^2$$

$$\Rightarrow AC^2 = ۴^2 + (۳)^2 \Rightarrow AC^2 = ۲۵$$

$$\Rightarrow AC = ۵$$

(ریاضی ۲، هندسه، صفحه‌های ۲۶ تا ۳۰)

۴

۳

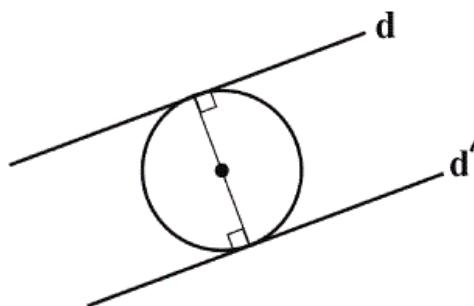
۲✓

۱

آزمون 18 آبان

(حسن نصیرتی تاهوک)

چون دو خط مماس بر دایره از دو سر یک قطر می‌گذرند، پس با هم موازیند.



يعني :

$$m_d = m_{d'} \Rightarrow \frac{1}{b} = -2 \Rightarrow b = -\frac{1}{2}$$

$$\Rightarrow d : x + \frac{1}{2}y = ۳ \xrightarrow[\text{محور y ها}]{\text{تلaci بـا}} + \frac{1}{2}y = ۳$$

$$\Rightarrow y = ۶$$

(ریاضی ۲، هندسه تحلیلی و جبر، صفحه‌های ۱ تا ۱۰)

۴

۳

۲✓

۱

آزمون 18 آبان

(حسن نصیرتی تاھوک)

هر خط موازی محور y ‌ها یک خط قائم می‌باشد که معادله آن در حالت کلی به صورت $x = a$ می‌باشد، پس در خط مزبور باید ضریب y برابر صفر باشد. پس:

$$mx + (m+1)y = 2m - 1 \Rightarrow m+1 = 0 \Rightarrow m = -1$$

$$\Rightarrow -x = -3 \Rightarrow x = 3$$

نقاط واقع بر این خط طول ۳ و عرض متفاوتی دارند.

بنابراین نقطه برخورد این خط با محور x ‌ها طولی برابر ۳ دارد.

(ریاضی ۲، هندسه تحلیلی، و همیر، صفحه‌های ۱ تا ۱۴)

 ۴ ✓ ۳ ۲ ۱

آزمون 18 آبان

(سینا محمدپور)

اگر t باشد، در این صورت $x = t^2 + 3$ بوده و معادله به شکل زیر در می‌آید:

$$t + \sqrt{t^2 + 3 + 9t} = 7 \Rightarrow \sqrt{t^2 + 9t + 3} = 7 - t$$

$$\Rightarrow t^2 + 9t + 3 = t^2 - 14t + 49$$

$$\Rightarrow 23t = 46 \Rightarrow t = 2$$

این مقدار t در معادله صدق می‌کند، در نتیجه:

$$\sqrt{x-3} = 2 \Rightarrow x - 3 = 4 \Rightarrow x = 7$$

بنابراین معادله تنها یک جواب دارد.

(ریاضی ۲، هندسه تحلیلی و همیر، صفحه‌های ۲۲ تا ۲۴)

 ۴ ۳ ۲ ✓ ۱

آزمون 18 آبان

(رهیم مشتاق نظم)

به کمک معادله درجه دوم می‌توان نوشت:

$$S = 5, P = 2 \Rightarrow x^2 - 5x + 2 = 0$$

$$\Delta = 25 - 8 = 17 \Rightarrow x = \frac{5 \pm \sqrt{17}}{2}$$

(ریاضی ۲، هندسه تحلیلی و همیر، صفحه‌های ۱۸ تا ۲۰)

 ۴ ۳ ✓ ۲ ۱

آزمون 18 آبان

$$\xrightarrow{x \geq 1} \text{اشتراك (1),(2)}$$

دامنه تغییرات x در معادله برابر $D = [1, +\infty)$ است.

$$2\sqrt{x} = \sqrt{3x - 3} \xrightarrow[2]{\text{به توان}} 4x = 3x - 3 \Rightarrow x = -3$$

در بازه D نیست. پس معادله جواب ندارد.

