



سایت ویژه ریاضیات www.riazisara.ir

درسنامه ها و جزوه های ریاضی

سوالات و پاسخنامه تشریحی کنکور

نمونه سوالات امتحانات ریاضی

نرم افزارهای ریاضیات

...

(@riazisara)

ریاضی سرا در تلگرام:



<https://t.me/riazisara>

(@riazisara.ir) ریاضی سرا در اینستاگرام:



<https://www.instagram.com/riazisara.ir>

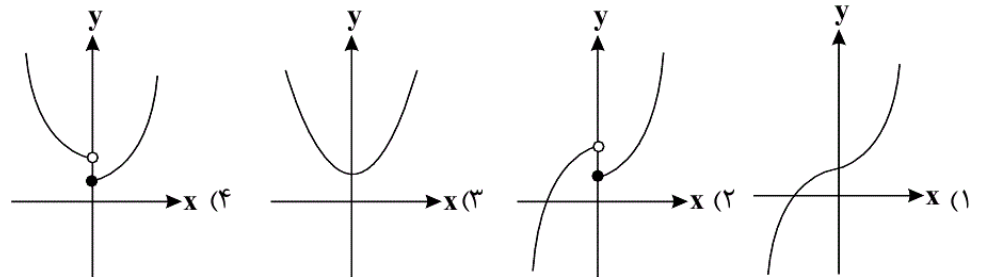
ریاضی 3 - دوازدهم - 10 سوال

۹۱- تابع $y = 2x + \frac{|x|}{x}$ در دامنه خود چگونه است؟

- (۱) اکیداً صعودی
(۲) اکیداً نزولی
(۳) هم صعودی و هم نزولی
(۴) غیریکنوا

آزمون 20 مهر

۹۲- نمودار تابع $y = x^2|x| + 1$ به کدام صورت است؟



آزمون 20 مهر

۹۳- تابع $f(x) = 3x^2 + kx + 3k^2$ در بازه $[-2, +\infty)$ صعودی است. حدود k کدام است؟

- (۱) $k \geq -12$ (۲) $k \leq -12$ (۳) $k \geq 12$ (۴) $k \leq 12$

آزمون 20 مهر

۹۴- کدام گزینه در مورد ریشه‌های معادله $x^3 = -|x| + 2$ درست است؟

- (۱) فاقد ریشه
(۲) فقط یک ریشه مثبت
(۳) فقط یک ریشه منفی
(۴) دو ریشه مختلف‌العلامه

آزمون 20 مهر

۹۵- به ازای $x \in [a, b]$ ، تابع $f = \{(1, 2x+7), (-2, 10-x), (0, x^2+4)\}$ یک تابع صعودی است. بیش‌ترین مقدار $b-a$ کدام است؟

- (۱) ۳ (۲) ۴ (۳) ۱ (۴) ۲

آزمون 20 مهر

۹۶- اگر دامنه تابع $f(x) = -x^3 + 2$ بازه $[-1, 3]$ باشد، بُرد آن به صورت $[a, b]$ می‌باشد. حاصل $b-a$ کدام است؟

- (۱) ۲۸ (۲) ۳۲ (۳) ۱۸ (۴) ۲۲

آزمون 20 مهر

۹۷- به ازای چند مقدار صحیح m ، تابع $f(x) = \left(\frac{3m+1}{4}\right)^x$ نزولی است؟

- ۱ (۱) ۲ (۲) ۳ (۳) ۴ (۴) هیچ مقدار m

آزمون 20 مهر

۹۸- اگر تابع f نزولی و دامنه آن \mathbb{R} باشد، دامنه تابع $y = \sqrt{f(x) - f(x-1)}$ کدام است؟

- ۱ (۱) $(-\infty, -3] \cup [1, +\infty)$ ۲ (۲) $[-1, 3]$
 ۳ (۳) $(-\infty, -1] \cup [3, +\infty)$ ۴ (۴) \mathbb{R}

آزمون 20 مهر

۹۹- اگر ضابطه تابع f به صورت $f(x) = \begin{cases} -x^2 + 6x - 5 & , x > 3 \\ \frac{4}{5}x + \frac{8}{5} & , -2 \leq x \leq 3 \\ x^2 + 6x + 8 & , x < -2 \end{cases}$ باشد، آن گاه طول بزرگ‌ترین بازه‌ای که در آن $f(x)$ اکیداً صعودی است، کدام است؟

- ۱ (۱) ۲ ۲ (۲) ۵ ۳ (۳) ۶ ۴ (۴) ۳

آزمون 20 مهر

۱۰۰- اگر تابع f اکیداً صعودی و $f(1) = 0$ باشد، آن گاه دامنه $\sqrt{(x^3 - x)f(x)}$ برابر $\mathbb{R} - (a, b)$ است. حاصل $a + b$ کدام است؟

- ۱ (۱) ۱ ۲ (۲) صفر ۳ (۳) -۱ ۴ (۴) ۲

آزمون 20 مهر

ریاضی 1 - دهم - 10 سوال

۱۰۱- کدام گزینه نادرست است؟

- ۱ (۱) $N \subseteq (W \cap Z)$ ۲ (۲) $(Q \cap N) \subseteq W$ ۳ (۳) $Z - N = W$ ۴ (۴) $W \subseteq (Z \cap Q)$

آزمون 20 مهر

۱۰۲- چند تا از موارد زیر، زیرمجموعه $(-1, 2)$ هستند؟

- ۱ (۱) $\{-1, 2\}$ ، $(-1, 2)$ ، $(-1, 2]$ ، $\{\emptyset\}$ ، $[-1, 2)$
 ۲ (۲) ۲ ۳ (۳) ۳ ۴ (۴) ۴

