سایت ویژه ریاضیات www.riazisara.ir

درســـنامه ها و جـــزوه های ریاضـــی

سوالات و پاسخنامه تشریحی کنکور

نمونه سوالات امتحانات ریاضی

نرم افزارهای ریاضیات

و...

ریاضی سرا در تلگرام: (@riazisara)

https://t.me/riazisara

ریاضی سرا در اینستاگرام: (@riazisara.ir)

https://www.instagram.com/riazisara.ir

دانلود از سایت ریاضی سرا
www.riazisara.ir

حسابان 1 - 20 سوال

۸۱- جواب‌های معادلهٔ $2x+\sqrt{2x+5}=1$ کدام است؟

۱) $-\frac{1}{2}$ و -2 ۲) $+2$ ۳) $-\frac{1}{2}$ ۴) 2 و $-\frac{1}{2}$

آزمون 18 آبان

۸۲- مجموع n جملهٔ ابتدایی از یک دنبالهٔ حسابی برابر با $S_n=2n^2+n$ است. حاصل $a_{30}^2-a_{29}^2+a_{28}^2-a_{27}^2+....+a_2^2-a_1^2$ کدام است؟

۱) ۲۱۶۰۰ ۲) ۵۴۹۰

۳) ۲۷۴۵ ۴) ۷۳۲۰

آزمون 18 آبان

۸۳- در دنبالهٔ هندسی روبه‌رو، مجموع n جملهٔ اول برابر با $\frac{255}{4}$ است. مجموع $n+2$ جملهٔ اول این دنباله کدام است؟

«$-\frac{3}{4}$, $\frac{3}{2}$, -3 , ...»

۱) $\frac{1023}{4}$ ۲) $-\frac{1023}{4}$ ۳) $\frac{2047}{4}$ ۴) $-\frac{2047}{4}$

آزمون 18 آبان

۸۴- نازنین، پازلی را به تنهایی ۶ ساعت زودتر از پدرام، کامل می‌کرد. پس از پنج ماه تمرین، سرعت نازنین و پدرام در تکمیل پازل به‌ترتیب ۳ و ۲ برابر شده است به‌طوری که هر دو با هم، همان پازل را در ۴ ساعت کامل می‌کنند. در حال حاضر اختلاف مدت زمانی که طول می‌کشد تا هر یک به تنهایی پازل را کامل کنند، چند ساعت است؟

۱) ۲ ۲) ۴ ۳) ۶ ۴) ۸

آزمون 18 آبان

۸۵- به ازای چه مجموعهٔ مقادیری از k، معادلهٔ $(x+2)(x^2+kx+k+3)=0$، دو ریشهٔ حقیقی منفی و یک ریشهٔ حقیقی مثبت دارد؟

۱) $-2<k<6$ ۲) $k<-3$

۳) $k>6$ یا $k<-2$ ۴) $-3<k<0$

آزمون 18 آبان

۸۶- اگر $b>0>a$ و $|b|>|a|$، آن‌گاه حاصل $|2a-b|+|b+a|-|b|$ کدام است؟

۱) $a-b$ ۲) a

۳) b ۴) $b-a$

آزمون 18 آبان

۸۷- اگر سهمی‌هایی به صورت $y = x^2 + ax + b$ بر خط $y = -4$ مماس باشند، آن‌گاه قدرمطلق تفاضل صفرهای این سهمی از هم کدام است؟

۱) ۲
۲) ۳
۳) ۴
۴) ریشه ندارند.

آزمون 18 آبان

۸۸- خط $y = ax + b$، نمودار $y = |x-3| - |x-6|$ را در بی‌شمار نقطه قطع می‌کند. $a + b$ کدام است؟ $(a \neq 0)$

۱) ۷
۲) -۷
۳) ۱۱
۴) -۱۱

آزمون 18 آبان

۸۹- معادلهٔ $x|x| = x^3 - 4x^2 + 3x$ چند جواب دارد؟

۱) ۱
۲) ۲
۳) ۳
۴) ۴

آزمون 18 آبان

۹۰- ریشهٔ کوچک‌تر معادلهٔ $\frac{5}{6} = \frac{1}{x} + \frac{x-1}{x+1}$، کدام است؟

۱) ۲
۲) ۳
۳) -۲
۴) -۳

آزمون 18 آبان

۹۱- حاصل‌ضرب جواب‌های معادلهٔ $\frac{3}{2} = \frac{3}{x^2-2x+3} + \frac{4}{(x-1)^2}$، کدام است؟

۱) $\frac{16}{3}$
۲) $-\frac{16}{3}$
۳) ۳
۴) -۳

آزمون 18 آبان

۹۲- اگر نقطهٔ A روی محور xها باشد به طوری که مجموع فاصله‌های این نقطه از نقاط ۳- و ۵ روی محور xها برابر با ۱۰ باشد، آن‌گاه بیش‌ترین فاصلهٔ نقطهٔ A از مبدأ کدام است؟

۱) ۳
۲) ۴
۳) ۵
۴) ۶

آزمون 18 آبان

۹۳- ریشهٔ کوچک‌تر معادلهٔ $x^2 + |x-1| = 11$ در کدام بازه قرار دارد؟

۱) $(-1 , -2)$
۲) $(-2 , -3)$
۳) $(-3 , -4)$
۴) $(0 , -1)$

آزمون 18 آبان

۹۴- اگر محیط یک مستطیل برابر $16 + 8\sqrt{5}$ باشد و نسبت طلایی در این مستطیل برقرار باشد، اختلاف طول و عرض این مستطیل کدام است؟

(در مستطیلی به طول (L) و عرض (W)، اگر $\frac{L}{W} = \frac{W+L}{L}$ برقرار باشد، نسبت طلایی برقرار است.)

۱) ۴
۲) ۲
۳) ۸
۴) $\frac{\sqrt{5}-1}{2}$

www.riazisara.ir
دانلود از سایت ریاضی سرا

آزمون 18 آبان

۹۵- حاصل‌ضرب جواب‌های معادلهٔ $\sqrt{x} = |x-۲| + |x-۱|$ در کدام بازه قرار می‌گیرد؟

۱) $(۰,۱)$ ۲) $(۱,۲)$

۳) $(۲,۳)$ ۴) $(۳,۴)$

آزمون 18 آبان

۹۶- معادلهٔ $\frac{۷۷}{۲\sqrt{x}+۵} - ۱۰ = \frac{۳}{۲\sqrt{x}-۵}$ چند ریشه دارد؟

۱) ۱ ۲) ۲

۳) ۳ ۴) صفر

آزمون 18 آبان

۹۷- معادلهٔ $(x-\sqrt{x})^۲ = ۴x - ۴\sqrt{x} - ۳$، چند جواب حقیقی دارد؟

۱) ۱ ۲) ۳

۳) ۴ ۴) ۲

آزمون 18 آبان

۹۸- تعداد ریشه‌های معادلهٔ $۲\sqrt{x^۲-۴x+۳} + \sqrt{۲x^۲-۵x+۳} = ۰$ کدام است؟

۱) صفر ۲) ۱

۳) ۲ ۴) ۳

آزمون 18 آبان

۹۹- اگر $x = -۲$ یکی از ریشه‌های معادلهٔ $\sqrt{x^۲+ax-۵} = \sqrt{x-x^۲+۷}$ باشد، آن‌گاه حاصل‌ضرب تمام ریشه‌های این معادله کدام است؟

۱) ۴- ۲) ۴ ۳) ۶- ۴) ۶

آزمون 18 آبان

۱۰۰- اگر مجموعهٔ جواب‌های معادلهٔ $|x^۲-(۱+a)x+a| = (a+۱)x - x^۲ - a$ را با یک بازه نشان دهیم، طول این بازه برابر با ۳ است. مجموع مقادیر ممکن برای a کدام است؟

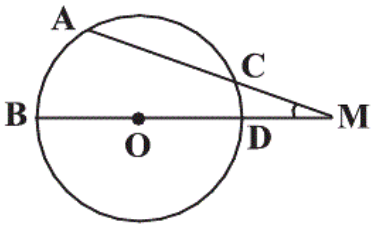
۱) صفر ۲) ۲ ۳) ۲- ۴) ۴

آزمون 18 آبان

هندسه‌ي 2 - 10 سوال

www.riazisara.ir دانلود از سایت ریاضی سرا

۱۲۱- مطابق شکل، در دایرهٔ $C'(O\ ,\ ۳)$ امتداد وتر AC و قطر BD در نقطهٔ M متقاطع‌اند. اگر $\hat{M} = ۳۰^\circ$ و $\overset{\frown}{AC} = ۸۰^\circ$ باشد، طول کمان AB کدام است؟



۱) ۳π

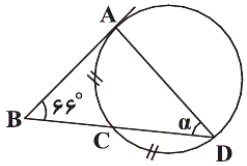
۲) ۴π

۳) π

۴) $\frac{۴\pi}{۳}$

آزمون 18 آبان

۱۲۲- در شکل زیر، مماس رسم شده در نقطهٔ A و امتداد وتر CD یکدیگر را در نقطهٔ B قطع کرده‌اند به‌طوری که $\overset{\frown}{AC} = \overset{\frown}{DC}$. زاویهٔ α چند درجه است؟



۱) ۳۰

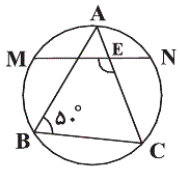
۲) ۳۳

۳) ۳۶

۴) ۳۸

آزمون 18 آبان

۱۲۳- در شکل مقابل، A وسط $\overset{\frown}{MN}$ است. اگر E محل برخورد MN با AC باشد، اندازهٔ $M\hat{E}C$ کدام است؟



۱) ۱۰۰°

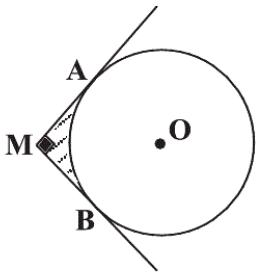
۲) ۱۵۰°

۳) ۱۳۰°

۴) ۱۰۵°

آزمون 18 آبان

۱۲۴- مطابق شکل، MA و MB به‌ترتیب در نقاط A و B بر دایرهٔ $C(O\ ,\ R)$ مماس‌اند. مساحت قسمت هاشورخورده کدام است؟ $(\hat{M} = ۹۰^\circ)$



۱) $R^۲(۱-\frac{\pi}{۴})$

۲) $۲R^۲(۱-\frac{\pi}{۴})$

۳) $R^۲(۱-\frac{\pi}{۸})$

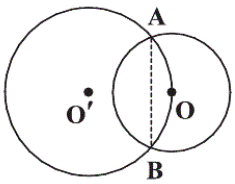
۴) $۲R^۲(۱-\frac{\pi}{۸})$

آزمون 18 آبان

www.riazisara.ir

دانلود از سایت ریاضی سرا

۱۲۵- دو دایرهٔ $C(O, \sqrt{5})$ و $C'(O', \frac{5}{2})$ مطابق شکل رسم شده‌اند. طول وتر AB کدام است؟



۱) ۲

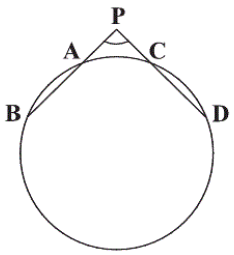
۲) ۳

۳) ۴

۴) ۶

آزمون 18 آبان

۱۲۶- در شکل زیر، امتداد وترهای AB و CD یکدیگر را در نقطهٔ P قطع کرده‌اند به طوری که $\hat{P} = ۱۲۰^\circ$. اگر $PA = PC = \frac{۱}{۲}CD = \sqrt{۳}$ باشد، طول پاره‌خط BD کدام است؟



۱) ۳

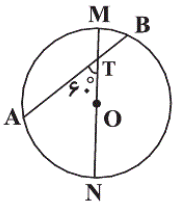
۲) ۶

۳) ۹

۴) ۱۲

آزمون 18 آبان

۱۲۷- مطابق شکل قطر دایرهٔ $C(O, R)$، روی وتری از آن، دو پاره‌خط به طول‌های ۲ و ۴ واحد ایجاد کرده و با آن زاویهٔ ۶۰° ساخته است. شعاع دایره کدام است؟



۱) $۲\sqrt{۳}$

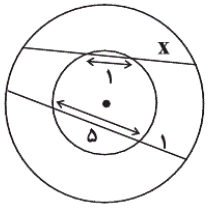
۲) ۲

۳) ۴

۴) $۴\sqrt{۳}$

آزمون 18 آبان

۱۲۸- دو وتر در دایره‌های $C_۱(O, R)$ و $C_۲(O, r)$ مطابق شکل رسم شده‌اند. با توجه به اندازه‌های مشخص شده، مقدار x کدام است؟



۱) ۲

۲) $\frac{۳}{۲}$

۳) ۱

۴) $\frac{۱}{۲}$

آزمون 18 آبان

www.riazisara.ir
دانلود از سایت ریاضی سرا

۱۲۹- دو دایرهٔ $C(O, ۵)$ و $C'(O', ۳)$ مفروض‌اند. اگر طول مماس مشترک خارجی این دو دایره برابر $۴\sqrt{۶}$ باشد، مجموع طول مماس مشترک‌های دو دایره کدام است؟

۱) ۱۲

۲) $۴\sqrt{۶}+۶$

۳) $۸\sqrt{۶}$

۴) $۸\sqrt{۶}+۱۲$

آزمون 18 آبان

۱۳۰- دو دایرهٔ $C(O, ۴)$ و $C'(O', ۹)$، دقیقاً دارای سه مماس مشترک هستند. طول مماس مشترک خارجی آن‌ها کدام است؟

