



سایت ویژه ریاضیات www.riazisara.ir

درسنامه ها و جزوه های ریاضی

سوالات و پاسخنامه تشریحی کنکور

نمونه سوالات امتحانات ریاضی

نرم افزارهای ریاضیات

...

(@riazisara)

ریاضی سرا در تلگرام:



<https://t.me/riazisara>

(@riazisara.ir) ریاضی سرا در اینستاگرام:



<https://www.instagram.com/riazisara.ir>

دیفرانسیل و انتگرال - ۲۰ سوال

۸۱- اگر مجموعه $\{2\} - (a, b)$ یک همسایگی محذوف متقارن به صورت $3 < |x - \alpha| < 6$ باشد، آنگاه $a + b$ کدام است؟

(۱) ۶

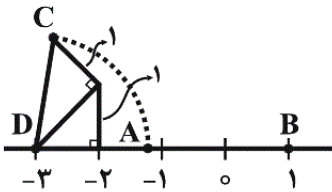
(۲) -۴

(۴) ۴

(۳) -۶

آزمون ۲۰ مهر

۸۲- در شکل مقابل، اگر کمانی از دایره به مرکز D باشد، طول AB کدام است؟



(۲) $3 + \sqrt{3}$

(۱) $2 + \sqrt{3}$

(۴) $4 - \sqrt{3}$

(۳) $3 - \sqrt{3}$

آزمون ۲۰ مهر

۸۳- تابع $f: \mathbb{R}^2 \rightarrow \mathbb{R}$ تعریف شده است. چه تعداد از موارد زیر در مورد این تابع صحیح نمی‌باشد؟

الف) برای هر x و y حقیقی، $f(x, y) = f(y, x)$.

ب) عضوی حقیقی مانند y وجود دارد، به طوری که به ازای هر x حقیقی: $f(x, y) = x$.

پ) برای هر سه عدد حقیقی x ، y و z اگر $f(x, y) = f(y, z)$ ، آنگاه $x = z$.

ت) برای هر سه عدد حقیقی x ، y و z ، $f(x, y) + z = f(x, z) + y$.

(۲) ۱

(۱) صفر

(۴) ۴

(۳) ۳

آزمون ۲۰ مهر

۸۴- حاصل عبارت $A = (\sqrt{2} + 1)^5 - \frac{(\sqrt{2} + 1)^2}{(\sqrt{2} - 1)^2} + \frac{\sqrt{2} + 1}{\sqrt{2} - 1} - 3$ کدام است؟

- (۱) $1 + \sqrt{2}$ (۲) $\sqrt{2} - 1$
 (۳) 3 (۴) $2\sqrt{2}$

آزمون ۲۰ مهر

۸۵- اگر از رابطه $a < b$ نتیجه شود $\frac{1}{a} > \frac{1}{b}$ ، کدام رابطه درست خواهد بود؟

- (۱) $a(2a + 3b) > 0$ (۲) $a(a - 3b) < 0$
 (۳) $b(3a - b) > 0$ (۴) $b(3b - a) < 0$

آزمون ۲۰ مهر

۸۶- اگر $a < x < b$ و $a < 0 < b$ ، کدام مورد درست است؟

- (۱) $|a| < |x| < |b|$ (۲) $|b| < |x| < |a|$
 (۳) $0 \leq |x| < \max\{|a|, |b|\}$ (۴) $\frac{1}{a} > \frac{1}{b}$

آزمون ۲۰ مهر

۸۷- معادله $\left(\frac{9 - 4\sqrt{2}}{49}\right)^x + (1 + 2\sqrt{2})^{2x} = \frac{3}{2}$ چند جواب حقیقی دارد؟

- (۱) ۱ (۲) ۲
 (۳) صفر (۴) بی شمار

آزمون ۲۰ مهر

۸۸- اگر x عدد گویای غیرطبیعی باشد، عبارت $([-x] + [x])^2$ چند مقدار می تواند بپذیرد؟ ($[]$ ، نماد جزء صحیح است).

- (۱) صفر (۲) ۱
 (۳) ۲ (۴) ۳

آزمون ۲۰ مهر

۸۹- کدام گزینه برابر با کسر $\frac{۱۳۹۸۱۳۹۸}{۹۹۹۹۰۰۰۰}$ می باشد؟

- (۱) $۰/۱۳۹۸۲۷۹۴$ (۲) $۰/۱۳۹۸۲۷۹۶$
 (۳) $۰/۱۳۹۸۲۷۹۸$ (۴) $۰/۱۳۹۸۲۸۰۰$

آزمون ۲۰ مهر

۹۰- اگر $۰/۱۳ = \frac{a}{۱۶} + \frac{a}{۱۶^2} + \frac{a}{۱۶^3} + \dots$ باشد، کدام است؟

- (۱) ۲ (۲) ۳ (۳) ۴ (۴) ۱

آزمون ۲۰ مهر

۹۱- اگر b یک عدد طبیعی یک رقمی باشد و $\frac{۷}{۳۳} + \frac{۰}{۲b} = \frac{۰}{b5}$ ، حاصل $\left[\frac{b+۱۰}{b+۳} \right]$ کدام است؟ ([]، نماد جزء صحیح است.)

- (۱) ۱ (۲) ۲ (۳) ۳ (۴) ۴

آزمون ۲۰ مهر

۹۲- اگر a و b اعداد گویایی باشند به طوری که $b = \sqrt{۶-۴\sqrt{۲}} + \sqrt{۲}a$ ، حاصل ab کدام است؟

- (۱) -۱ (۲) ۱ (۳) ۲ (۴) $\frac{۱}{۲}$

آزمون ۲۰ مهر

۹۳- کدام عدد گنگ است؟

- (۱) $\sqrt{۰/۰۰۶۴}$ (۲) $۴/۱۲۳۴۴۴\dots$
 (۳) $\frac{\sqrt{۵}-۱}{\sqrt{۵}+۱}$ (۴) $\log_{\sqrt{۲}}^{\sqrt[۴]{۸۱}}$

آزمون ۲۰ مهر

۹۴- مجموعه جواب نامعادله $\frac{5}{x-1} + \frac{2}{x} < 0$ به ازای x های مثبت، بازه (A, B) است. حاصل $[B + A]$ کدام است؟ ()، نماد جزء

صحیح است.)

۱ (۱)

۲ (۲)

۳ (۳)

۴ (۴)

آزمون ۲۰ مهر

۹۵- اگر $A_n = \left(\frac{1}{n}, \frac{3}{n}\right)$ ، آن گاه حاصل $\bigcup_{n=1}^{\infty} A_n$ کدام است؟ ($n \in \mathbb{N}$)

۱ (۱,۳)

۲ (۰,۳)

۳ (۰,۳) - {۱}

۴ (۰,۳) - {۱,۲}

آزمون ۲۰ مهر

۹۶- محدوده a کدام باشد تا معادله $\|x^2 - 9\| - a = 0$ حداکثر تعداد ریشه را داشته باشد؟

۱ $a < 9$

۲ $a < 0$

۳ $0 < a \leq 9$

۴ $0 < a < 9$

آزمون ۲۰ مهر

۹۷- اگر نامعادله $|a^2 - b| < |a^2 - b|$ همواره برقرار باشد، حاصل $\sqrt[3]{b^2}$ کدام است؟

۱ $\sqrt[3]{b^2}$

۲ $-\sqrt[3]{b}$

۳ $\sqrt[3]{b^3}$

۴ $-\sqrt[3]{b^3}$

آزمون ۲۰ مهر

۹۸- اعدادی که بزرگتر یا مساوی ۳ باشند و دو برابر فاصله آن‌ها از عدد ۳، کم‌تر از ۲ و بیشتر از ۴ واحد نباشد، متناظر با کدام بازه

است؟

۱ $[3, 5]$

۲ $(3, 5)$

۳ $(4, 5)$

۴ $[4, 5]$

۹۹- کدام بازه، جواب دستگاه نامعادلات $\begin{cases} 3x + |x+2| > 4 \\ |x+2| < 3 \end{cases}$ است؟

(۱) $(\frac{1}{2}, +\infty)$ (۲) $(\frac{1}{2}, 1)$

(۳) $(-\frac{5}{2}, \frac{1}{2})$ (۴) $(3, +\infty)$

۱۰۰- مساحت سطح محصور بین نمودار $y_1 = |x-1| + |x-2|$ و خط $y_2 = x$ کدام است؟

(۱) ۲ (۲) $\frac{2}{3}$

(۳) ۱ (۴) $\frac{1}{2}$

هندسه‌ی تحلیلی - ۱۰ سوال

۱۱۱- فاصله نقطه $A = (a-1, a, a)$ از مبدأ مختصات برابر ۳ است. فاصله A از محور x ها کدام می‌تواند باشد؟

(۱) $\sqrt{5}$ (۲) $2\sqrt{2}$

(۳) $\sqrt{3}$ (۴) ۲

۱۱۲- اگر M و N به ترتیب قرینه نقطه $A = (3, -4, -2)$ نسبت به صفحه xz و محور x ها باشند، فاصله وسط MN تا مبدأ

مختصات کدام است؟

(۱) ۵ (۲) $2\sqrt{5}$

(۳) $\sqrt{13}$ (۴) $\sqrt{29}$

۱۱۳- نقاط $A = (1, -3, -1)$ و $B = (1, 0, 2)$ مفروض اند. اگر $\overrightarrow{AM} = 2\overrightarrow{MB}$ ، آنگاه مختصات نقطه M کدام است؟