(ریاضی ۲، هندسه تحلیلی و جبر، صفحه‌های ۲۲ تا ۲۴)

۱

۲

۳

۴

آزمون 18 آبان

-۱۱۶ (وهاب نادری)

اگر ریشه‌های معادله β و α باشند: مجموع مربع دو ریشه:

مربع مجموع دو ریشه: $(\alpha + \beta)^2$

$$(\alpha + \beta)^2 - (\alpha^2 + \beta^2) = 2\alpha\beta = 2 \times \frac{c}{a} = 2 \times \frac{m}{1} = 6 \Rightarrow m = 3$$

(ریاضی ۲، هندسه تحلیلی و جبر، صفحه‌های ۱۸ تا ۲۰)

۱

۲

۳

۴

آزمون 18 آبان

-۱۱۷ (ریم مشتاق نظم)

$$\frac{\alpha}{\beta} + \frac{\beta}{\alpha} = -2 \Rightarrow \frac{\alpha^2 + \beta^2}{\alpha\beta} = -2$$

$$\Rightarrow \alpha^2 + \beta^2 = -2\alpha\beta \Rightarrow \alpha^2 + \beta^2 + 2\alpha\beta = 0$$

$$\Rightarrow (\alpha + \beta)^2 = 0 \Rightarrow \alpha + \beta = 0$$

$$\xrightarrow{x^2 + (\alpha + \beta)x - 9 = 0} x^2 - 9 = 0 \Rightarrow x = \pm 3$$

معادله دو ریشه قرینه دارد.

(ریاضی ۲، هندسه تحلیلی و جبر، صفحه‌های ۱۸ تا ۲۰)

۱

۲

۳

۴

آزمون 18 آبان

(مهرداد فاجیه)

$$\frac{2}{(x+2)(x-1)} - \frac{2}{(x-2)(x-3)} - \frac{1}{(x-2)(x+2)} = 0$$

$$\frac{2(x-3)(x-2) - 2(x-1)(x+2) - (x-3)(x-1)}{(x-3)(x-2)(x-1)(x+2)} = 0$$

$$\frac{-x^2 - 8x + 13}{(x-3)(x-2)(x-1)(x+2)} = 0 \Rightarrow -x^2 - 8x + 13 = 0$$

$$\begin{cases} S = -8 \\ P = -13 \end{cases} \Rightarrow \alpha^2 + \beta^2 = S^2 - 2P = 64 + 26 = 90$$

(ریاضی ۲، هندسه تحلیلی و جبر، صفحه‌های ۱۹ تا ۲۴)

 ۴ ✓ ۳ ۲ ۱

آزمون 18 آب

(ابراهیم نهضی)

$$\frac{x^3 + 3x^2 + x + 3}{x+3} = \frac{10(x-3)}{(x-3)} \Rightarrow \frac{x^3 + 3x^2 + x + 3}{x+3} = 10$$

$$\Rightarrow \frac{x^3 + 3x^2 + x + 3}{x+3} = \frac{x^2(x+3) + (x+3)}{x+3} = 10$$

$$\Rightarrow \frac{(x^2 + 1)(x+3)}{(x+3)} = 10 \Rightarrow x^2 + 1 = 10$$

$$\Rightarrow x^2 = 9 \Rightarrow x = \pm 3$$

هر دو جواب مخرج کسرها را صفر می‌کنند یعنی نمی‌توانند جواب معادله باشند، بنابراین معادله جواب ندارد.

(ریاضی ۲، هندسه تحلیلی و جبر، صفحه‌های ۱۹ تا ۲۴)

 ۴ ۳ ۲ ۱ ✓

آزمون 18 آب

(حسن نصیرتی تاھوک)

هر نقطه روی خط $y = 2$ دارای عرض دو می‌باشد و وقتی که خط $ax + ay - x = 1$ را در نقطه‌ای به طول ۱ قطع می‌کند، یعنی نقطه