۱) ۶

۲) ۱۲

۳) ۱۸

۴) ۲۴

آزمون 18 آبان

حسابان1 - سوالات موازي - 20 سوال

۱۰۱- مجموع n جملهٔ نخست دنباله‌ای حسابی از رابطهٔ $S_n = n^۲ + ۳kn - k + ۱$ به‌دست می‌آید. جملهٔ اول این دنباله چند برابر قدرنسبت دنباله است؟

۱) ۱ ۲) ۲ ۳) ۳ ۴) ۴

آزمون 18 آبان

۱۰۲- مجموع سه جملهٔ اول یک دنبالهٔ حسابی ۳۵ و مجموع سه جملهٔ آخر آن ۱۷۵ و مجموع تمام جملات آن ۳۵۰ است. این دنباله چند جمله دارد؟

۱) ۷ ۲) ۸ ۳) ۹ ۴) ۱۰

آزمون 18 آبان

۱۰۳- در دنبالهٔ هندسی روبه‌رو، مجموع n جملهٔ اول برابر با $\frac{۲۵۵}{۴}$ است. مجموع $n+۲$ جملهٔ اول این دنباله کدام است؟

$$«-\frac{۳}{۴}\ ,\ \frac{۳}{۲}\ ,\ -۳\ ,\ ...»$$

۱) $\frac{۱۰۲۳}{۴}$ ۲) $-\frac{۱۰۲۳}{۴}$ ۳) $\frac{۲۰۴۷}{۴}$ ۴) $-\frac{۲۰۴۷}{۴}$

آزمون 18 آبان

www.riazisara.ir دانلود از سایت ریاضی سرا

۱۰۴- حاصل عبارت $A=\frac{۱-۲t+۴t^۲-.....-۵۱۲t^۹}{۱+۴t^۲+۱۶t^۴+۶۴t^۶+۲۵۶t^۸}$ به ازای $t=۱-\sqrt{۲}$ کدام است؟

۱) $\sqrt{۲}+۱$ ۲) $\sqrt{۲}-۱$

۳) $۲\sqrt{۲}-۱$ ۴) $۲\sqrt{۲}+۱$

آزمون 18 آبان

۱۰۵- به ازای چه مجموعهٔ مقادیری از k، معادلهٔ $(x+۲)(x^۲+kx+k+۳)=۰$، دو ریشهٔ حقیقی منفی و یک ریشهٔ حقیقی مثبت دارد؟

۱) $-۲<k<۶$ ۲) $k<-۳$

۳) $k<-۲$ یا $k>۶$ ۴) $-۳<k<۰$

آزمون 18 آبان

۱۰۶- ریشه‌های معادلهٔ $x^۲-ax+a-۴=۰$، نصف ریشه‌های معادلهٔ $x^۲-bx-۲x-b=۰$ هستند. حاصل $b-a$ کدام است؟

۱) ۲ ۲) ۵

۳) ۱ ۴) -۲

آزمون 18 آبان

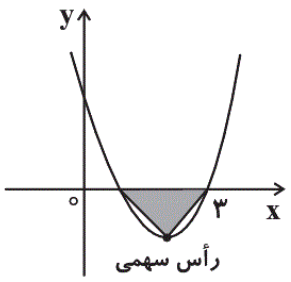
۱۰۷- اگر سهمی‌هایی به صورت $y=x^۲+ax+b$ بر خط $y=-۴$ مماس باشند، آن‌گاه قدرمطلق تفاضل صفرهای این سهمی از هم کدام است؟

۱) ۲ ۲) ۳

۳) ۴ ۴) ریشه ندارند.

آزمون 18 آبان

۱۰۸- با توجه به نمودار تابع درجهٔ دوم $y=۳x^۲+ax+۱۸$، مساحت مثلث سایه‌زده کدام است؟



۱) $\frac{۳}{۲}$

۲) $\frac{۳}{۴}$

۳) $\frac{۳}{۸}$

۴) $\frac{۳}{۱۶}$

آزمون 18 آبان

۱۰۹- معادلهٔ $x|x|=x^۳-۴x^۲+۳x$ چند جواب دارد؟

۱) ۱ ۲) ۲ ۳) ۳ ۴) ۴

آزمون 18 آبان

۱۱۰- ریشهٔ کوچک‌تر معادلهٔ $\frac{x-۱}{x+۱}+\frac{۱}{x}=\frac{۵}{۶}$، کدام است؟

۱) ۲ ۲) ۳ ۳) -۲ ۴) -۳

آزمون 18 آبان

www.riazisara.ir دانلود از سایت ریاضی سرا

۱۱۱- حاصل‌ضرب جواب‌های معادلهٔ $\frac{۳}{۲}=\frac{۳}{x^۲-۲x+۳}+\frac{۴}{(x-۱)^۲}$، کدام است؟

۱) $\frac{۱۶}{۳}$ ۲) $-\frac{۱۶}{۳}$ ۳) ۳ ۴) ۳-

آزمون 18 آبان

۱۱۲- معادلهٔ $\frac{۴x-۴}{x^۲-۴}=\frac{۲}{x}+\frac{۳}{x+۲}$، دارای چند جواب است؟

۱) صفر ۲) یک ۳) دو ۴) بی‌شمار

آزمون 18 آبان

۱۱۳- اگر یکی از ریشه‌های معادلهٔ $\frac{۲}{۳}=\frac{k}{x+۳}+\frac{x+۱}{x-۱}$ از قرینهٔ ریشهٔ دیگر ۲۶ واحد کم‌تر باشد، حاصل‌ضرب ریشه‌های این معادله کدام است؟

۱) ۴- ۲) ۶- ۳) ۲- ۴) ۳-

آزمون 18 آبان

۱۱۴- اگر محیط یک مستطیل برابر $۱۶+۸\sqrt{۵}$ باشد و نسبت طلایی در این مستطیل برقرار باشد، اختلاف طول و عرض این مستطیل کدام است؟

(در مستطیلی به طول (L) و عرض (W)، اگر $\frac{L}{W}=\frac{W+L}{L}$ برقرار باشد، نسبت طلایی برقرار است.)

۱) ۴ ۲) ۲ ۳) ۸ ۴) $\frac{\sqrt{۵}-۱}{۲}$

آزمون 18 آبان

۱۱۵- معادلهٔ $\frac{x-a}{x+۱}+\frac{۲x}{x^۲-۱}=۱$ ریشه ندارد. مجموع مقادیر ممکن برای a کدام است؟

۱) ۱ ۲) ۲ ۳) ۳ ۴) ۴

آزمون 18 آبان

۱۱۶- معادلهٔ $\frac{۳}{۲\sqrt{x}-۵}=۱۰-\frac{۷۷}{۲\sqrt{x}+۵}$ چند ریشه دارد؟

۱) ۱ ۲) ۲ ۳) ۳ ۴) صفر

آزمون 18 آبان

۱۱۷- تعداد جواب‌های معادلهٔ $(x^۲+\sqrt{x}+۱)^۲=۱-x^۲-\sqrt{x}$ کدام است؟

۱) صفر ۲) ۱ ۳) ۲ ۴) ۳

آزمون 18 آبان

۱۱۸- تعداد ریشه‌های معادلهٔ $۲\sqrt{x^۲-۴x+۳}+\sqrt{۲x^۲-۵x+۳}=۰$ کدام است؟

۱) صفر ۲) ۱ ۳) ۲ ۴) ۳

آزمون 18 آبان

www.riazisara.ir دانلود از سایت ریاضی سرا

۱۱۹- اگر $x=-۲$ یکی از ریشه‌های معادلهٔ $\sqrt{x^۲+ax-۵}=\sqrt{x-x^۲+۷}$ باشد، آن‌گاه حاصل‌ضرب تمام ریشه‌های این معادله کدام است؟

۱) -۴ ۲) ۴ ۳) -۶ ۴) ۶

آزمون 18 آبان

۱۲۰- معادلهٔ $\frac{\sqrt{۱-x^۲}}{۲\sqrt{x+۴}}+۵\sqrt{x^۲}=۶-x^۲$ چند ریشهٔ صحیح دارد؟

۱) ۱ ۲) ۲ ۳) ۳ ۴) ریشهٔ حقیقی ندارد.

آزمون 18 آبان

هندسه2- سوالات موازي - 10 سوال

۱۳۱- فاصلهٔ نزدیک‌ترین نقطهٔ خط l تا نزدیک‌ترین نقطهٔ دایرهٔ $C(O\ ,\ ۳n-۲)$ برابر $n-۴$ است. اگر خط و دایره هیچ نقطهٔ اشتراکی نداشته باشند، مقدار n کدام گزینه نمی‌تواند باشد؟

۱) ۳

۲) ۱

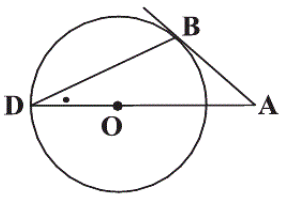
۳) $\frac{۳}{۲}$

۴) $\frac{۱}{۲}$

آزمون 18 آبان

۱۳۲- مطابق شکل در دایرهٔ $C\ (O\ ,\ ۵)$، هرگاه طول مماس AB برابر ۵ باشد، اندازهٔ زاویهٔ D کدام است؟

(D محل برخورد امتداد AO با دایره است.)



۱) ۳۰°

۲) ۴۵°

۳) ۶۰°

۴) $۲۲/۵^\circ$

آزمون 18 آبان

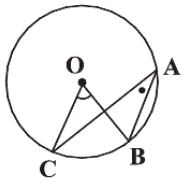
۱۳۳- از نقطهٔ M درون دایره‌ای به مرکز O، کوتاه‌ترین وتر گذرنده از M به اندازهٔ $\sqrt{۳}$ برابر شعاع دایره، رسم شده است. فاصلهٔ M تا مرکز دایره، چند برابر شعاع دایره است؟

۱) $\frac{۱}{۴}$ ۲) $\frac{۱}{۲}$ ۳) $\frac{۳}{۴}$ ۴) $\frac{۲}{۳}$

آزمون 18 آبان

www.riazisara.ir دانلود از سایت ریاضی سرا

۱۳۴- دایرهٔ $C(O, ۶)$ مفروض است. اگر $\hat{O} = (۲x + ۱۰)^\circ$ و $\hat{A} = (۳x - ۳۵)^\circ$ باشد، طول کمان BC کدام است؟



۱) $\frac{۵\pi}{۳}$

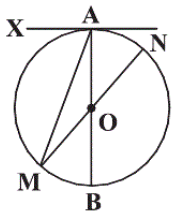
۲) ۲π

۳) $\frac{۸\pi}{۳}$

۴) $\frac{۱۰\pi}{۳}$

آزمون 18 آبان

۱۳۵- در شکل زیر، AB و MN قطرهای دایره‌ای به مرکز O هستند. اگر AX در نقطهٔ A مماس بر دایره و $\overset{\frown}{BN} = ۵\overset{\frown}{AN}$ باشد، اندازهٔ زاویهٔ XAM کدام است؟



۱) ۸۰°

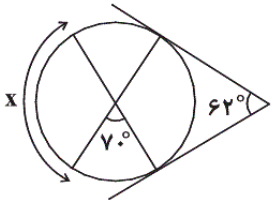
۲) ۷۵°

۳) ۶۰°

۴) ۵۰°

آزمون 18 آبان

۱۳۶- در شکل زیر، زاویهٔ بین دو مماس و زاویهٔ بین دو وتر درون دایره به‌ترتیب برابر با ۶۲° و ۷۰° می‌باشد، اندازهٔ کمان x کدام است؟ (محل برخورد مماس‌ها با وترها روی محیط دایره است.)



۱) ۱۱۰°

۲) ۱۰۲°

۳) ۱۰۵°

۴) ۹۸°

آزمون 18 آبان

۱۳۷- چه تعداد از موارد زیر صحیح می‌باشند؟

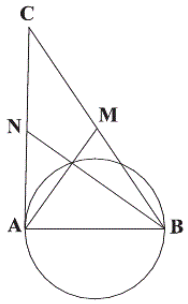
* در یک دایره، کمان‌های محصور بین دو وتر موازی، با هم برابرند.
* در یک دایره، از دو وتر نابرابر آن‌که کوچک‌تر است، به مرکز دایره نزدیک‌تر است.
* در یک دایره، وتری که یکی از کمان‌های وتر دیگر را نصف می‌کند، همواره بر آن عمود است.
* در یک دایره، کمان‌های محصور بین دو وتر مساوی، با هم برابرند.

