



سایت ویژه ریاضیات www.riazisara.ir

درسنامه ها و جزوه های ریاضی

سوالات و پاسخنامه تشریحی کنکور

نمونه سوالات امتحانات ریاضی

نرم افزارهای ریاضیات

...

(@riazisara)

ریاضی سرا در تلگرام:



<https://t.me/riazisara>

(@riazisara.ir) ریاضی سرا در اینستاگرام:



<https://www.instagram.com/riazisara.ir>



حسابان ۱ - ۲۰ سوال

۶۱- جمله اول و دوم یک دنباله حسابی به ترتیب از راست به چپ ۷- و ۱ است. مجموع بیست جمله اول این دنباله کدام است؟

(۱) ۱۴۶۰

(۲) ۱۴۸۰

(۳) ۱۳۶۰

(۴) ۱۳۸۰

آزمون ۲۰ مهر

۶۲- در یک دنباله حسابی، مجموع جملات سوم و یازدهم برابر با ۱۰ است. مجموع سیزده جمله اول این دنباله کدام است؟

(۱) ۵۲

(۲) ۶۵

(۳) ۷۸

(۴) ۹۱

آزمون ۲۰ مهر

۶۳- مجموع اعداد طبیعی دو رقمی که باقی مانده تقسیم هر یک از آنها بر ۵ برابر ۳ می‌باشد، کدام است؟

(۱) ۸۹۰

(۲) ۹۹۹

(۳) ۱۱۲۰

(۴) ۱۴۴۵

آزمون ۲۰ مهر

۶۴- علی یک رمان از دوستش قرض گرفته و قرار شده است هر روز ۳ صفحه بیش‌تر از روز قبل بخواند تا کتاب را زودتر پس بدهد. اگر علی روز اول ۱۵ صفحه

بخواند می‌تواند کتاب را ۶ روزه مطالعه کرده و پس دهد. برای این‌که بتواند کتاب را ۵ روزه پس دهد، باید مطالعه‌اش را با روزی چند صفحه آغاز کند؟

(۱) ۱۶

(۲) ۱۸

(۳) ۱۹

(۴) ۲۱

آزمون ۲۰ مهر

۶۵- در ۱۰ جمله دوم یک دنباله حسابی، مجموع جملات با ردیف فرد برابر با ۴۰ و مجموع جملات با ردیف زوج برابر با ۵۰ است. جمله اول این دنباله کدام

است؟

(۲) -۲۰

(۱) -۱۰

(۴) ۲۰

(۳) ۱۰

آزمون ۲۰ مهر

۶۶- مضارب طبیعی عدد ۴ را با ترتیب صعودی به گونه‌ای دسته‌بندی می‌کنیم که تعداد اعداد هر دسته با شماره آن دسته برابر باشد. مجموع اعداد دسته

پانزدهم کدام است؟

{۴}, {۸, ۱۲}, {۱۶, ۲۰, ۲۴}, ...

(۱) ۶۷۸۰

(۲) ۶۶۸۰

(۳) ۷۶۸۰

(۴) ۷۷۸۰

آزمون ۲۰ مهر

۶۷- مجموع n جمله اول یک دنباله هندسی از رابطه $S_n = 16 - 2^{4-n}$ به دست می‌آید. جمله ششم این دنباله کدام است؟

(۱) $\frac{1}{2}$

(۲) $\frac{1}{4}$

(۳) $\frac{1}{8}$

(۴) $\frac{62}{63}$

آزمون ۲۰ مهر

۶۸- حداقل چند جمله اول از دنباله $a_n = \frac{3n-2}{4}$ را با هم جمع کنیم تا مجموع آن‌ها از ۱۱ بیشتر شود؟

۵ (۱)

۶ (۲)

۷ (۳)

۸ (۴)

آزمون ۲۰ مهر

۶۹- در یک دنباله هندسی، مجموع جملات اول و سوم برابر ۱ و مجموع چهار جمله اول آن ۳ است. مجموع ۶ جمله اول کدام است؟

۱۱/۲ (۲)

۱۲/۶ (۱)

۱۳/۴ (۴)

۱۰/۸ (۳)

آزمون ۲۰ مهر

۷۰- در یک دنباله هندسی، مجموع دوازده جمله اول ۱۰۸ و مجموع شش جمله اول ۱۲ است. نسبت جمله پنجم به سوم این دنباله کدام است؟

$2\sqrt[3]{2}$ (۲)

۲ (۱)

$2\sqrt{2}$ (۴)

$\sqrt[3]{4}$ (۳)

آزمون ۲۰ مهر

۷۱- اگر α و β ریشه‌های معادله $4x(x-8)=-1$ باشند، حاصل $\frac{1}{\sqrt{\alpha}} + \frac{1}{\sqrt{\beta}}$ کدام است؟

۵ (۲)

۴ (۱)

۸ (۴)

۶ (۳)

آزمون ۲۰ مهر

۷۲- در معادله $2x^2 - 13x + k = 0$ ، یکی از ریشه‌ها از دو برابر ریشه دیگر ۱ واحد کمتر است. حاصل ضرب ریشه کوچک‌تر و k کدام است؟

۸۰ (۴)

۶۰ (۳)

۵۰ (۲)

۴۰ (۱)

آزمون ۲۰ مهر

۷۳- اگر α و β ریشه‌های معادله $4x^2 - 3x - 2 = 0$ باشند، حاصل عبارت $8\alpha^2 - 7\alpha - \beta$ کدام است؟

$\frac{7}{4}$ (۴)

$\frac{9}{4}$ (۳)

$\frac{13}{4}$ (۲)

$\frac{11}{4}$ (۱)

آزمون ۲۰ مهر

۷۴- اگر α و β ریشه‌های معادله $2x^2 - 6x + 2 = 0$ باشند، مجموعه جواب‌های کدام معادله به صورت $\{\frac{\alpha}{\beta} + 1, \frac{\beta}{\alpha} + 1\}$ خواهد بود؟

$$x^2 + 12x + 12 = 0 \quad (2)$$

$$x^2 + 9x + 9 = 0 \quad (1)$$

$$x^2 - 12x + 12 = 0 \quad (4)$$

$$x^2 - 9x + 9 = 0 \quad (3)$$

آزمون ۲۰ مهر

۷۵- معادله $(k+1)x^2 + 4x + k - 2 = 0$ ، داری دو ریشه حقیقی متمایز منفی است. مجموعه مقادیر k کدام است؟

$$\{k \mid -1 < k < 2\} \quad (2)$$

$$\{k \mid 2 < k < 3\} \quad (1)$$

$$\{k \mid k > 2\} \quad (4)$$

$$\{k \mid 1 < k < 2\} \quad (3)$$

آزمون ۲۰ مهر

۷۶- مجموع ریشه‌های حقیقی معادله $2(x^2 - 3x) = 24 - 2(x^2 - 3x)$ کدام است؟

(۴) معادله فاقد ریشه حقیقی است.

(۳) ۳

(۲) ۴

(۱) ۶

آزمون ۲۰ مهر

۷۷- اگر واسطه حسابی دو عدد، ۲ و واسطه هندسی آن‌ها ۱ باشد، در این صورت قدرمطلق تفاضل آن دو عدد کدام است؟

$$4\sqrt{2} \quad (4)$$

$$2\sqrt{3} \quad (3)$$

$$1 \quad (2)$$

$$4 \quad (1)$$

آزمون ۲۰ مهر

۷۸- صفرهای تابع درجه دومی، دو عدد زوج متوالی است. اگر طول رأس ۳ و محل تلاقی منحنی با محور عرض‌ها -۴ باشد، آن‌گاه ماکزیمم تابع کدام است؟

$$10/5 \quad (4)$$

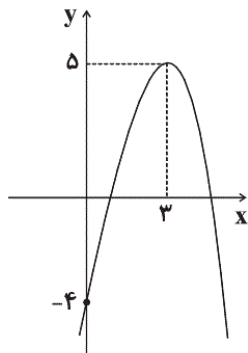
$$9/5 \quad (3)$$

$$7/5 \quad (2)$$

$$0/5 \quad (1)$$

آزمون ۲۰ مهر

۷۹- شکل زیر، نمودار تابع $y = ax^2 + bx + c$ می‌باشد، طول پاره‌خط جدا شده توسط این سهمی روی خط $y = 1$



