



سایت ویژه ریاضیات www.riazisara.ir

درسنامه ها و جزوه های ریاضی

سوالات و پاسخنامه تشریحی کنکور

نمونه سوالات امتحانات ریاضی

نرم افزارهای ریاضیات

...

(@riazisara)

ریاضی سرا در تلگرام:



<https://t.me/riazisara>

(@riazisara.ir) ریاضی سرا در اینستاگرام:



<https://www.instagram.com/riazisara.ir>

۵۱- در یکی از سطرهای مثلث خیام، دو عدد اول از سمت چپ عبارتند از ۱ و ۱۰، مجموع دو عدد اول و دو عدد آخر از سمت چپ کدام است؟

۲۲ (۲)

۲۰ (۱)

۲۸ (۴)

۲۶ (۳)

۵۲- عبارت گویای $A = \frac{2x+1}{x(x+1)}$ به ازای چه مقادیری از x تعریف نشده است؟

$\{-\frac{1}{2}\}$ (۴)

$\{0, -1, -\frac{1}{2}\}$ (۳)

$\{0, -1\}$ (۲)

$\{0, -\frac{1}{2}\}$ (۱)

۵۳- حاصل عبارت $\frac{x^2-25}{2x+15}$ کدام است؟

$\frac{x-5}{3}$ (۴)

$\frac{3}{x+5}$ (۳)

$\frac{3}{x-5}$ (۲)

$\frac{x+5}{3}$ (۱)

۵۴- کوچکترین مضرب مشترک دو عبارت $x^2 - 2x + 1$ و $x^2 - 1$ کدام است؟

$x^2 - 1$ (۴)

$(x+1)(x-1)^2$ (۳)

$x - 1$ (۲)

$(x-1)^2$ (۱)

۵۵- اگر مجموع دو عدد ۱۰ و مجموع مکعبات آنها ۲۸۰ باشد، حاصل ضرب آنها چقدر است؟

۴۸ (۴)

۲۴ (۳)

۱۲ (۲)

۱۸ (۱)

۵۶- مساحت مستطیلی به عرض $x - 2$ برابر با $x^3 - 8$ می‌باشد. محیط آن همواره کدام است؟

$x^2 + 8x$ (۲)

$x^2 + 6x$ (۱)

$2x^2 + 6x + 4$ (۴)

$2x^2 + 8x + 2$ (۳)

۵۷- اگر $x^2 + \frac{36}{x^2} = 18$ باشد، حاصل $(x - \frac{6}{x})$ کدام است؟

- (۱) $\pm\sqrt{2}$ (۲) $\pm\sqrt{3}$ (۳) $\pm\sqrt{6}$ (۴) $\pm\sqrt{8}$

۵۸- عبارت $3x^2 + 2x - 8$ را به عوامل اول خود تجزیه می‌کنیم، یکی از عوامل تجزیه کدام است؟

- (۱) $3x + 4$ (۲) $3x + 2$ (۳) $3x - 2$ (۴) $3x - 4$

۵۹- ساده شده عبارت $\frac{6x^5(x^2+4)^2 - 2x^3(x^2+4)^3}{(x^8 - 16x^4)(x^2 - 2)}$ کدام است؟

- (۱) $\frac{x^2 + 4}{x^4}$ (۲) $\frac{x + 3}{x}$ (۳) $\frac{4(x^2 + 4)}{x(x^2 - 4)}$ (۴) $\frac{x^2 - 4}{3x^2}$

۶۰- حاصل عبارت $\frac{x^2}{x^2 - 1} - \frac{x - 1}{x + 1}$ همواره کدام است؟

- (۱) $\frac{2x + 1}{x^2 - 1}$ (۲) $\frac{2x - 1}{x^2 - 1}$ (۳) ۱ (۴) $\frac{1}{x + 1}$

۵۱-

(امیر زراندوز، چند اتحاد جبری و کاربردها، صفحه‌ی ۱۲ و ۱۳)

می‌دانیم در هر سطر از مثلث خیام، تقارن وجود دارد یعنی اگر دو عدد اول از سمت

چپ ۱ و ۱۰ هستند، دو عدد آخر از سمت چپ ۱۰ و ۱ هستند، لذا:

$$۲۲ = ۱۰ + ۱ + ۱۰ + ۱ = \text{مجموع اعداد خواسته شده}$$

۴

۳

۲

۱

۵۲-

(فرداد روشنی، عبارتهای گویا، صفحه‌ی ۱۸ و ۱۹)

عبارت گویا به‌ازای ریشه‌های مخرج تعریف نشده است، لذا داریم:

$$A = \frac{2x+1}{x(x+1)} \Rightarrow \text{مخرج} = 0 \Rightarrow x(x+1) = 0 \Rightarrow \begin{cases} x=0 \\ x+1=0 \Rightarrow x=-1 \end{cases}$$

پس عبارت گویای A به‌ازای $\{0, -1\}$ تعریف نشده است.

