



www.riazisara.ir سایت ویژه ریاضیات

درسنامه ها و جزوه های ریاضی

سوالات و پاسخنامه تشریحی کنکور

نمونه سوالات امتحانات ریاضی

نرم افزارهای ریاضیات

و...

(@riazisara)

ریاضی سرا در تلگرام:



<https://t.me/riazisara>

(@riazisara.ir)

ریاضی سرا در اینستاگرام:



<https://www.instagram.com/riazisara.ir>

ریاضی ۱ - ۲۰ سوال

۴۱ - ساده شده عبارت تعریف شده $\cot^2 \alpha + \cos^2 \alpha - \frac{1}{\sin^2 \alpha}$ کدام است؟

- $\sin^2 \alpha$ (۴)

۱ (۳)

$\sin^2 \alpha$ (۲)

(۱) صفر

آزمون ۶ مهر

۴۲ - کدام گزینه، جمله زیر را به طور صحیح کامل می کند؟

«هر عدد مثبت، ... ریشه زوج دارد و اعداد منفی ریشه ... ندارند.»

(۴) ۲، زوج

(۳) ۲، فرد

(۲) ۱، زوج

(۱) ۱، فرد

آزمون ۶ مهر

۴۳ - اگر رابطه $\{Q = \{(3, m^2), (2, 1), (-3, m), (3, m+2), (m, 4)\}$ یک تابع باشد، برد این تابع چند عضوی است؟

۲ (۴)

۳ (۳)

۴ (۲)

۵ (۱)

آزمون ۶ مهر

۴۴ - نوع متغیرهای «شاخص توده بدن» و «رنگ چشم افراد» به ترتیب در کدام گزینه آمده است؟

(۱) کمی پیوسته- کیفی ترتیبی

(۲) کمی گسسته- کیفی ترتیبی

(۳) کمی پیوسته- کیفی اسمی

(۴) کمی گسسته- کیفی اسمی

آزمون ۶ مهر

۴۵ - اگر $a - b = 2$ و $ab = 5$ باشد، حاصل $a^3 - b^3$ کدام است؟

۱۸ (۴)

۲۸ (۳)

۳۸ (۲)

۲۲ (۱)

آزمون ۶ مهر

۴۶ - در یک دنباله هندسی مجموع سه جمله اول برابر $\frac{3}{4}$ و مجموع سه جمله بعدی ۶- است. جمله سوم دنباله کدام است؟

$\frac{1}{2}$ (۴)

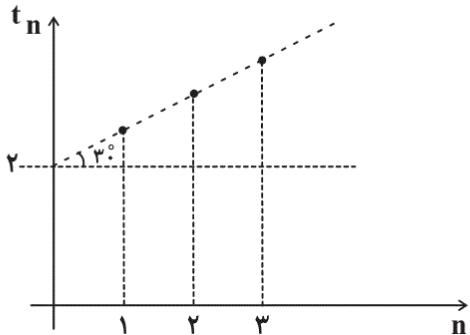
$-\frac{1}{2}$ (۳)

-۱ (۲)

۱ (۱)

آزمون ۶ مهر

- ۴۷ - نقاط روی نمودار زیر، جملات یک الگوی خطی می‌باشند. جمله ششم این الگو کدام است؟



(۱) $6\sqrt{3} + 2$

(۲) $2(\sqrt{3} + 1)$

(۳) ۸

(۴) ۶

آزمون ۶ مهر

- ۴۸ - در یک متوازی‌الاضلاع به مساحت $16\sqrt{3}$ ، نسبت زوایای مجاور برابر با نسبت اضلاع مجاور و مساوی ۲ می‌باشد. محیط این چهارضلعی کدام است؟

۲۶ (۴)

۳۰ (۳)

۲۴ (۲)

۱۸ (۱)

آزمون ۶ مهر

- ۴۹ - در یک دنباله حسابی با قدرنسبت مثبت، جملات t_8 ، t_{14} و t_{14} ، سه جمله متوالی از یک دنباله هندسی را تشکیل می‌دهند. تعداد جملات نامثبت دنباله حسابی کدام است؟

(۱) ۴

۵ (۲)

آزمون ۶ مهر

- ۵۰ - اگر $0 < a < 1$ باشد و بدانیم $y = \sqrt{a^x}$ و $x = \frac{a}{\sqrt{-a}}$ ، آن‌گاه کدام رابطه صحیح است؟

$y < a < x$ (۱)

$x < y < a$ (۲)

$a < x < y$ (۳)

$x < a < y$ (۴)

آزمون ۶ مهر

- ۵۱ - اگر به ازای هر x تساوی زیر برقرار باشد، حدود m کدام است؟

$$|(m-3)x^3 + mx - 1| = (3-m)x^3 - mx + 1$$

-۶ ≤ m < ۳ (۱)

-۶ ≤ m ≤ ۲ (۲)

۴ ≤ m ≤ ۵ (۳)

۳ < m ≤ ۶ (۴)

آزمون ۶ مهر

- ۵۲ - مجموعه جواب نامعادله $5 \leq 1 - 6x - \sqrt{9x+1} \leq 5$ شامل چند عدد صحیح است؟

۴ (۱)

۳ (۲)

۲ (۳)

۱ (۴)

آزمون ۶ مهر

- ۵۳ - اگر f تابعی ثابت، g تابعی همانی و $(f(10))^2 = 2f(11) + g(-1)$ باشد، مقدار $f(12)$ کدام است؟

-۱۲ (۱)

۱۲ (۲)