آزمون 20 مهر

۱۰۳- در کلاسی ۱۸ نفر عضو تیم فوتبال، ۲۰ نفر عضو تیم والیبال و ۷ نفر عضو هر دو تیم هستند. اگر ۳ نفر از دانش‌آموزان این

کلاس عضو هیچ تیمی نباشند، کدام نادرست است؟

- ۱ (۱) ۱۱ نفر فقط عضو تیم فوتبال اند. ۲ (۲) ۲۴ نفر فقط عضو یک تیم هستند.
 ۳ (۳) ۱۳ نفر عضو تیم فوتبال نیستند. ۴ (۴) ۲۷ نفر حداکثر عضو یک تیم هستند.

آزمون 20 مهر

۱۰۴- در یک دنباله حسابی، جمله هفتم نصف جمله چهارم است. کدام جمله از دنباله برابر صفر است؟

- (۱) هشتم (۲) نهم (۳) دهم (۴) یازدهم

آزمون 20 مهر

۱۰۵- اگر $a_n = (k-3)n^2 + kn + 1$ جمله عمومی یک الگوی خطی باشد، الگوی $b_n = a_n - 8k$ چند جمله نامثبت دارد؟

- (۱) ۶ (۲) ۵ (۳) ۷ (۴) بی شمار

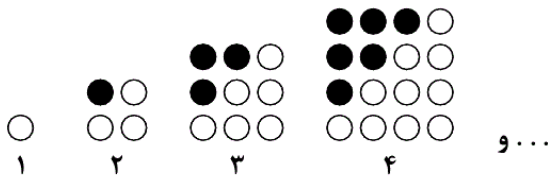
آزمون 20 مهر

۱۰۶- در یک دنباله هندسی $a_7 = 3^{x-2}$ و $a_{11} = 9^y$ و $a_{15} = 27$ ، چه رابطه‌ای بین x و y برقرار است؟

- (۱) $4y = x - 1$ (۲) $4y = 1 - x$ (۳) $x = -4y - 1$ (۴) $x = 4y - 1$

آزمون 20 مهر

۱۰۷- در الگوی شکل زیر، تعداد دایره‌های توپر شکل دوازدهم از تعداد دایره‌های توخالی آن چندتا کم تر است؟



- (۱) ۱۲
(۲) ۳۶
(۳) ۶۶
(۴) ۷۸

آزمون 20 مهر

۱۰۸- در دنباله هندسی $x, x+4, x+10, \dots$ اگر جملات اول و سوم به ترتیب دو جمله اول یک دنباله حسابی باشند، جمله چندم

دنباله حسابی چهار برابر جمله دوم دنباله هندسی است؟

- (۱) سوم (۲) چهارم (۳) پنجم (۴) ششم

آزمون 20 مهر

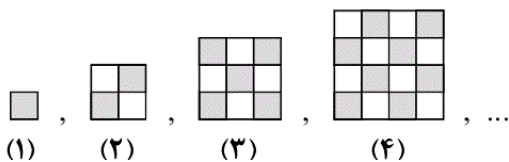
۱۰۹- در یک دنباله هندسی با جملات افزایشی، اگر جمله سوم و سه برابر جمله ششم و جمله نهم به ترتیب سه جمله متوالی از یک

دنباله حسابی باشند، نسبت جمله نهم به جمله سوم دنباله هندسی چه قدر است؟

- (۱) $3 + \sqrt{8}$ (۲) $3 - \sqrt{8}$ (۳) $17 - 12\sqrt{2}$ (۴) $17 + 12\sqrt{2}$

آزمون 20 مهر

۱۱۰- در الگوی زیر، تعداد مربع‌های سفید شکل دهم چند برابر تعداد مربع‌های سیاه شکل هفتم است؟



- (۱) $\frac{10}{7}$ (۲) $\frac{100}{49}$ (۳) ۲ (۴) ۱

آزمون 20 مهر

ریاضی 1 - دهم - گواه - 10 سوال

۱۱۱- کدام یک از گزینه‌های زیر صحیح است؟

- (۱) اشتراک دو مجموعه نامتناهی، الزاماً مجموعه‌ای نامتناهی است.
 (۲) تفاضل دو مجموعه نامتناهی، الزاماً مجموعه‌ای نامتناهی است.
 (۳) اگر $A \subseteq B$ و B مجموعه‌ای نامتناهی، آن‌گاه مجموعه A الزاماً نامتناهی است.
 (۴) اگر $A \subseteq B$ و $A \cap B$ مجموعه‌ای نامتناهی، آن‌گاه مجموعه B الزاماً نامتناهی است.

آزمون 20 مهر

۱۱۲- اگر مجموعه مرجع، مجموعه اعداد طبیعی و $A = \{n \in \mathbb{N} | n > 7\}$ و $B = \{5, 6, 8\}$ ، آن‌گاه مجموعه $A' \cup B$ ، یک مجموعه است.