۱) ۱ ۲) ۲ ۳) ۳ ۴) ۴

آزمون 18 آبان

www.riazisara.ir
دانلود از سایت ریاضی سرا

۱۳۸- در شکل زیر، AM به طول ۶ و BN به طول ۸، میانه‌های مثلث ABC هستند به‌طوری که همدیگر را روی دایره قطع کرده‌اند. اگر AB قطر دایره باشد، طول میانهٔ وارد بر آن از رأس C کدام است؟



۱) ۱۰

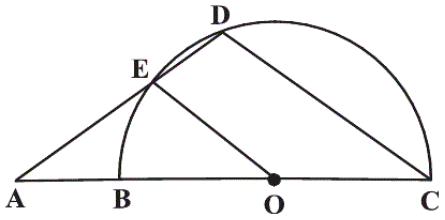
۲) ۵

۳) $\frac{۲۰}{۳}$

۴) $\frac{۱۰}{۳}$

آزمون 18 آبان

۱۳۹- در شکل زیر، امتداد قطر BC و وتر DE یکدیگر را در نقطهٔ A قطع نموده‌اند. اگر O مرکز نیم‌دایره و $\overset{\frown}{BE} = ۳۰^\circ$ باشد، زاویهٔ A کدام است؟ $(OE \parallel CD)$



۱) ۲۵°

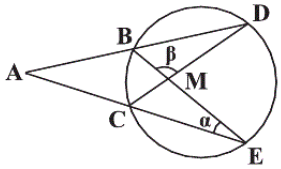
۲) ۳۵°

۳) ۴۵°

۴) ۳۰°

آزمون 18 آبان

۱۴۰- در شکل زیر، امتداد وترهای BD و CE یکدیگر را در نقطهٔ A و وترهای BE و CD یکدیگر را در نقطهٔ M قطع کرده‌اند. اگر $\alpha = ۲۰^\circ$ و $\beta = ۱۱۰^\circ$ باشد، زاویهٔ A چند درجه است؟



۱) ۲۰

۲) ۲۵

۳) ۳۰

۴) ۳۵

آزمون 18 آبان

آمار و احتمال - 10 سوال

۱۴۱- جدول ارزش مقابل، مربوط به کدام گزاره است؟

p	q	
د	د	د
د	ن	د
ن	د	د
ن	ن	ن

۱) $p \vee \sim q$

۲) $\sim (p \wedge \sim q)$

۳) $\sim q \Rightarrow p$

۴) $q \Rightarrow \sim p$

آزمون 18 آبان

۱۴۲- فرض کنید p، q و r سه گزاره باشند. گزارهٔ $(p \Rightarrow q) \wedge (p \Rightarrow r)$ در چند حالت از ارزش گزاره‌های p، q و r، دارای ارزش درست است؟

۱) ۵ ۲) ۶ ۳) ۷ ۴) ۸

www.riazisara.ir دانلود از سایت ریاضی سرا

آزمون 18 آبان

۱۴۳- هرگاه $A=\{x\in Z \mid -۱\le x\le ۱\}$ دامنهٔ متغیر گزاره‌نما باشد، ارزش کدام یک از گزاره‌های سوری زیر نادرست است؟

۱) $\forall x\in A\ ;\ x^۳=x$
۲) $\exists x\in A\ ;\ x^۲>x$
۳) $\forall x\in A\ ;\ ۲^x\ge x+۱$
۴) $\exists x\in A\ ;\ x-\frac{۱}{x}>۰$

آزمون 18 آبان

۱۴۴- ارزش چه تعداد از گزاره‌های زیر صحیح است؟

الف) $\forall x\in Z\ ;\ x^۲>۰$

ب) $\forall x\in\{x\mid ۰<x\le ۱\ ,\ x\in R\}\ ;\ x^۲\le x$

پ) $\forall x\in R^+\ ;\ x+\frac{۱}{x}>۲$

ت) $\exists x\notin Q\ ;\ x^۲\notin Q$

۱) ۱ ۲) ۲ ۳) ۳ ۴) ۴

آزمون 18 آبان

۱۴۵- نقیض گزارهٔ سوری $\forall x\in(-\infty\ ,\ ۰)\ ;\ x+\frac{۱}{x}\le -۲$ کدام است؟

۱) $\exists x\in(-\infty\ ,\ ۰)\ ;\ x+\frac{۱}{x}>-۲$
۲) $\exists x\in(-\infty\ ,\ ۰)\ ;\ x+\frac{۱}{x}>۲$
۳) $\exists x\in(۰\ ,\ +\infty)\ ;\ x+\frac{۱}{x}>-۲$
۴) $\exists x\in(۰\ ,\ +\infty)\ ;\ x+\frac{۱}{x}>۲$

آزمون 18 آبان

۱۴۶- نقیض گزارهٔ $\exists n\in N\ ;\ ((۲^n)^۲+۱)\in P$ چه ارزشی دارد و به چه صورت نوشته می‌شود؟ (P مجموعه اعداد اول است.)

۱) درست و $\forall n\in N\ ;\ ((۲^n)^۲+۱)\notin P$
۲) نادرست و $\exists n\in N\ ;\ ((۲^n)^۲+۱)\notin P$
۳) درست و $\exists n\in N\ ;\ ((۲^n)^۲+۱)\notin P$
۴) نادرست و $\forall n\in N\ ;\ ((۲^n)^۲+۱)\notin P$

آزمون 18 آبان

۱۴۷- گزارهٔ $(\exists x\in N\ ;\ \sim(x\in P\wedge x\in E))$ به فارسی چگونه بیان می‌شود؟ (P مجموعهٔ اعداد اول و E مجموعهٔ اعداد زوج است.)

۱) عددی طبیعی وجود ندارد که اول یا زوج باشد.
۲) برخی از اعداد طبیعی، اول و زوج هستند.
۳) برخی از اعداد طبیعی، اول نیستند یا زوج نیستند.
۴) عددی طبیعی وجود ندارد که اول و زوج باشد.

آزمون 18 آبان

۱۴۸- اگر A ، B و C، افرازی برای مجموعهٔ ۱۲ عضوی U و $۳n(A)=۶n(B)=۲n(C)$ باشد، تعداد اعضای $A\cup C$ کدام است؟

۱) ۷ ۲) ۸ ۳) ۹ ۴) ۱۰

آزمون 18 آبان

۱۴۹- در کدام یک از گزینه‌های زیر، سه مجموعهٔ A ، B و C وجود ندارد به طوری که در رابطه‌های داده شده صدق کنند؟

۱) $A\in C\ ,\ B\subseteq C\ ,\ A\notin B$
۲) $A\subseteq C\ ,\ B\not\subseteq C\ ,\ A\subseteq B$
۳) $A\notin C\ ,\ B\not\subseteq C\ ,\ A\in B$
۴) $A\notin C\ ,\ B\subseteq C\ ,\ A\in B$

آزمون 18 آبان

۱۵۰- اگر $A\subseteq B$ و $A\subseteq B'$ باشد، کدام گزینه همواره صحیح است؟

۱) $A=B$ ۲) $A=\varnothing$ ۳) $B=\varnothing$ ۴) $B\subseteq A$

www.riazisara.ir دانلود از سایت ریاضی سرا

دانلود از سایت ریاضی سرا
www.riazisara.ir

۸۱- *(علی‌اکبر اسکندری)*

$$\sqrt{۲x+۵}=۱-۲x \xrightarrow{\text{توان ۲}} (\sqrt{۲x+۵})^۲=(۱-۲x)^۲$$

$$۲x+۵=۱+۴x^۲-۴x \Rightarrow ۴x^۲-۶x-۴=۰$$

$$\Rightarrow ۲x^۲-۳x-۲=۰ \Rightarrow \begin{cases} x=۲ & \text{غ ق ق} \\ x=-\frac{۱}{۲} \end{cases}$$

جواب $x=۲$ در معادله صدق نمی‌کند و فقط جواب $x=-\frac{۱}{۲}$ قابل قبول است.

(حسابان ۱- صفحه‌های ۲۰ تا ۲۲)

۱ ۲ ۳✓ ۴

آزمون 18 آبان

۸۲- *(محمدحسین صابری)*

می‌دانیم مجموع n جملهٔ اول هر دنبالهٔ حسابی به‌صورت $S_n=An^۲+Bn$ است که در آن $A=\frac{d}{۲}$ است. پس در این دنباله $d=۴$ است و داریم:

$$(\underbrace{a_{۳۰}-a_{۲۹}}_{d})(a_{۳۰}+a_{۲۹})+(\underbrace{a_{۲۸}-a_{۲۷}}_{d})(a_{۲۸}+a_{۲۷})$$

$$+\ldots+(\underbrace{a_۲-a_۱}_{d})(a_۲+a_۱)$$

$$=d(a_۱+a_۲+a_۳+\ldots+a_{۲۹}+a_{۳۰})$$

$$=d(S_{۳۰})=۴(۲\times ۹۰۰+۳۰)=۷۳۲۰$$

(حسابان ۱- صفحه‌های ۲ تا ۴)

۱ ۲ ۳ ۴✓

آزمون 18 آبان

۸۳- (سیدعادل حسینی)

در دنبالهٔ هندسی « ... , ۳- , $\frac{۳}{۲}$, $-\frac{۳}{۴}$ » داریم: $\begin{cases} a_۱ = -\frac{۳}{۴} \\ q = -۲ \end{cases}$

S_n را حساب می‌کنیم و برابر با $\frac{۲۵۵}{۴}$ قرار می‌دهیم تا n به‌دست آید:

$$S_n = \frac{۲۵۵}{۴} \Rightarrow \frac{a_۱(q^n - ۱)}{q - ۱} = \frac{۲۵۵}{۴} \Rightarrow \frac{-\frac{۳}{۴}((-۲)^n - ۱)}{-۲ - ۱} = \frac{۲۵۵}{۴}$$

$$\frac{-\frac{۳}{۴}((-۲)^n - ۱)}{-۳} = \frac{۲۵۵}{۴} \Rightarrow (-۲)^n - ۱ = ۲۵۵ \Rightarrow (-۲)^n = ۲۵۶ \Rightarrow n = ۸$$

حال مجموع $n + ۲ = ۱۰$ جملهٔ اول را به‌دست می‌آوریم:

$$S_{۱۰} = \frac{a_۱(q^{۱۰} - ۱)}{q - ۱} = \frac{-\frac{۳}{۴}((-۲)^{۱۰} - ۱)}{-۲ - ۱} = \frac{۱}{۴} \times ۱۰۲۳ = \frac{۱۰۲۳}{۴}$$

(حسابان ۱- صفحه‌های ۴ تا ۶)

۱ ✓ ۲ ۳ ۴

آزمون 18 آبان

$$\frac{۳}{t} + \frac{۲}{t+۶} = \frac{۱}{۴} \xrightarrow{t \neq ۰ , -۶} ۴t(t+۶)\left(\frac{۳}{t} + \frac{۲}{t+۶} = \frac{۱}{۴}\right)$$

$$\Rightarrow t^۲ - ۱۴t - ۷۲ = ۰ \Rightarrow (t - ۱۸)(t + ۴) = ۰ \Rightarrow \begin{cases} t = ۱۸ \\ t = -۴ \end{cases}$$ غ ق ق

$$\left.\begin{array}{l} \text{نازنین} : t' = \frac{t}{۳} = ۶ \\ \text{پدرام} : t' = \frac{t+۶}{۲} = ۱۲ \end{array}\right\} \Rightarrow |t'_{\text{نازنین}} - t'_{\text{پدرام}}| = ۶$$

(حسابان ۱- صفحه‌های ۱۷ تا ۱۹)

۱ ۲ ۳ ✓ ۴

آزمون 18 آبان

www.riazisara.ir دانلود از سایت ریاضی سرا

۸۵- (محمدرضا توجه)

یکی از جواب‌های معادلهٔ $(x+۲)(x^۲+kx+k+۳)=۰$، $x=-۲$ است. پس معادلهٔ $x^۲+kx+k+۳=۰$ باید یک ریشهٔ مثبت و یک ریشهٔ منفی داشته باشد، پس شرایط زیر باید برقرار باشد:

۱) $\Delta>۰$

۲) $P<۰$

اگر $P<۰$ باشد، حتماً شرط $\Delta>۰$ نیز برقرار است. پس:

$$P<۰\Rightarrow\frac{c}{a}<۰\Rightarrow\frac{k+۳}{۱}<۰\Rightarrow k<-۳$$

(حسابان ۱- صفحه‌های ۷ تا ۱۳)

۱ ۲✓ ۳ ۴

آزمون 18 آبان

۸۶- (محمدرضا حسین‌زاده)

چون a مثبت و b منفی است، $|۲a-b|=۲a-b$ و $|b|=-b$.

چون $|b|>|a|$ است، $|b+a|=-(a+b)$.

پس:

$$|۲a-b|+|b+a|-|b|=۲a-b-(a+b)-(-b)$$

$$=۲a-b-a-b+b=a-b$$

(حسابان ۱- صفحه‌های ۲۳ تا ۲۵)

۱✓ ۲ ۳ ۴

آزمون 18 آبان

۸۷- (محمدمصطفی ابراهیمی)

وقتی سهمی بر خط $y=-۴$ مماس است یعنی عرض رأس سهمی ۴- می‌باشد.

$$-\frac{\Delta}{۴a'}=-۴\Rightarrow\Delta=۱۶(a')=۱۶(۱)=۱۶$$

قدرمطلق تفاضل صفرهای تابع درجهٔ دوم برابر است با:

$$\frac{\sqrt{\Delta}}{|a'|}=\frac{\sqrt{۱۶}}{۱}=۴$$

(حسابان ۱- صفحه‌های ۷ تا ۱۳)

۱ ۲ ۳✓ ۴

آزمون 18 آبان

www.riazisara.ir دانلود از سایت ریاضی سرا

برای آن‌که خط $y = ax + b$ بخواهد این تابع را در بی‌شمار نقطه قطع کند (با توجه به آن‌که $a \neq 0$ است) باید بر نمودار رسم شده در بازهٔ $(۶ , ۳)$ منطبق باشد، یعنی:

$$۳ < x < ۶ : y = (x-۳) - (-(x-۶)) = x - ۳ + x - ۶ = ۲x - ۹$$

پس $a = ۲$ و $b = -۹$؛ در نتیجه $a + b = -۷$.