-۱ (۳)

۱ (۴)

آزمون ۶ مهر

- نمودار کدام تابع محورهای مختصات را در نقاط بیشتر قطع می‌کند؟

$$y = |x| + 1 \quad (4)$$

$$y = |x| - 1 \quad (3)$$

$$y = |x - 2| \quad (2)$$

$$y = |x + 1| \quad (1)$$

آزمون ۶ مهر

- آقای ترابی به همراه همسر و فرزندش به چند طریق می‌تواند عکس یادگاری بگیرد به طوری که همگی در یک ردیف بوده و او و همسرش کنار یکدیگر نشسته باشند؟

۶۰۰ (۴)

۳۴۰ (۳)

۲۴۰ (۲)

۱۲۰ (۱)

آزمون ۶ مهر

- دو خط d و d' موازی‌اند. روی خط d چهار نقطه و روی خط d' سه نقطه قرار دارد. با انتخاب ۳ نقطه از این نقاط چند مثلث می‌توان ساخت؟

۳۴ (۴)

۳۱ (۳)

۳۰ (۲)

۲۸ (۱)

آزمون ۶ مهر

- با ارقام ۱، ۲، ۳ و ۶ (بدون تکرار ارقام) چند عدد حداقل چهار رقمی می‌توان ساخت که بر ۳ بخش‌پذیر باشد؟

۳۰ (۴)

۳۸ (۳)

۴۶ (۲)

۴۲ (۱)

آزمون ۶ مهر

- از بین ۷ کارت یکسان که بر روی آن‌ها اعداد ۱ تا ۷ نوشته شده است دو کارت به تصادف انتخاب می‌کنیم. احتمال آن که مجموع اعداد این دو کارت زوج باشد، چند برابر احتمال آن است که مجموع آن‌ها فرد باشد؟

۱ (۴)

۰/۷۵ (۳)

۰/۵ (۲)

۰/۲۵ (۱)

آزمون ۶ مهر

- از میان ۵ زوج (زن و شوهر) ۳ نفر به تصادف انتخاب می‌کنیم. با کدام احتمال یک زوج میان این ۳ نفر قرار دارد؟

$\frac{1}{2}$ (۴)

$\frac{1}{3}$ (۳)

$\frac{1}{4}$ (۲)

$\frac{1}{6}$ (۱)

آزمون ۶ مهر

- دو تاس سالم را با هم پرتاب می‌کنیم. احتمال آن که حاصل ضرب اعداد رو شده اول باشد، کدام است؟

$\frac{1}{6}$ (۴)

$\frac{1}{4}$ (۳)

$\frac{1}{3}$ (۲)

$\frac{1}{2}$ (۱)

آزمون ۶ مهر

هندسه ۱ - ۱۰ سوال

- با توجه به شکل زیر، چند نقطه در صفحه وجود دارد که از نقطه O به فاصله ۳ و از خط l به فاصله ۲ باشد؟



۲ (۲)

۱ (۴)

۱) صفر

۴ (۳)

آزمون ۶ مهر

۶۲- در مثلث قائم‌الزاویه‌ای با اضلاع قائم‌های ۳ و ۴ واحد، فاصله محل همرسی نیمسازها از وتر کدام است؟

$$\frac{7}{4}$$

$$\frac{3}{2}$$

$$\frac{5}{4}$$

۱) ۱

آزمون ۶ مهر

۶۳- اگر تعداد اضلاع یک ضلعی محدب را سه برابر کنیم، مجموع زاویه‌های داخلی آن ۴ برابر می‌شود. از هر رأس این ۴ ضلعی چند قطر می‌گذرد؟

۳)

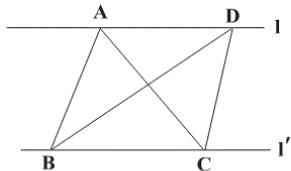
۴)

۵)

۶)

آزمون ۶ مهر

۶۴- در شکل مقابل، $I \parallel I'$ است. اگر $BD = 3$ باشد، فاصله نقطه C از BD کدام است؟



۲)

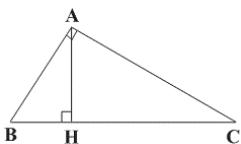
۶)

$\frac{4}{3}$

$\frac{8}{3}$

آزمون ۶ مهر

۶۵- در شکل زیر، مساحت مثلث ABC، ۵ برابر مساحت مثلث ABH است. نسبت فاصله H از ضلع AC به فاصله آن از ضلع AB کدام است؟



۴)

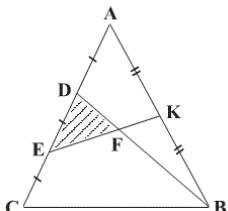
$\sqrt{5}$

۲)

$\sqrt{2}$

آزمون ۶ مهر

۶۶- در شکل مقابل، مساحت چهارضلعی EFBC برابر ۱۵ است. مساحت مثلث DEF کدام است؟



۳)

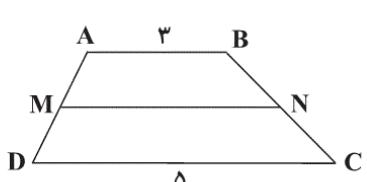
۴)

۵)

$\frac{7}{5}$

آزمون ۶ مهر

۶۷- در ذوزنقه مقابل، وسط دو ساق را به هم وصل کردہایم. نسبت مساحت ذوزنقه ABNM به ذوزنقه MNCD کدام است؟



