



سایت ویژه ریاضیات www.riazisara.ir

درسنامه ها و جزوه های ریاضی

سوالات و پاسخنامه تشریحی کنکور

نمونه سوالات امتحانات ریاضی

نرم افزارهای ریاضیات

...

(@riazisara)

ریاضی سرا در تلگرام:



<https://t.me/riazisara>

(@riazisara.ir) ریاضی سرا در اینستاگرام:



<https://www.instagram.com/riazisara.ir>

ریاضی عمومی - ۱۰ سوال

۱۰۱- بیشترین مقدار تابع $y = x - \frac{5x-9}{x}$ به ازای مقادیر منفی x کدام است؟

- (۱) -۵ (۲) -۱۰ (۳) -۱۱ (۴) -۱۲

۱۰۲- اگر α و β ریشه‌های معادله $x^2 + 7x - 1 = 0$ باشند، حاصل $\sqrt{\alpha^2(1-7\beta)}$ کدام است؟

- (۱) صفر (۲) ۱ (۳) ۴ (۴) ۶

۱۰۳- با فرض $k = [2x^2 + 18] = [12x]$ ، حاصل $[(x+3)^2]$ کدام است؟ ([] نماد جزء صحیح است.)

- (۱) k (۲) $k+2$ (۳) $k-1$ (۴) $k+1$

۱۰۴- اگر α و β ریشه‌های معادله $x^2 - 5x + a = 0$ باشند؛ به طوری که $|\sqrt{\alpha} - \sqrt{\beta}| = 1$ ، آنگاه نمودار تابع $y = ax^2 - 2ax + 1$

از کدام ناحیه محوره‌های مختصات عبور نمی‌کند؟

- (۱) اول (۲) دوم (۳) سوم (۴) چهارم

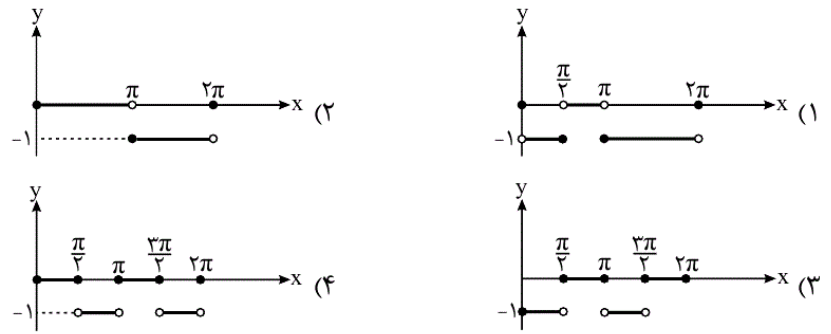
۱۰۵- اگر $x - \sqrt{x} > 0$ باشد، مجموع معکوس ریشه‌های معادله $|x^2 - 1| = |5x + 1| - 8$ کدام است؟

- (۱) $\frac{5}{6}$ (۲) $\frac{1}{6}$ (۳) $\frac{3}{4}$ (۴) $\frac{1}{4}$

۱۰۶- اگر معادله $|x^2 - 5x + m| = 2$ دارای ۳ ریشه باشد، مقدار m کدام است؟

- (۱) $\frac{13}{4}$ (۲) $\frac{15}{4}$ (۳) $\frac{17}{4}$ (۴) $\frac{19}{4}$

۱۰۷- نمودار تابع $y = [\sin x \cos x]$ در بازه $[0, 2\pi]$ شبیه کدام شکل زیر است؟ ([] نماد جزء صحیح است.)



۱۰۸- معادله $3x^2 - 8x + 4 = \frac{1}{[x] + [-x]}$ دارای چند جواب است؟ ([] نماد جزء صحیح است.)