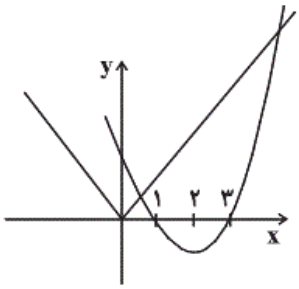
(حسابان ۱- صفحه‌های ۲۳ تا ۲۵)

۱ ۲✓ ۳ ۴

آزمون 18 آبان

-۸۹ (امیرهوشنگ خمسه)

اگر در سمت راست، از x فاکتور بگیریم و با سمت چپ ساده کنیم، یک ریشه $x = ۰$ خواهد بود.



$$x|x| = x(x^۲ - ۴x + ۳)$$
$$\Rightarrow |x| = x^۲ - ۴x + ۳$$
$$\Rightarrow |x| = (x-۱)(x-۳)$$

حال نمودار طرفین معادله را رسم می‌کنیم. با توجه به نمودار، معادله دو جواب دیگر نیز دارد. پس در مجموع معادله سه جواب دارد.

(حسابان ۱- صفحه‌های ۱۰ تا ۱۴)

۱ ۲ ۳✓ ۴

آزمون 18 آبان

-۹۰ (آیدا آریانفر)

$$\frac{x-۱}{x+۱} + \frac{۱}{x} = \frac{۵}{۶} \Rightarrow \frac{x^۲ - x + x + ۱}{x(x+۱)} = \frac{۵}{۶}$$

$$\Rightarrow \frac{x^۲ + ۱}{x^۲ + x} = \frac{۵}{۶} \Rightarrow ۶x^۲ + ۶ = ۵x^۲ + ۵x$$

$$\Rightarrow x^۲ - ۵x + ۶ = ۰ \Rightarrow (x-۲)(x-۳) = ۰ \Rightarrow \begin{cases} x = ۲ & \text{(ریشهٔ کوچک‌تر)} \\ x = ۳ \end{cases}$$

(حسابان ۱- صفحه‌های ۱۷ تا ۱۹)

۱✓ ۲ ۳ ۴

آزمون 18 آبان

www.riazisara.ir دانلود از سایت ریاضی سرا

۹۱- (علی شهرابی)

با فرض $t = x^۲ - ۲x + ۱$، معادله به شکل زیر درمی‌آید:

$$\xrightarrow{t=x^۲-۲x+۱} \frac{۴}{t} + \frac{۳}{t+۲} = \frac{۳}{۲} \Rightarrow \frac{۴t+۸+۳t}{t(t+۲)} = \frac{۳}{۲}$$

$$\Rightarrow \frac{۷t+۸}{t^۲+۲t} = \frac{۳}{۲} \Rightarrow ۳t^۲ + ۶t = ۱۴t + ۱۶ \Rightarrow ۳t^۲ - ۸t - ۱۶ = ۰$$

$$\Delta = ۶۴ - ۴(۳)(-۱۶) = ۲۵۶$$

$$t = \frac{۸ \pm \sqrt{۲۵۶}}{۶} = \frac{۸ \pm ۱۶}{۶} \Rightarrow \begin{cases} t_۱ = \frac{۲۴}{۶} = ۴ \\ t_۲ = -\frac{۸}{۶} = -\frac{۴}{۳} \quad \text{غ ق ق} \end{cases}$$

پس:

$$(x-۱)^۲ = ۴ \Rightarrow \begin{cases} x-۱ = ۲ \Rightarrow x = ۳ \\ x-۱ = -۲ \Rightarrow x = -۱ \end{cases}$$

پس حاصل‌ضرب ریشه‌های این معادله، $۳ \times (-۱) = -۳$ است.

(حسابان ۱- صفحه‌های ۱۳ و ۱۷ تا ۱۹)

۱ ۲ ۳ ۴✓

آزمون 18 آبان

۹۲- (امیرهوشنگ خمسه)

طبق صورت تست داریم: $|x_A + ۳| + |x_A - ۵| = ۱۰$

اگر $x_A \geq ۵ \Rightarrow x_A + ۳ + x_A - ۵ = ۱۰ \Rightarrow x_A = ۶$

اگر $x \leq -۳ \Rightarrow -x_A - ۳ - x_A + ۵ = ۱۰ \Rightarrow x_A = -۴$

در نتیجه بیش‌ترین فاصله از مبدا، برابر با ۶ است. توجه کنید که در محدودهٔ $-۳ < x_A < ۵$ برای x_A مقداری به دست نمی‌آید.

(حسابان ۱- صفحهٔ ۲۳ تا ۲۸)

۱ ۲ ۳ ۴✓

آزمون 18 آبان

www.riazisara.ir دانلود از سایت ریاضی سرا

۹۳- (مهرداد اسپیدکار)

برای حل معادلهٔ $|x-1|+x^2=11$ کافی است عبارت داخل قدرمطلق را تعیین علامت نموده و قدرمطلق را حذف کنیم. سپس معادله را بدون قدرمطلق حل کرده و درستی جواب‌ها را کنترل‌کنیم.

x		1	
$x-1$	$-$	0	$+$

$$x\le 1 \Rightarrow -(x-1)+x^2=11 \Rightarrow x^2-x-10=0 \qquad (1)$$

$$x_{1,2}=\frac{-b\pm\sqrt{\Delta}}{2a} \Rightarrow x_{1,2}=\frac{1\pm\sqrt{(-1)^2-4\times1\times(-10)}}{2\times1}$$

$$x_1=\frac{1-\sqrt{41}}{2} \text{ ق ق} \qquad x_2=\frac{1+\sqrt{41}}{2} \text{ غ ق ق}$$

جواب‌های معادله باید در محدودهٔ $x\le 1$ صدق کنند، بنابراین x_1 قابل قبول و x_2 غیرقابل قبول است.

$$x\ge 1 \Rightarrow (x-1)+x^2=11$$

$$\Rightarrow x^2+x-12=0 \Rightarrow (x+4)(x-3)=0 \qquad (2)$$

$$x_1=-4 \text{ غ ق ق} \qquad x_2=3 \text{ ق ق}$$

باز هم جواب‌های معادله باید در محدودهٔ مورد نظر یعنی $x\ge 1$ صدق کنند پس x_2 قابل قبول و x_1 غیرقابل قبول است.

$$\Rightarrow \text{جواب‌های معادله} = \{\frac{1-\sqrt{41}}{2}\ ,\ 3\}$$

جواب کوچک‌تر همان $\frac{1-\sqrt{41}}{2}$ می‌باشد که مقدار آن به‌طور تقریبی $\frac{1-6/4}{2}\simeq -2/7$ است و در بازهٔ $(-2\ ,\ -3)$ قرار می‌گیرد.

(حسابان ۱- صفحه‌های ۲۳ تا ۲۸)

۱ ۲✓ ۳ ۴

آزمون 18 آبان

$$2(L+W)=16+8\sqrt{5} \Rightarrow W(\sqrt{5}+3)=16+8\sqrt{5}$$

$$\Rightarrow W=\frac{16+8\sqrt{5}}{\sqrt{5}+3}=2+2\sqrt{5}$$

$$L-W=W(\frac{\sqrt{5}+1-2}{2})=W(\frac{\sqrt{5}-1}{2})=(2+2\sqrt{5})(\frac{\sqrt{5}-1}{2})$$

$$\Rightarrow L-W=4$$

(حسابان ۱- صفحه‌های ۱۷ تا ۱۹)

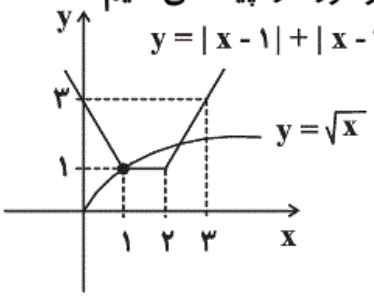
۱✓ ۲ ۳ ۴

آزمون 18 آبان

www.riazisara.ir دانلود از سایت ریاضی سرا

۹۵- (مهرداد اسپیدکار)

جواب‌های معادلهٔ $|x-۱|+|x-۲|=\sqrt{x}$ را به روش هندسی تعیین می‌کنیم؛ یعنی نمودار تابع $y=\sqrt{x}$ و $y=|x-۱|+|x-۲|$ را با هم در یک دستگاه رسم می‌کنیم و مکان نقاط برخورد را پیدا می‌کنیم.



با توجه به اندازه‌های روی شکل واضح است که یکی از نقاط برخورد در نقطهٔ $x_۱=۱$ و دیگری در بازهٔ $(۳\ ,\ ۲)$ قرار دارد. بنابراین حاصل‌ضرب جواب‌های این معادله در بازهٔ $(۳\ ,\ ۲)$ قرار دارد.

(حسابان ۱- صفحه‌های ۱۳ و ۲۳ تا ۲۸)

۱ ۲ ۳✓ ۴

آزمون 18 آبان

۹۶- (امیرهوشنگ خمسه)

$$\frac{۳}{۲\sqrt{x}-۵}+\frac{۷۷}{۲\sqrt{x}+۵}=۱۰\Rightarrow\frac{۶\sqrt{x}+۱۵+۱۵۴\sqrt{x}-۳۸۵}{۴x-۲۵}=۱۰$$
$$\Rightarrow ۱۶۰\sqrt{x}-۳۷۰=۱۰(۴x-۲۵)\Rightarrow ۱۶\sqrt{x}-۳۷=۴x-۲۵$$
$$\Rightarrow ۱۶\sqrt{x}=۴x+۱۲\Rightarrow ۴\sqrt{x}=x+۳$$
$$\xrightarrow{\text{توان ۲}} ۱۶x=x^۲+۶x+۹\Rightarrow x^۲-۱۰x+۹=۰\Rightarrow x=۱\ ,\ ۹$$

(حسابان ۱- صفحهٔ ۱۷ تا ۲۲)

۱ ۲✓ ۳ ۴

آزمون 18 آبان

www.riazisara.ir دانلود از سایت ریاضی سرا

۹۷- (حامد یحیی‌اوغلی)

در معادلهٔ داده شده قرار می‌دهیم $x-\sqrt{x}=t$ و به‌دست می‌آوریم:

$$(x-\sqrt{x})^2=4(x-\sqrt{x})-3 \xrightarrow{x-\sqrt{x}=t} t^2-4t+3=0$$

$$\Rightarrow (t-1)(t-3)=0 \Rightarrow \begin{cases} t=1 \\ t=3 \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} x-\sqrt{x}=1 \\ x-\sqrt{x}=3 \end{cases}$$

مجدداً با تغییر متغیر $\sqrt{x}=m$، به‌دست می‌آوریم:

$$\begin{cases} x-\sqrt{x}=1 \\ x-\sqrt{x}=3 \end{cases} \xrightarrow{\sqrt{x}=m} \begin{cases} m^2-m-1=0 \quad (I) \\ m^2-m-3=0 \quad (II) \end{cases}$$

دقت می‌کنیم که چون $P=m_1\times m_2=\frac{c}{a}$، برای هر دو معادلهٔ (I) و (II) مقداری منفی است، پس هر دو معادلهٔ مذکور دارای دو ریشهٔ مختلف‌العلامه هستند، یعنی برای m، چهار مقدار متفاوت به‌دست می‌آید ($\Delta_1=5$ و $\Delta_2=13$). اما چون $m=\sqrt{x}>0$، تنها دو مقدار مثبت آن‌ها مورد قبول است؛ بنابراین برای x، دو مقدار به‌دست می‌آید.

(حسابان ۱- صفحه‌های ۸ تا ۱۳، ۲۰ و ۲۲)

۱ ۲ ۳ ۴✓

آزمون 18 آبان

۹۸- (ابراهیم نجفی)

$$\underbrace{2\sqrt{x^2-4x+3}}_{\text{نامنفی}}+\underbrace{\sqrt{2x^2-5x+3}}_{\text{نامنفی}}=0$$

جمع دو عبارت نامنفی زمانی می‌تواند برابر صفر باشد که تک تک آن عبارت‌ها برابر صفر باشند:

$$2\sqrt{x^2-4x+3}=0 \Rightarrow x^2-4x+3=0$$

$$\xrightarrow{\text{جمع ضرایب صفر است.}} \begin{cases} x=1 \\ x=3 \end{cases}$$

حال این مقادیر را در عبارت بعدی جای‌گذاری می‌کنیم:

$x=1 \Rightarrow \sqrt{2(1)^2-5(1)+3}=\sqrt{0}=0$ ق ق

$x=3 \Rightarrow \sqrt{2(3)^2-5(3)+3}\neq 0$ غ ق ق

بنابراین معادله تنها یک ریشه دارد.