- (۱) ۶ عضو (۲) ۷ عضو (۳) ۸ عضو (۴) ۹ عضو

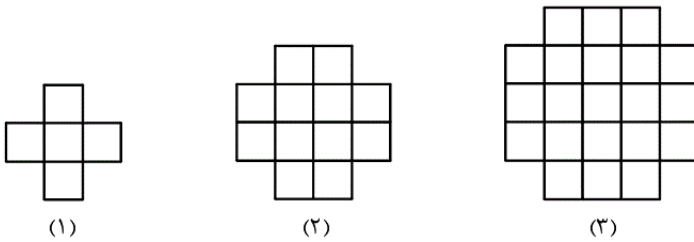
آزمون 20 مهر

۱۱۳- در یک کلاس $2x$ نفری، $x - 7$ نفر فقط در درس ریاضی و $\frac{2}{3}x$ نفر فقط در درس علوم نمره بالای ۱۵ گرفته‌اند. اگر تعداد کسانی که یا در هر دو درس نمره بالای ۱۵ گرفته‌اند یا در هیچ‌کدام نمره بالای ۱۵ نگرفته‌اند، برابر با ۱۲ باشد، تعداد کل افراد کلاس کدام است؟

- (۱) ۱۵ (۲) ۳۰ (۳) ۲۴ (۴) ۴۸

آزمون 20 مهر

۱۱۴- در الگوی زیر، شکل ششم از چند مربع کوچک تشکیل شده است؟



- (۱) ۶۴
(۲) ۶۰
(۳) ۵۶
(۴) ۵۴

آزمون 20 مهر

۱۱۵- در یک دنباله اعداد $a_1 = 3$ و برای هر $n \geq 2$ داریم: $a_n = 2a_{n-1} - 2$ ، حاصل $a_8 - a_7$ ، کدام است؟

- (۱) ۳۲ (۲) ۴۸ (۳) ۵۶ (۴) ۶۴

آزمون 20 مهر

۱۱۶- در یک دنباله حسابی، مجموع چهار جمله اول ۱۵ و مجموع پنج جمله بعدی آن ۳۰ می‌باشد، جمله یازدهم این دنباله کدام است؟

- (۱) $7/5$ (۲) ۸ (۳) $8/5$ (۴) ۹

آزمون 20 مهر

۱۱۷- اگر جمله سوم و پنجم یک دنباله حسابی به ترتیب از راست به چپ برابر ۳۳ و ۱۹ باشد، چند جمله این دنباله، مثبت است؟

- (۱) ۸ (۲) ۹ (۳) ۷ (۴) ۱۳

آزمون 20 مهر

۱۱۸- در یک دنباله حسابی غیر ثابت، جملات سوم، هفتم و نهم، می‌توانند به ترتیب سه جمله متوالی از دنباله هندسی باشند. چندمین جمله این دنباله حسابی، صفر است؟

- (۱) نهم (۲) دهم (۳) یازدهم (۴) دوازدهم

۱۱۹- در یک دنباله هندسی، مجموع جملات پنجم و ششم برابر ۲ و تفاضل جمله هفتم از جمله پنجم برابر ۱ است. جمله هفتم این دنباله کدام است؟

$$\frac{-1}{4} \quad (۴)$$

$$\frac{1}{5} \quad (۳)$$

$$\frac{1}{3} \quad (۲)$$

$$\frac{1}{4} \quad (۱)$$

۱۲۰- اگر $a - 2b - a$ ، $a - 6$ ، $a - 2$ ، $a + 6$ جملات متوالی یک دنباله هندسی باشند، آنگاه $a + b$ کدام است؟

$$۲۲ \quad (۴)$$

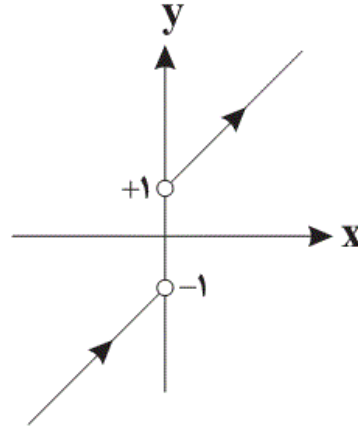
$$۱۶ \quad (۳)$$

$$۶ \quad (۲)$$

$$۱۰ \quad (۱)$$

(میثم فلاح)

$$y = 2x + \frac{|x|}{x} = \begin{cases} 2x + 1 & x > 0 \\ 2x - 1 & x < 0 \end{cases}$$



با توجه به نمودار، تابع مورد نظر اکیداً صعودی است.

(ریاضی ۳، صفحه‌های ۶ تا ۱۰)

۴

۳

۲

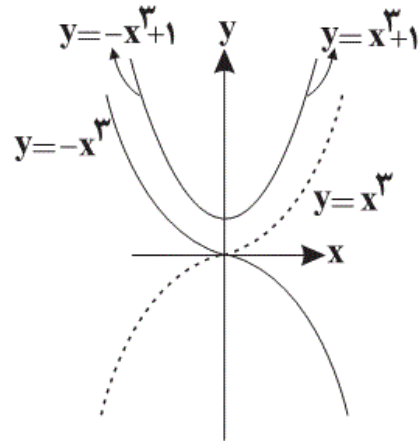
۱ ✓

(میلاد منصوری)

$$y = x^2|x| + 1 = \begin{cases} x^3 + 1 & x \geq 0 \\ -x^3 + 1 & x < 0 \end{cases}$$

یعنی شاخه سمت راست نمودار، همان $y = x^3$ است که ۱ واحد به طرف بالا

رفته و شاخه سمت چپ نمودار، $y = -x^3$ است که یک واحد بالا رفته است.