(۱) $(-1, 1, 1)$

(۲) $(-1, -1, 1)$

(۳) $(1, -1, 1)$

(۴) $(1, -1, -1)$

آزمون ۲۰ مهر

۱۱۴- اگر دو بردار $a = (m, 1, -6)$ و $b = (3, m+1, 5)$ ، اندازه‌های برابر داشته باشند، کدام بردار نیمساز زاویه بین دو بردار a و b

است؟

(۱) $(3, 4, -1)$

(۲) $(-3, 4, -1)$

(۳) $(4, 3, 1)$

(۴) $(4, 3, -1)$

آزمون ۲۰ مهر

۱۱۵- بردار a به طول $\sqrt{6}$ واحد و با مؤلفه‌های مثبت مفروض است. اگر $e_a = \left(\frac{\sqrt{2}}{2}, \frac{\sqrt{3}}{3}, m\right)$ باشد، بردار a کدام است؟

(۱) $(\sqrt{2}, \sqrt{3}, 1)$

(۲) $(2, 1, 1)$

(۳) $(\sqrt{3}, \sqrt{2}, 1)$

(۴) $(1, 2, 1)$

آزمون ۲۰ مهر

۱۱۶- فرض کنید $a'' = (-2, 3, -1)$ قرینه بردار $a = (2, 1, -3)$ نسبت به امتداد بردار b است. اگر $|b| = \sqrt{2}$ ، بردار b کدام می‌تواند

باشد؟

(۱) $(1, 0, 1)$

(۲) $(0, 1, 1)$

(۳) $(1, -1, 0)$

(۴) $(0, 1, -1)$

آزمون ۲۰ مهر

۱۱۷- نقاط A ، B و C روی دایره‌ای به مرکز O و شعاع ۲ طوری قرار دارند که کمان‌های AB ، BC و CA مساوی‌اند. حاصل

عبارت $x = \overrightarrow{OA} \cdot \overrightarrow{OB} + \overrightarrow{OB} \cdot \overrightarrow{OC} + \overrightarrow{OC} \cdot \overrightarrow{OA}$ کدام است؟

(۱) -3

(۲) -4

(۳) -6

(۴) -8

۱۱۸- در متوازی‌الاضلاعی که بر بردارهای $a = 2i + 3j + 4k$ و $b = 5i + 2k$ بنا می‌شود، زاویه بین قطرهای کدام است؟

(۲) 60°

(۱) 90°

(۴) 30°

(۳) 45°

۱۱۹- دو بردار $a = 3i - j + 2k$, $b = i + j - 2k$ مفروض‌اند. طول تصویر قائم بردار a روی ضلع سوم مثلثی که بر روی این دو بردار

بنا می‌شود، کدام است؟

(۲) $\frac{\sqrt{6}}{6}$

(۱) $\frac{6\sqrt{5}}{3}$

(۴) $\frac{3\sqrt{6}}{3}$

(۳) $\frac{4\sqrt{6}}{3}$

۱۲۰- زاویهٔ کدام بردار با جهت مثبت محور x ها بزرگ‌تر است؟

(۲) $(1, 4, 3)$

(۱) $(2, 3, -1)$

(۴) $(-2, 2, 1)$

(۳) $(0, 3, 4)$

ریاضیات گسسته - ۱۰ سوال

۱۲۱- تعداد زیرمجموعه‌های ۵ عضوی یک مجموعه، با تعداد زیرمجموعه‌های ۶ عضوی آن برابر است. این مجموعه چند زیرمجموعهٔ ۲

عضوی دارد؟

(۲) ۴۵

(۱) ۱۱

(۴) ۱۱۰

(۳) ۵۵

۱۲۲- یک عدد سه رقمی را متقارن می‌نامیم، اگر رقم‌های یکان و صدگان آن برابر باشند. چند عدد سه رقمی متقارن وجود دارد؟

۹۰ (۱)

۱۰۰ (۲)

۱۲۰ (۳)

۱۸۰ (۴)

آزمون ۲۰ مهر

۱۲۳- یک سیب، یک گلابی و یک پرتقال را به چند طریق می‌توان بین ۱۰ نفر توزیع کرد؟

۳۱۰ (۱)

۱۰۳ (۲)

$P(10, 3)$ (۳)

$C(10, 3)$ (۴)

آزمون ۲۰ مهر

۱۲۴- در چند زیرمجموعه از مجموعه اعداد طبیعی یک رقمی، حداقل یک عدد اول وجود دارد؟

۴۸۰ (۱)

۲۴۰ (۲)

۶۴ (۳)

۱۶ (۴)

آزمون ۲۰ مهر

۱۲۵- از میان ۷ کشتی‌گیر و ۵ وزنه‌بردار، به چند روش می‌توان ۳ نفر انتخاب کرد که شامل کشتی‌گیر a و فاقد وزنه‌بردار b باشد؟

۳۰ (۱)

۳۶ (۲)

۳۹ (۳)

۴۵ (۴)

آزمون ۲۰ مهر

۱۲۶- با ارقام ۱، ۳، ۴، ۶ و ۷، چند عدد ۳ رقمی کم‌تر از ۶۰۰ می‌توان ساخت به طوری که تکرار ارقام مجاز نباشد؟

۲۴ (۱)

۳۶ (۲)

۷۲ (۳)

۱۲۰ (۴)

آزمون ۲۰ مهر

۱۲۷- ۴ دانش آموز رشته ریاضی و ۴ دانش آموز رشته تجربی به چند طریق می توانند ۴ گروه دو نفری A، B، C و D تشکیل دهند.

به گونه ای که در هر گروه حتماً یک دانش آموز از هر رشته حضور داشته باشد؟

$$4!(1) \quad 8!(2)$$

$$4 \times 4!(3) \quad (4!)^2(4)$$

آزمون ۲۰ مهر

۱۲۸- یک سوم زیرمجموعه های ۴ عضوی مجموعه $\{1, 2, \dots, n\}$ ، عدد ۷ را دارند. مقدار n کدام است؟

$$24(1) \quad 20(2)$$

$$12(3) \quad 10(4)$$

آزمون ۲۰ مهر

۱۲۹- ۴ خانواده هر یک شامل یک زن و شوهر و یک بچه به چند طریق می توانند دور یک میز بنشینند به طوری که تمامی بچه ها بین

والدین خود باشند؟ (اعضای هر خانواده دقیقاً در صندلی های مجاور هم می نشینند)

$$96(1) \quad 576(2)$$

$$144(3) \quad 288(4)$$

آزمون ۲۰ مهر

۱۳۰- در چند جایگشت از حروف کلمه **logarithm**، هیچ دو حرف صداداری مجاور یکدیگر نیستند؟

$$10 \times 7!(1) \quad 20 \times 7!(2)$$

$$30 \times 7!(3) \quad 40 \times 7!(4)$$

آزمون ۲۰ مهر

ریاضی پایه - ۱۰ سوال

۱۰۱- اگر ده جمله اول دنباله $a_n = \frac{n+1}{n^2+8}$ را حذف کنیم، کدام دنباله حاصل می شود؟

$$b_n = \frac{n-11}{n^2+20n+108} \quad (2)$$

$$b_n = \frac{n-11}{n^2-20n-108} \quad (1)$$

$$b_n = \frac{n+11}{n^2+20n+108} \quad (4)$$

$$b_n = \frac{n+11}{n^2+20n+80} \quad (3)$$

آزمون ۲۰ مهر

۱۰۲- اعداد $m^{\log u}$ ، $m^{\log v}$ و $m^{\log w}$ به ترتیب سه جمله متوالی یک دنباله هندسی می باشند. کدام رابطه همواره برقرار است؟

$$2v = u + w \quad (2)$$

$$v^2 = u \cdot w \quad (1)$$

$$2v^2 = u^2 + w^2 \quad (4)$$

$$\frac{1}{2v} = \frac{1}{u} + \frac{1}{w} \quad (3)$$

آزمون ۲۰ مهر

۱۰۳- جمله اول و ششم یک دنباله حسابی با قدر نسبت d_1 به ترتیب ۵ و ۲۵ است. اگر جمله ششم یک دنباله حسابی دیگر با قدر

نسبت d_2 و جمله اول ۲-، با جمله سوم دنباله حسابی اول برابر باشد، $d_1 - 2d_2$ کدام است؟

$$-5 \quad (2)$$

$$-2 \quad (1)$$

$$\text{صفر} \quad (4)$$

$$2 \quad (3)$$

آزمون ۲۰ مهر

۱۰۴- در یک دنباله حسابی، مجموع جمله های ششم و هفتم برابر ۹۱ و جمله دهم برابر ۱۴ می باشد. قدر نسبت این دنباله کدام است؟

$$-9 \quad (2)$$

$$9 \quad (1)$$

$$-11 \quad (4)$$

$$11 \quad (3)$$

آزمون ۲۰ مهر

۱۰۵- در دنباله ای رابطه $a_{n+1} = a_n + na_1$ برقرار است. جمله بیست و یکم این دنباله چند برابر جمله اول آن است؟

$$191 \quad (2)$$

$$172 \quad (1)$$

$$232 \quad (4)$$

$$211 \quad (3)$$

آزمون ۲۰ مهر

۱۰۶- مجموع ۱۰ جمله اول دنباله‌ای با جمله عمومی $a_n = \frac{n2^n - 2^{10}}{2^{n+1}}$ کدام است؟