تقاطع $\begin{bmatrix} 1 \\ 2 \end{bmatrix}$ می‌باشد که بر روی خط $ax + ay - x = 1$ نیز قرار دارد. بنابراین:

$$a \times (1) + a \times (2) - 1 = 1 \Rightarrow a = \frac{2}{3}$$

(ریاضی ۲، هندسه تحلیلی و جبر، صفحه‌های ۱ تا ۴)

 ۴ ۳ ۲ ۱

آزمون 18 آبان

(حسین اسفینی)

برای پیدا کردن مختصات نقطه A باید ضابطه‌های دو منحنی را مساوی قرار دهیم:

$$\sqrt{x-2} = \sqrt{2x-7} - 1 \Rightarrow \sqrt{x-1} = \sqrt{2x-7}$$

$$\xrightarrow{\text{به توان ۲}} x+1-2\sqrt{x} = 2x-7 \Rightarrow -2\sqrt{x} = x-8$$

$$\xrightarrow{\text{به توان ۲}} 4x = x^2 - 16x + 64$$

$$\Rightarrow x^2 - 20x + 64 = 0 \Rightarrow (x-16)(x-4) = 0$$

$$\Rightarrow \begin{cases} x_A = 16 \\ x_A = 4 \end{cases} \quad \text{غ ق ق}$$

$$x_A = 4 \xrightarrow[\text{در یکی از معادلات}]{\text{جایگذاری}} y_A = \sqrt{4} - 2 = 2 - 2 = 0$$

پس A(۴, ۰) بوده و فاصله‌اش تا B(۰, ۳) برابر است با:

$$AB = \sqrt{(0-4)^2 + (3-0)^2} = \sqrt{4^2 + 3^2} = \sqrt{25} = 5$$

(ریاضی ۲، هندسه تحلیلی و جبر، صفحه‌های ۵، ۶ و ۲۲ تا ۲۴)

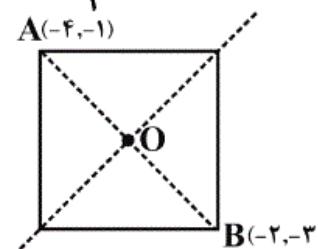
 ۴ ۳ ۲ ۱

آزمون 18 آبان

می‌دانیم مرکز مربع وسط قطر \mathbf{AB} است. پس:

$$x_O = \frac{x_A + x_B}{2} = \frac{-4 + (-2)}{2} = -3$$

$$y_O = \frac{y_A + y_B}{2} = \frac{-1 + (-3)}{2} = -2$$



چون O روی خط $my + (m - 2)x = 1$ قرار دارد، لذا مختصات آن در معادله خط صدق می‌کند:

$$m(-2) + (m - 2)(-3) = 1 \Rightarrow -2m - 3m + 6 = 1$$

$$\Rightarrow 5m = 5 \Rightarrow m = 1$$

از طرفی فاصله A تا B ، طول قطر مربع است:

$$AB = \sqrt{(-4 - (-2))^2 + (-1 - (-3))^2} = \sqrt{4 + 4} = \sqrt{8} = 2\sqrt{2}$$

$$\text{مساحت مربع} = \frac{\frac{1}{2}(\text{قطر})^2}{2} = \frac{(2\sqrt{2})^2}{2} = \frac{8}{2} = 4$$

$$\Rightarrow \frac{4}{1} = 4 \quad \text{نسبت مورد نظر}$$

(ریاضی ۳، هندسه تحلیلی و جبر، صفحه‌های ۱ تا ۱۰)

۴

۳

۲ ✓

۱

آزمون 18 آبان

چون شکل مربع است، پس دو خطی که معادلات آنها داده شده با هم موازی‌اند. لذا شیب‌هایشان برابر است:

$$\begin{cases} 2y = ax + b \Rightarrow \text{شیب} = \frac{a}{2} \\ x + y = -a \Rightarrow \text{شیب} = -1 \end{cases} \Rightarrow \frac{a}{2} = -1 \Rightarrow a = -2$$