$\frac{3}{5}$

$\frac{9}{25}$

$\frac{5}{7}$

$\frac{7}{9}$

آزمون ۶ مهر

۶۸- خط d بر صفحه P عمود و با خط l متناظر است. چند صفحه از خط l می‌گذرد که بر صفحه P عمود باشد؟

۱) صفر ۲) یک ۳) دو ۴) بی‌شمار

آزمون ۶ مهر

۶۹- دو کره به شعاع‌های ۶ و ۸ مفروض‌اند. اگر فاصله بین مرکز این دو کره ۱۰ باشد، محیط شکلی که نمایش دهنده نقاط مشترک واقع بر روی هر دو کره می‌باشد، چند برابر π است؟

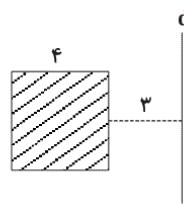
۱) ۱۲/۲

۲)

۳)

۴)

- ۷۰- مربعی به ضلع ۴ واحد را حول محوری موازی یکی از اضلاع و به فاصله ۳ واحد از آن دوران می‌دهیم. حجم شکل حاصل کدام است؟



- (۱) 156π
- (۲) 160π
- (۳) 169π
- (۴) 196π

-۴۱

(علی‌اکبر اسلندری)

$$\cot^2 \alpha = \frac{1}{\sin^2 \alpha} - 1$$

$$\Rightarrow \frac{1}{\sin^2 \alpha} - 1 + \cos^2 \alpha - \frac{1}{\sin^2 \alpha} = -1 + \cos^2 \alpha$$

$$\frac{\sin^2 \alpha + \cos^2 \alpha = 1}{-1 + \cos^2 \alpha = -\sin^2 \alpha}$$

(ریاضی ا- مثلثات- صفحه‌های ۴۲ تا ۴۶)

۴ ✓

۳

۲

۱

آزمون ۶ مهر

-۴۲

(امیر هوشنگ فهمسی)

با توجه به متن کتاب درسی اعداد مثبت، ۲ ریشه زوج دارند مثلاً ریشه دوم عدد ۴ برابر با ± 2 است و اعداد منفی ریشه زوج ندارند.

(ریاضی ا- توان‌های گویا و عبارت‌های بیانی- صفحه‌های ۴۸ تا ۵۳)

۴ ✓

۳

۲

۱

آزمون ۶ مهر

-۴۳

(سید محمد صالح ارشاد)

$$(3, m^2) \in Q \Rightarrow m^2 = m + 2 \Rightarrow m^2 - m - 2 = 0 \Rightarrow \begin{cases} m = 2 \\ m = -1 \end{cases}$$

اگر $m = 2$ باشد، Q تابع نخواهد بود، زیرا $(2, 1), (2, 4) \in Q$

پس $m = -1$ است و رابطه Q را به صورت زیر می‌توان نوشت:

$$Q = \{(3, 1), (2, 1), (-3, -1), (3, +1), (-1, 4)\}$$

$$\Rightarrow R_Q = \{1, -1, 4\}$$

پس 3 عضو R_Q دارد.

(ریاضی ا- تابع- صفحه‌های ۹۵ تا ۱۰۲)

۴

۳ ✓

۲

۱

-۴۴

(فرشاد خرامزی)

شاخص توده بدن یک متغیر کمی پیوسته و رنگ چشم افراد، یک متغیر کیفی اسمی است.

(ریاضی ا- آمار و احتمال - صفحه های ۱۶۲ تا ۱۷۰)

 ۴ ۳ ۲ ۱

-۴۵

(علی‌اکبر اسلندری)

$$a - b = 2 \Rightarrow (a - b)^2 = a^2 - 2ab + b^2 = 4$$

$$\Rightarrow a^2 + b^2 = 4 + 10 = 14$$

$$a^2 - b^2 = (a - b)(a^2 + ab + b^2) = 2 \times (14 + 5) = 38$$

(ریاضی ا- توان های گویا و عبارت های جبری - صفحه های ۶۵ تا ۶۷)

 ۴ ۳ ۲ ۱

-۴۶

(محمد مصطفی ابراهیمی)

$$a + aq + aq^2 = \frac{3}{4}$$

$$aq^3 + aq^4 + aq^5 = -6 \Rightarrow q^3(a + aq + aq^2) = -6$$

دو عبارت را بر هم تقسیم می کنیم:

$$\frac{a + aq + aq^2}{q^3(a + aq + aq^2)} = \frac{1}{q^3} = \frac{\frac{3}{4}}{-6} = -\frac{1}{8} \Rightarrow q = -2$$

با جای گذاری q در رابطه اول a را هم پیدا می کنیم:

$$a - 2a + 4a = \frac{3}{4} \Rightarrow a = \frac{1}{4}$$

$$\Rightarrow aq^2 = \frac{1}{4}(-2)^2 = 1$$

(ریاضی ا- مجموعه، الگو و دنباله - صفحه های ۲۵ تا ۲۷)

 ۴ ۳ ۲ ۱

معادله خط گذرنده از نقطه $(2, 0)$ با شیب 30° را به صورت زیر

می‌نویسیم:

$$y = (\tan 30^\circ)x + 2 \Rightarrow y = \frac{\sqrt{3}}{3}x + 2$$

$$\Rightarrow t_n = \frac{\sqrt{3}}{3}n + 2 : \text{معادله دنباله خطی}$$

$$\Rightarrow t_6 = \frac{\sqrt{3}}{3} \times (6) + 2 = 2\sqrt{3} + 2 = 2(\sqrt{3} + 1)$$