- (۱) ۱۲۸-
(۲) ۲۴۲-
(۳) ۴۸۴-
(۴) ۵۱۲-

آزمون ۲۰ مهر

۱۰۷- مجموع کل جملات دنباله هندسی $2, 2q, 2q^2, 2q^3, \dots$ برابر ۴ و مجموع n جمله دنباله حسابی $3, 3+q, 3+2q, \dots$ برابر با

۳۸ است. n کدام است؟ ($|q| < 1$)

- (۱) ۱۰
(۲) ۸
(۳) ۱۲
(۴) ۱۴

آزمون ۲۰ مهر

۱۰۸- مجموع اولین ۱۰ جمله مشترک دو دنباله حسابی $a_n : 4, 7, 10, \dots$ و $b_n : 5, 7, 9, \dots$ کدام است؟

- (۱) ۳۴۰
(۲) ۳۷۰
(۳) ۴۳۰
(۴) ۵۲۰

آزمون ۲۰ مهر

۱۰۹- در یک دنباله حسابی با جمله عمومی t_n ، مجموع n جمله اول دنباله به صورت $S_n = \frac{5}{12}n^2 + An + B$ است. حاصل عبارت

$T = t_{142} - t_{141} + t_{138} - t_{137} + t_{134} - t_{133} + \dots + t_2 - t_1$ کدام است؟

- (۱) ۲۵
(۲) ۳۰
(۳) ۳۵
(۴) ۱۵

آزمون ۲۰ مهر

۱۱۰- در مکعبی به یال a ، کره‌ای و در این کره مکعبی محاط کرده‌ایم. اگر این عمل را به تعداد نامحدود ادامه دهیم، مجموع حجم

تمام کره‌های ایجاد شده، کدام است؟

- (۱) $\frac{3}{2(9-\sqrt{3})} \pi a^3$
(۲) $\frac{1}{9-\sqrt{3}} \pi a^3$
(۳) $\frac{1}{2(9-\sqrt{3})} \pi a^3$
(۴) $\frac{3}{9-\sqrt{3}} \pi a^3$

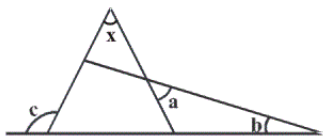
۱۳۱- کدام گزینه، مشخص کننده یک متوازی الاضلاع نیست؟

- (۱) یک چهارضلعی که قطرهای آن یکدیگر را نصف کنند.
- (۲) یک چهارضلعی که دو ضلع مقابل آن، متوازی و متساوی باشند.
- (۳) یک چهارضلعی که هر قطر آن، چهارضلعی را به دو مثلث همنهشت تقسیم کند.
- (۴) یک چهارضلعی که زوایای مقابل آن، دو به دو مکمل یکدیگر باشند.

۱۳۲- در چهارضلعی ABCD، اگر $AB=AD$ و $CB=CD$ ، آن گاه روی قطر AC چند نقطه وجود دارد که از دو رأس B و D به یک فاصله باشند؟

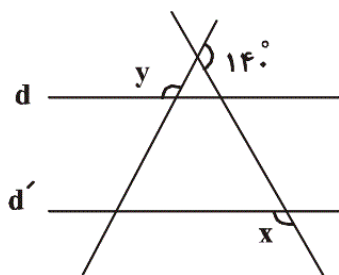
- (۱) ۱ (۲) ۲ (۳) ۴ (۴) بی شمار

۱۳۳- در شکل روبه‌رو، زاویه X همواره برابر کدام است؟



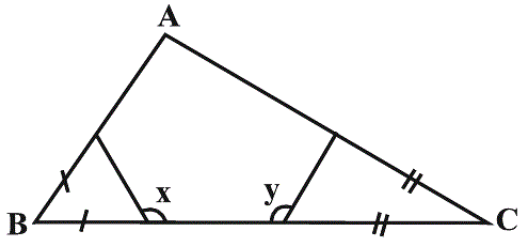
- (۱) $c - a - b$ (۲) $a + c - b$
 (۳) $a + b - c$ (۴) $b + c - a$

۱۳۴- در شکل زیر، $d \parallel d'$ و $x - y = 20^\circ$ می‌باشد. اندازه زاویه X کدام است؟



- (۱) 110° (۲) 120°
 (۳) 130° (۴) 140°

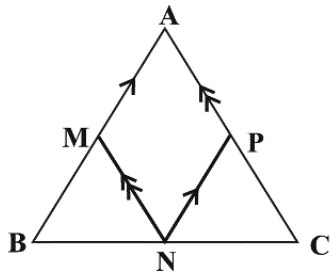
۱۳۵- با توجه به شکل زیر، اگر $x + y = 212^\circ$ باشد، آنگاه \hat{A} چند درجه است؟



- ۱۱۴ (۱)
- ۱۱۵ (۲)
- ۱۱۶ (۳)
- ۱۱۸ (۴)

آزمون ۲۰ مهر

۱۳۶- در مثلث متساوی الساقین ABC، طول هر یک از ساق‌های AB و AC، برابر ۵ است. محیط متوازی‌الاضلاع AMNP کدام

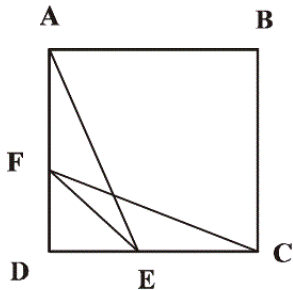


است؟

- ۷/۵ (۱)
- ۱۰ (۲)
- ۱۲ (۳)
- ۱۵ (۴)

آزمون ۲۰ مهر

۱۳۷- در شکل زیر، ABCD مربع بوده و $AE = CF$ است. اگر $\hat{DAE} = 15^\circ$ باشد، آنگاه \hat{CFE} چند درجه است؟



- ۱۵ (۱)
- ۲۲/۵ (۲)
- ۳۰ (۳)
- ۴۵ (۴)

آزمون ۲۰ مهر

۱۳۸- در مثلث ABC، نقاط M، N و P به ترتیب روی اضلاع AB، BC و AC قرار دارند. اگر چهارضلعی AMNP متوازی‌الاضلاعی

باشد که تفاضل دو زاویه مجاور آن 30° باشد، مجموع اندازه‌های دو زاویه B و C کدام است؟

- ۷۵° یا ۶۰° (۱)
- ۱۲۰° یا ۶۰° (۲)
- ۱۰۵° یا ۷۵° (۳)
- ۱۲۰° یا ۷۵° (۴)

آزمون ۲۰ مهر

۱۳۹- در مثلث ABC اگر $\hat{B} - \hat{C} = 50^\circ$ ، آنگاه زاویه حاده بین نیمساز داخلی زاویه A و ضلع BC، چند درجه است؟

۴۵ (۲)

۳۰ (۱)

۶۵ (۴)

۵۰ (۳)

آزمون ۲۰ مهر

۱۴۰- اگر در مثلث ABC، نیمساز داخلی AD بر میانه CM عمود باشد، آنگاه کدام رابطه بین طول اضلاع مثلث برقرار است؟

$c = 2b$ (۲)

$b = 2c$ (۱)

$b + a = 2c$ (۴)

$b + c = 2a$ (۳)

آزمون ۲۰ مهر

-۸۱

(مرتضی، روزبهانی)

از $(a, b) - \{2\}$ نتیجه می‌شود که مرکز همسایگی عدد ۲ می‌باشد. پس:

$$0 < |x - 2| < 3$$

$$\Rightarrow (2 - 3, 2 + 3) - \{2\} = (-1, 5) - \{2\}$$

$$\Rightarrow \begin{cases} a = -1 \\ b = 5 \end{cases} \Rightarrow a + b = 4$$

(مسابان - هر و پیوستگی: صفحه ۱۴۰)

۴

۳

۲

۱

آزمون ۲۰ مهر

-۸۲

(جمال‌الدین حسینی)

با استفاده از رابطه فیثاغورس طول ضلع CD برابر است با $\sqrt{3}$. بنابراین

طول AD نیز برابر است با $\sqrt{3}$.

طول AB برابر است با طول DB منهای طول DA لذا داریم:

$$\text{طول AB} = 4 - \sqrt{3}$$

(دیفرانسیل - یادآوری مفاهیم پایه: صفحه‌های ۱ تا ۳)

۴

۳

۲

۱

آزمون ۲۰ مهر

(ابراهیم بت‌کن)

الف) خاصیت جابجایی: $f(x, y) = x + y = f(y, x) = y + x$ ب) y عضو همانی جمع یعنی صفر است.پ) خاصیت حذفی: $f(x, y) = f(y, z) \Rightarrow x + y = y + z \Rightarrow x = z$

ت) خاصیت شرکت‌پذیری:

$$f(x, y) + z = (x + y) + z = (x + z) + y = f(x, z) + y$$

(دیفرانسیل - یادآوری مفاهیم پایه: صفحه‌های ۳ تا ۵)

۴

۳

۲

۱ ✓

آزمون ۲۰ مهر

(قاسم کتابچی)

قرار می‌دهیم $x = \sqrt{2} + 1$ در نتیجه $\frac{1}{x} = \sqrt{2} - 1$.

$$\Rightarrow A = x^5 - \frac{x^2}{\frac{1}{x^3}} + \frac{x}{\frac{1}{x}} - 3$$

$$\Rightarrow A = x^2 - 3 = 2 + 1 + 2\sqrt{2} - 3 = 2\sqrt{2}$$

(دیفرانسیل - یادآوری مفاهیم پایه: صفحه‌های ۵ و ۶)

۴ ✓

۳

۲

۱

آزمون ۲۰ مهر

$$a < b \Rightarrow \frac{1}{a} > \frac{1}{b} \Rightarrow ab > 0$$

$$\Rightarrow 3ab > 0 \Rightarrow 3ab + 2a^2 > 0$$

بنابراین گزینه «۱» صحیح است. سایر گزینه‌ها به ازای مقادیر مختلف a و

b ، ممکن است درست یا نادرست باشند.