حال فاصله این دو خط که برابر طول ضلع مربع است را می‌یابیم:

$$\begin{cases} 2y + 2x = b \\ x + y = -a \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} x + y = 4 \\ x + y = 2 \end{cases}$$

$$\Rightarrow \text{ضلع مربع} = \frac{|4 - 2|}{\sqrt{(1)^2 + (1)^2}} = \frac{2}{\sqrt{2}} = \sqrt{2}$$

$$\Rightarrow \text{مساحت مربع} = (\sqrt{2})^2 = 2$$

مساحت ناحیه هاشورخورده، یک چهارم مساحت مربع است. زیرا با رسم قطرهای مربع، مربع به چهار مثلث همنهشت تقسیم می‌شود، پس:

$$\frac{2}{4} = \frac{1}{2} = \frac{1}{2}$$

(ریاضی ۲، هندسه تحلیلی و جبر، صفحه‌های ۱ تا ۱۰)

۴

۳✓

۲

۱

آزمون 18 آبان

$$\begin{cases} x_s = -\frac{b}{2a} = 3 \Rightarrow b = -6a \\ y_s = -\frac{\Delta}{4a} = -4 \Rightarrow \frac{-(b^2 - 4ac)}{4a} = -4 \Rightarrow b^2 - 4ac = 16a \end{cases} (*)$$

سهمی از نقطه (۵، ۰) می‌گذرد، بنابراین:

$$y = ax^2 + bx + c \xrightarrow{(0, 5)} 5 = 0 + 0 + c \Rightarrow c = 5$$

$$\xrightarrow[b=-6a]{(*)} 36a^2 - 4a(5) = 16a$$

$$\Rightarrow 36a^2 - 36a = 0 \Rightarrow 36a(a-1) = 0$$

$$\Rightarrow \begin{cases} a = 0 & \text{غیرقیقی} \\ a = 1 \Rightarrow b = -6 \end{cases}$$

$$y = x^2 - 6x + 5 \xrightarrow{\alpha > \beta} \begin{cases} \beta = 1 \\ \alpha = 5 \end{cases}$$

$$y = x^2 + \alpha x + \beta \Rightarrow y = x^2 + 5x + 1 \Rightarrow \Delta = 21 > 0$$

معادله دارای دو ریشه حقیقی است.

(ریاضی ۲، هندسه تحلیلی و جبر، صفحه‌های ۱۱ تا ۱۸)

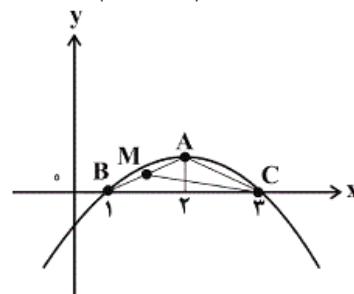
۴

۳✓

۲

۱

$$\begin{cases} A(2,1) \\ B(1,0) \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} x_M = \frac{2+1}{2} = \frac{3}{2} \\ y_M = \frac{1+0}{2} = \frac{1}{2} \end{cases} \Rightarrow M\left(\frac{3}{2}, \frac{1}{2}\right)$$



$$CM = \sqrt{\left(3 - \frac{3}{2}\right)^2 + \left(0 - \frac{1}{2}\right)^2} = \sqrt{\frac{10}{4}} = \frac{\sqrt{10}}{2}$$

(ریاضی ۲، هندسه تحلیلی و جبر، صفحه‌های ۵ تا ۱۸)

۴

۳

۲

۱

-۱۲۶-

(ریاضی مشتق نظم)

معادله این سهمی برابر است با: $y = a(x-1)(x+3)$. چون این سهمی از نقطه $(0, 2)$ می‌گذرد، بنابراین خواهیم داشت:

$$2 = a(0-1)(0+3) \Rightarrow 2 = -3a \Rightarrow a = -\frac{2}{3}$$

$$y = -\frac{2}{3}(x-1)(x+3)$$

$$x = 5 \Rightarrow y = -\frac{2}{3}(5-1)(5+3) = -\frac{2}{3} \times 4 \times 8 = -\frac{64}{3}$$

(ریاضی ۲، هندسه تحلیلی و جبر، صفحه‌های ۱۱ تا ۱۸)

۴

۳

۲

۱

(ابراهیم نبفی)

می‌دانیم در سهمی $y = ax^2 + bx + c$ ، مختصات رأس سهمی به صورت $(-\frac{b}{2a}, -\frac{\Delta}{4a})$ می‌باشد.

