



www.riazisara.ir سایت ویژه ریاضیات

درسنامه ها و جزوه های ریاضی

سوالات و پاسخنامه تشریحی کنکور

نمونه سوالات امتحانات ریاضی

نرم افزارهای ریاضیات

و...

(@riazisara)

ریاضی سرا در تلگرام:



<https://t.me/riazisara>

(@riazisara.ir)

ریاضی سرا در اینستاگرام:



<https://www.instagram.com/riazisara.ir>

ریاضی عمومی - ۱۰ سوال

۱- در یک جعبه شامل ۵ مداد سبزرنگ و ۷ مداد زردرنگ، ۲ مداد را به طور تصادفی، پشت سر هم و بدون جایگذاری از جعبه بیرون می آوریم. احتمال این که رنگ مدادها باهم متفاوت باشد، چه قدر است؟

$$\frac{35}{66} \quad (4)$$

$$\frac{35}{121} \quad (3)$$

$$\frac{35}{132} \quad (2)$$

$$\frac{35}{72} \quad (1)$$

آزمون ۲۰ مهر

۲- در پرتاب دو تاس با چه احتمالی مجموع دو عدد رو شده مضرب ۵ نیست؟

$$\frac{29}{36} \quad (4)$$

$$\frac{5}{6} \quad (3)$$

$$\frac{7}{12} \quad (2)$$

$$\frac{3}{4} \quad (1)$$

آزمون ۲۰ مهر

۳- احتمال این که شخصی دارای ناراحتی کلیه باشد، ۲۵٪ و احتمال آن که او ناراحتی قلبی داشته باشد، ۲۰٪ است. احتمال آن که فقط یکی از این دو ناراحتی را داشته باشد کدام است؟

۴۵٪ (۴)

۴۰٪ (۳)

۳۵٪ (۲)

۱۰٪ (۱)

آزمون ۲۰ مهر

۴- در کیسه‌ای ۶ مهره آبی و ۴ مهره قرمز وجود دارد. اگر در سه مرحله اقدام به برداشتن مهره از کیسه کنیم به‌طوریکه در مرحله اول، دو مهره، در مرحله دوم، سه مهره و در مرحله سوم، پنج مهره برداریم، با کدام احتمال همه مهره‌های قرمز در مرحله سوم از کیسه خارج می‌شوند؟

$$\frac{1}{42} \quad (4)$$

$$\frac{1}{21} \quad (3)$$

$$\frac{1}{14} \quad (2)$$

$$\frac{1}{7} \quad (1)$$

آزمون ۲۰ مهر

۵- در جدول زیر در دانشکده پزشکی، آمار دانشجویان دختر (G) و پسر (B) بر حسب رشته پزشکی (M) و دندانپزشکی (D) ارائه شده است. اگر رابطه $P(B | D) = P(M | G)$ برقرار باشد، تعداد دخترانی که در رشته پزشکی تحصیل می‌کنند، چقدر است؟

	دختر (G)	پسر (B)
پزشکی (M)	x	۷۵
دندانپزشکی (D)	۶۰	۴۵

(۱) ۳۶

(۲) ۴۵

(۳) ۶۰

(۴) ۷۵

آزمون ۲۰ مهر

۱۰۶- در یک حوض آب، تعداد ماهی‌های آبی رنگ، نصف تعداد ماهی‌های قرمز رنگ و دو تا کمتر از تعداد ماهی‌های سیاه است. اگر به تصادف دو ماهی را از آب بگیریم و بدانیم احتمال این‌که هر دو قرمز رنگ باشند با احتمال آنکه یکی به رنگ آبی و دیگری به رنگ سیاه باشد، برابر است، آن‌گاه اختلاف تعداد ماهی‌های قرمز و سیاه کدام است؟

- (۱) صفر (۲) ۱ (۳) ۲ (۴) ۳

آزمون ۲۰ مهر

۱۰۷- اگر بدانیم در مجموعه $A = \{1, 2, 3, 4, 5, \dots, n\}$ ، k عدد اول وجود دارد، در انتخاب ۲ عدد اول از این مجموعه چقدر احتمال دارد حاصل جمع آن‌ها عددی فرد باشد؟

- (۱) $\frac{2}{k-1}$ (۲) $\frac{2}{k}$ (۳) $\frac{2}{n-1}$ (۴) $\frac{2}{n}$

آزمون ۲۰ مهر

۱۰۸- اگر $P(A \cup B) = 0/9$ و $P(A \cap B) = 0/3$ باشد، مقدار $P((A \cup B) \cap (A' \cup B'))$ کدام است؟

- (۱) $\frac{3}{7}$ (۲) $\frac{4}{7}$ (۳) $\frac{6}{7}$ (۴) $\frac{3}{4}$

آزمون ۲۰ مهر

۱۰۹- در یک خانواده سه فرزندی احتمال آن‌که دو فرزندی که متولیاً به دنیا آمدده‌اند دارای RH یکسان نباشند، کدام است؟ (احتمال RH منفی ۰/۲ است.)