(دیفرانسیل - یادآوری مفاهیم پایه: صفحه‌های ۱ تا ۶)

 ۴

 ۳

 ۲

 ۱

آزمون ۲۰ مهر

گزینه «۱»: فرض کنیم $-4 < x < 1$ ؛ بنابراین $4 < |x| < 1$ که نادرست

است.

گزینه «۲»: فرض کنیم $-1 < x < 4$ ؛ بنابراین $4 < |x| < 1$ که نادرست

است.

گزینه «۴»: می‌دانیم $a < 0$ و $b > 0$ بنابراین $\frac{1}{a} < 0$ و $\frac{1}{b} > 0$ و در نتیجه

$\frac{1}{a} < \frac{1}{b}$ و این گزینه نیز نادرست خواهد بود.

(دیفرانسیل - یادآوری مفاهیم پایه: صفحه‌های ۱ تا ۶)

 ۴

 ۳

 ۲

 ۱

(فریدون ساعتی)

$$\left(\frac{9-4\sqrt{2}}{49}\right)^x + (1+2\sqrt{2})^{2x} = \frac{3}{2}$$

$$\Rightarrow \left(\frac{9-4\sqrt{2}}{49}\right)^x + (9+4\sqrt{2})^x = \frac{3}{2}$$

$$\Rightarrow \left(\frac{(9-4\sqrt{2})(9+4\sqrt{2})}{49(9+4\sqrt{2})}\right)^x + (9+4\sqrt{2})^x = \frac{3}{2}$$

$$\Rightarrow \left(\frac{1}{9+4\sqrt{2}}\right)^x + (9+4\sqrt{2})^x = \frac{3}{2}$$

$\frac{1}{A} = (9+4\sqrt{2})^x$ و $(9+4\sqrt{2})^x = A > 0$ برابر با $\frac{1}{A}$ خواهد بود.

$$A + \frac{1}{A} = \frac{3}{2}$$

می‌دانیم برای $A > 0$ همواره $A + \frac{1}{A} \geq 2$ ؛ بنابراین این معادله جواب

ندارد.

(دیفرانسیل - یادآوری مفاهیم پایه: صفحه‌های ۱ تا ۶)

۴

۳✓

۲

۱

x عدد گویای غیر طبیعی است: بنابراین می‌تواند عددی غیر مثبت باشد.

$$x \text{ های صحیح غیر مثبت} \Rightarrow ([-x] + [x])^3 = 0^3 = 0$$

$$x \text{ های گویا و غیر صحیح} \Rightarrow ([-x] + [x])^3 = -1$$

پس عبارت مورد نظر، تنها مقادیر ۰ یا -۱ را می‌تواند بپذیرد.

(دیفرانسیل - یادآوری مفاهیم پایه: صفحه‌های ۱ تا ۶)

۴

۳ ✓

۲

۱

آزمون ۲۰ مهر

(امیرمهد فرزانه)

-۸۹

کسر معادل گزینه «۲» را می‌نویسیم:

$$0./13982796 = \frac{13982796 - 1398}{99990000} = \frac{13981398}{99990000}$$

معادل سایر گزینه‌ها را به عنوان تمرین به دست آورید.

(دیفرانسیل - یادآوری مفاهیم پایه: صفحه‌های ۷ و ۸)

۴

۳

۲ ✓

۱

آزمون ۲۰ مهر

$$\left\{ \begin{array}{l} \frac{a}{16} + \frac{a}{16^2} + \dots = \frac{\frac{a}{16}}{1 - \frac{1}{16}} = \frac{\frac{a}{16}}{\frac{15}{16}} = \frac{a}{15} \\ 0.1\bar{3} = \frac{13-1}{90} = \frac{12}{90} = \frac{2}{15} \end{array} \right.$$

$$\Rightarrow \frac{a}{15} = \frac{2}{15} \Rightarrow a = 2$$

(دیفرانسیل- یادآوری مفاهیم پایه: صفحه‌های ۷ و ۸)

 ۴

 ۳

 ۲

 ۱ ✓

آزمون ۲۰ مهر

(کظم سلا،)

$$\bullet / \overline{b\delta} = \frac{\overline{b\delta}}{99} \text{ و } \bullet / \overline{2b} = \frac{\overline{2b}}{99}$$

$$\frac{\overline{b\delta}}{99} - \frac{\overline{2b}}{99} = \frac{\overline{b\delta} - \overline{2b}}{99} \Rightarrow \frac{\overline{b\delta} - \overline{2b}}{99} = \frac{7}{33} \Rightarrow \overline{b\delta} - \overline{2b} = 21$$

$$\Rightarrow 10b + \delta - 20 - b = 21 \Rightarrow b = 4$$

$$\Rightarrow \frac{b+10}{b+3} = \frac{14}{7} = 2 \Rightarrow \left[\frac{b+10}{b+3} \right] = 2$$

(دیفرانسیل - یادآوری مفاهیم پایه: صفحه‌های ۷ و ۸)

۴

۳

۲ ✓

۱

آزمون ۲۰ مهر

$$2\sqrt{2}a + \sqrt{(2 - \sqrt{2})^2} = b$$

$$2\sqrt{2}a + 2 - \sqrt{2} = b \Rightarrow \sqrt{2}(2a - 1) = b - 2$$

چون a و b گویا می‌باشند، لذا $2a - 1$ و $b - 2$ نیز گویا هستند، در حالی

که $\sqrt{2}$ گنگ است. بنابراین باید:

$$\begin{cases} 2a - 1 = 0 \Rightarrow a = \frac{1}{2} \Rightarrow a.b = 1 \\ b - 2 = 0 \Rightarrow b = 2 \end{cases}$$

(دیفرانسیل - یادآوری مفاهیم پایه: صفحه‌های ۸ تا ۱۰)

۴

۳

۲ ✓

۱

آزمون ۲۰ مهر

حاصل گزینه «۱»، $۰/۰۸$ و گویا است.

گزینه «۲»: عدد اعشاری متناوب مرکب است. بنابراین یک عدد گویاست.

حاصل گزینه «۳»، $\frac{۳-\sqrt{۵}}{۲}$ و گنگ است.

گزینه «۴» نیز برابر $\frac{۸}{۳}$ و گویاست.

(دیفرانسیل - یادآوری مفاهیم پایه: صفحه‌های ۸ تا ۱۱)

 ۴

 ۳

 ۲

 ۱

آزمون ۲۰ مهر

$$\Rightarrow \frac{x}{\frac{\gamma x - 2}{x(x-1)}} \quad \left| \begin{array}{c} \cdot \\ \frac{2}{\gamma} \\ 1 \end{array} \right. \quad \begin{array}{c} - \\ + \\ - \end{array} \quad \left| \begin{array}{c} \cdot \\ \cdot \end{array} \right. \quad \begin{array}{c} + \\ - \end{array} \quad \left| \begin{array}{c} \cdot \\ \cdot \end{array} \right. \quad \begin{array}{c} - \\ + \end{array}$$

$$\Rightarrow x < 0 \cup \frac{2}{\gamma} < x < 1 \xrightarrow{x \text{ های مثبت}} \frac{2}{\gamma} < x < 1$$

$$\Rightarrow \begin{cases} A = \frac{2}{\gamma} \\ B = 1 \end{cases} \Rightarrow [A + B] = \left[\frac{2}{\gamma} + 1 \right] = \left[\frac{2 + \gamma}{\gamma} \right] = 1$$

(دیفرانسیل - یادآوری مفاهیم پایه: صفحه‌های ۱۲ تا ۱۵)

۴

۳

۲

۱ ✓

آزمون ۲۰ مهر

(رضوی کاشانی)

-۹۵

$$\bigcup_{n=1}^{\infty} A_n = \bigcup_{n=1}^{\infty} \left(\frac{1}{n}, \frac{3}{n} \right) = \left(\frac{1}{n}, \frac{3}{n} \right) \Big|_{n=1} \cup \dots \cup \left(\frac{1}{n}, \frac{3}{n} \right) \Big|_{n \rightarrow \infty}$$

$$\bigcup_{n=1}^{\infty} A_n = (1, 3) \cup \left(\frac{1}{2}, \frac{3}{2} \right) \cup \left(\frac{1}{3}, \frac{3}{3} \right) \cup \dots \cup \left(\lim_{n \rightarrow \infty} \frac{1}{n}, \lim_{n \rightarrow \infty} \frac{3}{n} \right)$$

$$= (0, 3)$$

(دیفرانسیل - یادآوری مفاهیم پایه: صفحه‌های ۱۲ تا ۱۵)

۴

۳

۲ ✓

۱

آزمون ۲۰ مهر

www.riazisara.ir

دانلود از سایت ریاضی سرا

$$\begin{cases} 9 + a > 0 \Rightarrow a > -9 & (2) \\ 9 - a > 0 \Rightarrow a < 9 & (3) \end{cases}$$

$$\xrightarrow{(1),(2),(3)} 0 < a < 9$$

(دیفرانسیل - یادآوری مفاهیم پایه: صفحه‌های ۱۵ و ۱۶)

۴

۳

۲

۱

آزمون ۲۰ مهر

(مبید، رفعتی)