(حسابان ۱- صفحه‌های ۲۰ تا ۲۲)

۱ ۲✓ ۳ ۴

آزمون 18 آبان

www.riazisara.ir دانلود از سایت ریاضی سرا

۹۹– *(سینا محمدپور)*

ابتدا با جای‌گذاری $x=-۲$ در معادله، مقدار a را می‌یابیم:

$$\sqrt{(-۲)^۲-۲a-۵}=\sqrt{-۲-(-۲)^۲+۷}\Rightarrow ۴-۲a-۵=۱\Rightarrow a=-۱$$

لذا معادله به شکل زیر خواهد بود:

$$\sqrt{x^۲-x-۵}=\sqrt{x-x^۲+۷}$$

حال با تغییر متغیر $x^۲-x-۵=t$ داریم:

$$\sqrt{x^۲-x-۵}=\sqrt{۲-(x^۲-x-۵)}\Rightarrow \sqrt{t}=\sqrt{۲-t}$$

$$\Rightarrow t=۲-t\Rightarrow t=۱$$

در نتیجه:

$$x^۲-x-۵=۱\Rightarrow x^۲-x-۶=۰\Rightarrow \text{حاصل‌ضرب ریشه‌ها}=-۶$$

(حسابان ۱– صفحه‌های ۸، ۹ و ۲۰ تا ۲۲)

۱ ۲ ۳✓ ۴

آزمون 18 آبان

۱۰۰– *(سینا محمدپور)*

می‌دانیم تساوی $|m|=-m$ معادل $m\le ۰$ است. بنابراین:

$$|x^۲-(a+۱)x+a|=-(x^۲-(a+۱)x+a)$$

$$\Rightarrow x^۲-(a+۱)x+a\le ۰$$

$$\Rightarrow (x-a)(x-۱)\le ۰\Rightarrow \begin{cases}\text{اگر } a=۱\Rightarrow x=۱\\ \text{اگر } a<۱\Rightarrow a\le x\le ۱\\ \text{اگر } a>۱\Rightarrow ۱\le x\le a\end{cases}$$

حال بنابر فرض مساله می توان نتیجه گرفت که:

$$\begin{cases}x\in[۱,a]\xrightarrow{a-۱=۳}a=۴\\ x\in[a,۱]\xrightarrow{۱-a=۳}a=-۲\end{cases}\Rightarrow \text{مجموع مقادیر } a=۴-۲=۲$$

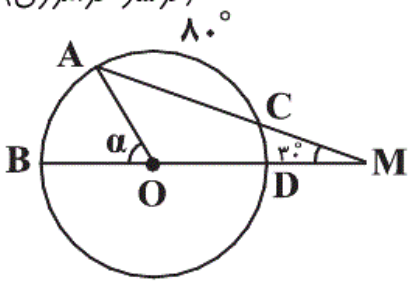
(حسابان ۱– صفحه‌های ۲۳ تا ۲۸)

۱ ۲✓ ۳ ۴

آزمون 18 آبان

www.riazisara.ir دانلود از سایت ریاضی سرا

-۱۲۱ (فرشاد فرامرزی)



$$\hat{M}=\frac{\overset{\frown}{AB}-\overset{\frown}{CD}}{۲}\xrightarrow{\hat{M}=۳۰^\circ}\overset{\frown}{AB}-\overset{\frown}{CD}=۶۰^\circ \quad (۱)$$

$$\overset{\frown}{AB}+\overset{\frown}{CD}=۱۸۰^\circ-\overset{\frown}{AC}\Rightarrow\overset{\frown}{AB}+\overset{\frown}{CD}=۱۰۰^\circ \quad (۲)$$

$$\xrightarrow{(۱)\ ,\ (۲)}۲\overset{\frown}{AB}=۱۶۰^\circ\Rightarrow\overset{\frown}{AB}=۸۰^\circ\Rightarrow\alpha=۸۰^\circ$$

$$\overset{\frown}{AB}\text{ طول}=\frac{\pi r\alpha}{۱۸۰^\circ}=\frac{\pi\times(۳)\times۸۰^\circ}{۱۸۰^\circ}=\frac{۴\pi}{۳}$$

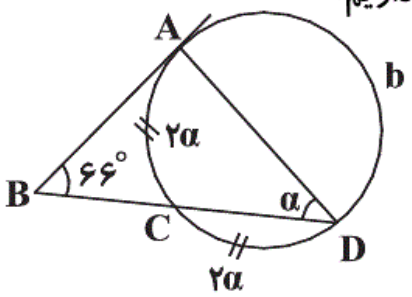
(هندسه ۲- صفحه‌های ۱۱ تا ۱۵)

۱ ۲ ۳ ۴✓

آزمون 18 آبان

-۱۲۲ (رضا عباسی‌اصل)

با توجه به برابری دو کمان AC و DC داریم:



$$\left.\begin{array}{l}\text{زاویهٔ ظلی}: B\hat{A}D=\dfrac{\overset{\frown}{AC}+\overset{\frown}{CD}}{۲}\\ \text{زاویهٔ محاطی}: \hat{D}=\dfrac{\overset{\frown}{AC}}{۲}\end{array}\right\}\Rightarrow B\hat{A}D=۲\hat{D}=۲\alpha$$

پس در مثلث ABD خواهیم داشت:

$$\alpha+۲\alpha+۶۶^\circ=۱۸۰^\circ\Rightarrow ۳\alpha=۱۱۴^\circ\Rightarrow\alpha=۳۸^\circ$$

(هندسه ۲- صفحه‌های ۱۱ تا ۱۵)

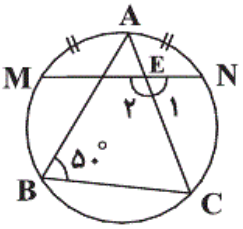
---

۱ ۲ ۳ ۴✓

آزمون 18 آبان

www.riazisara.ir
دانلود از سایت ریاضی سرا

-۱۲۳ (علی فتح‌آبادی)



$$\hat{B}=\frac{\overset{\frown}{ANC}}{۲}\xrightarrow{\hat{B}=۵۰^\circ}\overset{\frown}{ANC}=۱۰۰^\circ$$

$$\overset{\frown}{AN}+\overset{\frown}{NC}=۱۰۰^\circ\xrightarrow{\overset{\frown}{AN}=\overset{\frown}{AM}}$$

$$\overset{\frown}{AM}+\overset{\frown}{NC}=۱۰۰^\circ$$

$$\hat{E}_۱=\frac{\overset{\frown}{AM}+\overset{\frown}{NC}}{۲}=\frac{۱۰۰^\circ}{۲}=۵۰^\circ\Rightarrow\hat{E}_۲=۱۸۰^\circ-۵۰^\circ=۱۳۰^\circ$$

(هندسه ۲- صفحه‌های ۱۱ تا ۱۶)

۱ ۲ ۳✓ ۴

آزمون 18 آبان

$$A\hat{O}B=\alpha=۹۰^\circ\Rightarrow\text{مساحت قطاع}=\frac{\pi R^۲(۹۰^\circ)}{۳۶۰^\circ}=\frac{\pi R^۲}{۴}$$

از طرفی:

مساحت قطاع − مساحت $OAMB$ = مساحت هاشورخورده

$$=R^۲-\frac{\pi R^۲}{۴}=R^۲(۱-\frac{\pi}{۴})$$

(هندسه ۲- صفحه‌های ۹ تا ۱۴)

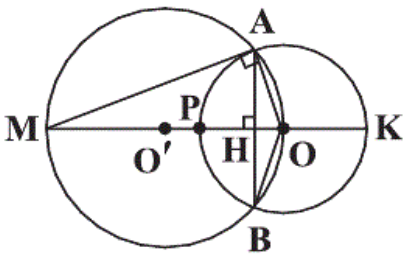
۱✓ ۲ ۳ ۴

آزمون 18 آبان

www.riazisara.ir دانلود از سایت ریاضی سرا

۱۲۵– *(علی وزیری)*

از آنجایی که $\hat{MAO} = ۹۰^\circ$، پس می‌توان نتیجه گرفت که MA در نقطهٔ A بر دایرهٔ $C(O, \sqrt{۵})$ مماس است.



حال داریم:

$$AM^۲ = MP \cdot MK = (۲R' - R)(۲R' + R) = ۴R'^۲ - R^۲ = ۲۰$$
$$\Rightarrow AM = ۲\sqrt{۵}$$

حال طبق تشابه دو مثلث AHO و MAO داریم:

$$\left.\begin{array}{l} \frac{AM}{AH} = \frac{OM}{OA} \Rightarrow \frac{۲\sqrt{۵}}{AH} = \frac{۲R'}{R} \Rightarrow AH = ۲ \\ AB = ۲AH \end{array}\right\} \Rightarrow AB = ۴$$

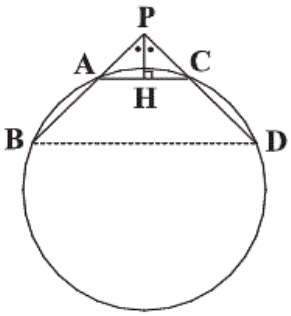
(هندسه ۲– صفحه‌های ۱۸ و ۱۹)

۱ ۲ ۳✓ ۴

آزمون 18 آبان

۱۲۶– *(سینا محمدپور)*

طبق روابط طولی در دایره داریم:



$$PA \cdot PB = PC \cdot PD \xrightarrow{PA=PC}$$
$$PB = PD \Rightarrow AB = CD \Rightarrow \overset{\frown}{AB} = \overset{\frown}{CD}$$
$$\Rightarrow AC \parallel BD \quad (*)$$

از طرفی با رسم ارتفاع PH در مثلث متساوی‌الساقین APC داریم:

$$\frac{AH}{PA} = \sin ۶۰^\circ \Rightarrow AH = \sqrt{۳} \times \frac{\sqrt{۳}}{۲} = \frac{۳}{۲} \Rightarrow AC = ۲AH = ۳$$

در نتیجه بنابر رابطهٔ (*) و طبق فرضیات سوال نتیجه می‌گیریم:

$$\frac{AC}{BD} = \frac{PC}{PD} \Rightarrow \frac{۳}{BD} = \frac{۱}{۳} \Rightarrow BD = ۹$$

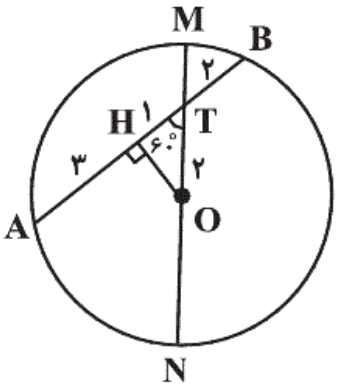
(هندسه ۲– صفحه‌های ۱۵، ۱۸ و ۱۹)

۱ ۲ ۳✓ ۴

آزمون 18 آبان

www.riazisara.ir دانلود از سایت ریاضی سرا

از O عمود OH را بر وتر AB فرود می‌آوریم. طول وتر AB، $۶ = ۴ + ۲$ واحد است، پس داریم: $AH = HB = ۳$



$$\Rightarrow BH = ۳ \ , \ TB = ۲ \Rightarrow HT = ۱ \Rightarrow OT = ۲$$

طبق روابط طولی در دایره، خواهیم داشت:

$$MT \times NT = AT \times BT$$

$$\Rightarrow (R-۲)\times(R+۲) = ۴\times۲ \Rightarrow R^۲ - ۴ = ۸$$

$$\Rightarrow R^۲ = ۱۲ \Rightarrow R = ۲\sqrt{۳}$$

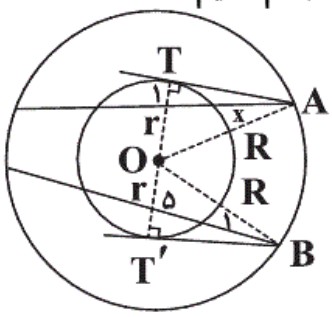
(هندسه ۲- صفحه‌های ۱۳، ۱۸ و ۱۹)

۱ ✓ ۲ ۳ ۴

آزمون 18 آبان

۱۲۸- (سارا خسروی)

اگر از نقاط A و B مماس‌های AT و BT' را رسم کنیم، آن‌گاه:



طبق قضیهٔ فیثاغورس در مثلث OAT داریم: $AT = \sqrt{R^۲ - r^۲}$

طبق قضیهٔ فیثاغورس در مثلث OBT' داریم: $BT' = \sqrt{R^۲ - r^۲}$

پس $AT = BT'$ و طبق روابط طولی در دایرهٔ کوچک‌تر داریم:

$$\left.\begin{array}{l} AT^۲ = x(x+۱) \\ BT'^۲ = ۱\times(۱+۵) = ۱\times۶ = ۶ \end{array}\right\} \Rightarrow x(x+۱) = ۶ \Rightarrow x = ۲$$

معادلهٔ فوق یک جواب غیرقابل قبول $x = -۳$ هم دارد.

(هندسه ۲- صفحه‌های ۱۲ و ۱۸)

---

۱ ✓ ۲ ۳ ۴

آزمون 18 آبان

www.riazisara.ir دانلود از سایت ریاضی سرا

۱۲۹- *(سارا خسروی)*

می‌دانیم، اگر d طول خط‌المرکزین دو دایره باشد، خواهیم داشت:

$$\text{طول مماس مشترک داخلی دو دایره} = \sqrt{d^2-(r+r')^2}$$

$$\text{طول مماس مشترک خارجی دو دایره} = \sqrt{d^2-(r-r')^2}$$

$$\Rightarrow 4\sqrt{6}=\sqrt{d^2-(5-3)^2} \Rightarrow d=10$$

$$\Rightarrow d>r+r' \Rightarrow$$ دو دایره متخارج هستند.