- (۱) ۱ (۲) ۲ (۳) ۳ (۴) صفر

۱۰۹- تابع $y = \sin 2x$ در بازه $[-\pi, 2\pi]$ مفروض است. اگر تعداد بازه‌هایی به طول $\frac{\pi}{4}$ که تابع در آن صعودی است را با m و تعداد

بازه‌هایی به طول $\frac{\pi}{4}$ که تابع در آن نزولی است را با n نشان دهیم، حاصل $m - n$ کدام است؟

- (۱) صفر (۲) ۱ (۳) -۱ (۴) -۲

۱۱۰- تابع $f: \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}$ نزولی اکید است. اگر $x=1$ ریشه $f(x)=0$ باشد، دامنه تابع $\sqrt{xf(-x)}$ شامل کدام بازه نمی‌شود؟

- (۱) $[1, \infty)$ (۲) $(0, 1)$ (۳) $(-\infty, -1]$ (۴) $(-1, 0)$

ریاضی پایه - ۱۰ سوال

۱۱۱- اگر شعاع دایره به صورت $R = 3 + E$ باشد (E خطا اندازه‌گیری است)، میزان خطای مورد محاسبه در محیط و مساحت دایره

به ترتیب از راست به چپ کدام است؟ (از مقدار E^2 صرف نظر کنید.)

- (۱) E, E (۲) $2E, 6E$

- (۳) $2\pi E, 6\pi E$ (۴) $3\pi E, 9\pi E$

۱۱۲- ضرب‌المثل معروف «مشت نمونه خروار است.» اهمیت کدام مطلب را بیان می‌کند؟

(۱) موضوع جامعه و ضرورت استفاده از نمونه

(۲) ضرورت استفاده از سرشماری در علم آمار

(۳) اهمیت اندازه جامعه در علم آمار

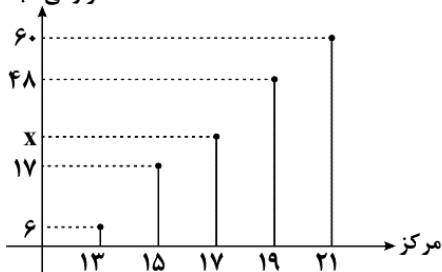
(۴) تصادفی بودن نمونه

۱۱۳- چه تعداد از داده‌های زیر کمی پیوسته‌اند؟

«مقاومت یک ترانزیستور - تعداد بیماران یک بیمارستان - رنگ اتومبیل‌های یک نمایشگاه - میزان تحصیلات ساکنان یک منطقه - تعداد شکایات دریافتی در یک کلانتری»

(۱) صفر (۲) ۱ (۳) ۲ (۴) ۳

۱۱۴- بنابر نمودار زیر اگر زاویه مربوط به عدد ۱۷ در نمودار دایره‌ای ۹۰ درجه باشد، درصد فراوانی نسبی دسته چهارم کدام است؟
فراوانی تجمعی



(۱) ۱۶/۶۶

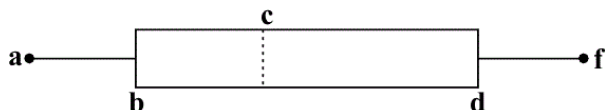
(۲) ۲۵

(۳) ۲۶/۶۶

(۴) ۲۸/۳۳

۱۱۵- تعداد ثبت‌نام کنندگان در یک همایش در ۱۲ روز اول عبارتند از «۶, ۴, ۹, ۱۷, ۸, ۲۱, ۱۰, ۲۷, ۳۵, ۳۷, ۲۶, ۱۲». اگر نمودار

جعبه‌ای این داده‌ها به صورت زیر باشد، حاصل $\frac{b+d}{2c-1}$ کدام است؟



(۱) ۰/۷۵ (۲) ۱

(۳) ۱/۲۵ (۴) ۱/۵

۱۱۶- با توجه به داده‌های زیر، اختلاف مجموع میانگین و میانه از مد کدام است؟

«۱, ۳, ۵, ۵, ۷, ۴, ۱۰, ۹, ۱۲, ۱۵, ۱۲, ۱۸, ۲۰, ۲۰, ۱۹, ۲۰»