چقدر است؟

$$2 \quad (1)$$

$$3 \quad (2)$$

$$4 \quad (3)$$

$$5 \quad (4)$$

آزمون ۲۰ مهر

۸۰- اگر اعداد α ، β و 1 ، صفرهای تابع $f(x) = x^2 - 5x + mx - 2$ باشند، حاصل $\frac{\alpha}{\beta} + \frac{\beta}{\alpha}$ کدام است؟

۲ (۴)

۸ (۳)

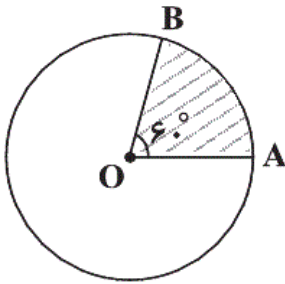
۴ (۲)

۶ (۱)

آزمون ۲۰ مهر

هندسه ی ۲ - ۱۰ سوال

۸۱- در شکل زیر، اگر O مرکز دایره و مساحت ناحیه هاشورخورده برابر ۱۸ باشد، طول کمان AB کدام است؟ ($\pi = 3$)



۴ (۱)

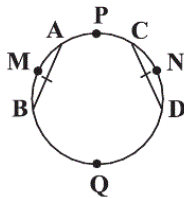
۶ (۲)

$4\sqrt{2}$ (۳)

$6\sqrt{2}$ (۴)

آزمون ۲۰ مهر

۸۲- در دایره زیر، دو وتر AB و CD با هم برابر و نقاط M ، N ، P و Q به ترتیب وسط کمان‌های \widehat{AB} ، \widehat{CD} ، \widehat{AC} و \widehat{BD} هستند. چند گزاره از ۳ گزاره زیر درست است؟



(ب) $\widehat{PBQ} = 90^\circ$

(الف) PQ بر MN عمود است.

(ج) PQ ، وتر BD را نصف می‌کند.

۲ (۲)

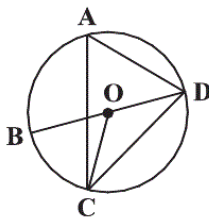
۳ (۱)

(۴) هیچ کدام

۱ (۳)

آزمون ۲۰ مهر

۸۳- در شکل زیر، BD قطر دایره است. اگر $\widehat{A} = 7\alpha - 10^\circ$ ، $\widehat{COD} = 10\alpha + 20^\circ$ و O مرکز دایره باشد، کمان \widehat{BC} چند درجه است؟



۱۵ (۱)

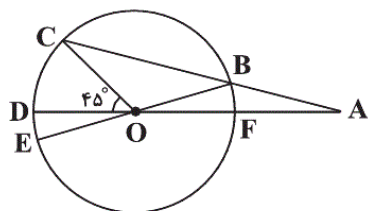
۳۰ (۲)

۴۵ (۳)

۶۰ (۴)

آزمون ۲۰ مهر

۸۴- در شکل زیر، امتدادهای BC و DF همدیگر را در نقطه A قطع کرده‌اند. اگر طول AB برابر نصف قطر دایره باشد، کمان CE چند درجه است؟ (O مرکز دایره است.)



مرکز دایره و BE قطر دایره است.)

(۱) ۳۰

(۲) ۴۵

(۳) ۶۰

(۴) ۷۵

آزمون ۲۰ مهر

۸۵- در دایره $C(O, 6)$ ، طول وتر MN برابر با $6\sqrt{3}$ است. طول کمان کوچک تر MN کدام است؟

(۲) 3π

(۱) 4π

(۴) 2π

(۳) 8π

آزمون ۲۰ مهر

۸۶- دو دایره $C(O, 17)$ و $C'(O, 10)$ مفروضند. خط قاطع d که در دایره C وترى به طول ۳۰ به وجود می‌آورد، در دایره C' وترى با کدام طول پدید می‌آورد؟

(۱) ۱۵

(۲) ۱۲

(۳) ۱۰

(۴) ۸

آزمون ۲۰ مهر

۸۷- در بین همه شکل‌های هندسی بسته با محیط ثابت، بیش‌ترین مساحت برابر با ۳۶ می‌باشد. محیط هر یک از این اشکال کدام است؟

(۱) $6\sqrt{\pi}$

(۲) ۲۴

(۳) $12\sqrt{27}$

(۴) $12\sqrt{\pi}$

آزمون ۲۰ مهر

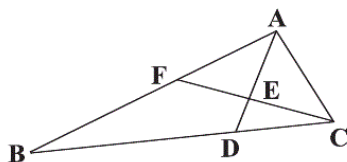
۸۸- در شکل مقابل، اگر $AF = AD = AC$ و $\hat{BAD} = 70^\circ$ باشد، زاویه \hat{FCB} کدام است؟

(۱) 20°

(۲) 30°

(۳) 35°

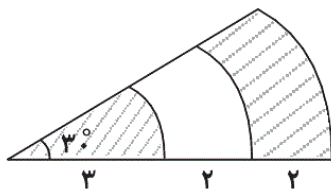
(۴) 45°



آزمون ۲۰ مهر

۸۹- در شکل زیر، قطاع‌هایی با زاویه 30° درجه از سه دایره هم‌مرکز نشان داده شده است. با توجه به اندازه‌های داده شده، مجموع مساحت قسمت‌های

هاشورخورده چند واحد مربع است؟



(۱) $2/25\pi$

(۲) $2/75\pi$

(۳) $4/5\pi$

(۴) $5/5\pi$

آزمون ۲۰ مهر

۹۰- دو دایره به شعاع‌های ۱ و $\sqrt{3}$ در نقاط A و B متقاطع هستند. اگر شعاع‌های گذرا از نقطه A در دو دایره بر هم عمود باشند، آن‌گاه طول کمان بزرگ‌تر

محدود به نقاط A و B که درون دایره دیگری قرار گرفته چند برابر π است؟

(۱) $\frac{3}{2}$

(۲) $\frac{\sqrt{3}}{2}$

(۳) $\frac{2}{3}$

(۴) $\frac{\sqrt{3}}{3}$

آزمون ۲۰ مهر

آمار و احتمال - ۱۰ سوال

۹۱- از بین جمله‌های زیر، کدام یک گزاره‌ای با ارزش درست است؟

(۱) هر عدد اول، فرد است.

(۲) آیا $3 + 5$ برابر با ۸ است؟

(۳) حاصل جمع دو عدد اول می‌تواند اول باشد.

(۴) هر روز یک کتاب داستان بخوانید.

آزمون ۲۰ مهر

۹۲- مجموعه جواب کدام گزاره‌نما با دامنه متغیر گزاره‌نمای آن برابر است؟

(۲) $\frac{|x|}{x} = 1, D = \mathbb{Z}^+$

(۱) $[x] = x, D = \mathbb{R}^+$

(۴) $\sqrt{x^2} = x, D = \mathbb{Z}$

(۳) $x^2 - 4x - 5 = 0, D = \{-1, 10\}$

آزمون ۲۰ مهر

۹۳- اگر جدول ارزش گزاره‌ها را برای سه گزاره p, q, r رسم کنیم، چند خانه از این جدول را با ارزش «درست» نشان خواهیم داد؟

(۴) ۲۴

(۳) ۱۲

(۲) ۸

(۱) ۴

آزمون ۲۰ مهر

۹۴- ارزش کدام یک از گزاره‌های زیر نادرست است؟

(۱) اگر عدد ۲ زوج باشد، آن‌گاه عدد ۱۵ مضرب ۳ است و برعکس.

(۲) عدد $2 + \sqrt{3}$ گنگ است یا ۱۲۹ عدد اول نیست.

(۳) اگر $\sqrt{3}$ عددی گویا باشد، آن‌گاه $\sqrt{5}$ عددی گنگ است.

$$(4) \left(\frac{1}{2} + \frac{3}{5} = \frac{11}{10}\right) \wedge (1 \notin \left\{\frac{1}{3}, \frac{2}{3}, \frac{3}{3}, \frac{4}{3}\right\})$$

آزمون ۲۰ مهر

۹۵- نقیض گزاره «اگر مربع عددی در تقسیم بر ۸ دارای باقیمانده ۱ باشد، آن عدد اول است.» کدام است؟

(۱) مربع عددی در تقسیم بر ۸ دارای باقیمانده ۱ نیست و آن عدد اول نیست.