(ریاضی ۳، صفحه‌های ۳ تا ۵)

۴

۳ ✓

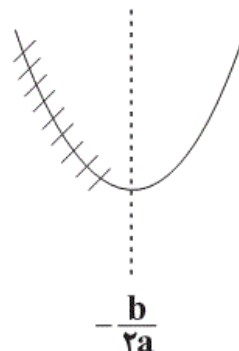
۲

۱

آزمون 20 مهر

(سهند ولی زاده)

طبق سؤال، دهانه سهمی رو به بالاست. لذا سهمی در $(-\frac{b}{2a}, +\infty)$ صعودی است.



پس (۲-) می‌تواند طول رأس سهمی و یا بزرگ‌تر از طول رأس سهمی باشد.

۴

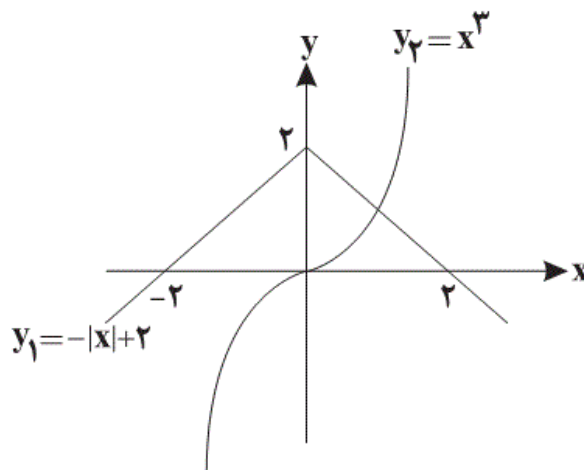
۳ ✓

۲

۱

آزمون 20 مهر

نمودارهای توابع $y_1 = -|x| + 2$ و $y_2 = x^3$ را رسم می‌کنیم:



با توجه به نمودارهای رسم شده، دو نمودار یکدیگر را در یک نقطه با طول مثبت قطع می‌کنند. بنابراین معادله موردنظر فقط یک ریشه مثبت دارد.

(ریاضی ۳، صفحه‌های ۳ تا ۵)

 ۴

 ۳

 ۲

 ۱

آزمون 20 مهر

(علی مرشد)

می‌دانیم که برای هر دو نقطه x_1 و x_2 از دامنه تابع f که $x_1 < x_2$ داشته باشیم $f(x_1) \leq f(x_2)$ ، آن‌گاه تابع f را تابعی صعودی می‌نامیم. پس:

$$10 - x \leq x^2 + 4 \leq 2x + 7$$

$$\Rightarrow 10 - x \leq x^2 + 4 \Rightarrow x^2 + x - 6 \geq 0 \Rightarrow (x + 3)(x - 2) \geq 0$$

$$\Rightarrow x \in (-\infty, -3] \cup [2, +\infty) \quad (I)$$

$$\Rightarrow x^2 + 4 \leq 2x + 7 \Rightarrow x^2 - 2x - 3 \leq 0 \Rightarrow (x - 3)(x + 1) \leq 0$$

$$\Rightarrow x \in [-1, 3] \quad (II)$$

$$I \cap II : x \in [2, 3] \Rightarrow \max(b - a) = 3 - 2 = 1$$

(ریاضی ۳، صفحه‌های ۶ تا ۱۰) (ریاضی ۱، صفحه‌های ۹۷ تا ۱۰۰)

 ۴

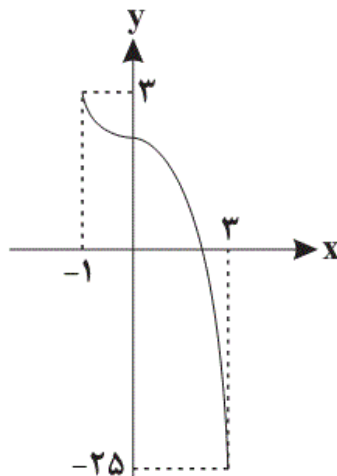
 ۳

 ۲

 ۱

آزمون 20 مهر

راه حل اول: با رسم تابع $f(x)$ و تعیین نقاط ابتدایی و انتهایی بُرد تابع مشخص می‌شود:



$$R_f = [\underbrace{-25}_a, \underbrace{3}_b] \Rightarrow b - a = 3 - (-25) = 28$$

۴

۳

۲

۱ ✓

آزمون 20 مهر

تابع $f(x) = a^x$ به‌ازای $0 < a < 1$ اکیداً نزولی است.به‌ازای $a > 1$ اکیداً صعودی است.به‌ازای $a = 0$ و $a = 1$ تابع ثابت و در نتیجه هم صعودی و هم نزولی است.

پس برای آن‌که تابع داده شده نزولی باشد، باید داشته باشیم:

$$0 \leq \frac{3m+1}{4} \leq 1 \Rightarrow 0 \leq 3m+1 \leq 4 \Rightarrow -1 \leq 3m \leq 3 \Rightarrow \frac{-1}{3} \leq m \leq 1$$

در محدوده بالا فقط اعداد صحیح صفر و ۱ قرار می‌گیرند.