(۱) ۵/۵ (۲) ۴/۲۵ (۳) ۳/۵ (۴) ۲/۲۵

۱۱۷- با توجه به جدول زیر، فراوانی تجمعی دسته سوم کدام است؟

داده‌ها	x_1	x_2	x_3	x_4	x_5
اختلاف از میانگین	-۳	-۱	۱	۲	۴
فراوانی مطلق	۵	۳	K	۴	۱

(۱) ۱۳

(۲) ۹

(۳) ۱۴

(۴) ۱۲

۱۱۸- واریانس داده‌های $3X_1 + 4, 3X_2 + 4, \dots, 3X_n + 4$ برابر ۳۶ است. انحراف معیار داده‌های زیر کدام است؟

$$\frac{1}{2}X_1 - 7, \frac{1}{2}X_2 - 7, \dots, \frac{1}{2}X_n - 7$$

۰/۵ (۴)

۱ (۳)

۲ (۲)

۴ (۱)

۱۱۹- میانگین محیط مربع‌هایی به اضلاع X_1, X_2, \dots, X_n برابر ۲۴ و میانگین مساحت دایره‌های با قطرهای X_1, X_2, \dots, X_n

برابر 25π می‌باشد. ضریب تغییرات شعاع این دایره‌ها کدام است؟

$\frac{3}{4}$ (۲)

$\frac{4}{3}$ (۱)

$\frac{3}{2}$ (۴)

$\frac{2}{3}$ (۳)

۱۲۰- در پراکندگی منحنی نرمال با میانگین ۷ و انحراف معیار ۱/۵، چند درصد داده‌ها در بازه $(4, 8/5)$ قرار دارند؟

۷۶ (۴)

۹۰ (۳)

۸۲ (۲)

۹۶ (۱)

۱۰۱- گزینه «۳»

(معمرفضا غریب دوست)

$$y = x - \frac{5x-9}{x} = \frac{x^2-5x+9}{x} \Rightarrow xy = x^2-5x+9$$

$$\Rightarrow x^2 - (5+y)x + 9 = 0$$

$$\Delta \geq 0 \Rightarrow (5+y)^2 - 36 \geq 0 \Rightarrow (5+y)^2 \geq 36$$

$$\Rightarrow \begin{cases} 5+y \geq 6 \Rightarrow y \geq 1 \\ 5+y \leq -6 \Rightarrow y \leq -11 \end{cases}$$

با توجه به کسر $y = \frac{x^2-5x+9}{x}$ چون عبارت درجه دوم صورت همواره مثبت است ($a > 0, \Delta < 0$) و مقادیر x منفی هستند، پس حاصل کسر یک عبارت منفی خواهد بود. بنابراین فقط $y \leq -11$ قابل قبول خواهد بود.

(ریاضی عمومی، صفحه‌های ۲۰ تا ۲۵)

۴

۳ ✓

۲

۱

۱۰۲- گزینه «۲»

(امید یزدانی)

در معادله $x^2 + 7x - 1 = 0$ ، اگر β جواب معادله باشد، باید در آن صدق کند، پس داریم:

$$x^2 + 7x - 1 = 0 \xrightarrow{\text{جواب معادله } \beta} \beta^2 + 7\beta - 1 = 0$$

حال با توجه به خواسته سؤال $1 - 7\beta$ را می‌توانیم از معادله بالا به دست آوریم:

$$\beta^2 + 7\beta - 1 = 0 \Rightarrow 1 - 7\beta = \beta^2$$

حال به ادامه حل سؤال می‌پردازیم:

$$\sqrt{\alpha^2(1-7\beta)} = \sqrt{\alpha^2\beta^2} = \sqrt{(\alpha\beta)^2} = |\alpha\beta| = \left| \frac{c}{a} \right| = |-1| = 1$$

(ریاضی عمومی، صفحه‌های ۲۵ تا ۲۷)

۴

۳

۲ ✓

۱

۱۰۳- گزینه «۱»

(عادل رضا مرتضوی)

طبق تعریف جزء صحیح داریم:

$$\begin{cases} k \leq 12x < k+1 \\ k \leq 2x^2 + 18 < k+1 \end{cases} \Rightarrow 2k \leq 2x^2 + 12x + 18 < 2(k+1)$$

در نتیجه:

$$k \leq x^2 + 6x + 9 < k+1 \Rightarrow k \leq (x+3)^2 < k+1 \Rightarrow [(x+3)^2] = k$$

(ریاضی عمومی، صفحه‌های ۲۹ تا ۳۲)

