



www.riazisara.ir سایت ویژه ریاضیات

درسنامه ها و جزوه های ریاضی

سوالات و پاسخنامه تشریحی کنکور

نمونه سوالات امتحانات ریاضی

نرم افزارهای ریاضیات

و...

(@riazisara)

ریاضی سرا در تلگرام:



<https://t.me/riazisara>

(@riazisara.ir)

ریاضی سرا در اینستاگرام:



<https://www.instagram.com/riazisara.ir>



-۸۱ کدام گزینه در مورد دنباله $a_n = (-1)^{n \cos n\pi}$ صحیح است؟

- ۱) همگرا و کران دار است.
- ۲) واگرا و بیکران است.
- ۳) واگرا و یکنوا است.
- ۴) کراندار و غیریکنوا است.

آزمون 18 آبان

-۸۲ اگر دنباله $a_n = (\sqrt{2n} - \sqrt{2n+a})\sqrt{3n+1}$ باشد، a کدام است؟

- ۴ (۴)
- ۳ (۳)
- ۲ (۲)
- ۱ (۱)

آزمون 18 آبان

-۸۳ کدام یک از دنباله‌های زیر واگر است؟

$$b_n = \frac{n^{\frac{1}{n}} \cdot \log n}{\sqrt[3]{2n}} \quad (۲)$$

$$a_n = \frac{\frac{1}{n} \cdot (n-1)!}{n^n} \quad (۱)$$

$$d_n = \frac{n \cdot \sin n^n}{(n!)^{\frac{1}{n}}} \quad (۴)$$

$$c_n = e^{-n} \cdot \sqrt{n!} \quad (۳)$$

آزمون 18 آبان

-۸۴ کدام گزینه در مورد دنباله همگرای $x_n = na + \frac{n^{\frac{1}{n}} + 1}{n}$ درست است؟

- ۱) صعودی است.
- ۲) نزولی است.
- ۳) ابتدا نزولی و بعد صعودی است.
- ۴) ابتدا صعودی و بعد نزولی است.

آزمون 18 آبان

-۸۵ - اگر دنباله $\log_{\left(a^{\frac{n}{2}} - 1\right)}^{n+1}$ و اگرا به $-\infty$ باشد، حدود a کدام است؟

$$\left(-\sqrt{3}, -\sqrt{2}\right) \cup \left(\sqrt{2}, \sqrt{3}\right) \quad (2) \quad \left(\sqrt{2}, \sqrt{3}\right) \quad (1)$$

$$\left(-\sqrt{3}, 0\right) \quad (4) \quad \left(0, \sqrt{3}\right) \quad (3)$$

آزمون 18 آبان

-۸۶ - چند جمله از دنباله $a_n = \frac{2n^3 + \cos n\pi}{2n^2 + 2}$ ، خارج از بازه $(0/98, 1/101)$ قرار دارد؟

$$5 \quad (2) \quad 4 \quad (1)$$

$$12 \quad (4) \quad 6 \quad (3)$$

آزمون 18 آبان

-۸۷ - اگر $a_1 \neq 0$ باشد، دنباله $\{a_n\}$ به کدام عدد همگرایست؟ $\Delta a_n + \Delta n a_n = n a_{n-1} + a_{n-1}$

$$\frac{1}{5} \quad (2) \quad 5 \quad (1)$$

$$4) \text{ صفر} \quad 1) \quad (3)$$

آزمون 18 آبان

-۸۸ - دنباله $a_n = \left[\frac{2n^2 + 2 + (-1)^n \cdot n}{n^2 + 1} \right]$ چگونه است؟ ([]، نماد جزء صحیح است).

$$2) \text{ نزولی - همگرا} \quad 1) \text{ سعودی - همگرا}$$

$$4) \text{ غیریکنوا - واگرا} \quad 3) \text{ سعودی - واگرا}$$

آزمون 18 آبان

$$\left\{ \frac{2n^2}{n+1} \right\} \quad (2)$$

$$\left\{ \frac{2n^2+1}{n^2+1} \right\} \quad (1)$$

$$\left\{ n - \sqrt{n^2 + 1} \right\} \quad (4)$$

$$\left\{ \frac{-n^2}{n+1} \right\} \quad (3)$$

آزمون 18 آبان

-۹۰ اختلاف کوچک‌ترین کران بالا و بزرگ‌ترین کران پایین دنباله $a_n = [\cos n + \sin n]$ کدام است؟ ()، نماد جزو صحیح و n

بر حسب درجه است.)

۴ (۴)

۳ (۳)

۲ (۲)

۱ (۱)

آزمون 18 آبان

هندسه‌ی تحلیلی - 10 سوال -

-۱۰۱ خط گذرا از نقطه $(-1, 2, 3)$ و عمود بر صفحه $yz = 0$ ، صفحه $3x + y + z - 4 = 0$ را در کدام نقطه قطع می‌کند؟

$(0, -2, 1)$ (۲)

$(0, 1, -3)$ (۱)

$(0, 3, 1)$ (۴)

$(0, 2, -1)$ (۳)

آزمون 18 آبان

-۱۰۲ صفحه گذرنده از نقطه $A(1, 1, -1)$ و عمود بر صفحه $P: x + y + z = 3$ باشد، از کدام نقطه $D: x = -y = -z$ می‌گذرد؟

عبور می‌کند؟

$(2, 0, 1)$ (۲)

$(0, 3, 1)$ (۱)

$(0, 2, 3)$ (۴)

$(-1, 0, 2)$ (۳)

آزمون 18 آبان

- ۱۰۳ - اگر نقاط روی خط گذرنده از دو نقطه $A = (1, 1, -1)$ و $B = (2, 1-a, -1)$ همواره فاصله یکسانی تا صفحه به معادله

$P: 2x - y - 3az - 6 = 0$ داشته باشند، آنگاه a کدام است؟

$$\frac{3}{2} \quad (2)$$

$$\frac{1}{2} \quad (1)$$

$$-\frac{3}{2} \quad (4)$$

$$-\frac{1}{2} \quad (3)$$

آزمون 18 آبان

- ۱۰۴ - اگر دو نقطه از خط به معادله $x + y - z = 2$ قرار داشته باشند، $a + b$ کدام است؟

$$-2 \quad (4)$$

$$-3 \quad (3)$$

$$1 \quad (2)$$

$$3 \quad (1)$$

آزمون 18 آبان

- ۱۰۵ - صفحه گذرنده از فصل مشترک دو صفحه $x + 2y - z = 3$ و $x + y = 0$ و شامل نقطه $(2, -1, 1)$ ، با خط

موازی است. مقدار a کدام است؟

$$-3 \quad (2)$$

$$3 \quad (1)$$

$$-\frac{1}{3} \quad (4)$$

$$\frac{1}{3} \quad (3)$$

آزمون 18 آبان

- ۱۰۶ - صفحه شامل خط ۱ و نقطه $L: x + 1 = 2y - 1 = z + 1$ از کدام یک از نقاط زیر می‌گذرد؟

$$(-1, 0, -1) \quad (2)$$

$$(0, 0, -4) \quad (1)$$

$$(3, 2, 1) \quad (4)$$

$$(2, 0, 0) \quad (3)$$

آزمون 18 آبان

- ۱۰۷ - معادلات عمود مشترک دو خط کدام است؟

$$\begin{cases} x-y=2 \\ z=2 \end{cases} \text{ و } \begin{cases} x+y=0 \\ z=0 \end{cases}$$

$$\begin{cases} x-y=1 \\ z=1 \end{cases} \quad (2)$$

$$\begin{cases} x=1 \\ y=-1 \end{cases} \quad (1)$$

$$\begin{cases} x+y=1 \\ z=1 \end{cases} \quad (4)$$

$$\begin{cases} x=-1 \\ y=1 \end{cases} \quad (3)$$

آزمون 18 آبان

- ۱۰۸ - فاصله بین دو صفحه موازی با معادلهای $x+ny+mz=2$ و $(m-n)x-4z=1$ کدام است؟

$$\frac{5\sqrt{2}}{2} \quad (2)$$

$$2\sqrt{5} \quad (1)$$

$$\frac{\sqrt{5}}{2} \quad (4)$$

$$\sqrt{5} \quad (3)$$

آزمون 18 آبان

- ۱۰۹ - صفحه P موازی محور y ها و شامل خط به معادلات $(x=1, y=2)$ از این صفحه کدام است؟

$$4 \quad (2)$$

$$3 \quad (1)$$

$$6 \quad (4)$$

$$5 \quad (3)$$

آزمون 18 آبان

- ۱۱۰ - طول عمود مشترک دو خط متنافر Δ' : $\begin{cases} x=-2t' \\ y=2 \\ z=2t'-1 \end{cases}$ و Δ : $\begin{cases} x=1 \\ y=t \\ z=1-t \end{cases}$ کدام است؟

$$\frac{2}{\sqrt{5}} \quad (2)$$

$$\frac{\sqrt{3}}{3} \quad (1)$$

$$2 \quad (4)$$

$$\sqrt{3} \quad (3)$$

آزمون 18 آبان

ریاضیات گستته - 10 سوال



- ۱۱۱ - در ماتریس مجاورت گراف رو به رو، تفاضل تعداد صفرها و یکها چقدر است؟

$$13 \quad (2)$$

$$15 \quad (1)$$

$$11 \quad (4)$$

$$12 \quad (3)$$

- ۱۱۲- در یک گراف همبند فاقد دور، دنباله درجه‌های رأس‌ها به صورت $1, 1, \dots, 6, 4, 1$ است. چند مسیر با طول یک در این گراف وجود دارد؟