- (۱) ۰/۱۲ (۲) ۰/۲۴ (۳) ۰/۱۶ (۴) ۰/۳۲

آزمون ۲۰ مهر

۱۱۰- از هر ۴ پنالتی یک فوتبالیست، ۳ پنالتی آن گل می‌شود. به چه احتمالی از ۶ پنالتی او حداقل یک ضربه گل می‌شود؟

- (۱) $\frac{19}{4096}$ (۲) $\frac{21}{4096}$ (۳) $\frac{19}{2048}$ (۴) $\frac{21}{2048}$

آزمون ۲۰ مهر

ریاضی پایه - ۱۵ سوال

۱۱۱- روش جمع آوری داده‌ها در کدام گزینه با سایر گزینه‌ها متفاوت است؟

- (۱) تأثیر موسیقی بر میزان شیر گاوها
(۲) با زیاد کردن زمان مطالعه نتیجه امتحانات بهتر می‌شود.
(۳) میزان استفاده عابران از پل هوایی در ساعت‌های پر رفت و آمد
(۴) تغذیه مناسب در عملکرد ورزشکاران موثر است.

آزمون ۲۰ مهر

۱۱۲- برای انتخاب یک عدد تصادفی از بین اعداد $\{11, 12, 13, \dots, 25\}$ ماشین حساب عدد تصادفی $0/34$ را داده است. عدد انتخاب شده کدام است؟

- (۱) ۱۳ (۲) ۱۴ (۳) ۱۵ (۴) ۱۶

آزمون ۲۰ مهر

۱۱۳- برای محاسبه حجم یک مکعب، طول ضلع مکعب به صورت $L = 5 + E$ مدل سازی شده است. اگر مدل حجم مکعب باشد (از خطاهای کوچک صرف نظر کرده ایم)، حاصل $1 - 2k$ کدام است؟

۲۹ (۴)

۳۱ (۳)

۱۴۹ (۲)

۱۵۱ (۱)

آزمون ۲۰ مهر

۱۱۴- تعدادی داده را در ۸ دسته، با طول دسته برابر، دسته بندی کردند که مرکز دسته دوم برابر ۱۶ و مرکز دسته پنجم برابر ۲۲ باشد، در این صورت دامنه تغییرات داده ها چند است؟

۱۶ (۴)

۲۲ (۳)

۲۴ (۲)

۳۸ (۱)

آزمون ۲۰ مهر

۱۱۵- در یک دسته بندی بین داده های آماری که کوچک ترین و بزرگ ترین آن ها به ترتیب $2/15$ و $24/8$ است، کران پایین دسته سوم ۱۷ می باشد. مرکز دسته ششم کدام است؟ (طول دسته ها با یکدیگر برابر هستند).

۲۳ (۴)

۲۲/۴ (۳)

۲۱/۸ (۲)

۲۱/۲ (۱)

آزمون ۲۰ مهر

دسته ها	فراوانی مطلق	فراوانی نسبی	فراوانی با طول دسته های برابر به صورت مقابل
۱	۸	?	باشد، در این صورت درصد فراوانی نسبی دسته دوم کدام است؟
۲	۶	?	(۱) ۱۵%
۳	?	$\frac{3}{10}$	(۲) ۲۰%
۴	۷	?	(۳) ۲۵%
			(۴) ۳۰%

آزمون ۲۰ مهر

۱۱۷- ۸۰ داده آماری که کوچک ترین و بزرگ ترین آن ها به ترتیب ۱۳ و ۸۵ است را در ۶ دسته با طول مساوی طبقه بندی می کنیم که فراوانی نسبی دسته آخر $1/0$ است. اگر داده های ۱۷، ۳۴، ۴۱، ۵۲ و ۷۶ را از این داده ها حذف کنیم، فراوانی تجمعی دسته پنجم کدام است؟

۷۱ (۴)