۴ ۳ ۲ ۱ ✓

۱۰۴- گزینه «۳»

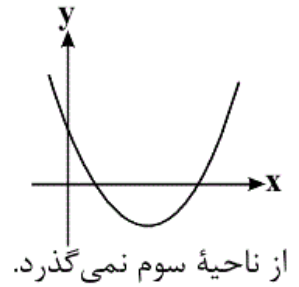
(ایمان نفستین)

$$\begin{cases} S = \alpha + \beta = 5 \\ P = \alpha\beta = a \end{cases}$$

$$|\sqrt{\alpha} - \sqrt{\beta}| = 1 \xrightarrow{\text{به توان ۲ می‌رسانیم}} \alpha + \beta - 2\sqrt{\alpha\beta} = 1$$

$$5 - 2\sqrt{a} = 1 \Rightarrow 2\sqrt{a} = 4 \Rightarrow \sqrt{a} = 2 \Rightarrow a = 4$$

$$\Rightarrow y = 4x^2 - 8x + 1 \Rightarrow \begin{cases} \Delta > 0 \\ a > 0 \\ b < 0 \\ c > 0 \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} \frac{c}{a} > 0 \\ -\frac{b}{a} > 0 \end{cases}$$



(ریاضی عمومی، صفحه‌های ۲۰ تا ۲۹)

۴ ۳ ✓ ۲ ۱

۱۰۵- گزینه «۱»

(رسول مصنی منش)

$$x - \sqrt{x} > 0 \Rightarrow \sqrt{x}(\sqrt{x} - 1) > 0 \Rightarrow \sqrt{x} - 1 > 0 \Rightarrow \sqrt{x} > 1 \Rightarrow x > 1$$

در نتیجه عبارت $x^2 - 1$ و $5x + 1$ همواره مثبت هستند و داریم:

$$x^2 - 1 = 5x + 1 - 8 \Rightarrow x^2 - 5x + 6 = 0$$

حال اگر ریشه‌های معادله فوق را α و β بنامیم، داریم:

$$\frac{1}{\alpha} + \frac{1}{\beta} = \frac{\alpha + \beta}{\alpha\beta} = \frac{5}{6}$$

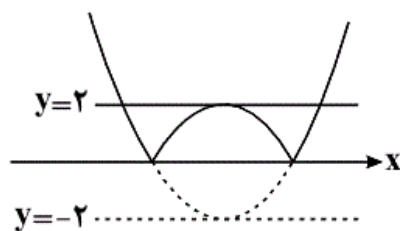
(ریاضی عمومی، صفحه‌های ۲۵ تا ۲۹)

۴ ۳ ۲ ۱ ✓

۱۰۶- گزینه «۳»

(سپهر حقیقت افشار)

برای اینکه معادله داده شده ۳ ریشه داشته باشد، باید از لحاظ هندسی چنین شکلی داشته باشد.



بنابراین عرض رأس سهمی $y = x^2 - 5x + m$ باید برابر -2 باشد:

$$\text{عرض رأس سهمی} = \frac{-\Delta}{4a} = \frac{4m - 25}{4} = -2 \Rightarrow 4m - 25 = -8 \Rightarrow m = \frac{17}{4}$$

(ریاضی عمومی، صفحه‌های ۲۰ تا ۲۵ و ۲۷ تا ۲۹)

۴

۳ ✓

۲

۱

۱۰۷- گزینه «۴»

(غلامرضا علی)

$$y = [\sin x \cos x] = \begin{cases} 0 & 0 \leq x \leq \frac{\pi}{2} \\ -1 & \frac{\pi}{2} < x < \pi \\ 0 & \pi \leq x \leq \frac{3\pi}{2} \\ -1 & \frac{3\pi}{2} < x < 2\pi \\ 0 & x = 2\pi \end{cases}$$

پس گزینه «۴» درست است.