پس دایره‌ها، دو مماس مشترک داخلی و دو مماس مشترک خارجی دارند.

$$\text{طول مماس مشترک داخلی دو دایره} = \sqrt{10^2-(5+3)^2}=\sqrt{36}=6$$

$$\Rightarrow \text{مجموع طول مماس مشترک‌ها} = 2(4\sqrt{6}+6)=8\sqrt{6}+12$$

(هندسه ۲- صفحه‌های ۲۰ تا ۲۲)

۱ ۲ ۳ ۴✓

آزمون 18 آبان

۱۳۰- *(محمد خندان)*

اگر دو دایره دقیقاً دارای سه مماس مشترک باشند، این دو دایره مماس خارج‌اند. طول مماس مشترک خارجی دو دایره به شعاع‌های R و R' در این حالت برابر با $2\sqrt{RR'}$ است. پس:

$$\text{مماس مشترک خارجی}: TT'=2\sqrt{RR'}=2\sqrt{4\times 9}=12$$

(هندسه ۲- صفحهٔ ۲۲)

۱ ۲✓ ۳ ۴

آزمون 18 آبان

www.riazisara.ir دانلود از سایت ریاضی سرا

۱۰۱- *(سینا محمدپور)*

می‌دانیم اگر در یک دنبالهٔ حسابی، مجموع n جملهٔ اول را با S_n نمـایش دهیم، آن‌گاه:

$$S_{n+1} - S_n = a_{n+1} \quad , \quad S_1 = a_1$$

در نتیجه:

$$S_1 = 1 + 3k - k + 1 = 2k + 2 = 2(k+1)$$

$$S_2 - S_1 = a_2 \Rightarrow a_2 = (4 + 6k - k + 1) - (2k + 2) = 3 + 3k$$

لذا قدرنسبت دنباله برابر است با:

$$d = a_2 - a_1 = (3k + 3) - (2k + 2) = k + 1$$

بنابراین:

$$\frac{a_1}{d} = \frac{2(k+1)}{k+1} = 2$$

(حسابان ۱- صفحه‌های ۲ تا ۴)

۱ ۲✓ ۳ ۴

آزمون 18 آبان

۱۰۲- *(ابراهیم نجفی)*

$$\underbrace{a_1 , a_2 , a_3}_{a_1+a_2+a_3=35} , \dots , \underbrace{a_{n-2} , a_{n-1} , a_n}_{a_{n-2}+a_{n-1}+a_n=175}$$

$$(a_1 + a_n) + (a_2 + a_{n-1}) + (a_3 + a_{n-2}) = 35 + 175$$

$$\xrightarrow{(a_1+a_n)=(a_2+a_{n-1})=(a_3+a_{n-2})} 3(a_1 + a_n) = 210$$

$$\Rightarrow a_1 + a_n = 70$$

$$\xrightarrow{S_n=\frac{n}{2}(a_1+a_n)} 350 = \frac{n}{2}(70) \Rightarrow n = 10$$

(حسابان ۱- صفحه‌های ۲ تا ۴)

۱ ۲ ۳ ۴✓

آزمون 18 آبان

www.riazisara.ir دانلود از سایت ریاضی سرا

۱۰۳- (سیدعادل حسینی)

در دنبالهٔ هندسی $\ldots , -۳ , \frac{۳}{۲} , -\frac{۳}{۴}$ داریم: $\begin{cases} a_۱ = -\frac{۳}{۴} \\ q = -۲ \end{cases}$

S_n را حساب می‌کنیم و برابر با $\frac{۲۵۵}{۴}$ قرار می‌دهیم تا n به‌دست آید:

$$S_n = \frac{۲۵۵}{۴} \Rightarrow \frac{a_۱(q^n - ۱)}{q - ۱} = \frac{۲۵۵}{۴} \Rightarrow \frac{-\frac{۳}{۴}((-۲)^n - ۱)}{-۲ - ۱} = \frac{۲۵۵}{۴}$$

$$\frac{-\frac{۳}{۴}((-۲)^n - ۱)}{-۳} = \frac{۲۵۵}{۴} \Rightarrow (-۲)^n - ۱ = ۲۵۵ \Rightarrow (-۲)^n = ۲۵۶ \Rightarrow n = ۸$$

حال مجموع $n + ۲ = ۱۰$ جملهٔ اول را به‌دست می‌آوریم:

$$S_{۱۰} = \frac{a_۱(q^{۱۰} - ۱)}{q - ۱} = \frac{-\frac{۳}{۴}((-۲)^{۱۰} - ۱)}{-۲ - ۱} = \frac{۱}{۴} \times ۱۰۲۳ = \frac{۱۰۲۳}{۴}$$

(حسابان ۱- صفحه‌های ۴ تا ۶)

۱ ✓ ۲ ۳ ۴

آزمون 18 آبان

یک دنبالهٔ هندسی دیگر با جملهٔ اول یک و قدرنسبت $۴t^۲$ است. بنابراین

طبق رابطهٔ $S_n = a_۱(\frac{q^n - ۱}{q - ۱})$ داریم:

$$A = \frac{۱ - ۲t + ۴t^۲ - \ldots - ۵۱۲t^۹}{۱ + ۴t^۲ + ۱۶t^۴ + ۶۴t^۶ + ۲۵۶t^۸} = \frac{۱ \times (\frac{(-۲t)^{۱۰} - ۱}{(-۲t) - ۱})}{۱ \times (\frac{(۴t^۲)^۵ - ۱}{۴t^۲ - ۱})}$$

$$= \frac{(۲^{۱۰}t^{۱۰} - ۱)(۴t^۲ - ۱)}{(۲^{۱۰}t^{۱۰} - ۱)(-۲t - ۱)} \Rightarrow A = \frac{۴t^۲ - ۱}{-۲t - ۱} = \frac{(۲t - ۱)(۲t + ۱)}{-(۲t + ۱)}$$

$$= ۱ - ۲t \xrightarrow{t = ۱ - \sqrt{۲}} A = ۱ - ۲(۱ - \sqrt{۲}) = ۲\sqrt{۲} - ۱$$

(حسابان ۱- صفحه‌های ۴ تا ۶)

۱ ۲ ۳ ✓ ۴

آزمون 18 آبان

www.riazisara.ir دانلود از سایت ریاضی سرا

۱۰۵- *(محمدرضا توجه)*

یکی از جواب‌های معادلهٔ $(x+۲)(x^۲+kx+k+۳)=۰$ ، $x=-۲$ است. پس معادلهٔ $x^۲+kx+k+۳=۰$ باید یک ریشهٔ مثبت و یک ریشهٔ منفی داشته باشد، پس شرایط زیر باید برقرار باشد:

۱) $\Delta>۰$

۲) $P<۰$

اگر $P<۰$ باشد، حتماً شرط $\Delta>۰$ نیز برقرار است. پس:

$$P<۰\Rightarrow\frac{c}{a}<۰\Rightarrow\frac{k+۳}{۱}<۰\Rightarrow k<-۳$$

(حسابان ۱- صفحه‌های ۷ تا ۱۳)

۱ ۲✓ ۳ ۴

آزمون 18 آبان

۱۰۶- *(شروین سیاح‌نیا)*

اگر ریشه‌های معادلهٔ $x^۲-(b+۲)x-b=۰$ را α و β و ریشه‌های معادلهٔ $x^۲-ax+(a-۴)=۰$ را α' و β' فرض کنیم. طبق صورت سوال $\alpha=۲\alpha'$ و $\beta=۲\beta'$ است، پس:

$$S=\alpha+\beta=۲\alpha'+۲\beta'=۲(\alpha'+\beta')=۲S'$$

$$P=\alpha.\beta=۲\alpha'.۲\beta'=۴\alpha'\beta'=۴P'$$

در معادلهٔ $a'x^۲+b'x+c'=۰$ مجموع ریشه‌ها $-\frac{b'}{a'}$ و حاصل‌ضرب ریشه‌ها $\frac{c'}{a'}$ است. پس:

$$\begin{cases}b+۲=۲a\\-b=۴(a-۴)\end{cases}\Rightarrow a=۳\ ,\ b=۴\Rightarrow b-a=۱$$

(حسابان ۱- صفحه‌های ۷ تا ۹)

۱ ۲ ۳✓ ۴

آزمون 18 آبان

۱۰۷- *(محمدمصطفی ابراهیمی)*

وقتی سهمی بر خط $y=-۴$ مماس است یعنی عرض رأس سهمی ۴- می‌باشد.

$$-\frac{\Delta}{۴a'}=-۴\Rightarrow\Delta=۱۶(a')=۱۶(۱)=۱۶$$

۱ ۲ ۳✓ ۴

www.riazisara.ir دانلود از سایت ریاضی سرا

-۱۰۸ *(ابراهیم نجفی)*

$$y(۳)=۰ \Rightarrow ۰=۳(۳)^۲+a(۳)+۱۸ \Rightarrow ۳a=-۴۵ \Rightarrow a=-۱۵$$

$$\Rightarrow y=۳x^۲-۱۵x+۱۸=۳(x-۲)(x-۳) \xrightarrow{y=۰} \begin{cases} x=۲ \\ x=۳ \end{cases}$$

$$y=۳x^۲-۱۵x+۱۸ \Rightarrow y_{\text{رأس}}=-\frac{\Delta}{۴a}=-\frac{۹}{۴\times ۳}=-\frac{۳}{۴}$$

$$S_{\text{مثلث}}=\frac{۱}{۲}\times \text{ارتفاع} \times \text{قاعده}=\frac{۱}{۲}\times\frac{۳}{۴}\times ۱=\frac{۳}{۸}$$

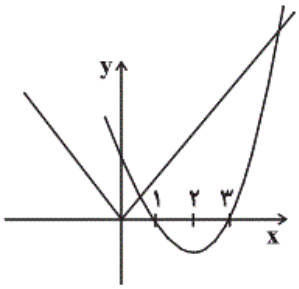
(حسابان ۱- صفحه‌های ۷ تا ۱۳)

۱ ۲ ۳✓ ۴

آزمون 18 آبان

-۱۰۹ *(امیرهوشنگ خمسه)*

اگر در سمت راست، از x فاکتور بگیریم و با سمت چپ ساده کنیم، یک ریشه $x=۰$ خواهد بود.



$$x|x|=x(x^۲-۴x+۳)$$
$$\Rightarrow |x|=x^۲-۴x+۳$$
$$\Rightarrow |x|=(x-۱)(x-۳)$$

حال نمودار طرفین معادله را رسم می‌کنیم. با توجه به نمودار، معادله دو جواب دیگر نیز دارد. پس در مجموع معادله سه جواب دارد.

(حسابان ۱- صفحه‌های ۱۰ تا ۱۴)

۱ ۲ ۳✓ ۴

آزمون 18 آبان

-۱۱۰ *(آیدا آریانفر)*

$$\frac{x-۱}{x+۱}+\frac{۱}{x}=\frac{۵}{۶} \Rightarrow \frac{x^۲-x+x+۱}{x(x+۱)}=\frac{۵}{۶}$$

$$\Rightarrow \frac{x^۲+۱}{x^۲+x}=\frac{۵}{۶} \Rightarrow ۶x^۲+۶=۵x^۲+۵x$$

$$\Rightarrow x^۲-۵x+۶=۰ \Rightarrow (x-۲)(x-۳)=۰ \Rightarrow \begin{cases} x=۲ \text{ (ریشهٔ کوچک‌تر)} \\ x=۳ \end{cases}$$

(حسابان ۱- صفحه‌های ۱۷ تا ۱۹)

۱✓ ۲ ۳ ۴

آزمون 18 آبان

www.riazisara.ir دانلود از سایت ریاضی سرا

۱۱۱- *(علی شهرابی)*

با فرض $t = x^۲ - ۲x + ۱$، معادله به شکل زیر درمی‌آید:

$$\xrightarrow{t=x^۲-۲x+۱} \frac{۴}{t} + \frac{۳}{t+۲} = \frac{۳}{۲} \Rightarrow \frac{۴t+۸+۳t}{t(t+۲)} = \frac{۳}{۲}$$

$$\Rightarrow \frac{۷t+۸}{t^۲+۲t} = \frac{۳}{۲} \Rightarrow ۳t^۲ + ۶t = ۱۴t + ۱۶ \Rightarrow ۳t^۲ - ۸t - ۱۶ = ۰$$

$$\Delta = ۶۴ - ۴(۳)(-۱۶) = ۲۵۶$$

$$t = \frac{۸ \pm \sqrt{۲۵۶}}{۶} = \frac{۸ \pm ۱۶}{۶} \Rightarrow \begin{cases} t_۱ = \frac{۲۴}{۶} = ۴ \\ t_۲ = -\frac{۸}{۶} = -\frac{۴}{۳} \quad \text{غ ق ق} \end{cases}$$

۱ ۲ ۳ ۴✓

آزمون 18 آبان

۱۱۲- *(شروین سیاح‌نیا)*

با مخرج مشترک گرفتن از سمت چپ معادله داریم:

$$\frac{۳x+۲x+۴}{x^۲+۲x} = \frac{۴x-۴}{x^۲-۴}$$

$$\Rightarrow (x^۲+۲x)(۴x-۴) = (x^۲-۴)(۵x+۴)$$

$$\Rightarrow ۴x^۳ - ۴x^۲ + ۸x^۲ - ۸x = ۵x^۳ + ۴x^۲ - ۲۰x - ۱۶$$

$$\Rightarrow x^۳ - ۱۲x - ۱۶ = ۰ \Rightarrow x^۳ - ۴x - (۸x + ۱۶) = ۰$$

$$\Rightarrow x(x+۲)(x-۲) - ۸(x+۲) = ۰ \Rightarrow (x+۲)(x^۲ - ۲x - ۸) = ۰$$

$$\Rightarrow (x+۲)^۲(x-۴) = ۰ \Rightarrow x = -۲ , ۴$$

$x = -۲$ به دلیل آن‌که ریشهٔ مخرج است قابل قبول نیست ولی $x = ۴$ قابل قبول است، بنابراین معادله تنها یک جواب دارد.