از طرفی طبق گفته سؤال رأس سهمی روی محور x ها قرار دارد. یعنی مختصات آن به صورت $(0, m)$ می‌باشد. بنابراین:

$$-\frac{\Delta}{4a} = 0 \Rightarrow \Delta = 0 \Rightarrow (-6)^2 - 4(m)(m-1) = 0$$

$$\Rightarrow 36 - 4m^2 + 4m = 0$$

$$\Rightarrow m^2 - m - 9 = 0 \Rightarrow m = \frac{-(-1) \pm \sqrt{1+36}}{2}$$

$$\Rightarrow m = \frac{1 \pm \sqrt{37}}{2} \xrightarrow[m>0]{\text{سهمی دارای مینیمم است}} m = \frac{1 + \sqrt{37}}{2}$$

(ریاضی ۲، هندسه تحلیلی و جبر، صفحه‌های ۱۸)

 ۴ ۳ ۲ ۱

آزمون 18 آبان

$$\begin{cases} \alpha + \beta = -6 \\ \alpha - \beta = 2 \end{cases} \Rightarrow 2\alpha = -4 \Rightarrow \alpha = -2, \beta = -4$$

$$\Rightarrow \alpha \times \beta = \frac{c}{a} = -n \Rightarrow n = -(-2) \times (-4) = -8$$

$$\Rightarrow m + n = -9$$

(ریاضی ۲، هندسه تحلیلی و جبر، صفحه‌های ۱۸)

 ۴ ۳ ۲ ۱

آزمون 18 آبان

(رضا ذاکر)

چون α یکی از ریشه‌های معادله داده شده است، پس:

$$\begin{aligned}\alpha^2 - 2\alpha - 6 &= 0 \Rightarrow \alpha^2 - 6 = 2\alpha \\ \Rightarrow (\alpha^2 - 6)^2 + 8\beta^2 &= (2\alpha)^2 + (2\beta)^2 \\ &= 8(\alpha^2 + \beta^2)\end{aligned}$$

از طرفی داریم:

$$\left\{ \begin{array}{l} \alpha^2 + \beta^2 = (\alpha + \beta)^2 - 2\alpha\beta(\alpha + \beta) \\ \alpha + \beta = -\frac{b}{a} = 2 \\ \alpha \cdot \beta = \frac{c}{a} = -6 \end{array} \right. \Rightarrow \alpha^2 + \beta^2 = (2)^2 - 2(-6)(2) = 8 + 36 = 44$$

$$\Rightarrow 8(\alpha^2 + \beta^2) = 8 \times 44 = 352$$

(ریاضی ۲، هندسه تحلیلی و جبر، صفحه‌های ۱۸ تا ۲۰)

 ✓ ۳ ۲ ۱

آزمون ۱۸ آبان

(همید علیزاده)

-۱۳۰

$$\begin{aligned}\frac{m+1}{3x} &= \frac{5-x}{(4-x)x} \xrightarrow{\times 3x(4-x)} (m+1)(4-x) = 3(5-x) \\ \Rightarrow 4m+4-mx-x &= 15-3x \Rightarrow 4m-11 = (m-2)x \\ \Rightarrow x &= \frac{4m-11}{m-2}\end{aligned}$$

با توجه به اینکه $x = 0$ و $x = 4$ مخرج معادله را صفر می‌کنند، پس
اگر جواب بدست آمده برابر یکی از این دو عدد شود، معادله جواب
نخواهد داشت. پس:

$$\begin{aligned}\frac{4m-11}{m-2} &= 4 \Rightarrow 4m-11 = 4m-8 \Rightarrow -11 = -8 \\ \frac{4m-11}{m-2} &= 0 \Rightarrow 4m-11 = 0 \Rightarrow m = \frac{11}{4}\end{aligned}$$

همچنین اگر $m-2 = 0$ شود، معادله ریشه‌ای نخواهد داشت. پس:

$$m-2 = 0 \Rightarrow m = 2$$

(ریاضی ۲، هندسه تحلیلی و جبر، صفحه‌های ۱۹ تا ۲۴)