(ریاضی عمومی، صفحه‌های ۲۹ تا ۳۲)

۴ ✓

۳

۲

۱

(سپهر حقیقت افشار)

$$[x] + [-x] = \begin{cases} 0 & x \in \mathbb{Z} \\ -1 & x \notin \mathbb{Z} \end{cases}$$

می‌دانیم:

از آنجایی که این عبارت در مخرج کسر می‌باشد، پس $x \notin \mathbb{Z}$.

$$\Rightarrow 3x^2 - 8x + 4 = -1 \Rightarrow 3x^2 - 8x + 5 = 0 \Rightarrow \begin{cases} \text{غ ق ق } x=1 \\ \text{ق ق } x=\frac{5}{3} \end{cases}$$

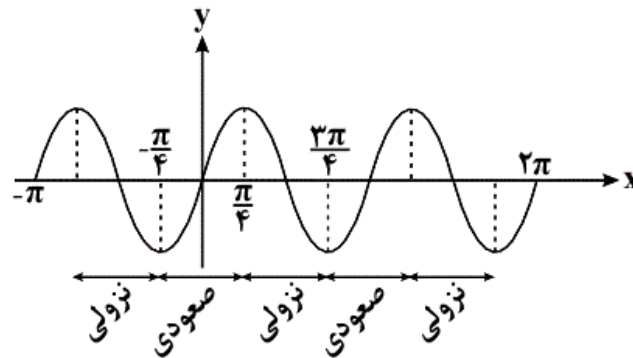
(ریاضی عمومی، صفحه‌های ۲۵، ۲۶ و ۲۹ تا ۳۲)

۴

۳

۲

۱ ✓



همان‌طور که مشاهده می‌کنید، تعداد بازه‌هایی به طول $\frac{\pi}{2}$ که تابع در آن‌ها صعودی یا نزولی می‌باشد به ترتیب برابر است با:

$$\left. \begin{matrix} m = 2 \\ n = 3 \end{matrix} \right\} \Rightarrow m - n = -1$$

(ریاضی عمومی، صفحه‌های ۳۲ و ۳۳)

۴

۳ ✓

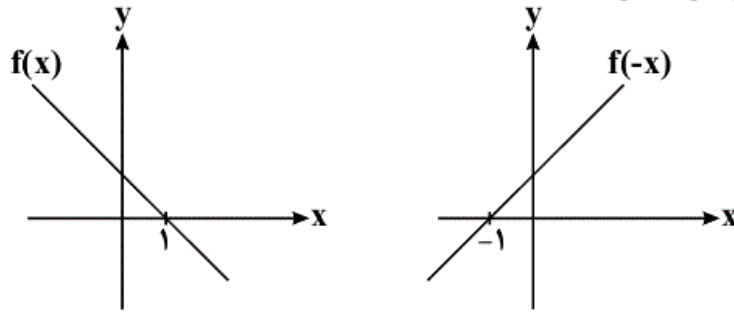
۲

۱

۱۱۰- گزینه «۴»

(میلاد منموری)

چون $f(x)$ نزولی است و $f(1) = 0$ ، بنابراین نمای کلی نمودار توابع $f(x)$ و $f(-x)$ به صورت زیر خواهد بود:



در نتیجه جدول تعیین علامت $xf(-x)$ به صورت زیر است:

	-1	0	1	
x	-	-	+	+
f(x)	+	+	+	-
f(-x)	-	+	+	+
xf(-x)	+	-	+	+

پس جواب مسئله $(-1, 0)$ است.

دقت داشته باشید که توابع رسم شده لزوماً شکل دقیق آنها نمی‌باشند.

(ریاضی عمومی، صفحه‌های ۳۲ و ۳۳)

۴

۳

۲

۱

۱۱۱- گزینه «۳»

(مرتضی مرتضایی)

خطای محیط به صورت زیر محاسبه می‌شود:

$$P = 2\pi R = 2\pi \times (3 + E) = 6\pi + 2\pi E$$

خطای محیط

خطای مساحت نیز به صورت زیر محاسبه می‌شود:

$$S = \pi R^2 = \pi(3 + E)^2 = \pi(9 + 6E + E^2) \Rightarrow S = 9\pi + 6\pi E$$

خطای مساحت

(آمار و مدل‌سازی - اندازه‌گیری و مدل‌سازی، صفحه‌های ۳ تا ۱۳)

۴

۳

۲

۱

۱۱۲- گزینه «۱»

(فانزه رضایی‌بغا)

صفحه ۱۹ کتاب درسی: در ادبیات ما ضرب‌المثل «مشت نمونه خروار است» به خوبی موضوع جامعه و ضرورت استفاده از نمونه را نشان می‌دهد.