۷۰ (۳)

۶۹ (۲)

۶۸ (۱)

آزمون ۲۰ مهر

۱۱۸- در دسته بندی داده های آماری در ۵ طبقه به طول ۴، مساحت زیر نمودار چندبر فراوانی با مساحت نمودار مستطیلی برابر است. فاصله نقاط اول و آخر نمودار چندبر فراوانی از هم کدام است؟

۲۸ (۴)

۲۴ (۳)

۲۰ (۲)

۱۸ (۱)

آزمون ۲۰ مهر

۱۱۹- در نمودار ساقه و برگ زیر، داده‌ها را در ۵ طبقه با طول دسته مساوی دسته‌بندی کرده‌ایم. اگر زاویه مربوط به دسته وسط در نمودار دایره‌ای برابر 72° باشد، حداقل مقدار a کدام است؟ (کلید نمودار: $12 = 2 = 1$)

ساقه	برگ						
۱	۲	۳	۴	۵	۸		(۱) صفر
۲	a	۳	۳	۵	۶	۷	(۱) ۲
۳	۱	۱	۲	۲			(۲) ۳

آزمون ۲۰ مهر

۱۲۰- در نمودار دایره‌ای زاویه مربوط به دسته سوم 54° است. اگر 10 داده جدید به دسته سوم اضافه کنیم، زاویه مربوط به این دسته 156° می‌شود. فراوانی مطلق دسته سوم قبل از اضافه کردن داده‌ها کدام است؟

- (۱) ۲ (۲) ۳ (۳) ۴ (۴) ۶

آزمون ۲۰ مهر

«۴- گزینه» ۱۰۱

(سینا نادری)

فرض کنید $P(A)$ احتمال این است که مداد زرد و $P(B)$ احتمال آن که

مداد سبز باشد. برای این‌که رنگ‌ها متفاوت باشد، می‌تواند ابتدا مداد اول

زرد و مداد دوم سبز باشد و یا مداد اول سبز و مداد دوم زرد باشد. در

این صورت داریم:

$$P(\text{همرنگ نبودن ۲ مداد}) = P(A)P(B|A) + P(B)P(A|B)$$

$$= \frac{7}{12} \times \frac{5}{11} + \frac{5}{12} \times \frac{7}{11} = \frac{35}{132} + \frac{35}{132} = \frac{70}{132} = \frac{35}{66}$$

(ریاضی عمومی، صفحه‌های ۸ تا ۱۴)

۳✓

۳

۲

۱

فضای نمونه‌ای $n(S) = 6 \times 6 = 36$ عضو دارد.

حالاتی که مجموع دو عدد رو شده، مضرب ۵ هستند را حساب می‌کنیم:

$$A = \{(1, 4), (2, 3), (3, 2), (4, 1), (4, 6), (5, 5), (6, 4)\} \Rightarrow n(A) = 7$$

$$n(A') = 36 - 7 = 29$$

پس:

$$P(A') = \frac{29}{36}$$

در نتیجه:

(ریاضی عمومی، صفحه‌های ۱ تا ۵)

۴ ✓

۳

۲

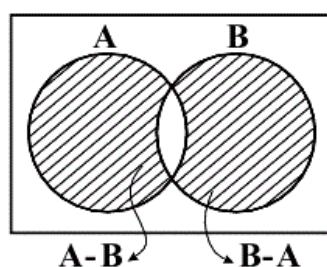
۱

آزمون ۲۰ مهر

پیشامد آن که فقط یکی از دو ناراحتی را داشته باشد یعنی ناراحتی کلیه

داشته باشد و ناراحتی قلبی نداشته باشد یا بالعکس. به عبارتی:

$$(A - B) \cup (B - A)$$



$$P((A - B) \cup (B - A)) = P(A - B) + P(B - A) - P(\overline{(A - B) \cap (B - A)})$$

$$= P(A) - P(A \cap B) + P(B) - P(A \cap B) \xrightarrow[P(A \cap B) = P(A) \times P(B)]{\text{مستقل}} B \text{ و } A$$

$$= \frac{25}{100} + \frac{20}{100} - 2\left(\frac{25}{100} \times \frac{20}{100}\right) = 0 / 35$$

(ریاضی عمومی، صفحه‌های ۱ تا ۸)

«۴- گزینه ۴»

(حسین فدائی)

وقتی قرار است همه مهره‌های قرمز در مرحله سوم از کیسه خارج شوند، در این صورت باید در مرحله اول و دوم حتماً مهره آبی از کیسه خارج شود.