(حسابان ۱- صفحه‌های ۱۷ تا ۱۹)

۱ ۲✓ ۳ ۴

آزمون 18 آبان

www.riazisara.ir دانلود از سایت ریاضی سرا

۱۱۳- (علی شهرابی)

ریشه‌های معادله را α و $-\alpha-۲۶$ در نظر می‌گیریم. پس مجموع ریشه‌های این معادله $S=-۲۶$ است. معادله را با مخرج مشترک گیری ساده‌تر می‌نویسیم:

$$\frac{x+۱}{x-۱}+\frac{k}{x+۳}=\frac{۲}{۳}\Rightarrow\frac{x^۲+۴x+۳+kx-k}{x^۲+۲x-۳}=\frac{۲}{۳}$$

$$\Rightarrow ۳x^۲+۱۲x+۹+۳kx-۳k=۲x^۲+۴x-۶$$

$$\Rightarrow x^۲+(۸+۳k)x+۱۵-۳k=۰$$

$$S=-\frac{b}{a}\Rightarrow -۲۶=\frac{-(۸+۳k)}{۱}\Rightarrow ۸+۳k=۲۶\Rightarrow k=۶$$

$$P=\frac{c}{a}\Rightarrow P=۱۵-۳k=۱۵-۳(۶)=-۳$$

(حسابان ۱- صفحه‌های ۷ تا ۹ و ۱۷ تا ۱۹)

۱ ۲ ۳ ۴✓

آزمون 18 آبان

۱۱۴- (سیدسروش کریمی‌مداحی)

ابتدا نسبت طلایی را به‌دست می‌آوریم. فرض کنید $\frac{L}{W}=t$ باشد، پس:

$$\frac{L}{W}=\frac{W+L}{L}\Rightarrow\frac{L}{W}=\frac{W}{L}+۱\xrightarrow{\frac{L}{W}=t}t=\frac{۱}{t}+۱$$

$$t^۲-t-۱=۰\Rightarrow t=\frac{۱\pm\sqrt{۵}}{۲}\xrightarrow{t>۰}t=\frac{\sqrt{۵}+۱}{۲}$$

$$\Rightarrow L=W(\frac{\sqrt{۵}+۱}{۲})$$

طبق فرض می‌دانیم محیط مستطیل $۱۶+۸\sqrt{۵}$ است. بنابراین:

$$۲(L+W)=۱۶+۸\sqrt{۵}\Rightarrow W(\sqrt{۵}+۳)=۱۶+۸\sqrt{۵}$$

۱✓ ۲ ۳ ۴

آزمون 18 آبان

www.riazisara.ir دانلود از سایت ریاضی سرا

-۱۱۵ (محمدحسین صابری)

$$\frac{۲x}{x^۲-۱}+\frac{x-a}{x+۱}-\frac{۱}{۱}=۰\Rightarrow\frac{۲x+(x-a)(x-۱)-x^۲+۱}{x^۲-۱}=۰$$

$$\Rightarrow\frac{۲x+x^۲-(a+۱)x+a-x^۲+۱}{x^۲-۱}=۰\Rightarrow\frac{(۱-a)x+a+۱}{x^۲-۱}=۰$$

یک بار فرض می‌کنیم $a=۱$ و یک بار $a\neq ۱$ باشد؛

۱) $a=۱\Rightarrow\frac{۲}{x^۲-۱}=۰$ معادله ریشه ندارد

۲) $a\neq ۱\Rightarrow\frac{(۱-a)x+a+۱}{x^۲-۱}=۰$

$$\Rightarrow(۱-a)x=-۱-a\Rightarrow x=\frac{a+۱}{a-۱}$$

می‌دانیم این معادله در $x=۱$ و $x=-۱$ ریشه ندارد، پس می‌توان نوشت:

$x=۱\Rightarrow ۱=\frac{a+۱}{a-۱}\Rightarrow a-۱=a+۱\Rightarrow -۱=۱$ غ ق ق

$x=-۱\Rightarrow -۱=\frac{a+۱}{a-۱}\Rightarrow -a+۱=a+۱\Rightarrow a=۰$

پس مجموع مقادیر a برای آن‌که معادله ریشه نداشته باشد، ۱ است.

(حسابان ۱- صفحه‌های ۱۷ تا ۱۹)

۱ ✓ ۲ ۳ ۴

آزمون 18 آبان

-۱۱۶ (امیرهوشنگ خمسه)

$$\frac{۳}{۲\sqrt{x}-۵}+\frac{۷۷}{۲\sqrt{x}+۵}=۱۰\Rightarrow\frac{۶\sqrt{x}+۱۵+۱۵۴\sqrt{x}-۳۸۵}{۴x-۲۵}=۱۰$$

$$\Rightarrow ۱۶۰\sqrt{x}-۳۷۰=۱۰(۴x-۲۵)\Rightarrow ۱۶\sqrt{x}-۳۷=۴x-۲۵$$

$$\Rightarrow ۱۶\sqrt{x}=۴x+۱۲\Rightarrow ۴\sqrt{x}=x+۳$$

$$\xrightarrow{\text{توان ۲}} ۱۶x=x^۲+۶x+۹\Rightarrow x^۲-۱۰x+۹=۰\Rightarrow x=۱,۹$$

(حسابان ۱- صفحه‌های ۱۷ تا ۲۲)

۱ ۲ ✓ ۳ ۴

آزمون 18 آبان

www.riazisara.ir دانلود از سایت ریاضی سرا

-۱۱۷ *(ابراهیم نجفی)*

$$(x^۲+\sqrt{x}+۱)^۲+x^۲+\sqrt{x}-۱=۰$$

$$(x^۲+\sqrt{x}+۱)^۲+(x^۲+\sqrt{x}+۱)-۲=۰$$

$$\xrightarrow{(x^۲+\sqrt{x}+۱)=t} t^۲+t-۲=۰$$

$$\xrightarrow{\text{مجموع ضرایب صفر است.}} \begin{cases} t_۱=۱ \\ t_۲=-۲ \end{cases}$$

$$\Rightarrow \begin{cases} x^۲+\sqrt{x}+۱=۱ \Rightarrow x^۲+\sqrt{x}=۰ \Rightarrow x=۰ \\ x^۲+\sqrt{x}+۱=-۲ \Rightarrow x^۲+\sqrt{x}=-۳ \Rightarrow \text{جواب ندارد.} \end{cases}$$

پس معادله یک جواب حقیقی دارد.

(حسابان ۱- صفحه‌های ۷ تا ۱۳ و ۲۰ تا ۲۲)

۱ ۲✓ ۳ ۴

آزمون 18 آبان

-۱۱۸ *(ابراهیم نجفی)*

$$\underbrace{۲\sqrt{x^۲-۴x+۳}}_{\text{نامنفی}}+\underbrace{\sqrt{۲x^۲-۵x+۳}}_{\text{نامنفی}}=۰$$

جمع دو عبارت نامنفی زمانی می‌تواند برابر صفر باشد که تک تک آن عبارت‌ها برابر صفر باشند:

$$۲\sqrt{x^۲-۴x+۳}=۰ \Rightarrow x^۲-۴x+۳=۰$$

$$\xrightarrow{\text{جمع ضرایب صفر است.}} \begin{cases} x=۱ \\ x=۳ \end{cases}$$

حال این مقادیر را در عبارت بعدی جای‌گذاری می‌کنیم:

$$x=۱ \Rightarrow \sqrt{۲(۱)^۲-۵(۱)+۳}=\sqrt{۰}=۰ \quad \text{ق}$$

$$x=۳ \Rightarrow \sqrt{۲(۳)^۲-۵(۳)+۳}\neq ۰ \quad \text{غ ق}$$

بنابراین معادله تنها یک ریشه دارد.

(حسابان ۱- صفحه‌های ۲۰ تا ۲۲)

۱ ۲✓ ۳ ۴

آزمون 18 آبان

www.riazisara.ir دانلود از سایت ریاضی سرا

۱۱۹- *(سینا محمدپور)*

ابتدا با جای‌گذاری $x=-۲$ در معادله، مقدار a را می‌یابیم:

$$\sqrt{(-۲)^۲-۲a-۵}=\sqrt{-۲-(-۲)^۲+۷}\Rightarrow ۴-۲a-۵=۱\Rightarrow a=-۱$$

لذا معادله به شکل زیر خواهد بود:

$$\sqrt{x^۲-x-۵}=\sqrt{x-x^۲+۷}$$

حال با تغییر متغیر $x^۲-x-۵=t$ داریم:

$$\sqrt{x^۲-x-۵}=\sqrt{۲-(x^۲-x-۵)}\Rightarrow \sqrt{t}=\sqrt{۲-t}$$

$$\Rightarrow t=۲-t\Rightarrow t=۱$$

در نتیجه:

$$x^۲-x-۵=۱\Rightarrow x^۲-x-۶=۰\Rightarrow \text{حاصل‌ضرب ریشه‌ها}=-۶$$

(حسابان ۱- صفحه‌های ۸،۹ و ۲۰ تا ۲۲)

۱ ۲ ۳✓ ۴

آزمون 18 آبان

۱۲۰- *(عزیزالله علی‌اصغری)*

در عبارت $\sqrt{۱-x^۲}$، به جای x تنها اعداد صحیح $۱, ۰, -۱$ را می‌توان قرار داد و چون در دامنهٔ بقیه رادیکال‌ها هم تعریف شده‌اند، آن‌ها را در معادله قرار می‌دهیم و هر کدام در معادله صدق کرد ریشهٔ معادله است.

فقط ۱ و ۱- در معادله صدق می‌کنند بنابراین گزینهٔ «۲» صحیح است.

(حسابان ۱- صفحه‌های ۲۰ تا ۲۲)

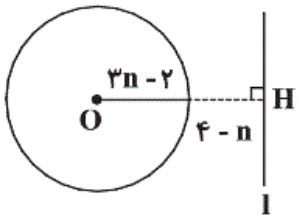
۱ ۲✓ ۳ ۴

آزمون 18 آبان

www.riazisara.ir دانلود از سایت ریاضی سرا

۱۳۱- (سینا محمدپور)

از آنجایی که خط و دایره نقطهٔ اشتراکی ندارند، پس:



$$OH > R \Rightarrow (3n-2)+(4-n) > 3n-2$$
$$\Rightarrow 4-n > 0 \Rightarrow n < 4 \qquad (1)$$

از طرفی با توجه به این‌که $3n-2$ و $4-n$، مشخص کنندهٔ طول شعاع و فاصله می‌باشد، داریم:

$$\left.\begin{array}{l} 3n-2 > 0 \Rightarrow n > \frac{2}{3} \\ 4-n \geq 0 \Rightarrow n \leq 4 \end{array}\right\} \qquad (2)$$

با مقایسهٔ روابط (۱) و (۲) نتیجه می‌گیریم: $\frac{2}{3} < n < 4$

(هندسه ۲- صفحه‌های ۱۰ و ۱۱)

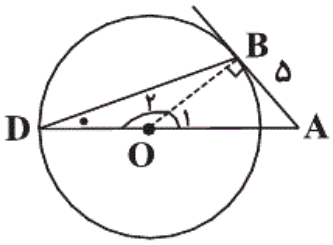
۱ ۲ ۳ ۴✓

آزمون 18 آبان

۱۳۲- (علی فتح‌آبادی)

شعاع در نقطهٔ تماس، بر خط مماس عمود است. پس: $\hat{OBA} = 90^\circ$

$\overset{\Delta}{OBA}$ **قائم‌الزاویهٔ متساوی‌الساقین است.** $\Rightarrow AB = OB = 5$



$$\Rightarrow \hat{O}_1 = \hat{A} = 45^\circ \Rightarrow \hat{O}_2 = 135^\circ$$
$$OD = OB \Rightarrow \hat{D} = D\hat{B}O$$
$$\hat{D} + D\hat{B}O = 45^\circ \Rightarrow 2\hat{D} = 45^\circ \Rightarrow \hat{D} = 22/5^\circ$$

(هندسه ۲- صفحهٔ ۱۰)

۱ ۲ ۳ ۴✓

آزمون 18 آبان

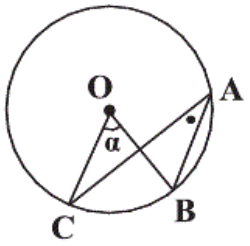
$$\Rightarrow OM^2 = OB^2 - MB^2 \Rightarrow$$
$$OM^2 = R^2 - (\frac{\sqrt{3}}{2}R)^2 = R^2 - \frac{3}{4}R^2 = \frac{1}{4}R^2 \Rightarrow OM = \frac{1}{2}R$$

(هندسه ۲- صفحهٔ ۱۳)

۱ ۲✓ ۳ ۴

www.riazisara.ir دانلود از سایت ریاضی سرا

۱۳۴- (فرشاد فرامرزی)



$$\left.\begin{array}{l}\text{مرکزی}\ \hat{O}=\overset{\frown}{BC}\\ \text{محاطی}\ \hat{A}=\dfrac{\overset{\frown}{BC}}{2}\end{array}\right\}\Rightarrow \hat{O}=2\hat{A}$$

$$\Rightarrow 2x+10=2(3x-35)\Rightarrow 2x+10=6x-70$$

$$\Rightarrow 4x=80\Rightarrow x=20\Rightarrow \hat{O}=2(20)+10=50^\circ\Rightarrow \alpha=50^\circ$$

$$\overset{\frown}{BC}\ \text{طول}=\frac{\pi r\alpha}{180^\circ}=\frac{\pi\times 6\times 50^\circ}{180^\circ}=\frac{5\pi}{3}$$

(هندسه ۲- صفحه‌های ۱۱ تا ۱۴)

۱ ✓ ۲ ۳ ۴

آزمون 18 آبان

۱۳۵- (محمد خندان)

می‌دانیم:

$$\left.\begin{array}{l}\overset{\frown}{AM}=\overset{\frown}{BN}=A\hat{O}M\\ \overset{\frown}{MB}=\overset{\frown}{AN}=B\hat{O}M\end{array}\right\}\Rightarrow \frac{\overset{\frown}{AM}}{\overset{\frown}{MB}}=5\qquad (*)$$

از طرفی داریم:

$$\overset{\frown}{AM}+\overset{\frown}{MB}=180^\circ\xrightarrow{(*)}6\overset{\frown}{MB}=180^\circ\Rightarrow \overset{\frown}{MB}=30^\circ$$

$$\Rightarrow \overset{\frown}{AM}=150^\circ\Rightarrow X\hat{A}M=\frac{\overset{\frown}{AM}}{2}=75^\circ$$

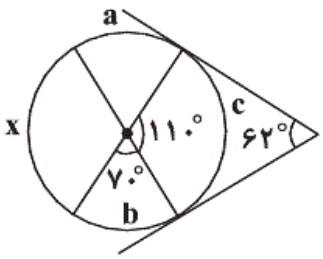
(هندسه ۲- صفحه‌های ۱۲ تا ۱۵)

۱ ۲ ✓ ۳ ۴

آزمون 18 آبان

www.riazisara.ir
دانلود از سایت ریاضی سرا

-۱۳۶ (علی فتح‌آبادی)



$$۷۰^\circ = \frac{a+b}{۲} \Rightarrow a+b = ۱۴۰^\circ$$

$$۶۲^\circ = \frac{a+x+b-c}{۲}$$

$$\Rightarrow x+a+b-c = ۱۲۴^\circ$$

$$\Rightarrow x-c = ۱۲۴^\circ - ۱۴۰^\circ \Rightarrow x-c = -۱۶^\circ$$

$$۱۱۰^\circ = \frac{x+c}{۲} \Rightarrow x+c = ۲۲۰^\circ$$

از جمع دو رابطهٔ فوق داریم:

$$۲x = ۲۲۰^\circ - ۱۶^\circ \Rightarrow x = \frac{۲۰۴^\circ}{۲} = ۱۰۲^\circ$$

(هندسه ۲- صفحهٔ ۱۶)

۱ ✓۲ ۳ ۴

آزمون 18 آبان

-۱۳۷ (حامد یحیی‌اوغلی)

کمان‌های محصور بین دو وتر موازی با هم برابرند و برعکس.