-۹۷

طبق قضیه نامساوی مثلثی، زمانی نامعادله مذکور برقرار است که $b < 0$

باشد.

$$\Rightarrow \sqrt[6]{b^2} = \sqrt[3]{|b|} = -\sqrt[3]{b}$$

(دیفرانسیل - یادآوری مفاهیم پایه: صفحه‌های ۱۵ و ۱۶)

۴

۳

۲

۱

آزمون ۲۰ مهر

(عمیدرضا کلاته)

$$x \geq 3 \Rightarrow \underbrace{2|(x-3)|}_{\text{دو برابر فاصله از ۳}} = 2(x-3)$$

$$\Rightarrow 2 \leq 2(x-3) \leq 4 \xrightarrow{\div 2} 1 \leq (x-3) \leq 2$$

$$\xrightarrow{+3} 4 \leq x \leq 5$$

(دیفرانسیل- یادآوری مفاهیم پایه: صفحه‌های ۱۲ تا ۱۶)

 ۴ ✓ ۳ ۲ ۱

آزمون ۲۰ مهر

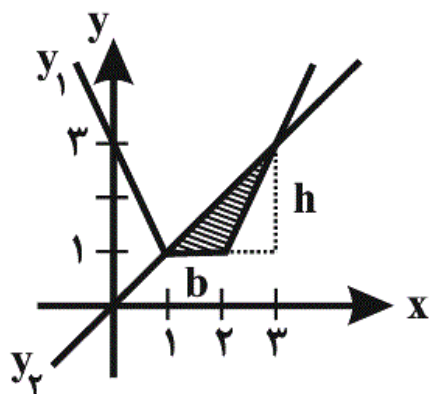
$$\Rightarrow \begin{cases} -5 < x < -2 \Rightarrow |x+2| = -x-2 \Rightarrow 3x + (-x-2) > 4 \\ \Rightarrow 2x - 2 > 4 \Rightarrow x > 3 & (۲) \\ -2 \leq x < 1 \Rightarrow |x+2| = x+2 \Rightarrow 3x + x + 2 > 4 \\ \Rightarrow 4x + 2 > 4 \Rightarrow x > \frac{1}{2} & (۳) \end{cases}$$

$$\Rightarrow (۱), (۲), (۳) \Rightarrow \frac{1}{2} < x < 1$$

(دیفرانسیل- یادآوری مفاهیم پایه: صفحه‌های ۱۲ تا ۱۶)

 ۴ ۳ ۲ ✓ ۱

آزمون ۲۰ مهر



$$y = |x-1| + |x-2| = \begin{cases} -2x+3 & x < 1 \\ 1 & 1 \leq x \leq 2 \\ 2x-3 & x > 2 \end{cases}$$

$$\Rightarrow \begin{cases} -2x+3 = x \Rightarrow x = 1 \\ 1 = x \\ 2x-3 = x \Rightarrow x = 3 \end{cases}$$

$$\Rightarrow S = \frac{1}{2} (\text{قاعده} \times \text{ارتفاع}) = \frac{1}{2} (b \cdot h) = \frac{1}{2} (1 \times 2) = 1$$

(دیفرانسیل- یادآوری مفاهیم پایه: صفحہ‌های ۱۵ و ۱۶)

 ۴

 ۳

 ۲

 ۱

آزمون ۲۰ مهر

$$|OA| = \sqrt{(a-1)^2 + a^2 + a^2} = 3 \Rightarrow 3a^2 - 2a + 1 = 9$$

$$\Rightarrow 3a^2 - 2a - 8 = 0 \Rightarrow a = 2, -\frac{4}{3}$$

$$a = 2 \Rightarrow A = (1, 2, 2)$$

$$\Rightarrow \text{فاصله تا محور } x \text{ ها} = \sqrt{y^2 + z^2} = \sqrt{4 + 4} = 2\sqrt{2}$$

$$a = -\frac{4}{3} \Rightarrow A = \left(-\frac{7}{3}, -\frac{4}{3}, -\frac{4}{3}\right)$$

$$\Rightarrow \text{فاصله تا محور } x \text{ ها} = \sqrt{y^2 + z^2} = \sqrt{\frac{16}{9} + \frac{16}{9}} = \frac{4\sqrt{2}}{3}$$

(هندسه تحلیلی - بردارها: صفحه‌های ۴ تا ۷)

۴

۳

۲ ✓

۱

آزمون ۲۰ مهر

اگر (x, y, z) مختصات یک نقطه باشد، آنگاه مختصات قرینه آن نسبت به

صفحه xOz و محور x ها به ترتیب $(x, -y, z)$ و $(x, -y, -z)$ می باشد.

بنابراین $M = (3, 4, -2)$ ، $N = (3, 4, 2)$ و نقطه وسط آنها برابر است با:

$$P = \frac{M + N}{2} = (3, 4, 0)$$

$$|OP| = \sqrt{9 + 16} = 5 \text{ در نتیجه}$$

(هندسه تحلیلی - بردارها: صفحه‌های ۴ تا ۵ و ۱۳)

۴

۳

۲

۱ ✓

آزمون ۲۰ مهر

$$\overline{AM} = 2\overline{MB} \Rightarrow (\overline{OM} - \overline{OA}) = 2(\overline{OB} - \overline{OM})$$

$$\Rightarrow 3\overline{OM} = \overline{OA} + 2\overline{OB}$$

$$\Rightarrow \overline{OM} = \frac{1}{3}(\overline{OA} + 2\overline{OB}) = \frac{1}{3}((1, -3, -1) + (2, 0, 4))$$

$$= \frac{1}{3}(3, -3, 3) = (1, -1, 1)$$

راه حل دوم: اگر در نظر بگیریم $M = (x_0, y_0, z_0)$ ، داریم:

$$\overline{AM} = 2\overline{MB} \Rightarrow (x_0 - 1, y_0 + 3, z_0 + 1) = 2(1 - x_0, -y_0, 2 - z_0)$$

$$\Rightarrow \begin{cases} x_0 - 1 = 2 - 2x_0 \Rightarrow x_0 = 1 \\ y_0 + 3 = -2y_0 \Rightarrow y_0 = -1 \\ z_0 + 1 = 4 - 2z_0 \Rightarrow z_0 = 1 \end{cases}$$

(هندسه تحلیلی - بردارها: صفحه‌های ۷ تا ۱۴)

۴

۳ ✓

۲

۱

آزمون ۲۰ مهر

(ممد ابراهیم کیتی زاده)

$$|a|^2 = |b|^2 \Rightarrow m^2 + 1 + 36 = 9 + (m+1)^2 + 25 \Rightarrow m = 1$$

$$\Rightarrow a = (1, 1, -6), b = (3, 2, 5)$$

اگر اندازه‌های دو بردار مساوی باشند، مجموع آنها و هر ضریبی از آن، نیمساز

زاویه بین دو بردار است، در نتیجه داریم:

$$a + b = (4, 3, -1)$$

(هندسه تحلیلی - بردارها: صفحه‌های ۷ تا ۱۴)

 ۴

 ۳

 ۲

 ۱

آزمون ۲۰ مهر

(ممد ابراهیم کیتی زاده)

$$|e_a| = 1 \Rightarrow \sqrt{\frac{2}{4} + \frac{3}{9} + m^2} = 1, m > 0 \Rightarrow m = \frac{\sqrt{6}}{6}$$

$$\Rightarrow a = |a| e_a = \sqrt{6} \left(\frac{\sqrt{2}}{2}, \frac{\sqrt{3}}{3}, \frac{\sqrt{6}}{6} \right) = (\sqrt{3}, \sqrt{2}, 1)$$

(هندسه تحلیلی - بردارها: صفحه‌های ۱۱ تا ۱۳)

 ۴

 ۳

 ۲

 ۱

آزمون ۲۰ مهر

اگر a' تصویر قائم بردار a روی امتداد بردار b باشد، آنگاه:

$$a'' = 2a' - a \Rightarrow a' = \frac{1}{2}(a'' + a)$$

$$= \frac{1}{2}((-2, 3, -1) + (2, 1, -3)) \Rightarrow a' = (0, 2, -2)$$

a' برداری هم راستا با بردار b است، پس طبق فرض داریم:

$$b = ma' = m(0, 2, -2), |b| = \sqrt{2} \Rightarrow \sqrt{m^2(0 + 4 + 4)} = \sqrt{2}$$

$$\Rightarrow m^2 = \frac{1}{4} \Rightarrow m = \pm \frac{1}{2}$$

$$\begin{cases} m = \frac{1}{2} \Rightarrow b = (0, 1, -1) \\ m = -\frac{1}{2} \Rightarrow b = (0, -1, 1) \end{cases}$$

(هندسه تحلیلی - بردارها: صفحه‌های ۱۴ تا ۱۶)

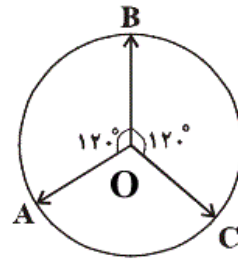
۴ ✓

۳

۲

۱

آزمون ۲۰ مهر



$$\text{می دانیم: } \widehat{AOB} = \widehat{BOC} = \widehat{COA} = \frac{360^\circ}{3} = 120^\circ$$

$$\Rightarrow \vec{OA} \cdot \vec{OB} = |\vec{OA}| |\vec{OB}| \cos \theta = 2(2) \left(-\frac{1}{2}\right) = -2$$

$$\text{به دلیل مشابه: } \vec{OB} \cdot \vec{OC} = \vec{OC} \cdot \vec{OA} = -2$$

$$\Rightarrow x = (-2) + (-2) + (-2) = -6$$

(هندسه تحلیلی - بردارها: صفحه‌های ۱۴ تا ۱۷)

 ۴

 ۳

 ۲

 ۱

آزمون ۲۰ مهر

قطرهای متوازی‌الاضلاع، بردارهای $a+b$ و $a-b$ می‌باشند که کافی است

زاویه بین آنها را محاسبه کنیم.

$$\cos \theta = \frac{(a+b) \cdot (a-b)}{|a+b| |a-b|} = 0 \Rightarrow \theta = 90^\circ$$

راه دوم: چون اندازه دو بردار a و b با هم برابر است پس دو بردار، یک

لوزی تشکیل می‌دهند و در نتیجه قطرهای آن بر هم عمودند.