(ریاضی ا- ترکیبی- صفحه‌های ۱۶، ۱۷، ۳۰ و ۳۱)

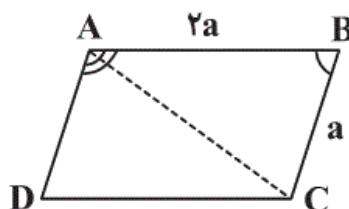
۴

۳

۲✓

۱

آزمون ۶ مهر



با توجه به فرضیات مسئله داریم:

$$\left\{ \begin{array}{l} AB = 2BC = 2a \\ \hat{A} = 2\hat{B} \xrightarrow{\hat{A} + \hat{B} = 180^\circ} \hat{A} = 120^\circ, \hat{B} = 60^\circ \end{array} \right.$$

حال از آنجایی که متوازی‌الاضلاع از دو مثلث همنهشت ADC و ABC تشکیل شده است، مساحت آن برابر است با:

$$S = AB \times BC \times \sin \hat{B} \Rightarrow 16\sqrt{3} = 2a^2 \times \sin 60^\circ$$

$$\Rightarrow a^2 = 16 \Rightarrow a = 4$$

در نتیجه:

$= 6a = 24$ محیط متوازی‌الاضلاع

(ریاضی ا- مثلثات- صفحه‌های ۳۳ و ۳۵ تا ۳۷)

۴

۳

۲✓

۱

آزمون ۶ مهر

با توجه به فرض سوال نتیجه می‌گیریم که t_8 ، واسطه هندسی بین t_6 و t_{14} می‌باشد. حال با نوشتن جمله عمومی برای هر یک از آن‌ها داریم:

$$\begin{aligned} t_6 \times t_{14} &= t_8^2 \Rightarrow (t_1 + 5d) \times (t_1 + 13d) = (t_1 + 7d)^2 \\ \Rightarrow t_1^2 + 18t_1d + 65d^2 &= t_1^2 + 14t_1d + 49d^2 \\ \Rightarrow 4t_1d + 16d^2 &= 0 \Rightarrow 4d(t_1 + 4d) = 0 \\ \xrightarrow{d>0} t_1 + 4d &= 0 \Rightarrow t_5 = 0 \end{aligned}$$

بنابراین از جمله ۵ آم به بعد، جملات دنباله مثبت می‌شود. پس t_1, t_2, t_4, t_5 و t_3 ، جملات نامثبت این دنباله خواهد بود.

(ریاضی ۱- مجموعه، الگو و دنباله- صفحه‌های ۲۷ تا ۳۱)

۱

۲

۳

۴

آزمون ۶ مهر

$$x = \frac{a}{\sqrt{-a}} = \frac{-\sqrt{-a} \times \sqrt{-a}}{\sqrt{-a}} = -\sqrt{-a}$$

چون $0 < a < 1$ است، پس:

$$-a < \sqrt{-a} \Rightarrow a > -\sqrt{-a} \Rightarrow a > x$$

گزینه‌های «۲» و «۴» حذف می‌شوند. به علاوه چون $0 > y = \sqrt{a^2}$

است از a و x بزرگ‌تر خواهد بود. پس:

$$x < a < y$$

(ریاضی ۱- توان‌های گویا و عبارت‌های بیبری- صفحه‌های ۴۱ تا ۵۱)

۱

۲

۳

۴

آزمون ۶ مهر

اگر $|a| = -a$ باشد، حتماً $a \leq 0$ است. پس اگر تساوی داده شده همواره برقرار باشد لازم است به ازای هر x ، عبارت $p = (m-3)x^2 + mx - 1$ همواره کوچک‌تر یا مساوی صفر باشد.

بنابراین باید:

$$\begin{cases} \Delta \leq 0 \\ a < 0 \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} \Delta = m^2 + 4m - 12 \leq 0 \\ m - 3 < 0 \Rightarrow m < 3 \end{cases} \Rightarrow (m+6)(m-2) \leq 0$$

$$\Rightarrow \begin{cases} -6 \leq m \leq 2 \\ m < 3 \end{cases} \xrightarrow{\text{اشتراک}} -6 \leq m \leq 2$$

(ریاضی ا- معادله‌ها و نامعادله‌ها- صفحه‌های ۸۳ تا ۹۳)

۴

۳

۲

۱

آزمون ۶ مهر

$$\sqrt{(3x-1)^2} \leq 5 \Rightarrow |3x-1| \leq 5 \Rightarrow -5 \leq 3x-1 \leq 5$$

$$\Rightarrow -4 \leq 3x \leq 6 \Rightarrow -\frac{4}{3} \leq x \leq 2 \Rightarrow -1, 0, 1, 2 \text{ اعداد صحیح بازه}$$

(ریاضی ا- معادله‌ها و نامعادله‌ها- صفحه‌های ۸۱ تا ۹۳)

۴

۳

۲

۱

آزمون ۶ مهر

(عزیز الله علی اصغری)

-۵۳

$$g(-1) = -1$$

g تابعی همانی است، پس:

$$f(x) = c \Rightarrow f(10) = f(11) = c$$

f تابع ثابت است، پس:

با جای‌گذاری موارد بالا در معادله داده شده داریم:

$$(f(10))^2 = 2f(11) + g(-1) \Rightarrow c^2 = 2c - 1 \Rightarrow c^2 - 2c + 1 = 0$$

$$\Rightarrow (c-1)^2 = 0 \Rightarrow c = 1$$

$$f(x) = 1 \Rightarrow f(12) = 1$$

پس:

(ریاضی ا- تابع- صفحه ۱۰)

۴

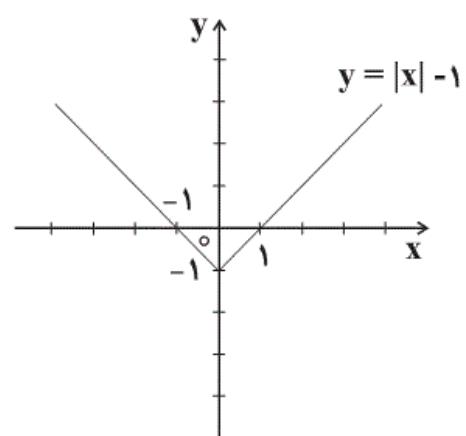
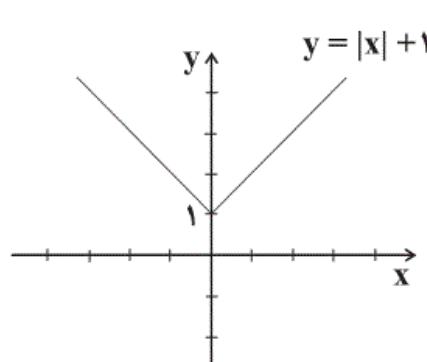
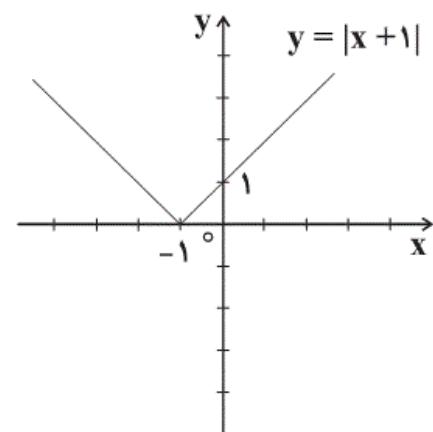
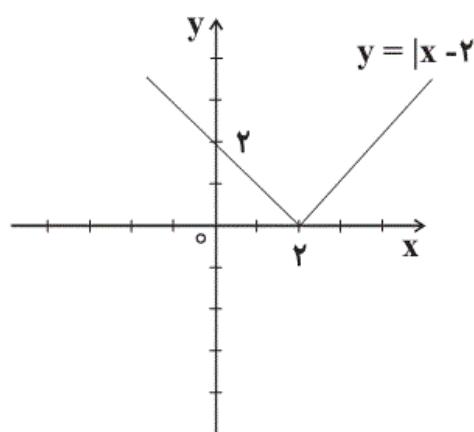
۳

۲

۱

آزمون ۶ مهر

نمودار این تابع به شکل زیر است:



نمودار $y = |x| - 1$ در سه نقطه محورهای مختصات را قطع می‌کند که از بقیه بیشتر است.

(ریاضی ا- تابع- صفحه‌های ۱۷ تا ۲۰)

۴

۳

۲

۱

آزمون ۶ مهر

$$5! \times 2! = 120 \times 2 = 240$$

(ریاضی ا- شمارش، بدون شمردن- صفحه‌های ۱۹ تا ۲۲)

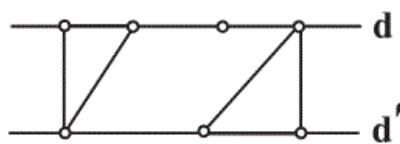
۴

۳

۲

۱

آزمون ۶ مهر



روش اول: مطابق شکل برای ساخت مثلث می‌بایست دو نقطه از خط d و یک نقطه از خط d' یا یک نقطه از خط d و دو نقطه از خط d' را انتخاب و به هم وصل کنیم.

$$\text{تعداد مثلثها} = \binom{4}{2} \times \binom{3}{1} + \binom{4}{1} \times \binom{3}{2} = 6 \times 3 + 4 \times 3 = 30$$

روش دوم: از روش متمم استفاده می‌کنیم یعنی ۳ نقطه از بین ۷ نقطه انتخاب می‌کنیم (کل حالات) و سپس تعداد حالاتی را که با ۳ نقطه مثلث تشکیل نمی‌شود (باید ۳ نقطه از یک خط انتخاب شوند تا مثلث تشکیل نشود) از کل حالات کم می‌کنیم.

$$\begin{aligned} \text{تعداد مثلثها} &= \binom{7}{3} - \left[\underbrace{\binom{3}{3}}_{\text{کل حالات}} + \underbrace{\binom{4}{3}}_{\text{انتخاب ۳ نقطه}} \right] = 35 - (1 + 4) = 30 \\ &\quad \text{حالاتی که با ۳ نقطه} \\ &\quad \text{مثلث ایجاد نمی‌شود.} \end{aligned}$$

(ریاضی ۱- شمارش، بدون شمردن- صفحه‌های ۱۱۹ تا ۱۲۶ و ۱۳۳ تا ۱۴۰)