(ریاضی ۳، صفحه‌های ۶ تا ۱۰)

۴

۳

۲ ✓

۱

آزمون 20 مهر

(مصطفی کریمی)

چون تابع f نزولی است و زیر رادیکال هم باید بزرگ تر یا مساوی صفر باشد،

$$f(2) - f(|x-1|) \geq 0 \Rightarrow f(2) \geq f(|x-1|) \xrightarrow{\text{f نزولی}} 2 \leq |x-1|$$

$$\xrightarrow{\text{به توان ۲}} 4 \leq x^2 - 2x + 1 \Rightarrow x^2 - 2x - 3 \geq 0 \Rightarrow (x-3)(x+1) \geq 0$$

$$\Rightarrow D_y = (-\infty, -1] \cup [3, +\infty)$$

(ریاضی ۳، صفحه‌های ۶ تا ۱۰)

(ریاضی ۲، صفحه‌های ۵۲ و ۵۳)

۴

۳ ✓

۲

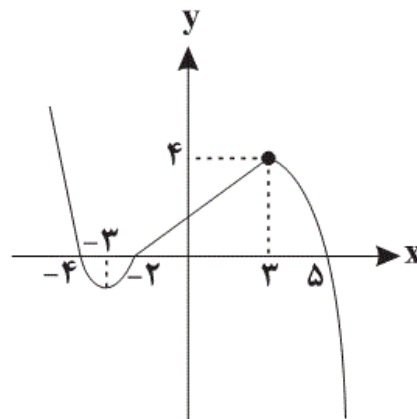
۱

آزمون 20 مهر

(رضا ذاکر)

با ساده‌سازی تابع $f(x)$ داریم:

$$f(x) = \begin{cases} -(x-1)(x-5) & , \quad x > 3 \\ \frac{4}{5}x + \frac{8}{5} & , \quad -2 \leq x \leq 3 \\ (x+4)(x+2) & , \quad x < -2 \end{cases}$$

تابع $f(x)$ را رسم می‌کنیم:

۴

۳ ✓

۲

۱

آزمون 20 مهر

(مهری ملا، مضانی)

با توجه به آن که تابع f اکیداً صعودی است، به ازای $x < 1$ منفی و به ازای $x > 1$ مثبت است. حال با تعیین علامت عبارت زیر رادیکال داریم:

$$(x^3 - x)f(x) \geq 0$$

$$x^3 - x = 0 \Rightarrow x(x^2 - 1) = 0 \Rightarrow \begin{cases} x = 0 \\ x = 1 \\ x = -1 \end{cases}$$

	-1	0	1	
$x^3 - x$	-	+	-	+
$f(x)$	-	-	-	+
P	+	-	+	+

دامنه $\sqrt{(x^3 - x)f(x)}$ برابر $\mathbf{R - (-1, 0)}$ است، بنابراین:

$$\begin{cases} a = -1 \\ b = 0 \end{cases} \Rightarrow a + b = -1$$

(ریاضی ۳، صفحه‌های ۶ تا ۱۰)

(ریاضی ۲، صفحه‌های ۵۲ و ۵۳)

۴

۳ ✓

۲

۱

(علی مرشد)

$$\mathbb{N} = \{1, 2, 3, \dots\}, \quad \mathbb{W} \cap \mathbb{Z} = \mathbb{W} = \{0, 1, 2, 3, \dots\}$$

گزینه «۱»:

$$\Rightarrow \mathbb{N} \subseteq \mathbb{W}$$

$$\mathbb{Q} \cap \mathbb{N} = \mathbb{N}, \quad \mathbb{N} \subseteq \mathbb{W}$$

گزینه «۲»:

$$\mathbb{Z} = \{\dots, -2, -1, 0, 1, 2, \dots\}$$

گزینه «۳»:

$$\mathbb{N} = \{1, 2, 3, \dots\}$$

$$\mathbb{W} = \{0, 1, 2, 3, \dots\}$$

$$\mathbb{Z} - \mathbb{N} = \{\dots, -2, -1, 0\} \neq \mathbb{W}$$

$$\mathbb{N} \subseteq \mathbb{W} \subseteq \mathbb{Z} \subseteq \mathbb{Q} \subseteq \mathbb{R}, \quad \mathbb{Z} \cap \mathbb{Q} = \mathbb{Z}, \quad \mathbb{W} \subseteq \mathbb{Z}$$

گزینه «۴»:

(ریاضی ا، صفحه‌های ۲ تا ۵)

آزمون 20 مهر

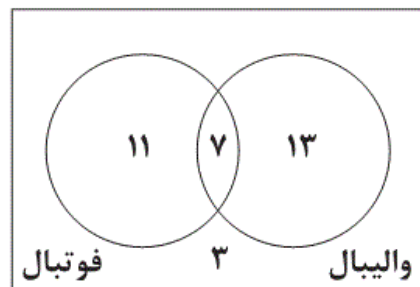
(سروش موئینی)

بازه $[-1, 2]$ شامل عدد ۲ نمی‌شود. پس $[-1, 2]$ و $\{-1, 2\}$ زیرمجموعه آن نیستند.

آزمون 20 مهر

(یغما کلانتریان)

با نمایش تعداد نفرات تیم فوتبال و والیبال در نمودار زیر داریم:



با توجه به نمودار بالا، ۱۶ نفر عضو تیم فوتبال نیستند.

(ریاضی ا، صفحه‌های ۱۰ تا ۱۳)

آزمون 20 مهر

جمله هفتم نصف جمله چهارم است، بنابراین:

$$a_7 = \frac{1}{2} a_4 \Rightarrow a + 6d = \frac{1}{2}(a + 3d)$$

$$\Rightarrow 2a + 12d = a + 3d$$

$$\Rightarrow a + 9d = 0$$

$$\Rightarrow a_1 = 0$$

جمله دهم دنباله برابر صفر است.

(ریاضی ۱، صفحه‌های ۲۱ تا ۲۴)

 ۴

 ۳

 ۲

 ۱

آزمون 20 مهر

(افشین گلستانی)

می‌دانیم که جمله عمومی یک الگوی خطی به صورت $a_n = an + b$ است.