(۲) مربع عددی در تقسیم بر ۸ دارای باقیمانده ۱ است و آن عدد اول نیست.

(۳) مربع یک عدد در تقسیم بر ۸ دارای باقیمانده ۱ نیست یا آن عدد اول نیست.

(۴) مربع یک عدد در تقسیم بر ۸ دارای باقیمانده ۱ است یا آن عدد اول نیست.

آزمون ۲۰ مهر

۹۶- گزاره $(p \vee (q \vee \sim p)) \vee \sim p$ هم‌ارز منطقی کدام یک از گزاره‌های زیر است؟

(۱) $\sim p$ (۲) p (۳) q (۴) $\sim q$

آزمون ۲۰ مهر

۹۷- گزاره $(p \vee r) \wedge (p \vee q) \vee \sim r$ معادل کدام یک از گزاره‌های زیر است؟ (T گزاره همیشه درست و F گزاره همیشه نادرست است.)

(۱) p (۲) $q \vee r$ (۳) T (۴) F

آزمون ۲۰ مهر

۹۸- ارزش کدام یک از گزاره‌های زیر بدون در نظر گرفتن ارزش گزاره‌های سازنده آن، همواره معین است؟

(۱) $p \vee p$ (۲) $p \vee q$ (۳) $(p \vee q) \vee r$ (۴) $p \vee \sim p$

آزمون ۲۰ مهر

۹۹- اگر گزاره $p \Rightarrow q$ نادرست باشد، ارزش گزاره $(p \vee q) \Rightarrow (p \wedge q)$ با ارزش کدام یک از گزاره‌های زیر یکسان است؟

(۱) $p \vee \sim q$ (۲) $q \vee p$ (۳) $q \Rightarrow p$ (۴) $p \wedge q$

آزمون ۲۰ مهر

۱۰۰- اگر $p: (5 > 3)$ ، q و r گزاره‌ای دلخواه باشد، ارزش چند گزاره از گزاره‌های زیر همواره درست است؟

(الف) $p \vee \sim q$ (ب) $r \Rightarrow \sim r$ (پ) $(\sim p \vee r) \vee q$
(۱) ۱ (۲) ۲ (۳) ۳ (۴) هیچ

آزمون ۲۰ مهر

آمار و احتمال - گواه - ۱۰ سوال

۱۰۱- اگر دامنه متغیر گزاره نماهای زیر، مجموعه اعداد طبیعی باشد، آن‌گاه مجموعه جواب چه تعداد از این گزاره نماها، نامتناهی است؟

(الف) X بین ۱ و ۲ است. (ب) X مربع کامل است.

(پ) $x+1 < 6$ (ت) X دو واحد از مضارب صحیح ۵ بیش تر است.

(۱) ۱ (۲) ۲ (۳) ۳ (۴) ۴ www.riazisara.ir

دانلود از سایت ریاضی سرا

۱۰۲- جدول ارزش زیر مربوط به کدام گزاره است؟

p	q	
د	د	ن
د	ن	د
ن	د	ن
ن	ن	ن

(۱) $p \wedge \sim q$

(۲) $\sim p \wedge q$

(۳) $\sim p \vee q$

(۴) $p \vee \sim q$

۱۰۳- اگر p ، q و r سه گزاره باشند به طوری که ارزش هر دو گزاره $p \vee q$ و $\sim p \wedge r$ درست باشد، آن‌گاه ارزش گزاره‌های p ، q و r به ترتیب از راست به چپ چگونه است؟

(۱) د-ن-د (۲) ن-د-ن (۳) د-ن-ن (۴) ن-د-د

۱۰۴- گزاره $p \Rightarrow q$ با کدام یک از گزینه‌های زیر هم‌ارز نیست؟

(۱) $p \Rightarrow (p \wedge q)$ (۲) $(p \vee q) \Rightarrow q$ (۳) $\sim p \vee q$ (۴) $\sim p \wedge q$

۱۰۵- اگر گزاره‌های p و q به ترتیب به صورت «چهارضلعی ABCD لوزی است.» و «قطرهای چهارضلعی ABCD بر هم عمود هستند.» باشند، آن‌گاه چه تعداد از جملات زیر صحیح هستند؟

الف) p شرط کافی برای q است. (ب) p شرط لازم برای q است.
پ) q شرط کافی برای p است. (۱) هیچ (۲) ۱ (۳) ۲ (۴) ۳

۱۰۶- اگر ارزش گزاره p درست باشد، ارزش گزاره $(p \vee q) \Rightarrow r$ چگونه است؟

(۱) همیشه درست است. (۲) همیشه نادرست است.
(۳) بستگی به ارزش r دارد. (۴) بستگی به ارزش q دارد.

۱۰۷- گزاره $p \Leftrightarrow q$ ، هم‌ارز منطقی با کدام یک از گزاره‌های زیر نیست؟

(۱) $\sim p \Leftrightarrow \sim q$ (۲) $(p \wedge q) \vee (\sim p \wedge \sim q)$
(۳) $(p \vee \sim q) \wedge (q \vee \sim p)$ (۴) $(p \wedge \sim q) \vee (q \wedge \sim p)$

۱۰۸- در مورد گزاره $(p \wedge q) \wedge \sim (p \vee q)$ ، کدام گزینه صحیح است؟

(۱) این گزاره همیشه درست است.
(۲) این گزاره همیشه نادرست است.
(۳) اگر p و q ارزش درست داشته باشند، این گزاره درست است.
(۴) اگر p ارزش درست و q ارزش نادرست داشته باشد، این گزاره درست است.

۱۰۹- در کدام حالت زیر، گزاره $\sim p \Rightarrow (q \Rightarrow p)$ نادرست است؟

(۲) نادرست p و درست q

(۱) درست p و نادرست q

(۴) نادرست p و نادرست q

(۳) درست p و درست q

آزمون ۲۰ مهر

۱۱۰- اگر p گزاره‌ای دلخواه بوده و ارزش گزاره $r \Leftrightarrow q$ نادرست باشد، ارزش گزاره $p \Rightarrow (q \vee r)$ چگونه است؟

(۱) همواره درست (۲) همواره نادرست (۳) معادل ارزش p (۴) معادل ارزش $\sim p$

آزمون ۲۰ مهر

۶۱-

(مسعود نژادمبشر)

ابتدا قدرنسبت و سپس مجموع بیست جمله اول را حساب می‌کنیم:

$$d = a_2 - a_1 = 1 - (-7) = 8$$

$$S_n = \frac{n}{2}[2a_1 + (n-1)d] \Rightarrow S_{20} = \frac{20}{2}[2(-7) + 19(8)]$$

$$= 10[-14 + 152] = 1380$$

(حسابان ۱- صفحه‌های ۲ تا ۴)

۴

۳

۲

۱

آزمون ۲۰ مهر

۶۲-

(شروین سیاح‌نیا)

مجموع ۱۳ جمله اول دنباله حسابی a_n برابر است با:

$$S_n = \frac{n(a_1 + a_n)}{2} \Rightarrow S_{13} = \frac{13}{2}(a_1 + a_{13})$$

از طرفی در یک دنباله حسابی، اگر $m + n = p + q$ باشد، آن‌گاه:

$$a_m + a_n = a_p + a_q$$

$$a_1 + a_{13} = a_3 + a_{11} = 10$$

پس:

بنابراین مجموع ۱۳ جمله اول برابر است با:

$$S_{13} = \frac{13}{2}(a_1 + a_{13}) = \frac{13}{2}(a_3 + a_{11}) \Rightarrow S_{13} = \frac{13}{2} \times 10 = 65$$

(حسابان ۱- صفحه‌های ۲ تا ۴)

۴

۳

۲

۱

آزمون ۲۰ مهر

اعداد مطلوب مسأله در واقع اعدادی دو رقمی به شکل $5k + 3$ می‌باشند ($k \in \mathbb{Z}$, $k \geq 2$). روشن است که اولین و آخرین عدد دو رقمی طبیعی به این شکل به ترتیب اعداد ۱۳ و ۹۸ هستند. حال از آنجایی که این اعداد تشکیل یک دنباله حسابی با قدرنسبت ۵ را می‌دهند، ابتدا تعداد جملات را می‌یابیم.