بنابراین:

$$n(A) = \binom{6}{2} \times \binom{4}{3} = \frac{6 \times 5}{2} \times 4 = 60$$

$$n(S) = \binom{10}{2} \times \binom{8}{3} \times \binom{6}{5} = \frac{10 \times 9}{2} \times \frac{8 \times 7 \times 6}{6} \times 1 = 45 \times 56$$

$$\Rightarrow P(A) = \frac{n(A)}{n(S)} = \frac{60}{45 \times 56} = \frac{1}{42}$$

(ریاضی عمومی، صفحه‌های ۱ تا ۸)

 ۴ ✓ ۳ ۲ ۱

$$\Rightarrow \frac{45}{105} = \frac{x}{x+60} \Rightarrow \frac{3}{7} = \frac{x}{x+60} \Rightarrow 3x + 180 = 7x$$

$$\Rightarrow 4x = 180 \Rightarrow x = 45$$

پس تعداد دخترانی که در رشته پزشکی تحصیل می‌کنند، $x = 45$ نفر است.

(ریاضی عمومی، صفحه‌های ۸ تا ۱۱)

 ۴ ۳ ۲ ✓ ۱

اگر تعداد ماهی‌های آبی رنگ را m فرض کنیم، آن‌گاه تعداد ماهی‌های

قرمز و سیاه، به ترتیب برابر با $2m$ و $m+2$ خواهد بود. داریم:

(یک ماهی آبی و یک ماهی سیاه) $P =$ (هر دو ماهی قرمز)

$$\Rightarrow \frac{\binom{2m}{2}}{\binom{4m+2}{2}} = \frac{\binom{m}{1} \binom{m+2}{1}}{\binom{4m+2}{2}} \Rightarrow \frac{(2m)(2m-1)}{2} = (m)(m+2)$$

$$\Rightarrow 2m-1 = m+2 \Rightarrow m=3$$

$$(2m) - (m+2) = 6 - 5 = 1$$

درنتیجه:

(ریاضی عمومی، صفحه‌های ۱ تا ۸)

 ۱ ۲ ۳ ۴

آزمون ۲۰ مهر

$$n(A) = \binom{k-1}{1} = k-1$$

$$n(S) = \binom{k}{2} = \frac{k(k-1)}{2}$$

$$P(A) = \frac{n(A)}{n(S)} = \frac{k-1}{\frac{k(k-1)}{2}} = \frac{2}{k}$$

(ریاضی عمومی، صفحه‌های ۱ تا ۸)

 ۱ ۲ ۳ ۴

آزمون ۲۰ مهر

طبق رابطه دمورگان داریم:

$$A' \cup B' = (A \cap B)'$$

$$\begin{aligned} P((A \cup B) | (A \cap B)') &= \frac{P((A \cup B) \cap (A \cap B)')}{P((A \cap B)')} \\ &= \frac{P((A \cup B) - (A \cap B))}{1 - P(A \cap B)} \end{aligned}$$

چون $A \cap B \subseteq A \cup B$ است، بنابراین:

$$P((A \cup B) - (A \cap B)) = P(A \cup B) - P(A \cap B)$$

$$\Rightarrow \frac{P(A \cup B) - P(A \cap B)}{1 - P(A \cap B)} = \frac{0/6 - 0/3}{1 - 0/3} = \frac{0/6}{0/7} = \frac{6}{7}$$

(ریاضی عمومی، صفحه‌های ۱ تا ۸)

۴

۳✓

۲

۱

آزمون ۲۰ مهر

برای آنکه شرط مسئله برقرار باشد، باید یکی از دو حالت زیر برای RH

فرزنده رخ دهد:

حالت اول: $(+, -, +) \Rightarrow 0/8 \times 0/2 \times 0/8$

حالت دوم: $(-, +, -) \Rightarrow 0/2 \times 0/8 \times 0/2$

$$= احتمال مورد نظر = (0/8)^2 (0/2) + (0/2)^2 (0/8)$$

$$= (0/8)(0/2)(0/8 + 0/2) = 0/16$$

(ریاضی عمومی، صفحه‌های ۱ تا ۱۴)