۱۱) ۴

۷) ۳

۸) ۲

۹) ۱

- ۱۱۳- در یک درخت از مرتبه ۱۰، ۳ رأس از درجه ماقزیمم وجود دارد به گونه‌ای که هیچ دو رأسی از درجه ماقزیمم، مجاور یکدیگر نیستند. حداکثر فاصله دو رأس در این درخت کدام است؟

۸) ۴

۷) ۳

۶) ۲

۵) ۱

- ۱۱۴- در گراف ساده G از مرتبه ۱۰، بین هر دو رأس آن دقیقاً یک مسیر وجود دارد و M ماتریس مجاورت G است. اگر A مجموع درایه‌های ماتریس M و B مجموع درایه‌های روی قطر اصلی ماتریس M^2 باشد، آنگاه $A + B$ کدام است؟

۱۸) ۴

۲۰) ۳

۳۶) ۲

۴۰) ۱

- ۱۱۵- چند درخت مختلف با ۶ رأس وجود دارد به طوری که در هر یک از آن‌ها $\Delta = 3$ باشد؟

۶) ۴

۴) ۳

۳) ۲

۲) ۱

- ۱۱۶- حاصل ضرب درجات رئوس یک درخت برابر ۴۸ است. حداقل اندازه این درخت کدام است؟

۱۰) ۴

۹) ۳

۸) ۲

۷) ۱

- ۱۱۷- اگر میانگین درجات رئوس یک درخت، برابر $1/8$ باشد، مرتبه درخت کدام است؟

۱۱) ۴

۱۰) ۳

۹) ۲

۸) ۱

- ۱۱۸- در درخت T ، تعداد رئوس درجه ۱ و درجه ۲ با هم برابر است. اگر این درخت دو رأس از درجه $3 = \Delta$ داشته باشد، مرتبه این درخت کدام است؟

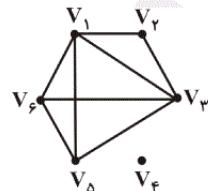
۱۴) ۴

۸) ۳

۱۰) ۲

۱۲) ۱

- ۱۱۹ - نمودار گراف G با $\{V_1, \dots, V_n\}$ در شکل زیر رسم شده است. چند زوج مرتب (i, j) وجود دارد که درایه واقع در سطر i ام و ستون j ام ماتریس مجاورت گراف G برابر صفر باشد؟



۱۰) ۲

۲۰) ۴

۶) ۱

۱۵) ۳

آزمون 18 آبان

- ۱۲۰ - بین هر دو رأس یک گراف ساده، دقیقاً یک مسیر وجود دارد. اگر مرتبه و اندازه این گراف، دو عدد اول باشد، آنگاه حاصل کدام است؟ $\Delta - \delta$

۱) ۴

۷) ۳

۵) ۲

۱۱) ۱

آزمون 18 آبان

ریاضی پایه - ۱۰ سوال

- ۹۱ - کسینوس $\frac{\pi}{2}$ درجه به کدام عدد نزدیک تر است؟

-۰/۰۰۱) ۴

۰/۰۰۱) ۳

۱) ۲

۱) صفر

آزمون 18 آبان

- ۹۲ - اگر $\cos^0 \sin \theta > \cos \theta \sin 90^\circ$ باشد، θ در کدام ربع مثلثاتی قرار دارد؟

۴) چهارم

۳) سوم

۲) دوم

۱) اول

آزمون 18 آبان

- ۹۳ - اگر $\sin x = 3 - 2a$ باشد، محدوده a کدام است؟

۱ < a < ۲) ۴

۱ ≤ a < ۲) ۳

۱ < a ≤ ۲) ۲

۱ ≤ a ≤ ۲) ۱

آزمون 18 آبان

- ۹۴ - اگر انتهای کمان x در ناحیه سوم مثلثاتی باشد، حاصل $\left[\sin^3 x \right] + \left[\cos^3 x \right] + \left[\sin x \cos x \right]$ کدام است؟ () علامت

جزء صحیح است.)

-۱) ۴

۳) صفر

۱) ۲

۱) ۱

آزمون 18 آبان

-۹۵ کدام گزینه درباره تابع $f(x) = \min\{\sin x, \cos x\}$ درست است؟

$$\min f = -\frac{\sqrt{2}}{2}, \max f = \frac{\sqrt{2}}{2} \quad (2)$$

$$\min f = 0, \max f = 1 \quad (4)$$

$$\min f = -1, \max f = \frac{\sqrt{2}}{2} \quad (1)$$

$$\min f = -1, \max f = 1 \quad (3)$$

آزمون 18 آبان

-۹۶ برد تابع $y = \frac{\sin x}{x + \sin x}$ کدام است؟

$$\left[-1, \frac{1}{3}\right] \quad (2)$$

$$\left[\frac{1}{3}, 1\right] \quad (1)$$

$$\left[\frac{1}{3}, \frac{1}{2}\right] \quad (4)$$

$$\left[0, \frac{1}{3}\right] \quad (3)$$

آزمون 18 آبان

-۹۷ اگر ریشه‌های معادله $2x^3 - x + n = 0$ و $3x^3 - x + m = 0$ باشد، حاصل

$$\sin(\alpha + \beta) + \cos(\alpha - \beta) \text{ کدام است؟}$$

$$-\frac{1}{6} \quad (2)$$

$$\frac{5}{6} \quad (1)$$

$$-\frac{5}{6} \quad (4)$$

$$\frac{1}{6} \quad (3)$$

آزمون 18 آبان

-۹۸ اگر $\sin^4 x + \cos^4 x = \frac{3}{5}$ باشد، حاصل $\sin^6 x + \cos^6 x$ کدام است؟

$$\frac{2}{3} \quad (2)$$

$$\frac{1}{5} \quad (1)$$

$$\frac{3}{7} \quad (4)$$

$$\frac{2}{5} \quad (3)$$

آزمون 18 آبان

$$\tan^{-1}\left(\frac{\sqrt{3}-\sqrt{2}}{1+\sqrt{6}}\right) + \tan^{-1}\left(\frac{\sqrt{2}-1}{\sqrt{2}+1}\right) \text{ حاصل عبارت } -99$$

$$\frac{\pi}{8} (2)$$

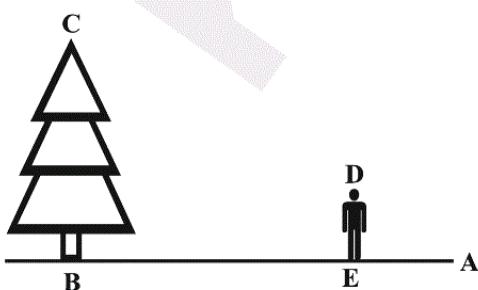
$$\tan^{-1}\sqrt{2} (1)$$

$$\frac{\pi}{18} (4)$$

$$\frac{\pi}{12} (3)$$

آزمون 18 آبان

- ۱۰۰- مطابق شکل، شخصی به موازات یک درخت (BC) که طول سایه آن $20\sqrt{3}$ متر است، ایستاده است. اگر فاصله نوک درخت (C) تا سر شخص (D) $\frac{36}{5}$ متر و زاویه این پاره خط (CD) با خود درخت 60° باشد، قد شخص چند سانتی متر است؟