$$13, 18, \dots, 98 \Rightarrow 98 = 13 + (n - 1)5 \Rightarrow n = 18$$

بنابراین:

$$S_n = \frac{n}{2}[a_1 + a_n] \Rightarrow S_{18} = 9[13 + 98] = 999$$

(حسابان ۱- صفحه‌های ۲ تا ۴)

 ۴

 ۳

 ۲

 ۱

با ۲ دنباله حسابی مواجه هستیم که مجموع جملاتشان (تعداد صفحات کتاب) و همچنین قدرنسبتشان ($d = 3$) ثابت است و تفاوت در تعداد جملات و جمله اولیه است. در دنباله اول کتاب را ۶ روزه پس می‌دهد ($n = 6$) و با روزی ۱۵ صفحه آغاز می‌کند ($a_1 = 15$). پس:

$$S = \frac{n(2a_1 + (n-1)d)}{2} = \frac{6(2 \times 15 + 5 \times 3)}{2} = 3(30 + 15) = 3 \times 45 = 135$$

پس تعداد صفحات کتاب ۱۳۵ صفحه است. در دنباله دوم در روز اول t_1 صفحه را می‌خواند و $n = 5$ است. پس:

$$S' = \frac{n(2t_1 + (n-1)d)}{2} \Rightarrow 135 = \frac{5(2t_1 + 4 \times 3)}{2}$$

$$\Rightarrow 54 = 2t_1 + 12 \Rightarrow 2t_1 = 42 \Rightarrow t_1 = 21$$

پس باید با روزی ۲۱ صفحه آغاز کند تا بتواند ۵ روزه مطالعه کتاب را تمام کند.

(مسئله ۱- صفحه‌های ۲ تا ۴)

 ۴ ✓

 ۳

 ۲

 ۱

ده جملهٔ دوم دنبالهٔ حسابی a_n ، یعنی جملات a_1 تا a_{20} ، با توجه به فرض مسأله داریم:

$$\begin{cases} a_{12} + a_{14} + a_{16} + a_{18} + a_{20} = 50 \\ a_{11} + a_{13} + a_{15} + a_{17} + a_{19} = 40 \end{cases}$$

$$\begin{aligned} \xrightarrow{(-)} & \underbrace{(a_{12} - a_{11})}_d + \underbrace{(a_{14} - a_{13})}_d + \underbrace{(a_{16} - a_{15})}_d \\ & + \underbrace{(a_{18} - a_{17})}_d + \underbrace{(a_{20} - a_{19})}_d = 10 \end{aligned}$$

$$\Rightarrow 5d = 10 \Rightarrow d = 2$$

حال با جمع کردن دو فرض مسأله نیز خواهیم داشت:

$$a_{11} + a_{12} + a_{13} + \dots + a_{20} = 50 + 40 = 90 \Rightarrow S_{20} - S_{10} = 90$$

$$\Rightarrow \frac{20}{2}(2a_1 + 19d) - \frac{10}{2}(2a_1 + 9d) = 90$$

$$\xrightarrow{d=2} 10(2a_1 + 38) - 5(2a_1 + 18) = 90$$

 ۴

 ۳

 ۲

 ۱

مضارب ۴ در این دسته‌ها به صورت زیراند:

$$\begin{array}{ccc} 4 \times 1 & 4 \times 2 & 4 \times 3 \\ \uparrow & \uparrow & \uparrow \\ 4 & 8 & 12 \\ \hline \text{دسته اول} & \text{دسته دوم} & \text{دسته سوم} \end{array}, \quad \begin{array}{ccc} 4 \times 4 & 4 \times 5 & 4 \times 6 \\ \uparrow & \uparrow & \uparrow \\ 16 & 20 & 24 \\ \hline \text{دسته سوم} & & \end{array}, \quad \dots$$

پس تعداد این اعداد تا آخر دسته چهاردهم برابر با مجموع اعداد طبیعی

از ۱ تا ۱۴ است:

$$\text{تعداد} = 1 + 2 + 3 + \dots + 14 = \frac{14 \times 15}{2} = 105$$

پس اولین عدد دسته پانزدهم، ۱۰۶ امین مضرب طبیعی عدد ۴ است:

$$106 \times 4 = 424$$

$$\{424, 428, \dots, a_{15}\}$$

مجموع اعداد این دسته برابر است با:

$$S_{15} = \frac{15}{2} [2(424) + (15-1)(4)] = \frac{15}{2} [2 \times 424 + 14 \times 4]$$

$$= 15[424 + 28] = 15 \times 452 = 6780$$

(مسایان ۱- صفحه‌های ۲ تا ۴)

 ۴

 ۳

 ۲

 ۱

آزمون ۲۰ مهر

(مهم پورا احمدی)

$$a_6 = S_6 - S_5 \Rightarrow a_6 = (16 - 2^{-2}) - (16 - 2^{-1}) = -\frac{1}{4} + \frac{1}{2} = \frac{1}{4}$$

(مسایان ۱- صفحه‌های ۴ تا ۶)

 ۴

 ۳

 ۲

 ۱

آزمون ۲۰ مهر

$$\frac{1}{12}, \frac{1}{4}, \frac{3}{4}, \dots$$

$$S_n > 11 \Rightarrow a_1 \left(\frac{q^n - 1}{q - 1} \right) > 11 \Rightarrow \frac{1}{12} \times \frac{3^n - 1}{3 - 1} > 11$$

$$\Rightarrow 3^n - 1 > 264 \Rightarrow 3^n > 265 \Rightarrow n_{\min} = 6$$

(مسایان ۱- صفحه‌های ۴ تا ۶)

۴

۳

۲ ✓

۱

آزمون ۲۰ مهر

(علی اکبر اسکندری)

-۶۹

$$a_1 + a_3 = 1 \Rightarrow a_1 + a_1 q^2 = 1 \Rightarrow a_1 (1 + q^2) = 1 \quad (I)$$

$$S_4 = a_1 \times \frac{q^4 - 1}{q - 1} = 3 \Rightarrow a_1 \times \frac{(q - 1)(q + 1)(q^2 + 1)}{q - 1} = 3$$

$$\xrightarrow{\text{طبق (I)}} \underbrace{a_1 (q^2 + 1)}_1 (q + 1) = 3 \Rightarrow q + 1 = 3 \Rightarrow q = 2$$

$$\Rightarrow a_1 (1 + 2^2) = 1 \Rightarrow a_1 = \frac{1}{5}$$

$$\Rightarrow S_6 = a_1 \times \frac{q^6 - 1}{q - 1} = \frac{1}{5} \times \frac{64 - 1}{2 - 1} = \frac{1}{5} \times 63 = 12 \frac{3}{5}$$

(مسایان ۱- صفحه‌های ۴ تا ۶)

۴

۳

۲

۱ ✓

آزمون ۲۰ مهر

$$\frac{S_{12}}{S_6} = \frac{108}{12} \Rightarrow \frac{a_1(q^{12}-1)}{q-1} = 9 \Rightarrow \frac{q^{12}-1}{q^6-1} = 9$$

$$\Rightarrow \frac{(q^6-1)(q^6+1)}{q^6-1} = 9 \Rightarrow q^6+1=9 \Rightarrow q^6=8 \Rightarrow q^2=2$$

نسبت جمله پنجم به سوم برابر است با:

$$\frac{a_5}{a_3} = \frac{a_1 q^4}{a_1 q^2} = q^2 = 2$$

(مسئله ۱- صفحه‌های ۴ تا ۶)

۴

۳

۲

۱ ✓

آزمون ۲۰ مهر

$$4x^2 - 32x + 1 = 0 \Rightarrow \begin{cases} \alpha + \beta = \frac{32}{4} = 8 \\ \alpha\beta = \frac{1}{4} \end{cases}$$

$$\frac{1}{\sqrt{\alpha}} + \frac{1}{\sqrt{\beta}} = \frac{\sqrt{\alpha} + \sqrt{\beta}}{\sqrt{\alpha\beta}} = \frac{\sqrt{(\sqrt{\alpha} + \sqrt{\beta})^2}}{\sqrt{\alpha\beta}}$$

$$= \frac{\sqrt{S + 2\sqrt{P}}}{\sqrt{P}} = \frac{\sqrt{8 + 2 \times \frac{1}{2}}}{\frac{1}{2}} = \frac{3}{\frac{1}{2}} = 6$$

(مسئله ۱- صفحه‌های ۸ و ۹)

۴

۳ ✓

۲

۱

آزمون ۲۰ مهر

ریشه‌ها را α و $2\alpha - 1$ در نظر می‌گیریم، پس:

$$S = -\frac{b}{a} \Rightarrow \alpha + 2\alpha - 1 = \frac{13}{2} \Rightarrow 3\alpha = \frac{15}{2} \Rightarrow \alpha = \frac{5}{2}$$

پس ریشه‌ها $\alpha = \frac{5}{2}$ و $2\alpha - 1 = 4$ هستند، از حاصل ضرب ریشه‌ها

استفاده می‌کنیم:

$$P = \frac{c}{a} \Rightarrow \frac{5}{2} \times 4 = \frac{k}{2} \Rightarrow k = 20$$

بنابراین حاصل ضرب ریشه کوچک‌تر در k برابر با $20 \times \frac{2}{5} = 8$ است.