۴

۳✓

۲

۱

آزمون ۲۰ مهر

بنابر قانون احتمال توزیع دو جمله‌ای داریم:

$$P(x = r) = \binom{n}{r} (p)^r (1-p)^{n-r}$$

هیچ ضربه‌ای گل نشود یا یک ضربه گل شود = حداکثر یک ضربه گل نشود

$$\Rightarrow \binom{6}{1} \left(\frac{3}{4}\right)^1 \left(\frac{1}{4}\right)^5 + \binom{6}{0} \left(\frac{3}{4}\right)^0 \left(\frac{1}{4}\right)^6 = \frac{18}{4^6} + \frac{1}{4^6} = \frac{19}{4096}$$

(ریاضی عمومی، صفحه‌های ۱۹ تا ۲۱)

۴ ✓

۳

۲

۱

آزمون ۲۰ مهر

داده‌های موارد گزینه‌های «۱»، «۲» و «۴» به روش آزمایش جمع‌آوری

می‌شود، اما در گزینه «۳» روش جمع‌آوری داده‌ها، مشاهده و ثبت وقایع است.

(آمار و مدل‌سازی، پامعه و نمونه، صفحه‌های ۲۷ تا ۳۱)

۴

۳ ✓

۲

۱

آزمون ۲۰ مهر

اندازه جامعه برابر است با:

$$(25-11)+1=15$$

عدد تصادفی ماشین حساب را در ۱۵ ضرب می‌کنیم:

$$0 / ۳۴ \times 15 = ۵ / ۱$$

قسمت اعشاری را حذف می‌کنیم و سپس عدد ۱۱ را به آن اضافه می‌کنیم:

$$5 / 1 \Rightarrow 5+11=16$$

(آمار و مدل‌سازی، جامعه و نمونه، صفحه‌های ۲۶ تا ۲۴)

۴ ✓

۳

۲

۱

آزمون ۲۰ مهر

از خطاهای $15E^2$ و E^3 صرف نظر می‌کنیم. بنابراین:

$$\Rightarrow 2k-1=150-1=149$$

(آمار و مدل‌سازی، اندازه‌گیری و مدل‌سازی، صفحه‌های ۷ تا ۱۳)

۴

۳

۲ ✓

۱

آزمون ۲۰ مهر

(رهیم مشتاق نظم)

۱۱۴ - گزینه «۴»

اگر a_n مرکز دسته n باشد در این صورت $\frac{a_n - a_m}{n - m}$ = طول دسته‌ها،

$\frac{22-16}{5-2} = \frac{6}{3} = 2$ پس:

از طرفی:

$16 = 2 \times 8 = \frac{\text{دامنه تغییرات}}{\text{تعداد دسته ها}}$ = طول دسته‌ها

(آمار و مدل‌سازی، دسته‌بندی داده و پدول فراوانی، صفحه‌های ۴۳ تا ۵۲)

۴ ✓

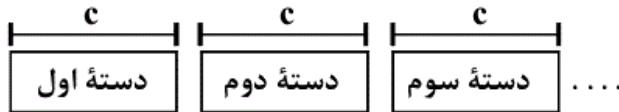
۳

۲

۱

آزمون ۲۰ مهر

دامنه تغییرات برابر $15/2 = 9/6 = 24/8$ است. از طرفی می‌دانیم کران پایین دسته سوم، کران بالای دسته دوم می‌باشد. پس اگر طول هر دسته را فرض کنیم، داریم:



$$15/2 + 2c = 17/6 \Rightarrow c = 1/2$$

بنابراین مرکز دسته اول برابر است با:

$$15/2 + (0/6) = 15/8 = \text{مرکز دسته ششم}$$

(آمار و مدل‌سازی، دسته‌بندی داده‌ها و جدول فراوانی، صفحه‌های ۴۳ تا ۵۲)

۴

۳

۲✓

۱

آزمون ۲۰ مهر

فرض کنیم f_3 فراوانی مطلق دسته سوم باشد در این صورت خواهیم داشت:

$$\frac{f_3}{8+6+f_3+7} = \frac{3}{10} \Rightarrow 10f_3 = 63 + 3f_3 \Rightarrow 7f_3 = 63 \Rightarrow f_3 = 9$$

بنابراین فراوانی کل یا مجموع فراوانی‌ها برابر ۳۰ خواهد بود. پس:

$$\frac{6}{30} \times 100 = \frac{600}{30} = 20 = \text{درصد فراوانی نسبی دسته دوم}$$

(آمار و مدل‌سازی، دسته‌بندی داده‌ها و جدول فراوانی، صفحه‌های ۵۳ تا ۶۲)

۴

۳

۲✓

۱

آزمون ۲۰ مهر

$$R = \max - \min = 85 - 13 = 72$$

$$C = \frac{R}{k} = \frac{72}{6} = 12 \Rightarrow \text{دسته آخر } [73, 85]$$

$$\frac{\text{فراوانی مطلق}}{\text{کل}} = \frac{\text{فراوانی نسبی}}{\text{کل}}$$

$$\Rightarrow 0/1 = \frac{\text{فراوانی مطلق}}{80} \Rightarrow 8 = \text{فراوانی مطلق دسته ششم}$$

پس فراوانی تجمعی دسته پنجم برابر با $72 - 8 = 64$ است.