$$175 (2)$$

$$180 (1)$$

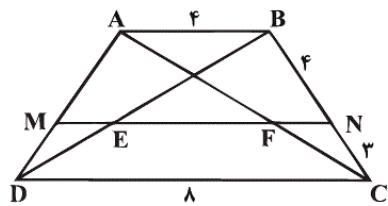
$$150 (4)$$

$$165 (3)$$

آزمون 18 آبان

هنر و هنر ۱۰ سوال

- ۱۲۱- در شکل مقابل $AB \parallel MN \parallel DC$ است. اندازه EF کدام است؟



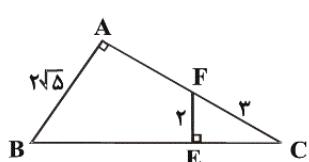
$$\frac{2}{7} (2)$$

$$3 (1)$$

$$\frac{24}{7} (4)$$

$$2 (3)$$

آزمون 18 آبان



$$\sqrt{3} (2)$$

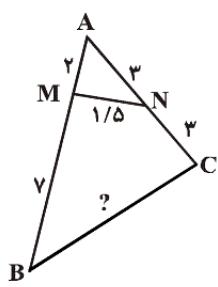
$$\sqrt{5} (1)$$

$$2 (4)$$

$$5 (3)$$

آزمون 18 آبان

- ۱۲۲- در شکل رو به رو، مقدار AF چه قدر است؟



- ۱۲۳ - در شکل زیر، اگر $2 \cdot \text{آنگاه اندازه } BC$ کدام است؟

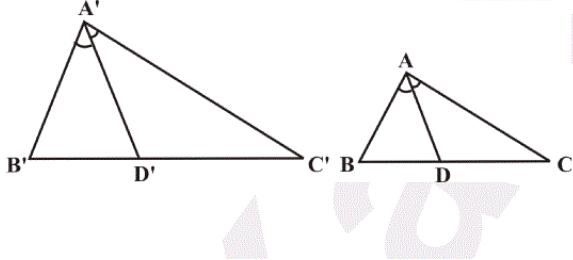
$$\frac{6}{75} (2)$$

$$\frac{5}{25} (1)$$

$$\frac{4}{5} (3)$$

آزمون 18 آبان

- ۱۲۴ - در دو مثلث ABC و $A'B'C'$ است. اگر طول نیمساز $A'D'$ دو واحد از طول



نیمساز AD بزرگ‌تر باشد، طول AD کدام است؟

$$\frac{9}{2} (2)$$

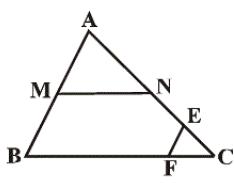
$$4 (1)$$

$$6 (3)$$

$$8 (4)$$

آزمون 18 آبان

- ۱۲۵ - در مثلث ABC ، $MN \parallel BC$ است. از نقطه E وسط NC رسم می‌کنیم. اگر $\frac{MN}{BC} = \frac{EF}{AB} = \frac{1}{4}$ ، حاصل کدام است؟



$$\frac{1}{2} (2)$$

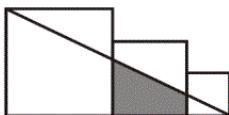
$$\frac{1}{3} (1)$$

$$\frac{1}{8} (4)$$

$$\frac{1}{4} (3)$$

آزمون 18 آبان

- ۱۲۶ - در شکل زیر سه مربع به اضلاع 4 ، 2 و 1 واحد در کنار یکدیگر قرار دارند. مساحت ذوزنقه هاشورخورده کدام است؟



$$\frac{15}{7} (2)$$

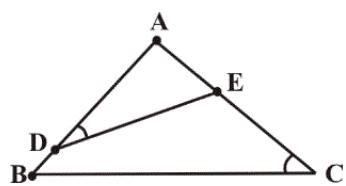
$$2 (1)$$

$$\frac{17}{7} (4)$$

$$\frac{16}{7} (3)$$

آزمون 18 آبان

- ۱۲۷ در شکل زیر، $\hat{C} = \hat{D}$ کدام است؟ طول ضلع BC است.



$\frac{16}{3}$ (۱)

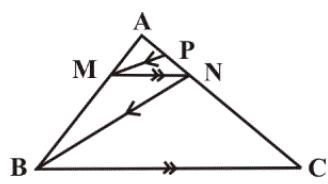
$\frac{17}{3}$ (۲)

۵ (۳)

۶ (۴)

آزمون 18 آبان

- ۱۲۸ در شکل زیر $BN \parallel BC$ و $MP \parallel BC$ باشد، طول AP کدام است؟ اگر $NC = 6$ و $BC = ۲MN$ است.



۳ (۱)

۲ (۲)

$\frac{3}{2}$ (۳)

۱ (۴)

آزمون 18 آبان

- ۱۲۹ مثلثی با اضلاع ۵, ۵, ۸ با کدام مثلث متشابه است؟

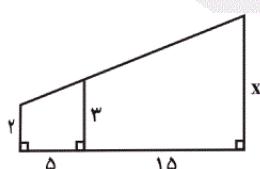
۲) مثلثی با ارتفاع‌های ۵, ۸, ۸

۱) مثلثی با ارتفاع‌های ۳, ۲, ۲

۴) مثلثی با ارتفاع‌های ۸, ۵, ۵

۳) مثلثی با ارتفاع‌های ۴, ۵, ۵

آزمون 18 آبان



- ۱۳۰ با توجه به شکل مقابل، مقدار x کدام است؟

۶ (۲)

۴ (۱)

۹ (۴)

۸ (۳)

آزمون 18 آبان



(محمد مختاری ابراهیمی)

$$a_1 = (-1)^{-1} = \frac{1}{-1} = -1$$

$$a_2 = (-1)^{2(1)} = (-1)^2 = 1$$

$$a_3 = (-1)^{3(-1)} = (-1)^{-3} = \frac{1}{(-1)^3} = -1$$

$$a_4 = (-1)^{4(1)} = (-1)^4 = 1$$

جملات دنباله یکی در میان برابر ۱ و -۱ هستند. پس این دنباله کراندار،

غیریکنوا و واگر است.

(دیفرانسیل - دنباله‌ها: صفحه‌های ۲۷ تا ۳۷)

۴ ✓

۳

۲

۱

آزمون ۱۸ آبان

$$\lim_{n \rightarrow \infty} a_n = \lim_{n \rightarrow \infty} \left(\sqrt{2n} - \sqrt{2n+a} \right) \cdot \sqrt{2n+1} \times \frac{\sqrt{2n} + \sqrt{2n+a}}{\sqrt{2n} + \sqrt{2n+a}}$$

$$= \lim_{n \rightarrow \infty} \frac{(2n - (2n+a)) \cdot \sqrt{2n+1}}{\sqrt{2n} + \sqrt{2n+a}} = \lim_{n \rightarrow \infty} \frac{-a\sqrt{2n+1}}{\sqrt{2n} + \sqrt{2n+a}}$$

$$= \lim_{n \rightarrow \infty} \frac{-a\sqrt{2} \cdot \sqrt{n}}{2\sqrt{2} \cdot \sqrt{n}} = \frac{-a\sqrt{2}}{2} = \sqrt{2} \Rightarrow \frac{a}{2} = -1 \Rightarrow a = -2$$

(دیفرانسیل - دنباله ها: صفحه های ۳۷ تا ۴۷)

 ✓ ۱

آزمون ۱۸ آبان

$$\lim_{n \rightarrow \infty} b_n = \lim_{n \rightarrow \infty} \frac{n^r \cdot \log n}{e^{rn}} = \lim_{n \rightarrow \infty} \left(\frac{n^r}{e^{rn}} \right) \left(\frac{\log n}{e^{rn}} \right) = 0 \times 0 = 0$$

گزینه «۳»: واگرا است:

$$\lim_{n \rightarrow \infty} c_n = \lim_{n \rightarrow \infty} e^{-n} \cdot \sqrt{n!} = \lim_{n \rightarrow \infty} \frac{1}{e^n} \cdot \sqrt{n!} = \lim_{n \rightarrow \infty} \frac{\sqrt{n!}}{e^n} = +\infty$$

گزینه «۴»: همگرا است:

$$\begin{aligned} \lim_{n \rightarrow \infty} d_n &= \lim_{n \rightarrow \infty} \frac{n \cdot \sin n^n}{(n!)^r} = \lim_{n \rightarrow \infty} \left(\frac{n}{n!} \times \frac{\sin n^n}{n!} \right) \\ &= \lim_{n \rightarrow \infty} \left(\frac{1}{(n-1)!} \times 0 \right) = 0 \end{aligned}$$

(دیفرانسیل - دنباله‌ها: صفحه‌های ۳۸ تا ۴۰)

۱

۲✓

۳

۴

آزمون 18 آبان

(محمد رضا شوکتی بیرق)

$$x_n = na + \frac{n^2 + 1}{n} = \frac{n^2 a + n^2 + 1}{n} = \frac{(a+1)n^2 + 1}{n}$$

چون دنباله فوق همگراست، پس باید $a+1=0$ باشد، در نتیجه جملهعمومی آن به صورت $x_n = \frac{1}{n}$ خواهد بود که یک دنباله نزولی است.