(هندسه تحلیلی - بردارها: صفحه‌های ۱۰ تا ۱۴)

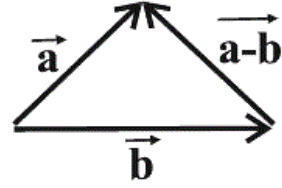
 ۴

 ۳

 ۲

 ۱

آزمون ۲۰ مهر



مثلث $c = a - b = (2, -2, 4)$ ضلع سوم مثلث

$$|a'| = \frac{a \cdot c}{|c|} = \frac{(3, -1, 2) \cdot (2, -2, 4)}{\sqrt{16 + 4 + 4}}$$

$$= \frac{6 + 2 + 8}{\sqrt{24}} = \frac{16}{2\sqrt{6}} = \frac{8\sqrt{6}}{6} = \frac{4\sqrt{6}}{3}$$

(هندسه تحلیلی - بردارها: صفحه‌های ۱۰ تا ۱۶)

 ۴

 ۳

 ۲

 ۱

آزمون ۲۰ مهر

زاویه برداری با جهت مثبت محور x ها بیش تر است که کسینوس زاویه اش با این محور کوچکتر باشد.

$$\text{گزینه «۱» : } \cos \alpha_1 = \frac{x}{|\vec{a}|} = \frac{2}{\sqrt{4+9+1}} = \frac{2}{\sqrt{14}}$$

$$\text{گزینه «۲» : } \cos \alpha_2 = \frac{+1}{\sqrt{1+16+9}} = \frac{1}{\sqrt{26}}$$

$$\text{گزینه «۳» : } \cos \alpha_3 = \frac{0}{5} = 0$$

$$\text{گزینه «۴» : } \cos \alpha_4 = \frac{-2}{3}$$

(هندسه تحلیلی- بردارها: صفحه های ۲۲ و ۲۳)

 ۴

 ۳

 ۲

 ۱

آزمون ۲۰ مهر

اگر تعداد اعضای مجموعه را n فرض کنیم، داریم:

$$\binom{n}{5} = \binom{n}{6} \xrightarrow{\binom{n}{r} = \binom{n}{n-r}} \binom{n}{n-5} = \binom{n}{6} \Rightarrow n-5=6$$

$$\Rightarrow n = 11$$

$$\text{تعداد زیرمجموعه‌های ۲ عضوی} = \binom{11}{2} = \frac{11 \times 10}{2} = 55$$

(ریاضی ۲- ترکیبیات: صفحه‌های ۱۸۶ تا ۱۹۰)

 ۴

 ۳

 ۲

 ۱

آزمون ۲۰ مهر

(امیرحسین ابومصوب)

برای رقم دهگان، هر یک از ارقام ۰ تا ۹ را می‌توان قرار داد. رقم‌های یکان و

صدگان باید برابر و مخالف صفر باشند، پس ارقام ۱ تا ۹ برای آن‌ها

امکان‌پذیر است. بنابراین تعداد جواب‌ها برابر است با: $10 \times 9 = 90$

(ریاضی ۲- ترکیبیات: مشابه تمرین ۳ صفحه ۱۸۱)

 ۴

 ۳

 ۲

 ۱

آزمون ۲۰ مهر

نکته مهم در این سؤال این است که لزومی ندارد به هر نفر میوه‌ای برسد.

همچنین ممکن است به یک نفر بیش از یک میوه برسد. در واقع سؤال

محدودیتی قائل نشده است. سیب می‌تواند به هر یک از ۱۰ نفر برسد، همین

شرایط برای گلابی و پرتقال نیز وجود دارد، پس طبق اصل ضرب داریم:

$$\text{تعداد حالات} = 10 \times 10 \times 10 = 10^3$$

(ریاضی ۲- ترکیبیات: صفحه‌های ۱۷۶ تا ۱۸۲)

۴

۳

۲ ✓

۱

آزمون ۲۰ مهر

مجموعه اعداد طبیعی یک رقمی دارای $512 = 2^9$ زیرمجموعه است.

$A = \{1, 4, 6, 8, 9\}$ مجموعه‌ای از اعداد طبیعی یک رقمی است که در آن

هیچ عدد اولی وجود ندارد. بنابراین $32 = 2^5$ زیرمجموعه وجود دارد که در

آن هیچ عدد اولی موجود نیست. در نتیجه تعداد زیرمجموعه‌هایی از مجموعه

اعداد طبیعی یک رقمی که در آن، حداقل یک عدد اول وجود داشته باشد،

برابر است با:

$$512 - 32 = 480$$

(ریاضی ۲- ترکیبیات: صفحه‌های ۱۸۶ تا ۱۹۰)

 ۴

 ۳

 ۲

 ۱

آزمون ۲۰ مهر

(رضا بفسنره)

در هر انتخاب ۳ تایی، کشتی‌گیر a حتماً حضور دارد، پس تعداد انتخاب‌ها

برابر است با تعداد روش‌های انتخاب ۲ نفر دیگر از میان ۱۰ نفر، زیرا

کشتی‌گیر a و وزنه‌بردار b جزء این ۲ نفر نیستند. پس جواب مسئله برابر

$$\binom{10}{2} = \frac{10 \times 9}{2} = 45$$

می‌شود با:

(ریاضی ۲- ترکیبیات: مشابه تمرین ۲ صفحه ۱۹۰)

(علیرضا سیف)

برای انتخاب صدگان از بین ۳ عدد ۱، ۳ و ۴ باید یک عدد انتخاب شود تا عدد کم‌تر از ۶۰۰ باشد. سپس برای دهگان از ۴ عدد باقی‌مانده عددی انتخاب کرده و برای یکان نیز از بین ۳ عدد باقی‌مانده عددی انتخاب می‌کنیم و در این صورت داریم:

$$۳۶ = ۳ \times ۴ \times ۳ : \text{تعداد اعداد}$$

(ریاضی ۲- ترکیبیات: صفحه‌های ۱۷۶ تا ۱۸۲)

 ۴ ۳ ۲ ۱

(امیرمسین ابومحبوب)

تعداد حالات انتخاب یک دانش‌آموز ریاضی و یک دانش‌آموز تجربی برای

گروه A برابر $\binom{4}{1} \times \binom{4}{1}$ ، برای گروه B $\binom{3}{1} \times \binom{3}{1}$ ، برای گروه Cو برای گروه D $\binom{2}{1} \times \binom{2}{1}$ است. بنابراین کل تعداد حالات برابر

$$۲(۴!) = (۴ \times ۴) \times (۳ \times ۳) \times (۲ \times ۲) \times (۱ \times ۱) \text{ است با:}$$

(ریاضی ۲- ترکیبیات: صفحه‌های ۱۸۲ تا ۱۹۰)

 ۴ ۳ ۲ ۱

می‌دانیم تعداد زیرمجموعه‌های ۴ عضوی یک مجموعه n عضوی برابر است

با $\binom{n}{4}$ و همچنین تعداد زیرمجموعه‌های ۴ عضوی یک مجموعه n عضوی

که شامل عضو خاصی باشد، برابر است با $\binom{n-1}{3}$. در نتیجه داریم:

$$\frac{1}{3} \binom{n}{4} = \binom{n-1}{3} \Rightarrow \frac{1}{3} \times \frac{n!}{4!(n-4)!} = \frac{(n-1)!}{3!(n-4)!}$$

$$\Rightarrow \frac{n}{3 \times 4!} = \frac{1}{3!} \Rightarrow n = 12$$

(ریاضی ۲- ترکیبیات: صفحه‌های ۱۸۶ تا ۱۹۰)

 ۴

 ۳

 ۲

 ۱

آزمون ۲۰ مهر

ابتدا از هر خانواده مردها را در نظر می‌گیریم که مردها به $(4-1)!$ حالت

دور یک میز می‌نشینند. سپس هر فرزند دو انتخاب دارد، یا سمت چپ پدر

می‌نشیند یا سمت راست او. پس برای فرزندان 2^4 حالت داریم. اما برای هر

مادر یک حالت بیش‌تر نداریم، چراکه باید طرف دیگر فرزند خود بنشیند. در

 ۴

 ۳

 ۲

 ۱

آزمون ۲۰ مهر

$$O \times O \times O \times O \times O \times O \times O$$

اگر حروف صدادار را با O و حروف بی صدا را با X نمایش دهیم، آنگاه

می توان ۶ حرف بی صدا را در یک ردیف چید و مطابق شکل ۳ مکان از

مکان های مشخص شده با نماد O که بین حروف بی صدا قرار می گیرد،

انتخاب کرد. واضح است که تعداد جایگشت های حروف بی صدا برابر ۶! و

تعداد جایگشت های حروف صدادار برابر $P(7,3)$ است و داریم:

$$P(7,3) \times 6! = \frac{7!}{4!} \times 6! = \frac{7!}{4!} \times 6 \times 5 \times 4! = 30 \times 7!$$