پس با توجه به فرم جمله عمومی متوجه می‌شویم که جمله شامل n^2 باید

حذف شود. برای این کار ضریب n^2 را برابر صفر قرار می‌دهیم:

$$k - 3 = 0 \Rightarrow k = 3$$

$$a_n = (3 - 3)n^2 + 3n + 1 \Rightarrow a_n = 3n + 1$$

حال باید فرم عمومی دنباله b_n را مشخص کنیم. داریم:

$$b_n = a_1 n - nk \xrightarrow[k=3]{a_1 = 3 \times 1 + 1 = 4} b_n = 4n - 24$$

می‌خواهیم جملات نامثبت دنباله b_n را پیدا کنیم. داریم:

$$b \leq 0 \Rightarrow 4n - 24 \leq 0 \Rightarrow 4n \leq 24 \Rightarrow n \leq 6$$

اعداد طبیعی بازه به دست آمده برای n برابر است با:

$$n \in \{1, 2, 3, 4, 5, 6\}$$

لذا دنباله ۶ جمله نامثبت دارد.

(ریاضی ۱، صفحه‌های ۱۴ تا ۲۴)

 ۴

 ۳

 ۲

 ۱

آزمون 20 مهر

(عطیه رضایی)

در یک دنباله هندسی، داریم: $(a_n)^2 = (a_{n-k})(a_{n+k})$

بنابراین: $(a_{11})^2 = (a_{11+4})(a_{11-4}) \Rightarrow (a_{11})^2 = (a_{15})(a_7)$

$$\Rightarrow (9^y)^2 = 3^{x-2} \times 27 \Rightarrow (3^{2y})^2 = 3^{x-2} \times 3^3$$

$$\Rightarrow 3^{4y} = 3^{x-2+3} \Rightarrow 4y = x-2+3 \Rightarrow 4y = x+1 \Rightarrow x = 4y-1$$

(ریاضی ۱، صفحه‌های ۲۵ تا ۲۷)

۴ ✓

۳

۲

۱

آزمون 20 مهر

(کیا مقدس‌نیاک)

هر دو دایره‌های توخالی و توپر از الگوی مثلثی تبعیت می‌کنند.

$$a_n = \frac{n(n+1)}{2} \Rightarrow a_{12} = \frac{12(13)}{2} = 78$$

$$b_n = \frac{(n-1)(n)}{2} \Rightarrow b_{12} = \frac{11(12)}{2} = 66$$

$$\Rightarrow a_{12} - b_{12} = 78 - 66 = 12$$

(ریاضی ۱، صفحه‌های ۱۴ تا ۲۰)

۴

۳

۲

۱ ✓

آزمون 20 مهر

(رضا ذاکر)

در دنباله هندسی، مربع جمله دوم، حاصل ضرب جملات اول و سوم می‌باشد،

$$(x+4)^2 = x(x+10) \Rightarrow x^2 + 8x + 16 = x^2 + 10x \Rightarrow 8 = x$$

پس دنباله هندسی به صورت $8, 12, 18, \dots$ است.

در نتیجه دنباله حسابی ذکر شده در صورت سؤال به صورت

$8, 18, 28, 38, 48, \dots$ است. می‌دانیم جمله دوم دنباله هندسی ۱۲ است

که چهار برابر آن ۴۸ است و طبق دنباله حسابی به دست آمده، ۴۸ جمله

پنجم دنباله حسابی است.

(ریاضی ۱، صفحه‌های ۲۱ تا ۲۷)

۴

۳ ✓

۲

۱

آزمون 20 مهر

(مصطفی کریمی)

جملات دنباله را به صورت a_3 و $3a_6$ و a_9 در نظر می‌گیریم، داریم:

$$3a_6 = \frac{a_3 + a_9}{2} \Rightarrow 6a_6 = a_3 + a_9 \Rightarrow 6a_1q^5 = a_1q^2 + a_1q^8$$

$$\xrightarrow{\div a_1q^2} 6q^3 = 1 + q^6$$

$$\xrightarrow{q^3 = t} 1 + t^2 = 6t \Rightarrow t^2 - 6t + 1 = 0$$

$$t = \frac{6 \pm \sqrt{32}}{2} = 3 \pm \sqrt{8} \quad (t = 3 + \sqrt{8} \text{ جملات دنباله افزایشی است.})$$

$$\Rightarrow \frac{a_9}{a_3} = q^6 \quad \text{نسبت جمله نهم به جمله سوم برابر است با:}$$

$$\xrightarrow{q^3 = t} \frac{a_9}{a_3} = t^2 = (3 + \sqrt{8})^2 = 17 + 6\sqrt{8} = 17 + 12\sqrt{2}$$

(ریاضی ۱، صفحه‌های ۲۱ تا ۲۷)

۴ ✓

۳

۲

۱

آزمون 20 مهر

(علی اصغر شریفی)

در شکل‌های شماره زوج، نصف مربع‌های کوچک سفید و نصف دیگر سیاه است. در شکل‌های شماره فرد، تعداد مربع‌های سیاه یکی بیش‌تر از تعداد مربع‌های سفید است. بنابراین:

$$\left. \begin{array}{l} 10 \text{ شکل سفید} = \frac{10^2}{2} = 50 \\ 7 \text{ شکل سیاه} = \frac{7^2 + 1}{2} = 25 \end{array} \right\} \Rightarrow \frac{50}{25} = 2$$

(ریاضی ۱، صفحه‌های ۱۱۶ تا ۲۰)

۴

۳ ✓

۲

۱

آزمون 20 مهر

(سؤال ۴۰ کتاب آبی ریاضیات کنکور تجربی - پایه)