(دیفرانسیل - دنباله‌ها: صفحه‌های ۲۷ تا ۳۷)

 ۱ ۲ ۳ ۴

آزمون 18 آبان

(کیا مدرس نیاک)

$$\lim_{n \rightarrow \infty} \left(\log \frac{n+1}{(a^2 - 2)} \right) = -\infty \Rightarrow 0 < a^2 - 2 < 1$$

$$\Rightarrow 2 < a^2 < 3 \Rightarrow \sqrt{2} < a < \sqrt{3} \quad \text{یا} \quad -\sqrt{3} < a < -\sqrt{2}$$

(دیفرانسیل - دنباله‌ها: صفحه‌های ۳۸ تا ۴۱)

 ۱ ۲ ۳ ۴

آزمون 18 آبان

$$0.98 < \frac{2n^2 + \cos n\pi}{2n^2 + 2} < 1.01$$

$$\frac{\cos n\pi = (-1)^n}{0.98 <} < \frac{2n^2 + (-1)^n}{2n^2 + 2} < 1.01$$

$$\Rightarrow -\frac{2}{100} < \frac{2n^2 + (-1)^n}{2n^2 + 2} - 1 < \frac{1}{100} \Rightarrow -\frac{2}{100} < \frac{-2 + (-1)^n}{2n^2 + 2} < \frac{1}{100}$$

$$\xrightarrow{\text{جزوی}} -\frac{2}{100} < \frac{-1}{2n^2 + 2} < \frac{1}{100}$$

$$\Rightarrow \begin{cases} \frac{-1}{2n^2 + 2} < \frac{1}{100} \\ \frac{-1}{2n^2 + 2} > -\frac{2}{100} \end{cases} \Rightarrow 4n^2 + 4 > 100 \Rightarrow n \geq 5$$

همواره برقرار است.

پس جملات $n = 2, 4$ در این بازه نیستند.

$$\xrightarrow{\text{فرد}} -\frac{2}{100} < \frac{-3}{2n^2 + 2} < \frac{1}{100}$$

$$\Rightarrow \begin{cases} \frac{-3}{2n^2 + 2} < \frac{1}{100} \\ \frac{-3}{2n^2 + 2} > -\frac{2}{100} \end{cases} \Rightarrow 4n^2 + 4 > 300 \Rightarrow n \geq 9$$

همواره برقرار است.

پس جملات $n = 1, 3, 5, 7$ در این بازه نیستند.

در مجموع ۶ جمله از این دنباله در بازه مذکور قرار ندارند.

(دیفرانسیل - دنباله‌ها؛ صفحه‌های ۲۷ تا ۳۷)

۴

۳

۲

۱

آزمون ۱۸ آبان

$$\Delta a_n + \Delta n a_n = n a_{n-1} + a_{n-1} \Rightarrow a_n (\Delta + \Delta n) = a_{n-1} (n + 1)$$

$$\Rightarrow a_n = \frac{n+1}{\Delta n + \Delta} a_{n-1} = \frac{1}{\Delta} a_{n-1}$$

$\{a_n\}$ ، یک دنباله هندسی با قدر نسبت $q = \frac{1}{\Delta} < 1$ است؛ بنابراین

همگرا به صفر است.

(دیفرانسیل - دنباله‌ها: صفحه‌های ۲۷ تا ۳۷)

۴ ✓

۳

۲

۱

آزمون 18 آبان

$$= \left[2 + \frac{(-1)^n \cdot n}{n^2 + 1} \right]$$

$$\Rightarrow a_n = \begin{cases} \left[2 + \frac{n}{n^2 + 1} \right] & \text{های زوج;} \\ \left[2 - \frac{n}{n^2 + 1} \right] & \text{های فرد;} \end{cases} = \begin{cases} \left[2^+ \right] \\ \left[2^- \right] \end{cases}; \quad \begin{cases} \text{های زوج;} \\ \text{های فرد;} \end{cases}$$

$$\Rightarrow a_n = \begin{cases} 2 & \text{های زوج;} \\ 1 & \text{های فرد;} \end{cases} \quad \text{دنباله، واگرای نوسانی است.}$$

همچنان، واضح است که چنین دنباله‌ای غیریکنوا است.

(دیفرانسیل - دنباله‌ها: صفحه‌های ۲۷ تا ۳۷)

۴ ✓

۳

۲

۱

آزمون 18 آبان

۱) $\lim_{n \rightarrow \infty} \left(\frac{2n^2 + 1}{n^2 + 1} \right) = 2 \Rightarrow$ همگرا و کراندار

۲) $\lim_{n \rightarrow \infty} \left(\frac{2n^2}{n+1} \right) = +\infty \Rightarrow$ واگرای $+\infty$ و از پایین کراندار

۳) $\lim_{n \rightarrow \infty} \left(\frac{-n^2}{n+1} \right) = -\infty \Rightarrow$ واگرای $-\infty$ و از بالا کراندار

۴) $\lim_{n \rightarrow \infty} \left(n - \sqrt{n^2 + 1} \right) = 0 \Rightarrow$ همگرا و کراندار

(دیفرانسیل - دنباله‌ها: صفحه‌های ۱۴۱ تا ۱۴۵)

 ۴ ۳ ۲ ۱

آزمون 18 آبان

$$\cos x + \sin x = \sqrt{2} \sin\left(\frac{\pi}{4} + x\right)$$

$$\Rightarrow \cos n + \sin n = \sqrt{2} \sin\left(45^\circ + n\right)$$

حال به ازای $n = 45^\circ$ و $n = 225^\circ$ داریم:

$$n = 45^\circ \Rightarrow \sqrt{2} \sin\left(45^\circ + 45^\circ\right) = \sqrt{2} \sin 90^\circ = \sqrt{2}$$

$$n = 225^\circ \Rightarrow \sqrt{2} \sin\left(45^\circ + 225^\circ\right) = \sqrt{2} \sin 270^\circ = -\sqrt{2}$$

$$\Rightarrow \begin{cases} \inf(A) = \min(A) = [-\sqrt{2}] = -2 \\ \sup(A) = \max(A) = [\sqrt{2}] = 1 \end{cases} \Rightarrow 1 - (-2) = 3$$

(دیرانسیل - نباله‌ها: صفحه‌های ۱۴۱ تا ۱۵۱)

۱

۲✓

۳

۴

آزمون 18 آبان

اگر خطی بر صفحه‌ای عمود باشد، بردار هادی خط را می‌توان برابر با بردار

نرمال صفحه فرض کرد، یعنی:

$$\mathbf{u} = \mathbf{n} = (3, 1, 1) \Rightarrow \frac{x - 3}{3} = \frac{y + 1}{1} = \frac{z - 2}{1}$$

برای پیدا کردن نقطه تلاقی خط با صفحه yz ، کافی است در معادله

خط، $x = 0$ قرار داد. پس:

$$x = 0 \Rightarrow -1 = y + 1 = z - 2 \Rightarrow (0, -2, 1)$$

(هنرسه تحلیلی - خط و صفحه: صفحه‌های ۱۴۲ و ۱۴۳)

۴

۳

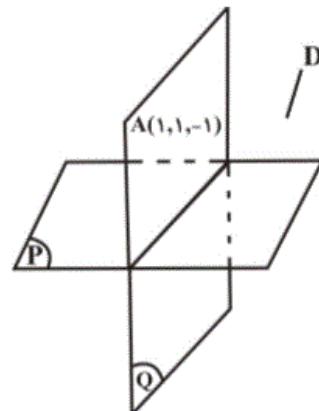
۲

۱

آزمون 18 آبان

خط D با صفحه Q موازی است، پس بردار هادی آن موازی صفحه Q است.

همچنین $P \perp Q$ ، پس بردار نرمال صفحه P با صفحه Q موازی است. لذا:



$$\begin{cases} D : x = -y = -z \Rightarrow u_D = (1, -1, -1) \\ P : 3x + y + z = 3 \Rightarrow n_P = (3, 1, 1) \end{cases}$$

$$u_D \times n_P = (1, -1, -1) \times (3, 1, 1) = (0, -4, 4) \Rightarrow n_Q = (0, -1, 1)$$

$$\xrightarrow{\text{معادله صفحه مطلوب}} -(y - 1) + (z + 1) = 0 \Rightarrow -y + z + 2 = 0$$

و نقطه $(0, 3, 1)$ روی این صفحه قرار دارد.

(هنرسه تحلیلی - فط و صفحه: صفحه‌های ۴۲ و ۴۳)

۴

۲

۱

۱ ✓

آزمون 18 آبان

خط گذرنده از نقاط $A = (2, 1 - a, -2)$ و $B = (1, 2, -2)$ ، موازی با

بردار AB است. از آن جا که نقاط خط از صفحه در این جا فاصله ثابتی

دارند، پس خط و صفحه با هم موازیند، یعنی باید حاصل ضرب داخلی بردار

هادی خط و بردار نرمال صفحه برابر صفر باشد:

۴

۲

۱ ✓

۱

آزمون 18 آبان

چون دو نقطه از خط بر صفحه قرار دارند، لذا خط به تمامی در صفحه قرار می‌گیرد. بنابراین خط بر صفحه منطبق بوده و در نتیجه بردار هادی خط بر بردار نرمال صفحه عمود است. داریم:

$$\mathbf{n} = (1, 1, -1) : \text{بردار نرمال صفحه و } \mathbf{u} = (a, 2, -1) : \text{بردار هادی خط}$$

$$\mathbf{u} \cdot \mathbf{n} = 0 \Rightarrow a + 2 + 1 = 0 \Rightarrow a = -3$$

چون خط درون صفحه قرار دارد پس هر نقطه دلخواه خط بر صفحه واقع است. نقطه $A = (1, b, 0)$ را از خط انتخاب می‌کنیم و در معادله صفحه قرار

می‌دهیم:

$$1 + b - 0 = 2 \Rightarrow b = 1$$

بنابراین $a + b - 2 = 1 + 1 - 2 = 0$ می‌باشد.