۴

۳

۲

۱

۵۳-

(فرداد روشنی، عبارتهای گویا، صفحه‌ی ۱۹ و ۲۰)

تجزیه با استفاده از اتحاد مزدوج

$$\frac{x^2 - 25}{3x + 15} = \frac{(x-5)(x+5)}{3(x+5)} = \frac{x-5}{3}$$

فاکتورگیری از عدد ۳

۴

۳

۲

۱

ابتدا هر یک از عبارتها را تجزیه می‌کنیم، سپس عامل‌های مشترک با بزرگترین توان را در عامل‌های غیرمشترک ضرب می‌کنیم:

$$\begin{cases} x^2 - 2x + 1 = (x-1)^2 \\ x^2 - 1 = (x-1)(x+1) \end{cases}$$

عامل غیر مشترک \times عامل‌های مشترک با بزرگ‌ترین توان = کوچکترین مضرب مشترک \Rightarrow

$$\text{کوچکترین مضرب مشترک} = (x-1)^2(x+1)$$

□۴

□۳✓

□۲

□۱

این دو عدد را x و y می‌نامیم و خواهیم داشت:

$$x + y = 10 \xrightarrow[\text{۳ می‌رسانیم}]{\text{طرفین را به توان } 3} x^3 + y^3 + 3x^2y + 3xy^2 = 1000$$

$$\Rightarrow 280 + 3xy(x+y) = 1000 \Rightarrow 280 + 30xy = 1000$$

$$\Rightarrow 30xy = 1000 - 280 \Rightarrow 30xy = 720 \Rightarrow xy = \frac{720}{30} = 24$$

□۴

□۳✓

□۲

□۱

$$\text{طول} = \frac{\text{مساحت}}{\text{عرض}} \Rightarrow \text{طول} \times \text{عرض} = \text{مساحت مستطیل}$$

$$\Rightarrow \text{طول} = \frac{x^3 - 8}{x - 2} = \frac{(x-2)(x^2 + 2x + 4)}{x-2} = x^2 + 2x + 4$$

$$\begin{aligned} \text{محیط مستطیل} &= (\text{طول} + \text{عرض}) \times 2 = (x^2 + 2x + 4 + x - 2) \times 2 \\ &= (x^2 + 3x + 2) \times 2 = 2x^2 + 6x + 4 \end{aligned}$$

یادآوری:

$$a^3 - b^3 = (a-b)(a^2 + ab + b^2)$$

$$x^3 - 8 = x^3 - 2^3 = (x-2)(x^2 + 2x + 4)$$

□۴✓

□۳

□۲

□۱

(امیر زرانروز، چند اتحاد جبری و کاربردها، صفحه‌ی ۱۰ و ۱۱)

$$A = x - \frac{6}{x} \xrightarrow{\text{طرفین را به توان ۲ می‌رسانیم}} A^2 = x^2 + \underbrace{\frac{36}{x^2}}_{18} - 2x\left(\frac{6}{x}\right)$$

$$\Rightarrow A^2 = 18 - 12 \Rightarrow A^2 = 6 \xrightarrow{\text{جذر می‌گیریم}} A = \pm\sqrt{6}$$

۴

۳✓

۲

۱

(امیر زرانروز، چند اتحاد جبری و کاربردها، صفحه‌ی ۱۰ تا ۱۶)

چون ضریب x^2 مربع کامل نمی‌باشد، ابتدا تمام جملات را در ۳ ضرب و تقسیم می‌کنیم تا ضریب x^2 کامل شود:

$$3x^2 + 2x - 8 = \frac{9x^2 + 6x - 24}{3} = \frac{(3x)^2 + 2 \times (3x) - 24}{3} =$$

فاکتورگیری عدد ۳

$$\frac{(3x+6)(3x-4)}{3} = \frac{3(x+2)(3x-4)}{3} = (x+2)(3x-4)$$

۴✓

۳

۲

۱

(فرداد روشنی، عبارات‌های گویا، صفحه‌ی ۱۹ تا ۲۴)

ابتدا صورت و مخرج کسر را ساده می‌کنیم. عامل مشترک در عبارات‌های صورت $2x^3(x^2+4)^2$ و در عبارات‌های مخرج x^4 می‌باشد.

$$\frac{6x^5(x^2+4)^2 - 2x^3(x^2+4)^3}{(x^2-2)(x^4-16x^4)} = \frac{2x^3(x^2+4)^2(3x^2 - (x^2+4))}{(x^2-2)x^4(x^4-16)}$$

$$= \frac{2x^3(x^2+4)^2(3x^2 - x^2 - 4)}{x^4(x^2-4)(x^2+4)(x^2-2)} = \frac{2x^3(x^2+4)^2(2x^2-4)}{x^4(x^2-4)(x^2+4)(x^2-2)}$$

$$= \frac{4(x^2+4)(x^2-2)}{x(x^2-4)(x^2-2)} = \frac{4(x^2+4)}{x(x^2-4)}$$

۴

۳✓

۲

۱

ابتدا مخرج مشترک عبارت را به دست می‌آوریم:

$$\frac{x^2}{x^2-1} - \frac{x-1}{x+1} = \frac{x^2}{(x-1)(x+1)} - \frac{x-1}{x+1} \xrightarrow{\text{مخرج مشترک}} \frac{x^2}{(x-1)(x+1)} - \frac{(x-1) \times (x-1)}{(x-1)(x+1)} = \frac{x^2 - (x-1)^2}{(x-1)(x+1)} = \frac{x^2 - (x^2 - 2x + 1)}{(x-1)(x+1)}$$

$$= \frac{x^2 - x^2 + 2x - 1}{(x-1)(x+1)} = \frac{2x-1}{x^2-1}$$

۴

۳

۲ ✓

۱