(آمار و مدل‌سازی - جامعه و نمونه، صفحه‌های ۱۵ تا ۲۴)

۴

۳

۲

۱

۱۱۳- گزینه «۲»

(فانزه رضایی بقا)

مقاومت یک ترانزیستور \Leftarrow کمی پیوسته
تعداد بیماران یک بیمارستان و تعداد شکایات دریافتی در یک کلانتری \Leftarrow کمی گسسته
رنگ اتومبیل‌های یک نمایشگاه \Leftarrow کیفی اسمی
میزان تحصیلات ساکنان یک منطقه \Leftarrow کیفی ترتیبی

(آمار و مدل‌سازی - متغیرهای تصادفی، صفحه‌های ۳۳ تا ۴۰)

۴

۳

۲

۱

۱۱۴- گزینه «۳»

(فرشاد صدیقی فر)

با توجه به نمودار، ابتدا جدول فراوانی مطلق را رسم می‌کنیم:

مرکز	۱۳	۱۵	۱۷	۱۹	۲۱
فراوانی مطلق	۶	۱۱	$x-17$	$48-x$	۱۲

$$\Rightarrow 90^\circ = \frac{x-17}{60} \times 360^\circ \Rightarrow x = 32$$

$$\Rightarrow 48 - x = 48 - 32 = 16$$

$$\text{درصد فراوانی نسبی دسته چهارم} = \frac{16}{60} \times 100 = 26.66$$

(آمار و مدل‌سازی - دسته‌بندی داده‌ها و جدول فراوانی، نمودارها و تحلیل داده‌ها، صفحه‌های ۵۳ تا ۵۷ و ۷۷ تا ۹۵)

۴

۳

۲

۱

۱۱۵- گزینه «۳»

(سینا ممبرپور)

می‌دانیم نمودار جعبه‌ای، نموداری است که داده‌ها را براساس پنج مقدار (۱- کوچک‌ترین داده، ۲- چارک اول، ۳- میانه، ۴- چارک سوم، ۵- بزرگ‌ترین داده) نشان می‌دهد.

حال ابتدا داده‌ها را مرتب نموده و سپس چارک‌ها را مشخص می‌کنیم:

$$4, 6, \underbrace{8, 9}, 10, \underbrace{12, 17}, 21, \underbrace{26, 27}, 35, 37$$

$$Q_1 = 8/5 \quad Q_2 = \frac{12+17}{2} = 14/5 \quad Q_3 = 26/5$$

در نتیجه:

$$a = 4, \quad b = 8/5, \quad c = 14/5, \quad d = 26/5, \quad f = 37$$

بنابراین:

$$\frac{b+d}{2c-1} = \frac{35}{28} = 1/25$$

(آمار و مدل‌سازی - شافص‌های مرکزی، صفحه‌های ۱۲۰ تا ۱۲۴)

۴

۳

۲

۱

$$1, 3, 4, 5, 5, 7, 9, 10, 12, 12, 15, 18, 19, 20, 20, 20$$

$$\text{میانه} = \frac{10+12}{2} = 11$$

بنابراین:

$$(11/25 + 11) - 20 = 2/25$$

(آمار و مدل‌سازی - شافص‌های مرکزی، صفحه‌های ۱۱۳ تا ۱۲۵ و ۱۲۹ تا ۱۳۹)

۴

۳

۲

۱

۱۱۷- گزینه «۳»

(امیر زرانروز)

می‌دانیم مجموع اختلاف داده‌ها از میانگین برابر صفر است، بنابراین خواهیم داشت:

$$5(-3) + 3(-1) + K(1) + 4(2) + 1(4) = 0 \Rightarrow K = 6$$

$$\text{فراوانی تجمعی دسته سوم} = f_1 + f_2 + f_3 = 5 + 3 + 6 = 14$$

(آمار و مدل‌سازی - شافص‌های مرکزی، صفحه‌های ۱۲۵ تا ۱۲۸)

۴

۳

۲

۱

۱۱۸- گزینه «۳»