(هنرسه تحلیلی - فط و صفحه: صفحه‌های ۱۴۶ و ۱۴۷)

 ۴ ✓

 ۳

 ۲

 ۱

آزمون 18 آبان

دسته صفحه شامل فصل مشترک این دو صفحه به صورت

$$(x + 2y - z - 3) + m(x + y) = 0$$

نقطه $(2, -1, 1)$ باید در این صفحه صدق کند، داریم:

$$(2 - 2 - 1 - 3) + m(2 - 1) = 0 \Rightarrow m = 4$$

بنابراین معادله صفحه مورد نظر برابر است با:

$$5x + 6y - z = 3$$

برای این که خط با صفحه موازی باشد، باید بردارهای هادی خط و نرمال

صفحه بر هم عمود باشند.

$$\left. \begin{array}{l} u = (1, -\frac{1}{3}, \frac{1}{a}) \\ n = (5, 6, -1) \end{array} \right\} \text{هادی خط} \quad \Rightarrow n \cdot u = 0 \Rightarrow 5 - 2 - \frac{1}{a} = 0 \Rightarrow a = \frac{1}{3}$$

(هنرسه تحلیلی - فط و صفحه: صفحه‌های ۱۳۵ تا ۱۴۷)

۴

۳ ✓

۲

۱

آزمون 18 آبان

معادله دسته صفحه‌های شامل خط $L: x+1=2y-1=z+1$ را می‌نویسیم

و در بین آن‌ها صفحه‌ای را می‌یابیم که از نقطه $(1,1,1) = A$ می‌گذرد.

$$L: x+1=2y-1=z+1$$

$$\Rightarrow L: \begin{cases} x+1=z+1 \\ x+1=2y-1 \end{cases} \Rightarrow L: \begin{cases} x-z=0 \\ 2y-x-2=0 \end{cases}$$

$$\Rightarrow P: a(x-z)+b(2y-x-2)=0$$

$$A=(1,1,1) \in P$$

$$\Rightarrow a(1-1)+b(2-1-2)=0 \Rightarrow b=0$$

$$P: a(x-z)=0 \Rightarrow x-z=0 \Rightarrow x=z$$

در بین گزینه‌ها تنها نقطه $(-1,0,1)$ روی این صفحه قرار دارد.

(هندسه تحلیلی - خط و صفحه: صفحه‌های ۱۴۲ و ۱۴۳)

۴

۳

۲✓

۱

آزمون 18 آبان

(داریوش ناظمی)

دو خط داده شده به تمامی در صفحاتی موازی

صفحه xy (صفحات $z=0$ و $z=2$) قرار دارند. پس راستای عمود مشترک

این دو خط، عمود بر صفحه xy است.

معادلات تصاویر قائم دو خط مذکور بر روی صفحه xy به

صورت $(x+y=0, z=0)$ و $(x-y=2, z=0)$ خواهد بود

که $(1,-1,0)$ نقطه تلاقی آن‌ها است. پس معادلات عمودمشترک دو خط

مفروض سؤال، به صورت $(x=1, y=-1, z=0)$ است.

(هندسه تحلیلی - خط و صفحه: صفحه ۱۴۹)

(مهندسی مکانیک)

دو صفحه P' : $x + ny + mz = 2$ و P : $(m - 4)x - 4z = 1$ با همموازی‌اند، پس $n = 0$ و داریم:

$$\begin{cases} P : (m - 4)x - 4z = 1 \\ P' : x + mz = 2 \end{cases} \xrightarrow{P \parallel P'} \frac{(m - 4)}{1} = \frac{-4}{m}$$

$$\Rightarrow m^2 - 4m = -4 \Rightarrow (m - 2)^2 = 0 \Rightarrow m = 2$$

$$m = 2 \Rightarrow \begin{cases} P : -2x - 4z = 1 \\ P' : x + 2z = 2 \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} P : -2x - 4z = 1 \\ P' : -2x - 4z = -4 \end{cases}$$

$$\Rightarrow d = \frac{|1 - (-4)|}{\sqrt{(-2)^2 + (-4)^2}} = \frac{5}{2\sqrt{5}} = \frac{\sqrt{5}}{2}$$

(هندسه تحلیلی - خط و صفحه: صفحه‌های ۱۴۳ تا ۱۴۵)

 ✓ ۱

(هنریک سرکیسیان)

خط L موازی محور z هاست، پس صفحه P که شاملخط L و موازی محور y هاست، حتماً موازی صفحه yz بوده و معادله آن بهصورت $x_0 = x$ است. با توجه به معادلات خط L ، معادله صفحه P بهصورت $x = 1$ بوده و فاصله نقطه $A = (4, 5, 6)$ از آن برابر است با:

$$|x_A - x_0| = |4 - 1| = 3$$

(هندسه تحلیلی - خط و صفحه: صفحه‌های ۱۴۳ تا ۱۴۵)

 ۴ ۳ ۲ ۱

$$\Delta : \begin{cases} x = 1 \\ y = t \\ z = 1 - t \end{cases} \Rightarrow \Delta \in (P : x + y + z = 2)$$

$$\Delta' : \begin{cases} x = -2t' \\ y = 2 \\ z = 2t' - 1 \end{cases} \Rightarrow \Delta' \in (P' : x + y + z = 1)$$

خط Δ به تمامی در صفحه P و خط Δ' به تمامی در صفحه P' قرار دارد. از آنجاکه دو صفحه P و P' موازی‌اند، طول عمود مشترک دو خط متناظر Δ و Δ' برابر با فاصله بین این دو صفحه موازی است. در نتیجه داریم:

$$h = \frac{|2-1|}{\sqrt{1+1+1}} = \frac{1}{\sqrt{3}} = \frac{\sqrt{3}}{3}$$

(هندسه تحلیلی - فخط و صفحه: صفحه ۱۴۹)

۳

۲

۱

۱ ✓

آزمون ۱۸ آبان

می‌دانیم که تعداد یک‌ها در ماتریس مجاورت هر گراف دلخواه G با p رأس

و q یال، برابر است با $2q$ و در نتیجه تعداد صفرها برابر می‌شود با $2q - p$.

در اینجا $p = 5$ و $q = 9$ ، پس داریم:

$$\begin{cases} 2q = 18 & \text{تعداد یک‌ها} \\ 2p - 18 = 7 & \text{تعداد صفرها} \end{cases} \Rightarrow 18 - 7 = 11$$

(ریاضیات کسرسته - گراف: صفحه‌های ۲۰ و ۲۱)

۴

۳

۲

۱

آزمون 18 آبان

با توجه به اینکه هر گراف همبند فاقد دور، یک درخت است و در هر درخت

رابطه $p = q + 1$ برقرار است، پس خواهیم داشت:

$$\sum_{i=1}^p \deg v_i = 2q = 2(p - 1)$$

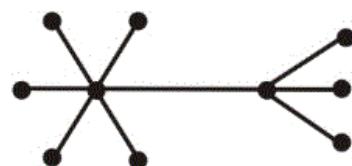
اکنون با فرض اینکه درخت، p رأس داشته باشد، داریم:

$$\begin{aligned} 6, 4, 1, \underbrace{1, \dots, 1}_{p-2} &\Rightarrow 6 + 4 + p - 2 = 2(p - 1) \Rightarrow p = 10 \\ \Rightarrow q &= 10 - 1 = 9 \end{aligned}$$

اما هر مسیر به طول ۱، یالی است که دو رأس متمایز را به هم پیوند می‌دهد،

پس تعداد مسیرهای به طول یک، همان تعداد یال‌ها است که در این گراف،

تعداد یال‌ها برابر ۹ است.