گزینه «۱»: نادرست است، زیرا اشتراک دو مجموعه نامتناهی، می تواند متناهی باشد.

$$\begin{aligned} A &= \{1, 3, 5, \dots\} \\ B &= \{2, 4, 6, \dots\} \end{aligned} \rightarrow A \cap B = \emptyset \text{ :متناهی}$$

گزینه «۲»: نادرست است، زیرا تفاضل دو مجموعه نامتناهی، می تواند متناهی باشد.

$$W - N = \{0\} \text{ :متناهی}$$

گزینه «۳»: نادرست است، زیرا اگر $A \subseteq B$ و B نامتناهی باشد، A می تواند متناهی باشد.

$$\begin{aligned} A &= \{1, 2\} \text{ :متناهی} \\ B &= \{1, 2, 3, 4, \dots\} \text{ :نامتناهی} \end{aligned} \Rightarrow A \subseteq B \text{ و } A \text{ متناهی است}$$

گزینه «۴»: درست است، زیرا اگر $A \cap B$ نامتناهی باشد، الزاماً هر یک از مجموعه های A و B نامتناهی اند.

(ریاضی ۱، صفحه های ۲ تا ۷)

 ۴

 ۳

 ۲

 ۱

آزمون 20 مهر

(سؤال ۴۷ کتاب آبی ریاضیات کنکور تجربی - پایه)

$$A = \{8, 9, 10, \dots\} \Rightarrow A' = \{1, 2, 3, \dots, 7\}$$

$$B = \{5, 6, 8\}$$

$$\Rightarrow A' \cup B = \{1, 2, 3, 4, 5, 6, 7, 8\}$$

پس مجموعه $A' \cup B$ ، ۸ عضوی است.

(ریاضی ۱، صفحه های ۸ و ۹)

 ۴

 ۳

 ۲

 ۱

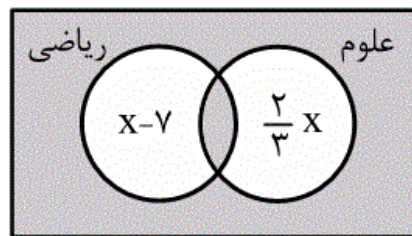
آزمون 20 مهر

$$x - 7 + \frac{2}{3}x + 12 = 2x$$

$$\Rightarrow \frac{x}{3} = 5$$

$$\Rightarrow x = 15 \Rightarrow 2x = 30$$

(ریاضی، صفحه‌های ۱۰ تا ۱۳)



۴

۳

۲ ✓

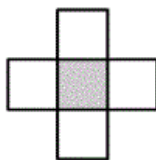
۱

آزمون 20 مهر

(سؤال ۹۴ کتاب آبی ریاضیات کنکور تجربی - پایه)

-۱۱۴

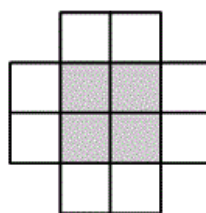
راه حل اول:



(۱)

۵

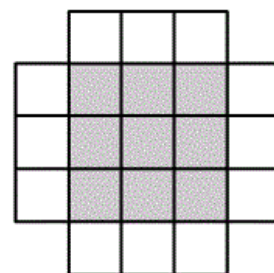
$$1^2 + 4(1)$$



(۲)

۱۲

$$2^2 + 4(2)$$



(۳)

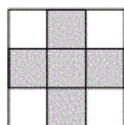
۲۱

$$3^2 + 4(3)$$

با توجه به شکل، تعداد مربع‌های وسط، مربع شماره جمله و تعداد مربع‌های کناری ۴ برابر شماره جمله است، پس در شکل ششم:

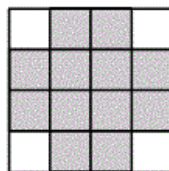
$$\text{تعداد مربع‌های کوچک شکل ششم} = 6^2 + 4(6) = 36 + 24 = 60$$

راه حل دوم: به شکل‌های زیر توجه کنید.



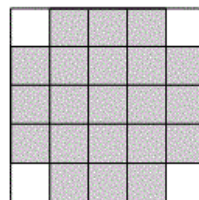
(۱)

$$3^2 - 4$$



(۲)

$$4^2 - 4$$



(۳)

$$5^2 - 4$$

...

(۶)

$$8^2 - 4$$

بنابراین در مرحله‌ی ششم، $8^2 - 4 = 60$ مربع کوچک داریم.

(ریاضی، صفحه‌های ۱۴ تا ۲۰)

۴

۳

۲ ✓

۱

آزمون 20 مهر

راه حل اول: از $a_n = 2a_{n-1} - 2$ می توان نتیجه گرفت:

$$a_n - a_{n-1} = a_{n-1} - 2$$

پس $a_8 - a_7 = a_7 - 2$.