(یغما کلانتریان)

می‌دانیم اضافه یا کم کردن عدد ثابت، به تمام داده‌ها، فاصله نسبی آن‌ها را تغییر نمی‌دهد و پراکندگی تفاوتی نخواهد کرد. اما ضرب یا تقسیم بر عدد ثابت a در تمام داده‌ها، بر شاخص‌های پراکندگی تأثیر مستقیم داشته و دامنه تغییرات و انحراف معیار $|a|$ برابر می‌شود. دقت داشته باشید که مقدار واریانس، a^2 برابر می‌شود. حال داده‌های $3x_i + 4$ را به $\frac{1}{2}x_i - 7$ تبدیل نموده و در هر مرحله عمل انجام شده را روی واریانس اثر می‌دهیم:

$$3x_i + 4 \xrightarrow{-4} 3x_i \xrightarrow{\times \frac{1}{6}} \frac{1}{2}x_i \xrightarrow{-7} \frac{1}{2}x_i - 7$$

$$1 \rightarrow 1 \rightarrow 36 \rightarrow 36: \text{ واریانس}$$

پس انحراف معیار داده‌های $\frac{1}{2}x_i - 7$ برابر ۱ است.

(آمار و مدل‌سازی - شافص‌های پراکندگی، صفحه‌های ۱۴۳ تا ۱۶۰)

۴

۳

۲

۱

۱۱۹- گزینه «۱»

(محمد زریون)

میانگین محیط مربع‌ها، ۴ برابر میانگین اضلاع آن‌ها است. یعنی:

$$\frac{4X_1 + 4X_2 + \dots + 4X_n}{n} = 24 \Rightarrow \bar{X} = \frac{X_1 + X_2 + \dots + X_n}{n} = 6$$

برای میانگین مساحت دایره‌ها نیز داریم:

$$\frac{\pi\left(\frac{X_1}{2}\right)^2 + \pi\left(\frac{X_2}{2}\right)^2 + \dots + \pi\left(\frac{X_n}{2}\right)^2}{n} = 25\pi \Rightarrow \overline{X^2} = 25\pi \times \frac{4}{\pi} = 100$$

$$\Rightarrow \sigma^2 = \overline{X^2} - \bar{X}^2 = 100 - 36 = 64$$

از طرفی:

$$\sigma^2 = \frac{1}{4} \times 64 = 16 \Rightarrow \text{شعاع ها} = \frac{1}{4} \times 64 = 16$$

$$\Rightarrow \sigma = \sqrt{16} = 4$$

$$\bar{X} = \frac{1}{2} \times 6 = 3 \Rightarrow \text{میانگین شعاع ها} = \frac{1}{2}$$

۴

۳

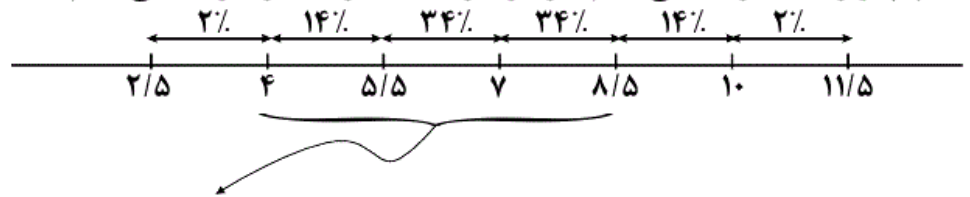
۲

۱

۱۲۰- گزینه «۲»

(امیر زرانروز)

کافی است یک محور رسم کنیم (نیازی به رسم کامل نمودار منحنی نرمال نیست). در مرکز آن میانگین را قرار داده سپس به اندازه انحراف معیار یعنی $1/5$ تا $1/5$ تا به چپ و راست حرکت می‌کنیم. (از هر طرف حداکثر ۳ بار حرکت می‌کنیم):



درصد خواسته شده در متن سوال $= 14 + 34 + 34 = 82$

(آمار و مدل‌سازی - نمودارها و تحلیل داده‌ها و شافص‌های پراکنگی، صفحه‌های ۹۰ تا ۱۶۲)

۴

۳

۲

۱