است.

(مسئله ۱- صنفه‌های ۸ و ۹)

 ۴

 ۳

 ۲

 ۱

آزمون ۲۰ مهر

α یکی از ریشه‌های معادله $4x^2 - 3x - 2 = 0$ است، بنابراین در خود

معادله صدق می‌کند.

$$4\alpha^2 - 3\alpha - 2 = 0 \Rightarrow 4\alpha^2 - 3\alpha = 2 \Rightarrow 8\alpha^2 - 6\alpha = 4 \quad (*)$$

$$8\alpha^2 - 7\alpha - \beta = 8\alpha^2 - 6\alpha - \alpha - \beta$$

 ۴

 ۳

 ۲

 ۱

آزمون ۲۰ مهر

ریشه‌های معادله جدید می‌باشند، مجموع و حاصل ضرب $\frac{\beta}{\alpha} + 1$ و $\frac{\alpha}{\beta} + 1$

آنها را به دست می‌آوریم و سپس معادله جدید را تشکیل می‌دهیم:

$$S' = \frac{\alpha}{\beta} + \frac{\beta}{\alpha} + 2 = \frac{\alpha^2 + \beta^2}{\alpha\beta} + 2 = \frac{(\alpha + \beta)^2 - 2\alpha\beta}{\alpha\beta} + 2$$

$$= \frac{(\alpha + \beta)^2}{\alpha\beta} - 2 + 2 = \frac{(\alpha + \beta)^2}{\alpha\beta}$$

$$P' = \left(\frac{\alpha}{\beta} + 1\right)\left(\frac{\beta}{\alpha} + 1\right) = \frac{\alpha}{\beta} + \frac{\beta}{\alpha} + 2 \Rightarrow P' = S'$$

از طرفی بنابر معادله داده شده داریم:

$$\left. \begin{array}{l} \alpha + \beta = 3 \\ \alpha\beta = 1 \end{array} \right\} \Rightarrow \frac{(\alpha + \beta)^2}{\alpha\beta} = \frac{3^2}{1} = 9 \Rightarrow S' = P' = 9$$

بنابراین، معادله به شکل زیر می‌تواند باشد:

$$x^2 - S'x + P' = 0 \Rightarrow x^2 - 9x + 9 = 0$$

(مسایان ۱- صفحه‌های ۸ و ۹)

۴

۳ ✓

۲

۱

برای آن که معادله درجه دوم، دارای ۲ ریشه حقیقی منفی باشد، باید شرایط زیر را داشته باشد:

$$۱) S < 0 \Rightarrow \frac{-4}{k+1} < 0 \Rightarrow k+1 > 0 \Rightarrow k > -1$$

$$۲) P > 0 \Rightarrow \frac{k-2}{k+1} > 0 \Rightarrow k > 2 \text{ یا } k < -1$$

$$۳) \Delta > 0 \Rightarrow 16 - 4(k+1)(k-2) > 0$$

۴

۳

۲

۱ ✓

آزمون ۲۰ مهر

با تغییر متغیر $t = 3x - x^2$ خواهیم داشت:

$$t^2 - 2t = 24 \Rightarrow t^2 - 2t - 24 = 0 \Rightarrow (t-6)(t+4) = 0 \Rightarrow t = 6, t = -4$$

$$\Rightarrow \begin{cases} x^2 - 3x = 6 \Rightarrow x^2 - 3x - 6 = 0 \Rightarrow \Delta > 0 \Rightarrow \text{جمع ریشه‌ها} = S = 3 \\ x^2 - 3x = -4 \Rightarrow x^2 - 3x + 4 = 0 \Rightarrow \Delta < 0 \text{ فاقد ریشه حقیقی} \end{cases}$$

بنابراین مجموع ریشه‌های حقیقی این معادله برابر با ۳ است.

(مسئله ۱- صفحه‌های ۱۰ تا ۱۳)

۴

۳ ✓

۲

۱

آزمون ۲۰ مهر

واسطه حسابی دو عدد مانند a و b برابر $\frac{a+b}{2}$ و واسطه هندسی

آن‌ها \sqrt{ab} است. بنابراین:

$$\frac{a+b}{2} = 2 \Rightarrow a+b = 4$$

$$\sqrt{ab} = 1 \Rightarrow ab = 1$$

حال که حاصل جمع ($S = 4$) و حاصل ضرب ($P = 1$) این دو عدد را به دست آورده‌ایم می‌توانیم معادله درجه دوم را تشکیل داده و تفاضل دو عدد مفروض را بیابیم.

$$x^2 - Sx + P = 0 \Rightarrow x^2 - 4x + 1 = 0$$

در معادله درجه دوم $a'x^2 + b'x + c' = 0$ ، قدرمطلق تفاضل

ریشه‌ها $\frac{\sqrt{\Delta}}{|a'|}$ می‌باشد. پس:

$$|a-b| = \frac{\sqrt{\Delta}}{|a'|} \Rightarrow |a-b| = \frac{\sqrt{12}}{1} = 2\sqrt{3}$$

(مسئله ۱- صفحه‌های ۸ تا ۱۳)

 ۴

 ۳

 ۲

 ۱

آزمون ۲۰ مهر

چون تابع درجه دوم نسبت به محور تقارن که همان طول رأس می باشد، متقارن است پس صفرهای تابع ۴، ۲ = x می باشد. ضابطه تابع درجه دوم $y = a(x-2)(x-4)$ است و از نقطه (۰، -۴) می گذرد.

$$-4 = a(0-2)(0-4) \Rightarrow a = -\frac{1}{2} \Rightarrow y = -\frac{1}{2}x^2 + 3x - 4$$

$$\text{ماکزیمم تابع} = -\frac{\Delta}{4a} = -\frac{9-4(-\frac{1}{2})(-4)}{4(-\frac{1}{2})} = \frac{1}{2}$$

(مسایان ۱- صفحه های ۱۰ تا ۱۲)

۴

۳

۲

۱ ✓

آزمون ۲۰ مهر

$$y = a(x-3)^2 + 5$$

$$y(0) = -4 \Rightarrow 9a + 5 = -4 \Rightarrow a = -1$$

$$y = -x^2 + 6x - 4$$

$$\text{معادله تقاطع: } -x^2 + 6x - 4 = 1 \Rightarrow -x^2 + 6x - 5 = 0 \Rightarrow \begin{cases} x=1 \\ x=5 \end{cases}$$

طول پاره خط جدا شده همان فاصله ریشه های معادله تقاطع می باشد.

$$\text{طول پاره خط} = 5 - 1 = 4$$

(مسایان ۱- صفحه های ۱۰ تا ۱۳)

۴

۳ ✓

۲

۱

آزمون ۲۰ مهر

چون $x=1$ صفر تابع f است، پس مقدار تابع در این نقطه برابر صفر است.