(ریاضیات گستره - گراف؛ صفحه‌های ۱۷ و ۱۸)

۴

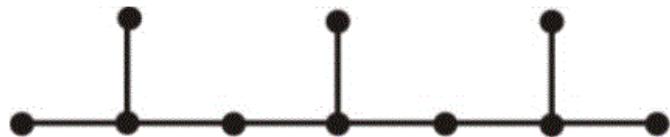
۳

۲

۱ ✓

آزمون ۱۸ آبان

درجهٔ ماکزیمم در این درخت، نمی‌تواند بیشتر از ۳ باشد، زیرا اگر درخت دارای ۳ رأس از درجهٔ ۴ باشد، آنگاه حداقل به ۸ رأس درجهٔ یک نیاز دارد (چرا؟). بنابراین تعداد رأس‌های آن بیش از ۱۰ رأس می‌گردد. از طرفی اگر درجهٔ ماکزیمم برابر ۲ باشد، گراف نمی‌تواند بیشتر از ۲ رأس درجهٔ یک داشته باشد و در نتیجه تعداد رأس‌ها از ۱۰ کم‌تر می‌شود. بنابراین $\Delta = 3$ است و حداکثر فاصلهٔ دو رأس برابر ۶ است، مانند شکل زیر:



(ریاضیات گسسته - گراف؛ صفحه‌های ۱۷، ۱۸ و ۲۳)

 ۴

 ۳

 ۲✓

 ۱

آزمون ۱۸ آبان

چون بین هر دو رأس گراف، دقیقاً یک مسیر وجود دارد، پس G یک درخت از مرتبه ۱۰ است. در نتیجه اندازه G برابر ۹ می‌باشد. از طرفی مجموع درایه‌های ماتریس M و همچنین مجموع درایه‌های روی قطر اصلی M^2 برابر ۲۹ است. داریم:

$A + B = 18 + 18 = 36$

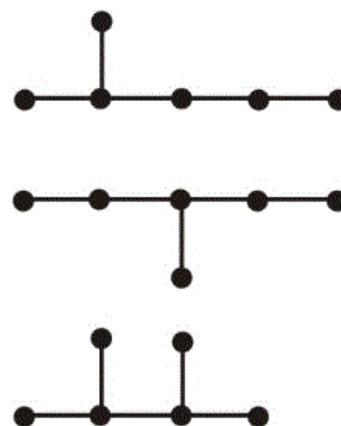
(ریاضیات گسته - گراف: صفحه‌های ۱۷ تا ۲۱)

 ۴ ۳ ۲ ۱

آزمون ۱۸ آبان

(علی‌رضی سیف)

درختان مطلوب به شکل زیرند:



(ریاضیات گسته - گراف: صفحه‌های ۱۷ و ۱۸)

 ۴ ۳ ۲ ۱

آزمون ۱۸ آبان

عدد ۴۸ را می‌توان به صورت 2×3^4 تجزیه نمود. با داشتن یک رأس از

درجة ۳ و ۴ رأس از درجة ۲، تعداد رئوس درجه یک، عبارت است از:

(n تعداد رئوس درجه یک است).

$$\sum \deg v_i = 2q = 2(p-1) \Rightarrow 3 + 4 \times 2 + n = 2(5+n-1)$$

$$\Rightarrow n = 3$$

بنابراین درخت، دارای ۸ رأس و در نتیجه ۷ یال است.

در سایر حالات، تعداد یالها، بیشتر از ۷ است.

(ریاضیات گسسته - گراف: صفحه‌های ۱۷ و ۱۸)

۴

۳

۲

۱ ✓

آزمون 18 آبان

(مهرداد ملوندی)

میانگین درجات رئوس هر گراف برابر $\frac{2q}{p}$ است. پس داریم:

$$\left\{ \begin{array}{l} q = p - 1 \\ \frac{2q}{p} = 1/8 \end{array} \right. \Rightarrow \frac{2(p-1)}{p} = 1/8 \Rightarrow 1 - \frac{1}{p} = 0/8$$

$$\Rightarrow \frac{1}{p} = \frac{1}{16} \Rightarrow p = 16$$

(ریاضیات گسسته - گراف: صفحه‌های ۱۷ و ۱۸)

۴

۳ ✓

۲

۱

(علی اصغر فرض)



اگر تعداد رئوس درجه ۱ برابر x باشد، آنگاه با توجه به فرض داریم:

$$\begin{cases} p = x + x + 2 \\ \sum \deg v_i = (x \times 1) + (x \times 2) + (2 \times 3) = 2q \\ q = p - 1 \end{cases}$$

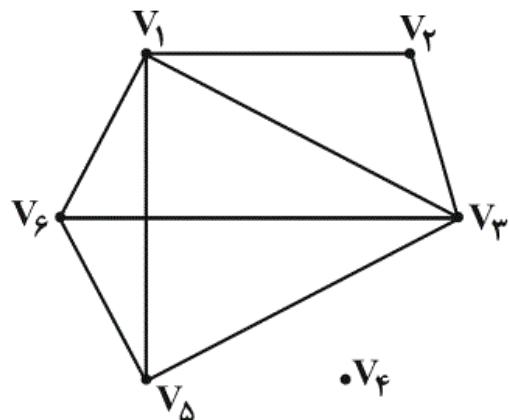
$$\Rightarrow 3x + 6 = 2p - 2 = 2(2x + 2) - 2$$

$$\Rightarrow 3x + 6 = 4x + 2 \Rightarrow x = 4 \Rightarrow p = 2x + 2 = 10$$

(ریاضیات گسسته - گراف: صفحه‌های ۱۷ و ۱۸)

 ۱ ۲ ۳ ۴

منظور مسئله تعداد صفرهای ماتریس مجاورت گراف موردنظر است.



$$p = 6, q = 8 \Rightarrow \text{تعداد صفرها} = p^2 - 2q = 36 - 2(8) = 20$$

(ریاضیات گستته - گراف: صفحه‌های ۲۰ و ۲۱)

۴ ✓

۳

۲

۱

آزمون 18 آبان

(حسین علمدار)

این گراف درخت است و چون مرتبه و اندازه گراف، دو عدد اول است،

بنابراین $p = 3$ و $q = 2$ خواهد بود (چون ۲ و ۳ تنها اعداد اول متوالی

هستند). لذا داریم:

$$\Delta - \delta = 2 - 1 = 1$$

(ریاضیات گستته - گراف: صفحه‌های ۱۷ و ۱۸)

۴ ✓

۳

۲

۱

آزمون 18 آبان

(میلاد شهسوند)

$$\left(\frac{\pi}{2}\right)^\circ \simeq \left(\frac{3/14}{2}\right)^\circ = 1/57^\circ$$

$1/57^\circ$ به زاویهٔ صفر نزدیک‌تر است. بنابراین:

$$\cos\left(\frac{\pi}{2}\right)^\circ \simeq \cos(0) \simeq 1$$

(ریاضی ۲- مثلثات: صفحه‌های ۱۲۲ تا ۱۲۸)

 ۴ ۳ ۲ ۱

آزمون ۱۸ آبان

(سعید بعفری کاخی آباد)

می‌دانیم $1 = \cos 0^\circ = \sin 90^\circ$ ، بنابراین دنبال زاویه‌ای هستیم کهو $\sin \theta > 0$ باشد. یعنی این نقطه دارای عرض مثبت و طول منفی است

بنابراین در ربع دوم قرار دارد.

(ریاضی ۲- مثلثات: صفحه‌های ۱۲۸ تا ۱۳۴)

 ۴ ۳ ۲ ۱

آزمون ۱۸ آبان

(حمدیر تمویلداری)

$$-1 \leq \sin x \leq 1 \Rightarrow -1 \leq 2 - 2a \leq 1$$

$$\Rightarrow -4 \leq -2a \leq -2 \Rightarrow 1 \leq a \leq 2$$

(ریاضی ۲- مثلثات: صفحه‌های ۱۲۸ تا ۱۳۴)

 ۴ ۳ ۲ ۱

(ذیح الله یاقوتی)

$$\pi < x < \frac{3\pi}{2} \Rightarrow \begin{cases} -1 < \sin x < 0 \Rightarrow 0 < \sin^2 x < 1 \Rightarrow [\sin^2 x] = 0 \\ -1 < \cos x < 0 \Rightarrow -1 < \cos^2 x < 0 \Rightarrow [\cos^2 x] = -1 \\ 2\pi < 2x < 3\pi \Rightarrow 0 < \sin 2x \leq 1 \Rightarrow 0 < \frac{1}{2} \sin 2x \leq \frac{1}{2} \end{cases}$$

$$\Rightarrow 0 < \sin x \cos x \leq \frac{1}{2} \Rightarrow [\sin x \cos x] = 0$$

$$\Rightarrow [\sin^2 x] + [\cos^2 x] + [\sin x \cos x] = -1$$

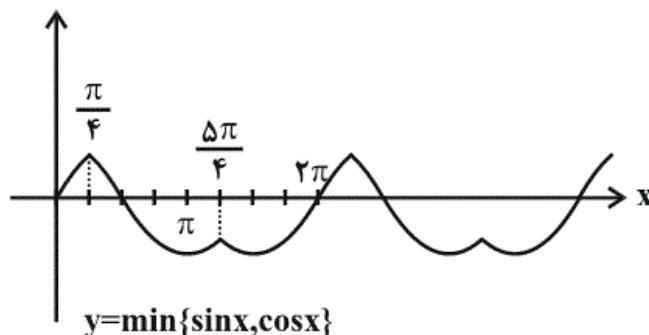
(ریاضی ۲- مثلثات: صفحه‌های ۱۳۱ تا ۱۳۴)