۴

۳

۲ ✓

۱

آزمون ۶ مهر

می دانیم اعدادی بر ۳ بخش پذیرند که مجموع ارقام آنها بر ۳ بخش پذیر باشد. این اعداد را به صورت زیر مرتب می کنیم:

| | | |
|----------------------------------|---|--------|
| اعداد ۱ رقمی بخش پذیر بر ۳ (الف) | $\left[\begin{array}{c} ۶ \\ ۳ \end{array} \right]$ | ۲ عدد |
| اعداد ۲ رقمی بخش پذیر بر ۳ (ب) | $\left\{ \begin{array}{l} ۲! : \text{جایگذاری } ۲ \text{ و } ۱ \\ ۲! : \text{جایگذاری } ۶ \text{ و } ۳ \end{array} \right.$ | ۴ عدد |
| اعداد ۳ رقمی بخش پذیر بر ۳ (ج) | $\left\{ \begin{array}{l} ۳! : \text{جایگذاری } ۳, ۲ \text{ و } ۱ \\ ۳! : \text{جایگذاری } ۶, ۲ \text{ و } ۱ \end{array} \right.$ | ۱۲ عدد |
| اعداد ۴ رقمی بخش پذیر بر ۳ (د) | $\left[\begin{array}{c} ۴! \\ ۶, ۳, ۲, ۱ \end{array} \right]$ | ۲۴ عدد |

بنابراین کل اعداد بخش پذیر بر ۳ با ارقام مورد نظر
 $24 + 12 + 4 + 2 = 42$ عدد می باشد.

(ریاضی ۱- شمارش، بدون شمردن - صفحه های ۱۱۹ تا ۱۲۶)

۴

۳

۲

۱ ✓

آزمون ۶ مهر

برای آن که مجموع دو کارت انتخاب شده زوج باشد باید هر دو کارت زوج یا هر دو فرد باشند . بنابراین داریم :

$$\frac{2, 4, 6}{1, 3, 5, 7} = \text{تعداد حالات مطلوب} \Rightarrow \binom{3}{2} + \binom{4}{2} = 3 + 6 = 9$$

برای آن که مجموع دو کارت انتخاب شده فرد باشد باید یکی از کارت ها زوج و دیگری فرد باشد :

$$\frac{2, 4, 6}{1, 3, 5, 7} = \text{تعداد حالت مطلوب} \Rightarrow \binom{3}{1} \times \binom{4}{1} = 3 \times 4 = 12$$

$$\Rightarrow \frac{P(\text{زوج})}{P(\text{فرد})} = \frac{\frac{n(S)}{n(S)}}{\frac{n(\text{فرد})}{n(S)}} = \frac{n(\text{زوج})}{n(\text{فرد})} = \frac{9}{12} = \frac{3}{4} = 0 / 75$$

(ریاضی ۱- ترکیبی - صفحه های ۱۱۹ تا ۱۲۶ و ۱۳۳ تا ۱۵۱)

۴

۳ ✓

۲

۱

آزمون ۶ مهر

(مهرداد اسپیدکار)

برای محاسبه فضای نمونه‌ای می‌بایست ۳ نفر از بین ۱۰ نفر (۵ زوج)

انتخاب کنیم:

$$n(S) = \binom{10}{3} = \frac{10 \times 9 \times 8}{1 \times 2 \times 3} = 120$$

حال می‌خواهیم ۳ نفر انتخاب کنیم به طوری که یک زوج در بین آن‌ها باشد پس کافی است ابتدا از بین ۵ زوج، ۱ زوج یعنی ۲ نفر و سپس ۱ نفر دیگر از بین ۸ نفر (۴ زوج) باقی مانده انتخاب کنیم. بنابراین:

$$n(A) = \binom{5}{1} \times \binom{8}{1} = 5 \times 8 = 40$$

$$\Rightarrow P(A) = \frac{n(A)}{n(S)} = \frac{40}{120} = \frac{1}{3}$$

(ریاضی ا- ترکیبی- صفحه‌های ۱۱۹ تا ۱۲۶ و ۱۳۳ تا ۱۵۱)

 ۴ ۳ ۲ ۱

آزمون ۶ مهر

(امیر هوشنگ فمسه)

برای آن‌که حاصل ضرب اعداد رو شده اول باشد باید یکی از آن‌ها اول و دیگری عدد یک باشد. در نتیجه مجموعه حالات مطلوب برابر است با:

$$A = \{(1, 2), (1, 3), (1, 5), (2, 1), (3, 1), (5, 1)\}$$

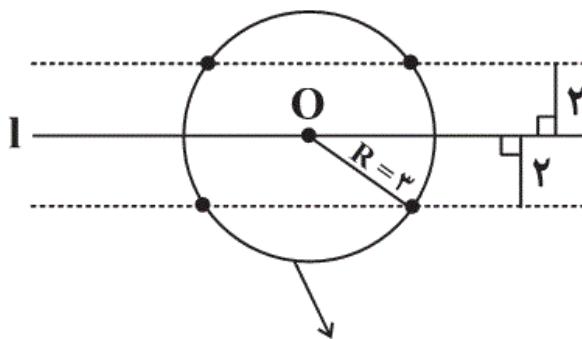
$$P(A) = \frac{6}{36} = \frac{1}{6}$$

(ریاضی ا- آمار و احتمال- صفحه‌های ۱۴۲ تا ۱۵۱)

 ۴ ۳ ۲ ۱

آزمون ۶ مهر

با توجه به شکل زیر، چهار نقطه در صفحه در این شرایط صدق می‌کنند:



دایره‌ای به مرکز O و شعاع ۳

(هنرسه ا - ترسیم‌های هندسی و استدلال - صفحه‌های ۱۰ تا ۱۶)

۴

۳

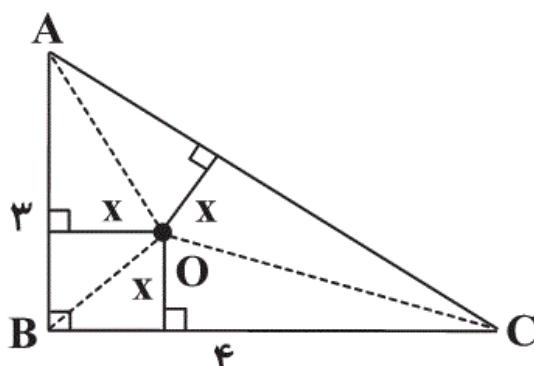
۲

۱

آزمون ۶ مهر

(فرشاد فرامرزی)

محل همرسی نیمسازها از سه ضلع مثلث به یک فاصله است.