(ریاضی ۲- ترکیبیات: صفحه های ۱۸۲ تا ۱۹۰)

 ۴

 ۳

 ۲

 ۱

آزمون ۲۰ مهر

(سید عادل حسینی)

-۱۰۱

کافی است به جای n ، $n+10$ قرار دهیم:

$$a_{n+10} = \frac{n+10+1}{(n+10)^2+8} = \frac{n+11}{n^2+20n+\underbrace{100+8}_{108}} = b_n$$

(ریاضی ۲- الگو و دنباله: صفحه های ۲ تا ۶)

 ۴

 ۳

 ۲

 ۱

آزمون ۲۰ مهر

می‌دانیم اگر a, b, c به ترتیب سه جمله متوالی یک دنباله هندسی باشند،

رابطه $b^2 = ac$ برقرار است.

$$\Rightarrow (m^{\log v})^2 = m^{\log u} \times m^{\log w}$$

$$\Rightarrow m^{2 \log v} = m^{\log u + \log w}$$

$$\Rightarrow \log v^2 = \log u + \log w$$

$$\Rightarrow v^2 = u \cdot w$$

(ریاضی ۲- الگو و دنباله: صفحه‌های ۱۰ تا ۱۳)

۴

۳

۲

۱ ✓

آزمون ۲۰ مهر

$$\text{دنباله اول: } d_1 = \frac{25-5}{6-1} = \frac{20}{5} = 4$$

$$\Rightarrow a_3 = a_1 + 2d_1 = 5 + 2(4) = 13$$

$$\text{دنباله دوم: } b_6 = a_3 \Rightarrow b_1 + 5d_2 = 13$$

$$\Rightarrow -2 + 5d_2 = 13 \Rightarrow 5d_2 = 15 \Rightarrow d_2 = 3$$

$$d_1 - 2d_2 = 4 - 2(3) = 4 - 6 = -2$$

(ریاضی ۲- الگو و دنباله: صفحه‌های ۶ تا ۱۰)

(غلامرضا علی)

-۱۰۴

$$a_1 + 5d + a_1 + 6d = 91 \Rightarrow 2a_1 + 11d = 91 \quad (1)$$

$$a_1 + 9d = 14 \Rightarrow -2a_1 - 18d = -28 \quad (2)$$

$$(1), (2) \Rightarrow -7d = 63 \Rightarrow d = -9$$

(ریاضی ۲- الگو و دنباله: صفحه‌های ۶ تا ۱۰)

۴

۳

۲✓

۱

(سید عادل حسینی)

-۱۰۵

$$\left. \begin{array}{l} n=1: a_2 - a_1 = a_1 \\ n=2: a_3 - a_2 = 2a_1 \\ \vdots \\ n=20: a_{21} - a_{20} = 20a_1 \end{array} \right\} \Rightarrow a_{21} - a_1 = a_1(1+2+\dots+20)$$

$$\Rightarrow a_{21} = a_1 + 210a_1 = 211a_1$$

(ریاضی ۲- الگو و دنباله: صفحه‌های ۲ تا ۶)

۴

۳✓

۲

۱

$$a_n = \frac{n2^n - 2^{10}}{2 \times 2^n} = \frac{n}{2} - 2^8 \left(\frac{1}{2}\right)^{n-1}$$

دنباله a_n از اختلاف دنباله حسابی $\left\{\frac{n}{2}\right\}$ و دنباله هندسی $\left\{2^8 \left(\frac{1}{2}\right)^{n-1}\right\}$

تشکیل شده است. پس مجموع ۱۰ جمله اول هر کدام را یافته و از هم کم

می‌کنیم:

$$\left\{\frac{n}{2}\right\} \Rightarrow S_{10} = \frac{10}{2}(a_1 + a_{10}) = 5\left(\frac{1}{2} + \frac{10}{2}\right)$$

$$= \frac{5 \times 11}{2} = \frac{55}{2} = 27.5$$

$$\left\{2^8 \times \left(\frac{1}{2}\right)^{n-1}\right\} \Rightarrow S_{10} = \frac{a_1(1 - q^{10})}{1 - q} = \frac{(2^8)\left(1 - \left(\frac{1}{2}\right)^{10}\right)}{1 - \frac{1}{2}}$$

$$= 511/5$$

$$\Rightarrow a_n \text{ مجموع ۱۰ جمله اول دنباله } = 27.5 - 511/5 = -484$$

(مسابان - مسابقات پیری، معادلات و نامعادلات: صفحه‌های ۲ تا ۶)

 ۴

 ۳

 ۲

 ۱

آزمون ۲۰ مهر

می‌دانیم در دنباله هندسی a, aq, aq^2, \dots که $|q| < 1$ مجموع کل جملات

برابر است با $\frac{a}{1-q}$. بنابراین:

$$S = 4 \Rightarrow \frac{2}{1-q} = 4 \Rightarrow 1-q = \frac{1}{2} \Rightarrow q = \frac{1}{2}$$

از طرفی در دنباله حسابی، مجموع n جمله اول

$$S_n = \frac{n}{2}(2a_1 + (n-1)d) \text{ است که } d = q = \frac{1}{2}$$

بنابراین:

$$\Rightarrow S_n = \frac{n}{2} \left(6 + (n-1) \frac{1}{2} \right) = 38$$

$$\Rightarrow \frac{n}{2} \left(6 + \frac{n-1}{2} \right) = 38 \Rightarrow 3n + \frac{n^2 - n}{4} = 38$$

$$\Rightarrow n^2 + 11n = 4(38) \Rightarrow n(n+11) = 8(19) \Rightarrow n = 8$$

(مسئله - مسابقات چبری، معادلات و نامعادلات: صفحه‌های ۲ تا ۶)

 ۴

 ۳

 ۲

 ۱

جملات مشترک این دو دنباله، یک دنباله حسابی با قدر نسبت ۶ و جمله اول ۷ است.

$$\Rightarrow c_n = 7, 13, 19, \dots$$

$$S_{10} = \frac{10}{2}(14 + 9 \times 6) = 340$$

(مسئله - تناسب جبری، معادلات و نامعادلات: صفحه‌های ۲ تا ۴)

 ۴

 ۳

 ۲

 ۱

آزمون ۲۰ مهر

$$S_n = \frac{5}{12}n^2 + An$$

$$\left. \begin{array}{l} S_1 = a_1 = \frac{5}{12} + A ; S_2 = a_1 + a_2 = \frac{5}{3} + 2A \\ a_2 = S_2 - a_1 = \frac{5}{3} + 2A - \frac{5}{12} - A = \frac{15}{12} + A \end{array} \right\} \Rightarrow d = a_2 - a_1 = \frac{5}{6}$$

$$\Rightarrow T = kd = 36 \times \frac{5}{6} = 30$$

تذکر: فرم مجموع n جمله اول یک دنباله حسابی به صورت

$$S_n = \alpha n^2 + \beta n \text{ است که } 2\alpha \text{ همان قدرنسبت دنباله است.}$$

(مسئله - تناسب جبری، معادلات و نامعادلات: صفحه‌های ۲ تا ۴)

 ۴

 ۳

 ۲

 ۱

آزمون ۲۰ مهر

حجم مکعب اولیه، a^3 است. اگر کره‌ای در آن محاط کنیم. قطر کره برابر

یال مکعب و بنابراین حجم کره اولیه $\frac{1}{6}\pi a^3$ خواهد شد. حال قطر دومین

مکعب برابر قطر اولین کره است؛ بنابراین اگر x یال دومین مکعب باشد:

$$\sqrt{3}x = a \Rightarrow x = \frac{1}{\sqrt{3}}a$$

یعنی حجم دومین مکعب $\frac{1}{3\sqrt{3}} = \frac{\sqrt{3}}{9}$ حجم مکعب اولیه است. بنابراین

حجم دومین کره نیز $\frac{\sqrt{3}}{9}$ حجم اولین کره است و این روند برای کره‌های

بعدی نیز ادامه دارد.

بنابراین حجم کره‌های ایجاد شده، دنباله‌ای هندسی با جمله اولیه $\frac{1}{6}\pi a^3$ و

قدر نسبت $\frac{\sqrt{3}}{9}$ است.

$$\frac{\sqrt{3}}{9} < 1 \Rightarrow \text{مجموع تمام جملات} = \frac{\frac{1}{6}\pi a^3}{1 - \frac{\sqrt{3}}{9}} = \frac{3}{2(9 - \sqrt{3})}\pi a^3$$

(حسابان - مساببات پیری، معادلات و نامعادلات: صفحه‌های ۲ تا ۶)

۴

۳

۲

۱ ✓

در متوازی‌الاضلاع، زوایای مقابل، برابر یکدیگرند.

(هندسه ۱- هندسه و استرلاال: صفحه‌های ۳۱ تا ۳۵)

 ۴

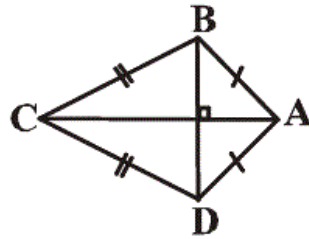
 ۳

 ۲

 ۱

آزمون ۲۰ مهر

(ممدابراهیم گیتی زاده)



قطر AC بخشی از عمودمنصف قطر BD است، بنابراین، بی‌شمار نقطه روی

قطر AC وجود دارند که از B و D به یک فاصله‌اند.