$$f(1) = 0 \Rightarrow 1 - 5 + m - 2 = 0 \Rightarrow m = 6$$

با جای گذاری $m = 6$ ، ضابطه تابع f را بر $x-1$ تقسیم می‌کنیم:

$$x^3 - 5x^2 + 6x - 2 = (x-1)(x^2 - 4x + 2)$$

پس α و β ریشه‌های معادله $x^2 - 4x + 2 = 0$ هستند، داریم:

$$\frac{\alpha}{\beta} + \frac{\beta}{\alpha} = \frac{\alpha^2 + \beta^2}{\alpha\beta} = \frac{S^2 - 2P}{P} = \frac{4^2 - 2(2)}{2} = 6$$

(مسئله ۱- صفحه‌های ۸ تا ۱۳)

۴

۳

۲

۱ ✓

آزمون ۲۰ مهر

$$S = \frac{\pi R^2 \alpha}{360^\circ} \Rightarrow 18 = \frac{3 \times R^2 \times 60^\circ}{360^\circ}$$

$$\Rightarrow R^2 = 36 \Rightarrow R = 6$$

$$AB \text{ طول کمان } L = \frac{\pi R \alpha}{180^\circ} = \frac{3 \times 6 \times 60^\circ}{180^\circ} = \frac{3 \times 6}{3} = 6$$

(هندسه ۲- صفحه‌های ۱۱ و ۱۲)

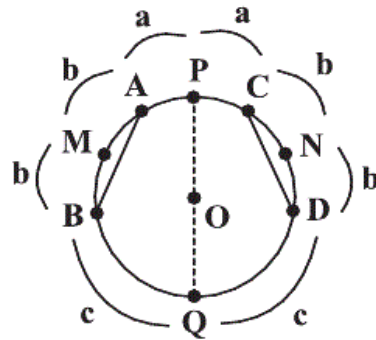
۴

۳

۲ ✓

۱

آزمون ۲۰ مهر



دو وتر AB و CD با هم برابرند پس کمان‌های نظیر آن‌ها نیز هم‌اندازه‌اند. با توجه به شکل، وتر PQ محیط دایره را به دو قسمت مساوی (که هر کدام شامل یک کمان a ، دو کمان b و یک کمان c است) تقسیم کرده، پس PQ قطر دایره است و گزاره «ب» درست است. از طرفی، قطر PQ از وسط کمان‌های محدود به وترهای BD و MN می‌گذرد. پس گزاره‌های «الف» و «ج» نیز درست هستند.

(هنر سه ۲- صفحه‌های ۱۰ تا ۱۴)

 ۴

 ۳

 ۲

 ۱

آزمون ۲۰ مهر

$$\left. \begin{array}{l} \hat{A} \Rightarrow \hat{A} = \frac{\widehat{DC}}{2} \text{ زاویه محاطی} \\ \hat{C} \Rightarrow \hat{C} = \frac{\widehat{CD}}{2} \text{ زاویه مرکزی} \end{array} \right\} \Rightarrow \hat{A} = \frac{\hat{C}}{2} \Rightarrow \hat{C} = 2\hat{A}$$

$$\Rightarrow 10\alpha + 20^\circ = 2(7\alpha - 10^\circ) \Rightarrow 10\alpha + 20^\circ = 14\alpha - 20^\circ$$

$$\Rightarrow 4\alpha = 40^\circ \Rightarrow \alpha = 10^\circ \Rightarrow \hat{A} = 6^\circ, \hat{C} = 12^\circ$$

$$\Rightarrow \widehat{BC} = \hat{B} = 180^\circ - \hat{C} = 168^\circ$$

(هنر سه ۲- صفحه‌های ۱۱ تا ۱۴)

 ۴

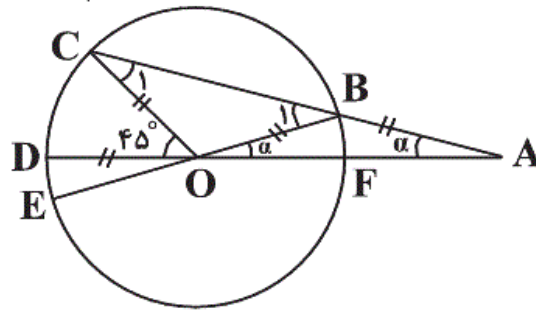
 ۳

 ۲

 ۱

آزمون ۲۰ مهر

(ابراهیم نفی)



(شعاع دایره) $AB \Rightarrow AB = OB$ نصف قطر دایره است

بنابراین مثلث OAB متساوی الساقین است و زاویه B_1 ، زاویه خارجی آن، برابر 2α است.

از طرفی $OB = OC$ و مثلث BOC متساوی الساقین است، در نتیجه:

$$\hat{B}_1 = \hat{C}_1 = 2\alpha$$

زاویه مرکزی COD برای مثلث OAC زاویه خارجی محسوب می شود، که برابر است با:

$$\hat{C}OD = \hat{A} + \hat{C}_1 = \alpha + 2\alpha = 3\alpha = 45^\circ$$

$$\Rightarrow \alpha = 15^\circ \Rightarrow \hat{B}_1 = 2\alpha = 30^\circ$$

$$\underline{\widehat{CE}} = 2\hat{B}_1 = 60^\circ$$

(هندسه ۲ - صفحه های ۱۱ تا ۱۴)

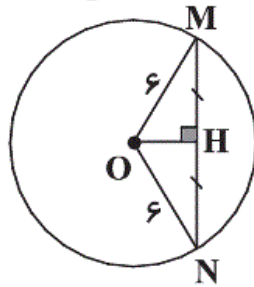
۴

۳ ✓

۲

۱

(علی فتح آبادی)



در مثلث متساوی الساقین OMN، ارتفاع OH، میانه و نیمساز نیز می باشد.

$$MH = NH = 3\sqrt{3}$$

$$OH^2 = 6^2 - (3\sqrt{3})^2 = 9 \Rightarrow OH = 3$$

در مثلث قائم الزاویه OMH، طول OH نصف وتر است. پس:

$$\hat{M} = 30^\circ$$

$$\hat{MOH} = 90^\circ - 30^\circ = 60^\circ$$

$$\xrightarrow{\text{OH نیمساز}} \hat{MON} = 120^\circ \Rightarrow \widehat{MN} = 120^\circ$$

$$\frac{\widehat{MN}}{360^\circ} = \frac{\text{طول MN}}{\text{محیط}} \Rightarrow \frac{120^\circ}{360^\circ} = \frac{\text{طول MN}}{2\pi \times 6}$$

$$\Rightarrow \widehat{MN} \text{ طول} = 4\pi$$

(هندسه ۲ - صفحه های ۱۲ و ۱۳)

۴

۳

۲

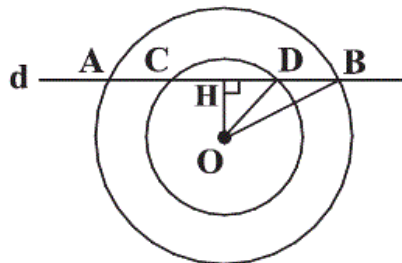
۱ ✓

آزمون ۲۰ مهر

$$OH^2 = OB^2 - HB^2 = 17^2 - 15^2 \Rightarrow OH^2 = 64 \Rightarrow OH = 8$$

$$HD^2 = OD^2 - OH^2 = 10^2 - 8^2 \Rightarrow HD^2 = 36 \Rightarrow HD = 6$$

$$CD = 2HD = 2 \times 6 = 12$$



نکته: قطر عمود بر وتر، آن وتر را نصف می کند.