حال جمله هفتم دنباله را پیدا کرده و حاصل $a_7 - 2$ را حساب می کنیم.

$$a_n = 2a_{n-1} - 2; a_1 = 3$$

$$a_2 = 2 \times 3 - 2 = 4, a_3 = 2 \times 4 - 2 = 6$$

$$a_4 = 2 \times 6 - 2 = 10, a_5 = 2 \times 10 - 2 = 18$$

$$a_6 = 2 \times 18 - 2 = 34, a_7 = 2 \times 34 - 2 = 66$$

$$\Rightarrow a_8 - a_7 = 66 - 2 = 64$$

(ریاضی ۱، صفحه های ۱۴ تا ۲۰)

 ۴

 ۳

 ۲

 ۱

آزمون 20 مهر

$$\begin{cases} t_1 + t_2 + t_3 + t_4 = 15 \\ t_5 + t_6 + t_7 + t_8 + t_9 = 30 \end{cases}$$

بنابراین:

$$\begin{cases} t_1 + (t_1 + d) + (t_1 + 2d) + (t_1 + 3d) = 15 \\ (t_1 + 4d) + (t_1 + 5d) + (t_1 + 6d) + (t_1 + 7d) + (t_1 + 8d) = 30 \end{cases}$$

پس:

$$\begin{aligned} -5 \times \begin{cases} 4t_1 + 6d = 15 \\ 5t_1 + 30d = 30 \end{cases} &\xrightarrow{\text{جمع}} 90d = 45 \Rightarrow d = \frac{1}{2} \end{aligned}$$

با توجه به $4t_1 + 6d = 15$ ، به ازای $d = \frac{1}{2}$ ، $t_1 = 3$ به دست می آید، لذا

جمله یازدهم برابر است با:

$$t_{11} = t_1 + 10d \Rightarrow t_{11} = 3 + 10 \left(\frac{1}{2}\right) = 8$$

(ریاضی ۱، صفحه های ۲۱ تا ۲۴)

 ۴

 ۳

 ۲

 ۱

(سؤال 146 کتاب آبی ریاضیات کنگور تهرانی - پایه)

$$\begin{cases} t_3 = 33 \\ t_5 = 19 \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} t_1 + 2d = 33 \\ t_1 + 4d = 19 \end{cases} \Rightarrow d = -7, t_1 = 47$$

بنابراین:

$$t_n = t_1 + (n-1)d = 47 + (n-1)(-7) \\ \Rightarrow t_n = 54 - 7n$$

باید مقدار n ای را به دست آوریم که به ازای آن $t_n > 0$ باشد:

$$t_n > 0 \Rightarrow 54 - 7n > 0 \Rightarrow 7n < 54 \Rightarrow n < \frac{54}{7} \approx 7.71$$

$$\xrightarrow{n \in \mathbb{N}} n \leq 7$$

بنابراین هفت جمله دنباله، مثبت است.

(ریاضی، صفحه‌های 21 تا 24)

4

3 ✓

2

1

$$\Rightarrow t_1^2 + 12t_1d + 36d^2 = t_1^2 + 10t_1d + 16d^2$$

$$\Rightarrow 2t_1d + 20d^2 = 0 \Rightarrow 2d(t_1 + 10d) = 0$$

$$\Rightarrow \begin{cases} 2d = 0 \Rightarrow d = 0 \text{ غق} \\ t_1 + 10d = 0 \xrightarrow{t_n = t_1 + (n-1)d} t_{11} = 0 \end{cases}$$

توجه کنید که $d = 0$ غیر قابل قبول است، زیرا در این صورت دنباله حسابی، یک دنباله ثابت خواهد بود.

(ریاضی، صفحه‌های 21 تا 27)

4

3 ✓

2

1

$$\begin{cases} t_5 + t_6 = 2 \\ t_5 - t_6 = 1 \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} t_1 r^4 + t_1 r^5 = 2 \\ t_1 r^4 - t_1 r^6 = 1 \end{cases}$$

$$\Rightarrow \begin{cases} t_1 r^4 (1+r) = 2 & (*) \\ t_1 r^4 (1-r^2) = 1 & (**) \end{cases}$$

عبارت (***) را بر عبارت (*) تقسیم می‌کنیم:

$$\frac{t_1 r^4 (1-r^2)}{t_1 r^4 (1+r)} = \frac{1}{2} \Rightarrow \frac{(1-r)(1+r)}{1+r} = \frac{1}{2}$$

$$\xrightarrow{r \neq -1} 1-r = \frac{1}{2} \rightarrow r = \frac{1}{2}$$

با قرار دادن $r = \frac{1}{2}$ در (*) جمله اول را می‌یابیم.

$$t_1 \left(\frac{1}{2}\right)^4 \left(1 + \frac{1}{2}\right) = 2 \Rightarrow t_1 \left(\frac{1}{16}\right) \left(\frac{3}{2}\right) = 2 \Rightarrow t_1 = \frac{64}{3}$$

$$t_6 = t_1 r^6 = \frac{64}{3} \times \left(\frac{1}{2}\right)^6 = \frac{1}{3}$$

بنابراین:

(ریاضی ۱، صفحه‌های ۲۵ تا ۲۷)

 ۴

 ۳

 ۲

 ۱

(سؤال ۱۶۳ کتاب آبی ریاضیات کنکور تهرمی - پایه)

در دنباله هندسی نسبت هر جمله (غیر از جمله اول) به جمله قبل از خود مقدار ثابتی است، پس:

$$\frac{a-2}{a+6} = \frac{a-6}{a-2} \Rightarrow a^2 - 36 = (a-2)^2$$

$$\Rightarrow a^2 - 36 = a^2 - 4a + 4 \Rightarrow a = 10$$

$$\frac{a-6}{a-2} = \frac{2b-a}{a-6} \Rightarrow \frac{4}{8} = \frac{2b-10}{4} \rightarrow 8(2b-10) = 16$$

$$\Rightarrow 2b - 10 = 2 \Rightarrow b = 6 \Rightarrow a + b = 16$$

(ریاضی ۱، صفحه‌های ۲۵ تا ۲۷)

 ۴

 ۳

 ۲

 ۱

آزمون 20 مهر