(هندسه ۱- هندسه و استرلاال: مشابه تمرین ۷ صفحه ۲۴)

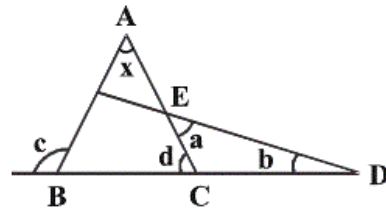
 ۴

 ۳

 ۲

 ۱

آزمون ۲۰ مهر



با توجه به شکل داریم:

$$\begin{cases} \text{DCE : زاویه خارجی مثلث} & d = a + b \\ \text{ABC : زاویه خارجی مثلث} & c = x + d \end{cases} \Rightarrow c = x + a + b$$

$$\Rightarrow x = c - a - b$$

(هندسه ۱- هندسه و استرلاال: صفحه ۱۴)

۴

۳

۲

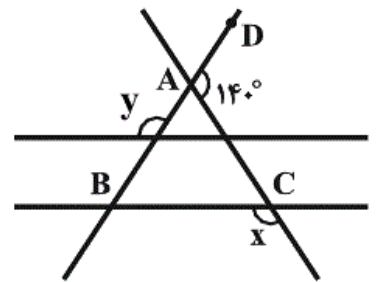
۱ ✓

آزمون ۲۰ مهر

\widehat{CAD} زاویه خارجی است ΔABC :

$$\Rightarrow 180^\circ - x + 180^\circ - y = 140^\circ \Rightarrow x + y = 220^\circ$$

$$\begin{cases} x + y = 220^\circ \\ x - y = 20^\circ \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} x = 120^\circ \\ y = 100^\circ \end{cases}$$



(هندسه ۱- هندسه و استرلاال: صفحه‌های ۱۰ و ۱۱)

۴

۳

۲ ✓

۱

آزمون ۲۰ مهر

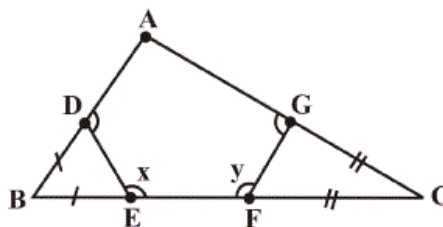
پنج ضلعی محدب ADEFG را در نظر می‌گیریم. \hat{D} و \hat{E} زاویه‌های خارجی

برابر از مثلث متساوی‌الساقین BDE هستند، پس $\hat{D} = \hat{E} = x$ و به طور

مشابه \hat{G} و \hat{F} زاویه‌های خارجی برابر از مثلث CFG هستند،

پس $\hat{G} = \hat{F} = y$ و با توجه به اینکه مجموع زاویه‌های هر پنج ضلعی محدب

برابر $540^\circ = 3 \times 180^\circ$ است، اندازه زاویه A برابر می‌شود با:



$$\begin{aligned}\hat{A} &= 540^\circ - 2(x + y) = 540^\circ - 2(212^\circ) \\ &= 540^\circ - 424^\circ = 116^\circ\end{aligned}$$

(هندسه ۱- هندسه و استرلاال: صفحه‌های ۱۴ و ۲۲)

 ۴

 ۳

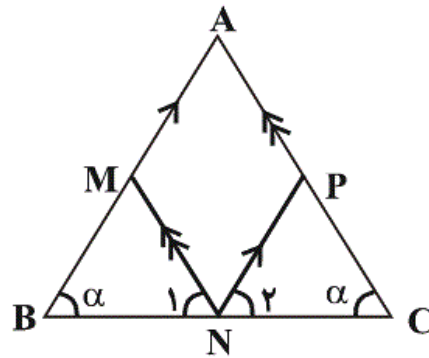
 ۲

 ۱

آزمون ۲۰ مهر

چون APNM متوازی الاضلاع است، پس اضلاع مقابل آن موازی هستند.

داریم:



$$AB \parallel PN \Rightarrow \hat{N}_2 = \hat{B} = \alpha = \hat{C} \Rightarrow PN = PC$$

$$AC \parallel MN \Rightarrow \hat{N}_1 = \hat{C} = \alpha = \hat{B} \Rightarrow BM = MN$$

$$\Rightarrow \text{محیط متوازی الاضلاع} = 2(AM + MN)$$

$$= 2(AM + MB) = 2AB = ۱۰$$

(هندسه ۱- هندسه و استدلال: صفحه‌های ۳۱ و ۳۲)

 ۴

 ۳

 ۲

 ۱

آزمون ۲۰ مهر

$$\left. \begin{array}{l} AD = DC \\ AE = CF \\ \hat{D} = 90^\circ \end{array} \right\} \begin{array}{l} \text{وتر و یک ضلع قائمه} \\ \Delta \quad \Delta \\ \longrightarrow ADE \cong DFC \end{array}$$

$$\Rightarrow \left\{ \begin{array}{l} \hat{FCD} = \hat{DAE} = 15^\circ \Rightarrow \hat{DFC} = 75^\circ \\ DF = DE \Rightarrow \hat{DFE} = \hat{DEF} = 45^\circ \end{array} \right.$$

$$\hat{CFE} = \hat{DFC} - \hat{DFE} = 75^\circ - 45^\circ = 30^\circ$$

(هندسه ۱- هندسه و استرلاال: صفحه‌های ۱۷ تا ۲۲)

۴

۳ ✓

۲

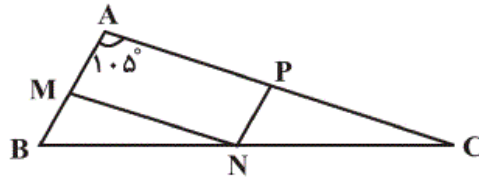
۱

آزمون ۲۰ مهر

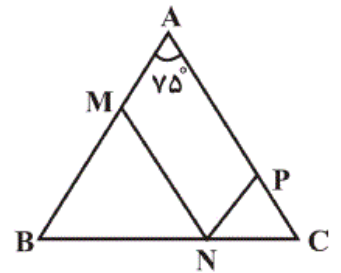
اگر α و β اندازه‌های دو زاویه مجاور متوازی‌الاضلاع باشند، داریم:

$$\begin{cases} \alpha - \beta = 30^\circ \\ \alpha + \beta = 180^\circ \end{cases} \Rightarrow \alpha = 105^\circ, \beta = 75^\circ$$

پس مثلث به یکی از دو صورت زیر است:



$$\hat{B} + \hat{C} = 75^\circ$$



$$\hat{B} + \hat{C} = 105^\circ$$

(هندسه ۱ - هندسه و استرلاال: صفحه‌های ۱۱ و ۳۵)

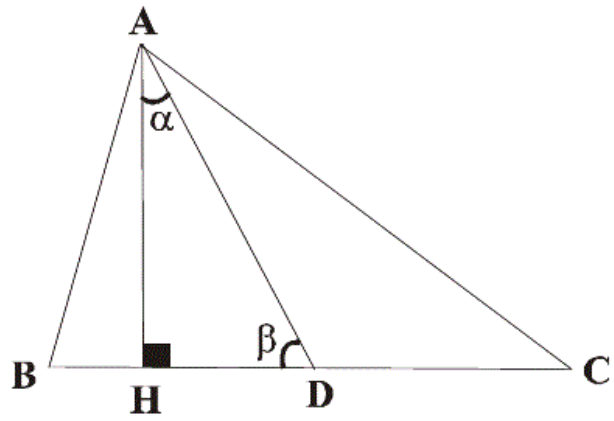
 ۴

 ۳

 ۲

 ۱

آزمون ۲۰ مهر



$$\beta = \frac{\hat{A}}{2} + \hat{C} = \frac{180^\circ - (\hat{B} + \hat{C})}{2} + \hat{C}$$

$$\Rightarrow \beta = 90^\circ - \frac{\hat{B} - \hat{C}}{2}, \quad \alpha = \frac{\hat{B} - \hat{C}}{2}$$

$$\Rightarrow \beta = 90^\circ - \frac{50^\circ}{2} = 65^\circ$$

(هندسه ۱- هندسه و استرلال: صفحه‌های ۱۱ و ۱۴)

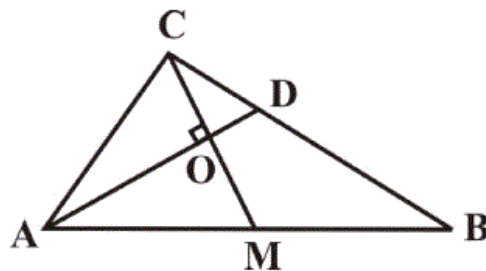
۴ ✓

۳

۲

۱

آزمون ۲۰ مهر



در مثلث AMC ، AO نیمساز داخلی زاویه A است. همچنین AO بر

CM عمود است، یعنی AO ارتفاع نظیر رأس A است. چون ارتفاع و

نیمساز بر هم منطبق هستند، پس مثلث AMC متساوی‌الساقین است،

یعنی $AM = AC$. از طرفی CM میانه است، یعنی $AM = MB$ و در نتیجه

داریم:

$$AB = AM + MB = AC + AC = 2AC \Rightarrow c = 2b$$

(هندسه ۱- هندسه و استدلال: صفحه‌های ۲۱ تا ۲۳)

 ۴

 ۳

 ۲

 ۱

آزمون ۲۰ مهر