از دو وتر نابرابر آنکه بزرگ‌تر است، به مرکز دایره نزدیک‌تر است و برعکس. از طرفی به سادگی می‌توان با رسم یک شکل نادرستی مورد «۳» و «۴» را نیز نتیجه گرفت. با توجه به مطالب فوق، فقط مورد اول صحیح است.

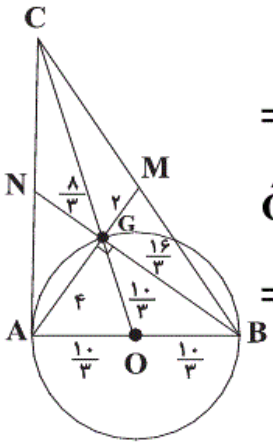
✓۱ ۲ ۳ ۴

آزمون 18 آبان

www.riazisara.ir دانلود از سایت ریاضی سرا

۱۳۸- *(سارا خسروی)*

می‌دانیم میانه‌ها یکدیگر را در نقطهٔ G و به نسبت ۲ به ۱ قطع می‌کنند. همچنین زاویهٔ محاطی رو به قطر، ۹۰° است.



$$\Rightarrow GB = ۲GN = \frac{۱۶}{۳} \quad , \quad GA = ۲GM = ۴ \ ,$$

$$\hat{G} = ۹۰^\circ \Rightarrow GA^۲ + GB^۲ = AB^۲$$

$$\Rightarrow ۴^۲ + (\frac{۱۶}{۳})^۲ = \frac{۴۰۰}{۹} = AB^۲ \Rightarrow AB = \frac{۲۰}{۳}$$

از طرفی میانهٔ وارد بر وتر، نصف وتر است، یعنی در مثلث قائم الزاویهٔ AGB که AB وتر است، طول میانهٔ GO، $\frac{۱۰}{۳}$ می‌باشد.

$$\Rightarrow GO = \frac{۱}{۳}(CO) = \frac{۱۰}{۳} \Rightarrow CO = ۱۰$$

(هندسه ۲- صفحه‌های ۱۱ تا ۱۴)

۱ ✓ ۲ ۳ ۴

آزمون 18 آبان

۱۳۹- *(امیرهوشنگ خمسه)*

$$\overset{\frown}{EB} = B\hat{O}E = ۳۰^\circ$$

$$OE \parallel CD \ , \ BC \text{ مورب} \Rightarrow D\hat{C}B = ۳۰^\circ$$

$$\text{محاطی } D\hat{C}B = \frac{\overset{\frown}{BD}}{۲} \Rightarrow ۳۰^\circ = \frac{\overset{\frown}{BD}}{۲} \Rightarrow \overset{\frown}{BD} = ۶۰^\circ$$

$$\hat{A} = \frac{\overset{\frown}{DC} - \overset{\frown}{EB}}{۲} \Rightarrow \hat{A} = \frac{(۱۸۰^\circ - ۶۰^\circ) - ۳۰^\circ}{۲} = ۴۵^\circ$$

(هندسه ۲- صفحه‌های ۱۲ تا ۱۵)

۱ ۲ ۳ ✓ ۴

آزمون 18 آبان

www.riazisara.ir دانلود از سایت ریاضی سرا

۱۴۰- (حامد یحیی‌اوغلی)

نکتهٔ ۱: زاویهٔ بین امتداد دو وتر متقاطع در خارج دایره، برابر با نصف تفاضل اندازه‌های کمان‌های مقابل آن است.

نکتهٔ ۲: زاویهٔ بین دو وتر متقاطع در دایره، برابر با نصف مجموع اندازه‌های کمان های مقابل آن است.

نکتهٔ ۳: اندازهٔ هر زاویهٔ محاطی برابر نصف اندازهٔ کمان روبه‌روی آن است.

پس: $۲۰^\circ = \alpha = \frac{\overset{\frown}{BC}}{۲} \Rightarrow \overset{\frown}{BC} = ۴۰^\circ$

از طرفی: $B\hat{M}C = ۱۸۰^\circ - \beta = ۱۸۰^\circ - ۱۱۰^\circ = ۷۰^\circ$

و بنابر نکتهٔ ۲ داریم: $B\hat{M}C = \frac{\overset{\frown}{BC} + \overset{\frown}{DE}}{۲} \Rightarrow ۷۰^\circ = \frac{۴۰^\circ + \overset{\frown}{DE}}{۲}$

$\Rightarrow \overset{\frown}{DE} = ۱۴۰^\circ - ۴۰^\circ = ۱۰۰^\circ$

حال با استفاده از نکتهٔ ۱ به‌دست می‌آوریم:

$\hat{A} = \frac{\overset{\frown}{DE} - \overset{\frown}{BC}}{۲} = \frac{۱۰۰^\circ - ۴۰^\circ}{۲} = ۳۰^\circ$

(هندسه ۲- صفحه‌های ۱۱ تا ۱۷)

۱ ۲ ۳✓ ۴

آزمون 18 آبان

۱۴۱- (محمد پوراحمدی)

p	q	~q	~q ⇒ p
د	د	ن	د
د	ن	د	د
ن	د	ن	د
ن	ن	د	ن

(آمار و احتمال- صفحه‌های ۴ تا ۱۱)

۱ ۲ ۳✓ ۴

آزمون 18 آبان

۱۴۲- (امیرهوشنگ خمسه)

برای درست بودن گزارهٔ مورد نظر باید ارزش $p \Rightarrow q$ و $p \Rightarrow r$ درست باشد. اگر p نادرست باشد، q و r هر چه باشند، گزاره‌های $p \Rightarrow r$ و $p \Rightarrow q$ به انتفای مقدم درست هستند که شامل ۴ حالت می‌شود و اگر p درست باشد، گزاره‌های $p \Rightarrow r$ و $p \Rightarrow q$ در صورتی درست هستند که r و q هم درست باشند که شامل ۱ حالت می‌شود.

(آمار و احتمال- صفحه‌های ۴ تا ۱۱)

۱✓ ۲ ۳ ۴

www.riazisara.ir دانلود از سایت ریاضی سرا

۱۴۳- *(امیرحسین ابومحبوب)*

عبارت $(x-\frac{۱}{x})$ به ازای $x=۱$ و $x=-۱$، برابر صفر شده و به ازای $x=۰$، تعریف نشده است. بنابراین گزارهٔ سوری در گزینهٔ «۴» نادرست است. برای سایر گزینه‌ها داریم:

گزینهٔ «۱»: $(-۱)^۳=-۱$ و $۰^۳=۰$ ، $۱^۳=۱$

گزینهٔ «۲»: $(-۱)^۲>-۱$

گزینهٔ «۳»: $۲^{-۱}\geq -۱+۱$ و $۲^۰\geq ۰+۱$ ، $۲^۱\geq ۱+۱$

(آمار و احتمال- صفحه‌های ۱۳ تا ۱۵)

۱ ۲ ۳ ۴✓

آزمون 18 آبان

۱۴۴- *(علیرضا وایقانی)*

گزاره‌های «ب» و «ت» صحیح‌اند.

مثال نقض برای گزاره‌های دیگر به‌صورت زیر است:

گزارهٔ «الف»: $x=۰\Rightarrow ۰^۲\not> ۰$

گزارهٔ «پ»: $x=۱\Rightarrow x+\frac{۱}{x}=۲\not> ۲$

(آمار و احتمال- صفحه‌های ۱۳ تا ۱۵)

---

۱ ۲✓ ۳ ۴

آزمون 18 آبان

۱۴۵- *(سیدوحید ذوالفقاری)*

می‌دانیم نقیض گزارهٔ سوری $\forall x \; ; \; p(x)$ هم‌ارز است با:

$\exists x \; ; \; \sim p(x)$

پس نقیض $\forall x\in(-\infty \; , \; ۰) \; ; \; x+\frac{۱}{x}\leq -۲$ معادل است با:

$\exists x\in(-\infty \; , \; ۰) \; ; \; \sim(x+\frac{۱}{x}\leq -۲)$

که این گزاره معادل $\exists x\in(-\infty \; , \; ۰) \; ; \; x+\frac{۱}{x}>-۲$ می‌باشد.

(آمار و احتمال- صفحه‌های ۱۵ و ۱۶)

۱✓ ۲ ۳ ۴

آزمون 18 آبان

www.riazisara.ir دانلود از سایت ریاضی سرا

۱۴۶- (محمد پوراحمدی)

می‌دانیم:

$$\sim(\forall x\ ;\ p(x)) \equiv \exists x\ ;\ \sim p(x)$$
$$\sim(\exists x\ ;\ p(x)) \equiv \forall x\ ;\ \sim p(x)$$

در نتیجه:

$$\sim(\exists n \in N\ ;\ (۲^n)^۲ + ۱ \in P) \equiv \forall n \in N\ ;\ (۲^n)^۲ + ۱ \notin P$$
$$n = ۱ \Rightarrow (۲^۱)^۲ + ۱ = ۵ \in P$$

بنابراین ارزش نقیض گزاره، نادرست است.

(آمار و احتمال- صفحه‌های ۱۵ و ۱۶)

۱ ۲ ۳ ۴✓

آزمون 18 آبان

۱۴۷- (سیدعادل حسینی)

سور وجودی ∃، «وجود دارد» یا «به ازای برخی مقادیر» و نقیض ترکیب عطفی دو گزاره، ترکیب فصلی است که «یا» خوانده می‌شود. همچنین گزاره‌ها نیز نقیض می‌شوند. بنابراین گزینهٔ «۳» صحیح است.

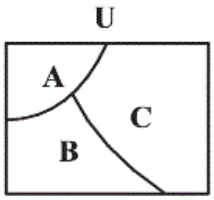
(آمار و احتمال- صفحه‌های ۶ تا ۱۸)

۱ ۲ ۳✓ ۴

آزمون 18 آبان

۱۴۸- (مرتضی فهیم‌علوی)

با توجه به نمودار ون زیر داریم:



$$۳n(A) = ۶n(B) = ۲n(C) = k$$
$$\Rightarrow n(A) + n(B) + n(C) = ۱۲ \Rightarrow \frac{k}{۳} + \frac{k}{۶} + \frac{k}{۲} = ۱۲$$
$$\Rightarrow \frac{۴k + ۲k + ۶k}{۱۲} = ۱۲ \Rightarrow k = ۱۲$$
$$\Rightarrow n(A) = \frac{k}{۳} = ۴\ ,\ n(C) = \frac{k}{۲} = ۶ \Rightarrow n(A \cup C) = ۴ + ۶ = ۱۰$$

(آمار و احتمال- صفحهٔ ۲۱)

۱ ۲ ۳ ۴✓

آزمون 18 آبان

www.riazisara.ir دانلود از سایت ریاضی سرا

۱۴۹- (مرتضی فهیم‌علوی)

گزینهٔ «۱»: $A=\{۱\}$ ، $B=\{۲\}$ ، $C=\{۲\ ,\ \{۱\}\}$

گزینهٔ «۲»: $A=\{۱\}$ ، $B=\{۱\ ,\ ۲\}$ ، $C=\{۱\ ,\ ۳\}$

گزینهٔ «۳»: $A=\{۱\}$ ، $B=\{\{۱\}\ ,\ ۲\}$ ، $C=\{۱\ ,\ ۲\ ,\ ۴\}$

گزینهٔ «۴»: اگر A عضوی در B باشد، چون B زیرمجموعهٔ C است، یعنی تمامی عضوهای B (از جمله A) در C هستند و امکان ندارد که A عضو C نباشد.

(آمار و احتمال- مشابه تمرین ۵ صفحهٔ ۲۵)

۱ ۲ ۳ ۴✓

آزمون 18 آبا

۱۵۰- (مجید محمدی‌نویسی)

$$\left.\begin{matrix}A\subseteq B\\ A\subseteq B'\end{matrix}\right\}\Rightarrow A\subseteq(B\cap B')\Rightarrow A\subseteq\varnothing\xrightarrow{\varnothing\subseteq A}A=\varnothing$$

(آمار و احتمال- صفحه‌های ۲۲ تا ۲۵)

۱ ۲✓ ۳ ۴

آزمون 18 آبا

www.riazisara.ir دانلود از سایت ریاضی سرا