(هندسه ۲ - صفحه های ۱۰ تا ۱۳)

۴

۳

۲ ✓

۱

آزمون ۲۰ مهر

همان‌طور که در متن صفحه ۹ کتاب درسی آمده، در بین همهٔ شکل‌های هندسی بسته با محیط ثابت، دایره دارای بیش‌ترین مساحت است. در نتیجه:

$$S = \pi r^2 = ۳۶ \Rightarrow r^2 = \frac{۳۶}{\pi} \Rightarrow r = \frac{۶}{\sqrt{\pi}}$$

حال از آنجایی که محیط هر یک از اشکال ثابت است، لذا پاسخ سوال همان محیط دایره است.

$$\text{محیط دایره} = ۲\pi r = ۲\pi \times \left(\frac{۶}{\sqrt{\pi}}\right) = ۱۲\sqrt{\pi}$$

(هندسه ۲- صفحه ۹)

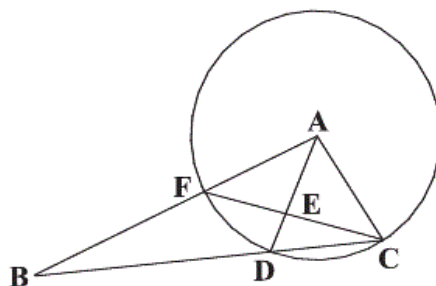
 ۴ ✓

 ۳

 ۲

 ۱

آزمون ۲۰ مهر



بنابر فرضیات سوال اگر به مرکز A و شعاع $AF = AD = AC$ دایره‌ای رسم کنیم، داریم:

$$\widehat{FAD} = \widehat{FD} \Rightarrow \widehat{FD} = ۷۰^\circ$$

$$\widehat{FCB} = \frac{\widehat{FD}}{۲} = \frac{۷۰^\circ}{۲} = ۳۵^\circ$$

حال:

(هندسه ۲- صفحه‌های ۱۰ تا ۱۴)

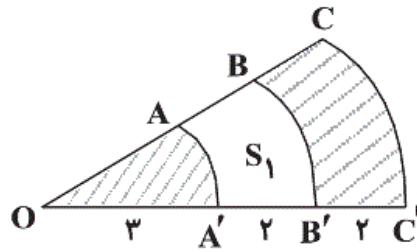
 ۴

 ۳ ✓

 ۲

 ۱

آزمون ۲۰ مهر



می‌دانیم مساحت قطاعی با زاویه α در دایره‌ای به شعاع r ، از

$$\text{رابطه } S = \frac{\pi r^2 \alpha}{360^\circ} \text{ به دست می‌آید. ابتدا } S_1 \text{ را به دست می‌آوریم:}$$

$$S_1 = S_{\text{BOB}'} - S_{\text{AOA}'}$$

$$\Rightarrow S_1 = \frac{\pi(2^2)(30^\circ)}{360^\circ} - \frac{\pi(3^2)(30^\circ)}{360^\circ} = \frac{4\pi}{3}$$

بنابراین مجموع مساحت قسمت‌های هاشور خورده برابر است با:

$$S_{\text{هاشور خورده}} = S_{\text{COC}'} - S_1$$

$$= \frac{\pi(7^2)(30^\circ)}{360^\circ} - \frac{4\pi}{3} = \frac{11\pi}{4} = 2/75\pi$$

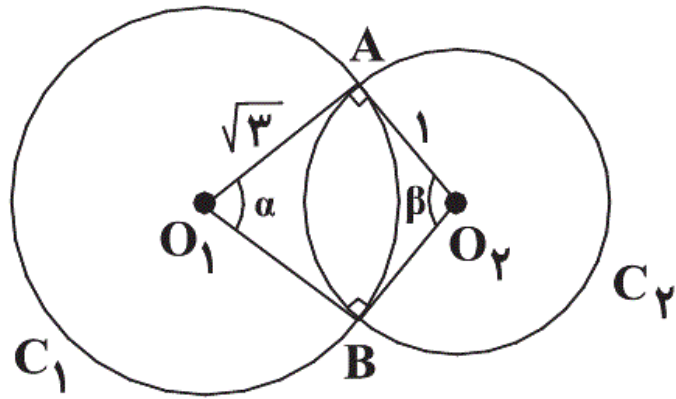
(هندسه ۲ - صفحه‌های ۱۰ تا ۱۲)

۴

۳

۲ ✓

۱



دو مثلث O_1AO_2 و O_1BO_2 به حالت تساوی سه ضلع، همنهشت

هستند و در نتیجه $O_1\hat{B}O_2 = O_1\hat{A}O_2 = 90^\circ$ داریم:

$$\alpha + \beta + 90^\circ + 90^\circ = 360^\circ \Rightarrow \alpha + \beta = 180^\circ$$

از طرفی در مثلث قائم‌الزاویه O_1AO_2 داریم:

$$\tan \frac{\alpha}{2} = \frac{1}{\sqrt{3}} \Rightarrow \frac{\alpha}{2} = 30^\circ \Rightarrow \begin{cases} \alpha = 60^\circ \\ \beta = 120^\circ \end{cases}$$

حال طول کمان \widehat{AB} در هر دو دایره را محاسبه می‌کنیم:

$$C_1 : \widehat{AB} = \pi \times \sqrt{3} \times \frac{60^\circ}{180^\circ} = \frac{\sqrt{3}}{3} \pi$$

$$C_2 : \widehat{AB} = \pi \times 1 \times \frac{120^\circ}{180^\circ} = \frac{2}{3} \pi$$

پس کمان مطلوب، کمان مربوط به دایره C_2 است.

(هندسه ۲ - صفحه‌های ۱۰ تا ۱۴)

 ۴

 ۳

 ۲

 ۱

به جمله خبری که در حال حاضر یا آینده، دارای ارزش درست یا نادرست باشد، گزاره گوئیم. گزینه‌های «۱» و «۳» گزاره هستند ولی ارزش گزینه «۱» درست نیست، زیرا عدد ۲ اول است ولی فرد نیست. جمله‌های پرسشی، امری و عاطفی (نشان دهنده احساسات) گزاره نیستند. گزینه «۲» جمله پرسشی و گزینه «۴» امری است.

(آمار و احتمال - صفحه‌های ۲ و ۳)

 ۴

 ۳

 ۲

 ۱

آزمون ۲۰ مهر

در گزینه «۲» تمامی اعداد صحیح مثبت در عبارت $\frac{|x|}{x} = 1$ صدق می‌کنند. بنابراین مجموعه جواب (S) با دامنه متغیر (D) برابر است.

بررسی سایر گزینه‌ها:

گزینه «۱»: $S = \mathbb{Z}^+$

گزینه «۳»: $S = \{-1\}$

گزینه «۴»: $S = \mathbb{Z}^+ \cup \{0\}$

(آمار و احتمال - صفحه‌های ۵ و ۶)

 ۴

 ۳

 ۲

 ۱

آزمون ۲۰ مهر

جدول ارزش برای سه گزاره به صورت زیر است:

p	q	r
د	د	د
د	د	ن
د	ن	د
د	ن	ن
ن	د	د
ن	د	ن
ن	ن	د
ن	ن	ن

که در این جدول نیمی از خانه‌ها ($3 \times 8 = 24$) یعنی $\frac{24}{2} = 12$

خانه، ارزش درست و ۱۲ خانه، ارزش نادرست دارند.

(آمار و احتمال - مشابه کار در کلاس صفحه ۴)

 ۴

 ۳

 ۲

 ۱

آزمون ۲۰ مهر

-۹۴

(ممد پورامدی)

ترکیب عطفی دو گزاره فقط وقتی درست است که ارزش هر دو گزاره

درست باشد، بنابراین با توجه به این که در گزینه «۴»، گزاره

$\left\{ \frac{1}{3}, \frac{2}{3}, \frac{3}{3}, \frac{4}{3} \right\}$ نادرست است، پس ترکیب عطفی دو گزاره نیز

نادرست می‌باشد.

(آمار و احتمال - صفحه‌های ۷ تا ۱۲)

 ۴

 ۳

 ۲

 ۱

آزمون ۲۰ مهر

آن عدد اول است \Rightarrow مربع عددی در تقسیم بر ۸ دارای باقیمانده ۱ باشد

$\underbrace{\hspace{15em}}_p$
 $\underbrace{\hspace{5em}}_q$

نقیض یک ترکیب شرطی به صورت زیر است:

$$\sim(p \Rightarrow q) \equiv \sim(\sim p \vee q) \equiv p \wedge \sim q$$

بنابراین گزینه «۲» پاسخ صحیح است.