 ✓ ۱

$f(x)$ تابعی متناوب است که در یک دوره تناوب به صورت زیر است:

$$f(x) = \begin{cases} \cos x & ; \frac{\pi}{4} \leq x \leq \frac{5\pi}{4} \\ \sin x & ; \frac{5\pi}{4} \leq x \leq \frac{9\pi}{4} \end{cases}$$

و نمودار آن به صورت شکل زیر خواهد شد:



با توجه به نمودار واضح است که:

$$\min f = \cos(2k\pi + \pi) = \sin\left(2k\pi + \frac{3\pi}{2}\right) = -1$$

همچنین بیشترین مقدار f در جایی رخ می‌دهد که $\sin x = \cos x = \frac{\sqrt{2}}{2}$

باشد:

$$\Rightarrow \max f = \frac{\sqrt{2}}{2}$$

(ریاضی ۲ - مثلثات: صفحه‌های ۱۳۹ تا ۱۴۰)

۴

۳

۲

۱ ✓

آزمون 18 آبان

$$y = \frac{\sin x}{2 + \sin x} = \frac{\sin x + 2 - 2}{2 + \sin x} = 1 - \frac{2}{2 + \sin x}$$

$$-1 \leq \sin x \leq 1 \Rightarrow 1 \leq 2 + \sin x \leq 3 \Rightarrow \frac{1}{3} \leq \frac{1}{2 + \sin x} \leq 1$$

$$\Rightarrow \frac{2}{3} \leq \frac{2}{2 + \sin x} \leq 2 \Rightarrow -2 \leq -\frac{2}{2 + \sin x} \leq -\frac{2}{3}$$

$$\Rightarrow -1 \leq 1 - \frac{2}{2 + \sin x} \leq \frac{1}{3} \Rightarrow -1 \leq y \leq \frac{1}{3}$$

نکته مهم درسی:

در توابع به فرم کلی $y = \frac{a \sin x + b}{a' \sin x + b'}$ اگر مخرج ریشه نداشته باشد،

برای یافتن برد تابع کافی است به جای $\sin x$ یک بار عدد ۱ و یک بار عدد

۱- را قرار دهیم.

(ریاضی ۲- مثلثات: صفحه‌های ۱۳۹ تا ۱۴۱ و هسابان - مثلثات: صفحه‌های ۱۰۵ و ۱۰۶)

۴

۳

۲

۱

آزمون 18 آبان

$$\gamma x^{\gamma} - x + m = 0 \xrightarrow{x'=\sin\alpha, x''=\cos\alpha} \sin\alpha + \cos\alpha = x' + x'' = -\frac{b}{a}$$

$$\Rightarrow \sin\alpha + \cos\alpha = \frac{1}{\gamma}$$

$$\gamma x^{\gamma} - x + n = 0 \xrightarrow{x'=\sin\beta, x''=\cos\beta} \sin\beta + \cos\beta = x' + x'' = -\frac{b}{a}$$

$$\Rightarrow \sin\beta + \cos\beta = \frac{1}{\gamma}$$

$$\Rightarrow \sin(\alpha + \beta) + \cos(\alpha - \beta)$$

$$= \sin\alpha \cos\beta + \cos\alpha \sin\beta + \cos\alpha \cos\beta + \sin\alpha \sin\beta$$

$$= \cos\beta (\sin\alpha + \cos\alpha) + \sin\beta (\sin\alpha + \cos\alpha)$$

$$= (\sin\alpha + \cos\alpha)(\sin\beta + \cos\beta) = \left(\frac{1}{\gamma}\right)\left(\frac{1}{\gamma}\right) = \frac{1}{\gamma^2}$$

(مسابقات - مسئله‌های ۱۰ تا ۱۷)

۱

۲

۳

۴

آزمون 18 آبان

$$\sin^r x + \cos^r x = \frac{r}{\Delta} \Rightarrow (\sin^r x + \cos^r x)^r - r \sin^r x \cos^r x = \frac{r}{\Delta}$$

$$\Rightarrow 1 - r \sin^r x \cos^r x = \frac{r}{\Delta} \Rightarrow \sin^r x \cos^r x = \frac{1}{\Delta}$$

$$\sin^r x + \cos^r x = (\sin^r x + \cos^r x)^r$$

$$-r \sin^r x \cos^r x (\sin^r x + \cos^r x)$$

$$= 1 - r \times \frac{1}{\Delta} \times 1 = \frac{r}{\Delta}$$

(مسابقات - مسئله های ۱۷ تا ۲۰)

۱

۲

۳

۴

آزمون ۱۸ آبان

اتحاد زیر همواره برقرار است:

$$\tan^{-1}\left(\frac{x-y}{1+xy}\right) = \tan^{-1}x - \tan^{-1}y$$

با استفاده از این اتحاد:

$$\tan^{-1}\left(\frac{\sqrt{3}-\sqrt{2}}{1+\sqrt{6}}\right) + \tan^{-1}\left(\frac{\sqrt{2}-1}{\sqrt{2}+1}\right)$$

$$= \tan^{-1}\sqrt{3} - \tan^{-1}\sqrt{2} + \tan^{-1}\sqrt{2} - \tan^{-1}1$$

$$= \tan^{-1}\sqrt{3} - \tan^{-1}1 = \frac{\pi}{3} - \frac{\pi}{4} = \frac{\pi}{12}$$

(مسابان - مثلثات: صفحه‌های ۱۰۶ تا ۱۱۷)

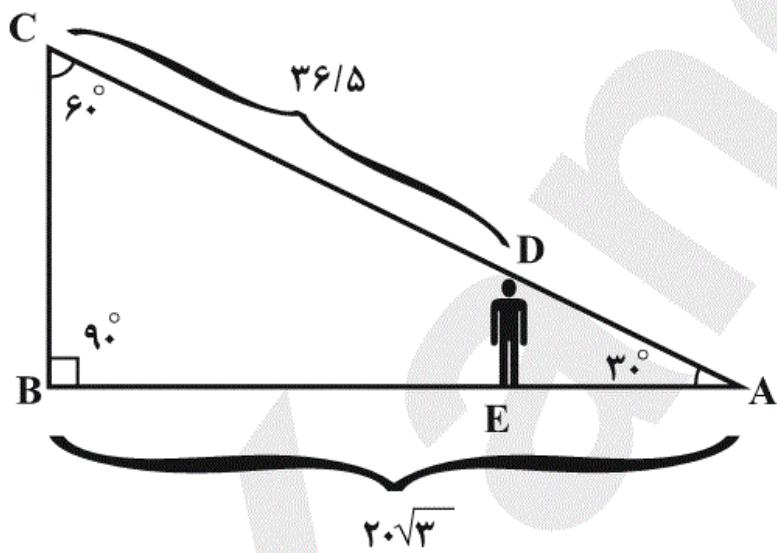
۱

۲ ✓

۳

۴

آزمون ۱۸ آبان



با توجه به شکل:

$$\sin 60^\circ = \frac{AB}{AC} = \frac{20\sqrt{3}}{AC} = \frac{\sqrt{3}}{2}$$

$$\Rightarrow AC = 40 \text{ (متر)}$$

$$AD = AC - CD \Rightarrow AD = 40 - 36/5 = 3/5 \text{ (متر)}$$

$$\hat{A} = 30^\circ \Rightarrow \sin \hat{A} = \frac{DE}{AD} = \frac{1}{2} \Rightarrow DE = \frac{AD}{2} = 1/25 \text{ (متر)}$$

$$= 175 \text{ (سانتی متر)}$$

(ریاضی ۲ - مثلثات: صفحه‌های ۱۵۲ تا ۱۵۸)

۴

۳

۲ ✓

۱

آزمون ۱۸ آبان

$$\Delta ABC : FN \parallel AB \xrightarrow{\text{تالس}} \frac{3}{4} = \frac{FN}{4} \Rightarrow FN = \frac{12}{4}$$

$$\Delta BCD : EN \parallel DC \xrightarrow{\text{تالس}} \frac{4}{4} = \frac{EN}{8} \Rightarrow EN = \frac{32}{4}$$

$$\Rightarrow EF = EN - FN = \frac{20}{4}$$

(هندسه ا- تشابه: صفحه های ۷۷ تا ۸۳)

۴

۳

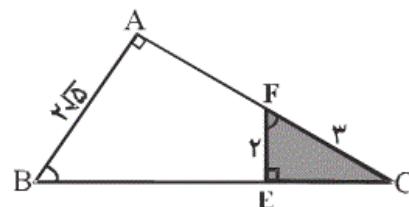
۲ ✓

۱

آزمون ۱۸ آبان

(مهدی و قوعی)

دو مثلث قائم الزاویه ABC و EFC به حالت تساوی دو زاویه متشابه‌اند.