ابتدا اندازه ضلع AC را محاسبه می‌کنیم:

$$AC^2 = AB^2 + BC^2 = 3^2 + 4^2 \Rightarrow AC = 5$$

با استفاده از مساحت مثلث، اندازه x را به دست می‌آوریم. مساحت

مثلث ABC برابر است با:

$$S_{ABC} = S_{AOB} + S_{AOC} + S_{BOC}$$

$$\Rightarrow \frac{1}{2} \times 3 \times 4 = \left(\frac{1}{2} \times 3 \times x \right) + \left(\frac{1}{2} \times 5 \times x \right) + \left(\frac{1}{2} \times 4 \times x \right)$$

$$\Rightarrow 6 = 6x \Rightarrow x = 1$$

(هنرسه ا - ترسیم‌های هندسی و استدلال - صفحه‌های ۱۰ تا ۱۶)

۴

۳

۲

۱

آزمون ۶ مهر

$$\frac{\text{مجموع زاویه‌های داخلی } 3n \text{ ضلعی}}{\text{مجموع زاویه‌های داخلی } n \text{ ضلعی}} = 4 \Rightarrow \frac{(3n-2) \times 180^\circ}{(n-2) \times 180^\circ} = 4$$

$$\Rightarrow 3n - 2 = 4n - 8 \Rightarrow n = 6$$

از هر رأس یک n ضلعی محدب، $(n-3)$ قطر می‌گذرد. پس از هر رأس این شش ضلعی محدب ۳ قطر می‌گذرد.

(هندسه ا- ترکیبی- صفحه‌های ۱۷، ۱۸ و ۵۵)

۴ ✓

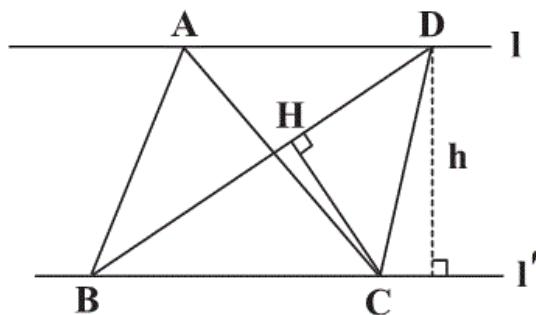
۳

۲

۱

آزمون ۶ مهر

برای مثلث‌های ABC و DBC ، مساحت را با در نظر گرفتن BC به عنوان قاعده می‌نویسیم:



$$\left. \begin{array}{l} S_{\Delta ABC} = \frac{BC \times h}{2} \\ S_{\Delta DBC} = \frac{BC \times h}{2} \end{array} \right\} \Rightarrow S_{\Delta ABC} = S_{\Delta DBC} = 4$$

فاصله C از BD در واقع ارتفاع وارد بر ضلع BD است، پس داریم:

$$S_{\Delta DBC} = \frac{CH \times BD}{2} \Rightarrow 4 = \frac{CH \times 3}{2} \Rightarrow CH = \frac{8}{3}$$

(هندسه ا- قضیه تالس، تشابه و کاربردهای آن- صفحه‌های ۳۰ تا ۳۳)

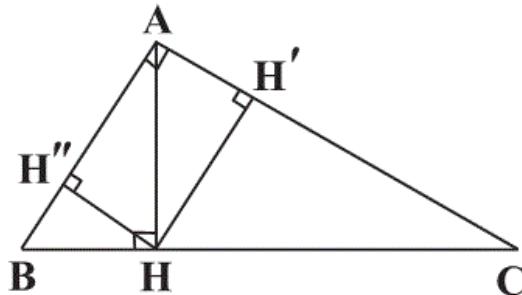
۴ ✓

۳

۲

۱

آزمون ۶ مهر



$$\frac{S_{ABC}}{S_{ABH}} = \frac{5}{1} \Rightarrow \frac{S_{ABC} - S_{ABH}}{S_{ABH}} = \frac{5-1}{1} \Rightarrow \frac{S_{ACH}}{S_{ABH}} = 4$$

نسبت فاصله H از ضلع AC به فاصله آن از ضلع AB ، همان نسبت ارتفاعهای نظیر در دو مثلث متشابه ABH و ACH می‌باشد که برابر نسبت تشابه (k) است. داریم:

$$\frac{S_{ACH}}{S_{ABH}} = k^2 = 4 \Rightarrow k = 2 \Rightarrow \frac{HH'}{HH''} = k = 2$$

(هنرسه ا- قضیه تالس، تشابه و کاربردهای آن- صفحه‌های ۳۱ تا ۴۹)