از بین اعداد حذف شده، چهار عدد ۱۷، ۳۴، ۴۱ و ۵۲ کوچکتر از ۷۳ (کران

پایین دسته ششم) هستند، پس فراوانی تجمعی دسته پنجم در حالت جدید

$$72 - 4 = 68$$

برابر است با:

(آمار و مدل‌سازی، دسته‌بندی داده‌ها و جدول فراوانی، صفحه‌های ۶۲ تا ۶۴)

۴

۳

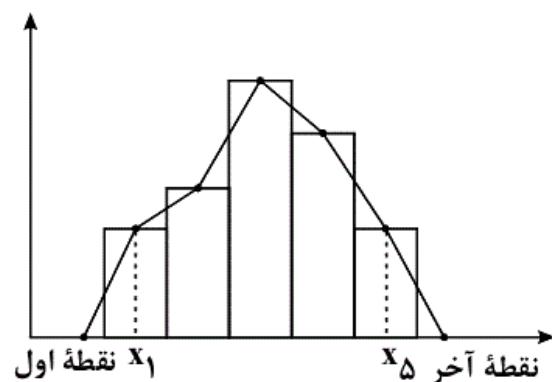
۲

۱ ✓

آزمون ۲۰ مهر

با توجه به فرض سؤال می‌توان نتیجه گرفت که نمودار چندبر فراوانی

تکمیل شده است و مشابه حالت رسم شده خواهد بود:



حال از آنجایی که فاصله x_1 تا x_5 ، چهار تا طول دسته‌هاست و از دو

طرف به اندازه C اضافه می‌شود، پس فاصله مدنظر برابر است با:

$$4C + C + C = 6C = 6 \times (4) = 24$$

(آمار و مدل‌سازی، نمودارها و تحلیل داده‌ها، صفحه‌های ۷۷ تا ۹۱)

۴

۳ ✓

۲

۱

آزمون ۲۰ مهر

زاویه مربوط به دسته وسط (دسته سوم) در نمودار دایره‌ای برابر 72° است،

بنابراین:

$$\frac{\text{تعداد داده‌های دسته سوم}}{\text{تعداد کل داده‌ها}} \times 360^\circ = 72^\circ \Rightarrow \frac{f}{15} = \frac{1}{5} \Rightarrow f = 3$$

با توجه به دامنه تغییرات $(32 - 12 = 20)$ و تعداد دسته‌ها (5) ، طول

دسته‌ها و دسته وسط برابر است با:

$$\text{طول دسته} = \frac{20}{5} = 4$$

$[20, 24)$ = دسته وسط

با توجه به آن که تعداد داده‌های دسته وسط برابر با 3 است، کمترین مقدار

a برابر صفر است.

(آمار و مدل‌سازی، نمودارها و تحلیل داده‌ها، صفحه‌های ۹۲ تا ۱۰۳)

۴

۳

۲

۱ ✓

آزمون ۲۰ مهر

اگر تعداد کل داده‌ها را n در نظر بگیریم، طبق فرض داریم:

$$\begin{cases} \frac{f_3}{n} = \frac{54^\circ}{360^\circ} = \frac{3}{20} \\ \frac{f_3 + 10}{n + 10} = \frac{156^\circ}{360^\circ} = \frac{26}{60} \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} 20f_3 = 3n \\ 60f_3 + 600 = 26n + 260 \end{cases}$$

$$\Rightarrow 6n + 600 = 26n + 260 \Rightarrow n = 20$$

$$\frac{f_3}{20} = \frac{54^\circ}{360^\circ} \Rightarrow f_3 = 3$$

در نتیجه:

(آمار و مدل‌سازی، نمودارها و تحلیل داده‌ها، صفحه‌های ۹۳ تا ۹۵)

 ۱ ۲ ۳ ۴

آزمون ۲۰ مهر