$$EC^2 = FC^2 - EF^2 = 9 - 4 = 5 \Rightarrow EC = \sqrt{5}$$

$$\frac{AB}{EF} = \frac{AC}{EC} \Rightarrow \frac{2\sqrt{5}}{2} = \frac{AC}{\sqrt{5}} \Rightarrow AC = \sqrt{5}$$

$$\Rightarrow AF = AC - FC = \sqrt{5} - 3 = 2$$

(هندسه ا- تشابه: صفحه های ۸۳ تا ۹۲)

۴ ✓

۳

۲

۱

آزمون ۱۸ آبان

(علی‌اکبر جعفری)

$$\begin{cases} \frac{AM}{AC} = \frac{2}{6} = \frac{1}{3} \\ \frac{AN}{AB} = \frac{3}{9} = \frac{1}{3} \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} \frac{AM}{AC} = \frac{AN}{AB} \Rightarrow \Delta ANM \sim \Delta ABC \\ A = \hat{A} \end{cases}$$

$$\Rightarrow \frac{MN}{BC} = \frac{1}{3} \Rightarrow \frac{1/5}{BC} = \frac{1}{3} \Rightarrow BC = 15$$

(هنرسه ا - تشابه: صفحه‌های ۸۳ تا ۹۲)

 ۴ ۳ ۲ ۱

آزمون 18 آبان

$$\frac{AD}{A'D'} = \frac{BC}{B'C'}$$

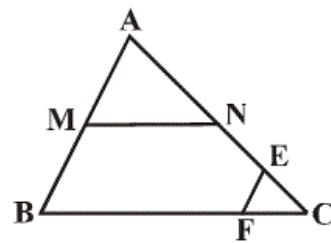
با فرض $AD = x$ داریم:

$$\frac{x}{x+2} = \frac{12}{16} \Rightarrow x = 6$$

(هنرسه ا - تشابه: صفحه‌های ۸۳ تا ۹۷)

 ۴ ۳ ۲ ۱

آزمون 18 آبان



$$\frac{EF}{AB} = \frac{CE}{AC} \Rightarrow \frac{1}{r} = \frac{CE}{AC} \Rightarrow \frac{1}{r-1} = \frac{CE}{AC - CE}$$

$$\frac{CE}{AE} = \frac{1}{r} \Rightarrow AE = rCE \Rightarrow AN + NE = rEC \quad (1)$$

$$NE = EC \Rightarrow AN + EC = rEC \Rightarrow AN = rEC$$

$$\Rightarrow AN = NC \Rightarrow AN = \frac{1}{r} AC$$

$$MN \parallel BC \Rightarrow \frac{MN}{BC} = \frac{AN}{AC} = \frac{1}{r}$$

(۱۳۴) ۷۷ - تسابی: صندوقهای هندسه ای

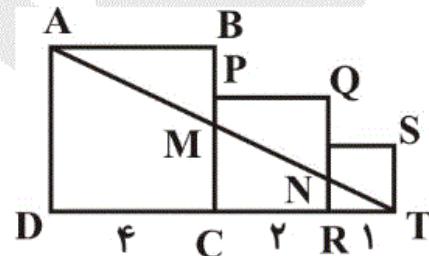
۱

۲

۳ ✓

۴

آزمون ۱۸ آبان



$$\Delta AMB \sim \Delta MCT \Rightarrow \frac{MC}{MB} = \frac{CT}{AB} = \frac{۲}{۳} \Rightarrow \frac{MC}{BC} = \frac{۲}{۴}$$

$$\Rightarrow MC = \frac{۱۲}{۷}$$

$$\Delta TNR \sim \Delta TAD \Rightarrow \frac{NR}{AD} = \frac{RT}{DT} \Rightarrow \frac{NR}{۴} = \frac{۱}{۷} \Rightarrow NR = \frac{۴}{۷}$$

$$S_{MCRN} = \frac{۱}{۲} \left(\frac{۱۲}{۷} + \frac{۴}{۷} \right) \times ۲ = \frac{۱۶}{۷}$$

(۹۳۰ تا ۱۳۰ تا تشابه: صفت‌هایی هندسه ا-

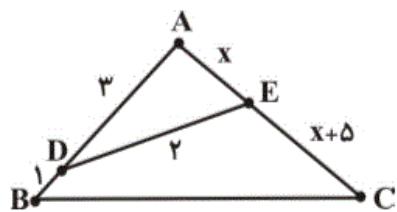
۱

۲

۳

۴

آزمون ۱۸ آبان



دو مثلث ADE و ABC در زاویه A مشترک‌اند و طبق فرض $\hat{C} = \hat{D}$ ، پس

این دو مثلث به حالت تساوی دو زاویه متشابه‌اند. در نتیجه داریم:

$$\frac{AE}{AB} = \frac{AD}{AC} = \frac{DE}{BC} \Rightarrow \frac{x}{4} = \frac{3}{x+5} = \frac{2}{BC}$$

$$\Rightarrow 2x^2 + 10x - 12 = 0$$

$$\Rightarrow (2x-3)(x+4) = 0 \xrightarrow{x>0} x = \frac{3}{2}$$

$$\frac{x}{4} = \frac{\frac{3}{2}}{BC} \Rightarrow \frac{\frac{3}{2}}{4} = \frac{2}{BC} \Rightarrow BC = \frac{16}{3}$$

(هنرسه ۱ - تشابه: صفحه‌های ۸۳ تا ۹۲)

۱

۲

۳

۴ ✓

آزمون ۱۸ آبان

طبق قضیه تالس داریم:

$$\left. \begin{array}{l} MP \parallel BN \Rightarrow \frac{AM}{MB} = \frac{AP}{PN} \\ MN \parallel BC \Rightarrow \frac{AM}{MB} = \frac{AN}{NC} \end{array} \right\} \Rightarrow \frac{AP}{PN} = \frac{AN}{NC} \quad (*)$$

از طرفی داریم:

$$MN \parallel BC \Rightarrow \frac{AN}{AC} = \frac{MN}{BC} = \frac{1}{3} \Rightarrow \frac{AN}{AC - AN} = \frac{1}{3-1}$$

$$\Rightarrow \frac{AN}{NC} = \frac{1}{2} \xrightarrow{NC=6} AN = 3$$

$$(*) \Rightarrow \frac{AP}{PN} = \frac{1}{2} \Rightarrow \frac{AP}{AP + PN} = \frac{1}{2+1} \Rightarrow \frac{AP}{3} = \frac{1}{3} \Rightarrow AP = 1$$

(هنرمه ۱ - تسابیه: صفحه های ۷۷ و ۷۸)

✓

۱

آزمون ۱۸ آبان

اگر h ارتفاع وارد بر قاعده و h' و h'' ارتفاع‌های وارد بر دو ساق باشند، آنگاه

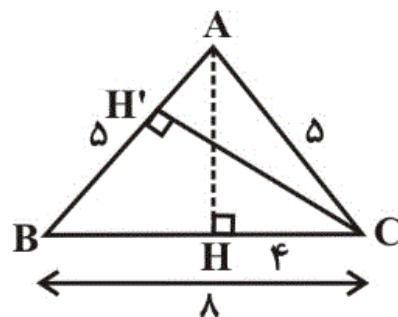
با توجه به شکل زیر داریم:

$$h' = 25 - 16 \Rightarrow h = 3$$

$$h \times \lambda = 5 \times h' \Rightarrow h' = \frac{24}{5} = h''$$

پس اندازه ارتفاع‌های مثلث مذکور برابر است با $\frac{24}{5}, \frac{24}{5}, 3$ که متناسب با

$24, 24, 15$ یا $8, 8, 5$ است.



(هندسه ا- تشابه: صفحه‌های ۱۳۰ تا ۹۷)

۴

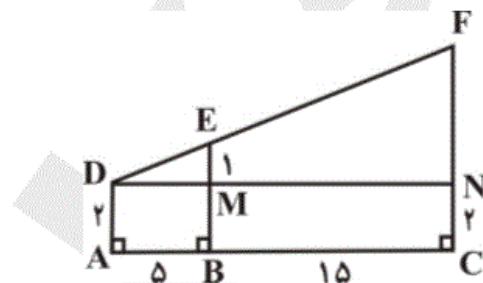
۳

۲ ✓

۱

آزمون 18 آبان

(نهییر مهندسی نژاد)

از نقطه D ، خطی به موازات AB رسم می‌نماییم. داریم:

$$\Delta DNF : ME \parallel NF$$

$$\Rightarrow \frac{DM}{DN} = \frac{ME}{NF} \Rightarrow \frac{2}{4} = \frac{1}{NF}$$

$$\Rightarrow NF = 4$$

$$CF = CN + NF = 2 + 4 \Rightarrow x = 6$$

(هنرمه ا - تشابه: صفحه‌های ۷۷ تا ۸۳)

 ۱ ۲ ۳ ۴

آزمون ۱۸ آبان