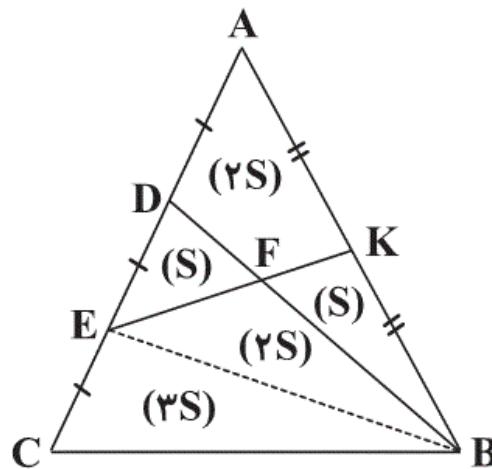
۴

۳✓

۲

۱

آزمون ۶ مهر



از طرفی:

$$DE = EC \Rightarrow S_{BED} = S_{CEB} \Rightarrow S_{CEB} = 3S$$

حال:

$$5S = 15 \Rightarrow S = 3$$

(هنرسه ا- پندرضلعی‌ها- صفحه‌های ۶۷ تا ۶۹ و ۷۲)

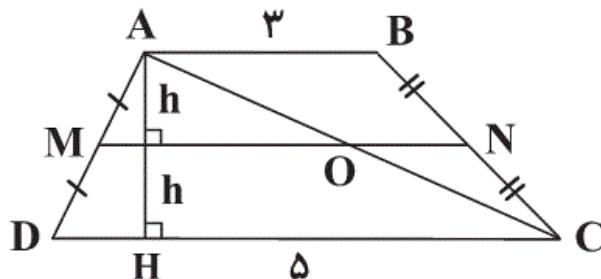
۴

۳

۲

۱✓

آزمون ۶ مهر



$$\Delta ADC: OM \parallel CD \Rightarrow \frac{OM}{CD} = \frac{AM}{AD} \Rightarrow \frac{OM}{5} = \frac{1}{2} \Rightarrow OM = 2/5$$

$$\Delta ABC: ON \parallel AB \Rightarrow \frac{ON}{AB} = \frac{CN}{BC} \Rightarrow \frac{ON}{3} = \frac{1}{2} \Rightarrow ON = 1/2$$

از آنجا که پاره خط MN روی ساق‌ها پاره خط‌های مساوی جدا می‌کند، پاره خط‌های ایجاد شده روی AH نیز با هم برابرند. یعنی ارتفاع‌های ذوزنقه‌ها هم اندازه‌اند. پس داریم:

$$\frac{S_{ABNM}}{S_{MNCD}} = \frac{\frac{1}{2}(AB + MN) \times h}{\frac{1}{2}(MN + CD) \times h} = \frac{\frac{1}{2}(3 + 4) \times h}{\frac{1}{2}(4 + 5) \times h} = \frac{7}{9}$$

(هنرسه - قضیه تالس، تشابه و کاربردهای آن - صفحه‌های ۳۴ تا ۳۷)

۴ ✓

۳

۲

۱

آزمون ۶ مهر

از آنجا که خط d بر صفحه P عمود و با I متناظر است، خط I بر صفحه P عمود نمی‌باشد و می‌دانیم اگر خطی بر صفحه P عمود نباشد، تنها یک صفحه از آن خط می‌گذرد که بر P عمود است.

(هنرسه - تبسم فضایی - صفحه‌های ۷۱ تا ۸۶)

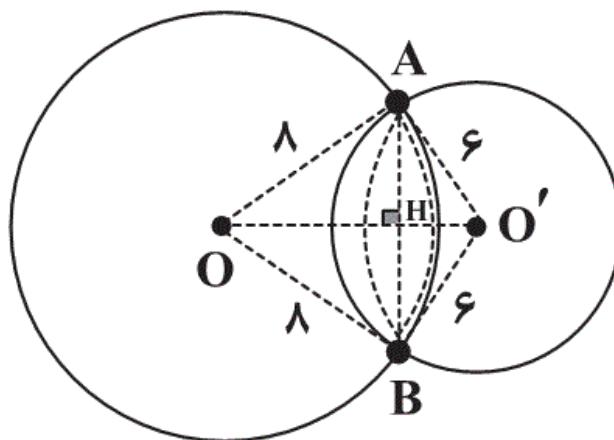
۴

۳

۲ ✓

۱

آزمون ۶ مهر



مقطع تلاقي دو کره دايره‌اي به قطر AB است. چون شعاع دو کره ۶ و ۸

و $10^\circ = \angle OO'$ است، پس مثلث AOO' قائم الزاويه است. بنابراین:

$$S_{AOO'} = \frac{1}{2} AH \times OO' = \frac{1}{2} OA \times O'A$$

$$\frac{1}{2} AH \times 10 = \frac{1}{2} \times 8 \times 6 \Rightarrow AH = 4 / 8$$

$$\text{محیط دایرہ} = 2\pi \times (AH) = 2\pi \times 4 / 8 = 9 / 8\pi$$

(هندسه ا - تجزیم فضایی - صفحه‌های ۹۲ تا ۹۴)

۱

۲

۳

۴

آزمون ۶ مهر

شکل حاصل استوانه‌ای به شعاع قاعده ۷ و ارتفاع ۴ واحد می‌باشد که درون آن استوانه‌ای به شعاع قاعده ۳ واحد و با همین ارتفاع خالی شده است. پس حجم شکل حاصل برابر است با:

$$V = \pi \times (7)^2 \times (4) - \pi \times (3)^2 \times (4) = 4\pi(49 - 9) = 160\pi$$

(هندسه ا- تجزیم فضایی- صفحه‌های ۹۵ و ۹۶)

 ۴ ۳ ۲ ۱

آزمون ۶ مهر