(آمار و احتمال - صفحه‌های ۶ تا ۱۱)

 ۴

 ۳

 ۲

 ۱

آزمون ۲۰ مهر

با توجه به قوانین دموورگان و جذب داریم:

$$[\sim(q \vee \sim p)] \vee p \equiv (\sim q \wedge p) \vee p \equiv p$$

(آمار و احتمال - صفحه‌های ۶ تا ۱۳)

 ۴

 ۳

 ۲

 ۱

آزمون ۲۰ مهر

$$[(p \vee \sim q) \vee \sim r] \wedge (p \vee q) \wedge (p \vee r) \equiv$$

$$[(p \vee \sim q) \vee \sim r] \wedge [p \vee (q \wedge r)] \equiv$$

$$[p \vee (\sim q \vee \sim r)] \wedge [p \vee (q \wedge r)] \equiv$$

$$p \vee [(\sim q \vee \sim r) \wedge (q \wedge r)] \equiv$$

$$p \vee \underbrace{[\sim (q \wedge r) \wedge (q \wedge r)]}_F \equiv p \vee F \equiv p$$

(آمار و احتمال - صفحه‌های ۶ تا ۱۳)

۴

۳

۲

۱ ✓

آزمون ۲۰ مهر

-۹۸

(علی ارجمند)

توجه کنید که ارزش گزاره p چه درست باشد و چه غلط،
 $p \vee \sim p \equiv T$ خواهد بود. ارزش سایر گزینه‌ها بسته به ارزش گزاره‌های
 p ، q و r ، متغیر خواهد بود.

(آمار و احتمال - صفحه‌های ۶ و ۷)

۴ ✓

۳

۲

۱

آزمون ۲۰ مهر

-۹۹

(علی ارجمند)

گزاره $p \Rightarrow q$ هنگامی نادرست خواهد بود که p درست و q
 نادرست باشد. در این صورت ارزش گزاره‌های $(p \vee q)$ و $(p \wedge q)$
 به ترتیب درست و نادرست است و در نتیجه ارزش ترکیب شرطی
 $(p \vee q) \Rightarrow (p \wedge q)$ نیز نادرست می‌باشد. ارزش گزاره‌های گزینه‌های
 «۱» و «۲» و «۳» درست است.

(آمار و احتمال - صفحه‌های ۶ تا ۱۱)

۴ ✓

۳

۲

۱

-۱۰۰

(امیر هوشنگ فمسه)

ارزش p ، درست و ارزش q نادرست است، در نتیجه ارزش گزاره
 (الف) درست است. در حالت (ب)، اگر r نادرست باشد، گزاره
 $r \Rightarrow \sim r$ به انتفای مقدم درست است ولی در صورتی که r درست
 باشد، آن گاه $\sim r$ نادرست بوده و ارزش گزاره $r \Rightarrow \sim r$ ، نادرست
 است. در حالت (پ) چون r مشخص نیست و $\sim p$ گزاره‌ای نادرست
 است، پس ارزش $\sim p \vee r$ مشخص نیست و چون q نادرست است، لذا
 ارزش گزاره (پ) معلوم نمی‌شود.

(آمار و احتمال - صفحه‌های ۶ تا ۱۱)

۴

۳

۲

۱ ✓

-۱۰۱

(کتاب آبی)

با توجه به دامنه متغیر، مجموعه جواب گزاره‌نمای «الف»، \emptyset و مجموعه
 جواب گزاره‌نمای «پ»، مجموعه $\{1, 2, 3, 4\}$ است که هر دو متناهی
 هستند. اما مجموعه جواب گزاره‌نمای «ب»، مجموعه $\{1, 4, 9, \dots\}$ و
 مجموعه جواب گزاره‌نمای «ت»، مجموعه $\{2, 7, 12, \dots\}$ می‌باشد که
 هر دو نامتناهی هستند.

(آمار و احتمال - صفحه‌های ۵ و ۶)

۴

۳

۲ ✓

۱

مطابق جدول ارزش درستی گزاره‌ها، ارزش گزاره مورد نظر معادل ارزش

گزاره $p \wedge \sim q$ است.

p	q	$\sim q$	$p \wedge \sim q$
د	د	ن	ن
د	ن	د	د
ن	د	ن	ن
ن	ن	د	ن

(آمار و احتمال - صفحه‌های ۳ تا ۹)

 ۴

 ۳

 ۲

 ۱

آزمون ۲۰ مهر

چون ارزش گزاره $\sim p \wedge r$ درست است، پس ارزش هر دو گزاره $\sim p$

و r درست و در نتیجه ارزش p نادرست است. با توجه به نادرستی

ارزش گزاره p ، ارزش گزاره $p \vee q$ ، تنها در صورتی درست است که

ارزش q درست باشد.

(آمار و احتمال - صفحه‌های ۳ تا ۹)

 ۴

 ۳

 ۲

 ۱

آزمون ۲۰ مهر

p	q	$\sim p$	$p \wedge q$	$p \vee q$	$p \Rightarrow q$
د	د	ن	د	د	د
د	ن	ن	ن	د	ن
ن	د	د	ن	د	د
ن	ن	د	ن	ن	د

$p \Rightarrow (p \wedge q)$	$(p \vee q) \Rightarrow q$	$\sim p \vee q$	$\sim p \wedge q$
د	د	د	ن
ن	ن	ن	ن
د	د	د	د
د	د	د	ن

مطابق جدول ارزش گزاره‌ها، گزاره $\sim p \wedge q$ هم‌ارز منطقی با گزاره $p \Rightarrow q$ نیست.

(آمار و احتمال - صفحه‌های ۳ تا ۱۱)

۴ ✓

۳

۲

۱

آزمون ۲۰ مهر

گزاره شرطی $p \Rightarrow q$ معادل آن است که p شرط کافی برای q است.

همچنین این گزاره شرطی معادل آن است که q شرط لازم برای p

است. با توجه به آن که در این سوال، گزاره شرطی $p \Rightarrow q$ درست و

گزاره شرطی $q \Rightarrow p$ نادرست است، پس تنها جمله «الف» صحیح است.

(آمار و احتمال - صفحه ۹)

۴

۳

۲ ✓

۱

-۱۰۶

(کتاب آبی)

اگر گزاره p درست باشد، آن گاه گزاره $p \vee q$ نیز قطعاً درست است و در نتیجه ارزش گزاره شرطی $(p \vee q) \Rightarrow r$ تابع ارزش گزاره r است. در صورتی که r درست باشد، گزاره شرطی نیز دارای ارزش درست است و در صورتی که r نادرست باشد، ارزش گزاره شرطی نیز نادرست خواهد بود.

(آمار و احتمال - صفحه‌های ۷ تا ۱۱)

۴

۳ ✓

۲

۱

-۱۰۷

(کتاب آبی)

گزاره $p \Leftrightarrow q$ در صورتی درست است که ارزش دو گزاره p و q یکسان باشد. اما در صورتی که p و q هر دو درست یا هر دو نادرست باشند، آن گاه گزاره‌های $p \wedge \sim q$ و $q \wedge \sim p$ ، هر دو نادرست بوده و در نتیجه ترکیب فصلی آن‌ها نیز نادرست خواهد بود. بنابراین گزاره گزینه «۴» نمی‌تواند هم‌ارز منطقی با گزاره $p \Leftrightarrow q$ باشد.

(آمار و احتمال - صفحه‌های ۶ تا ۱۳)

۴ ✓

۳

۲

۱

$$(p \wedge q) \wedge \sim (p \vee q) \equiv (p \wedge q) \wedge (\sim p \wedge \sim q)$$

$$\equiv \underbrace{(p \wedge \sim p)}_F \wedge \underbrace{(q \wedge \sim q)}_F \equiv F$$

(آمار و احتمال - صفحه‌های ۶ تا ۹)

۴

۳

۲ ✓

۱

آزمون ۲۰ مهر

مطابق جدول ارزش گزاره‌ها داریم:

p	q	~ p	q ⇒ p	~ p ⇒ (q ⇒ p)
د	د	ن	د	د
د	ن	ن	د	د
ن	د	د	ن	ن
ن	ن	د	د	د

(آمار و احتمال - صفحه‌های ۴ تا ۱۱)

۴

۳

۲ ✓

۱

آزمون ۲۰ مهر

چون گزاره $r \Leftrightarrow q$ نادرست است، پس ارزش درستی گزاره‌های q و

r متفاوت است، یعنی ارزش یکی از این گزاره‌ها درست و دیگری

نادرست است. پس گزاره $q \vee r$ و در نتیجه گزاره $p \Rightarrow (q \vee r)$

همواره درست هستند.

(آمار و احتمال - صفحه‌های ۶ تا ۱۲)

۴

۳

۲

۱ ✓

آزمون ۲۰ مهر