



سایت ویژه ریاضیات www.riazisara.ir

درسنامه ها و جزوه های ریاضی

سوالات و پاسخنامه تشریحی کنکور

نمونه سوالات امتحانات ریاضی

نرم افزارهای ریاضیات

...

(@riazisara)

ریاضی سرا در تلگرام:



<https://t.me/riazisara>

(@riazisara.ir) ریاضی سرا در اینستاگرام:



<https://www.instagram.com/riazisara.ir>

۳۱- اگر $a + b = 8$ و $a^2 - b^2 = 96$ باشد، مقدار $(a + 4b)^4$ کدام است؟

۱۲ (۴)

۱۰ (۳)

۱۶ (۲)

۱۸ (۱)

آزمون ۶ مهر

۳۲- اگر $ax + b$ یک عامل مشترک دو عبارت $4x^2 - cx$ و $4x^2 - 4x + 1$ باشد، c کدام است؟

$\frac{1}{2}$ (۴)

$\frac{1}{3}$ (۳)

۱ (۲)

۲ (۱)

آزمون ۶ مهر

۳۳- اگر $A = \frac{1}{x+2} - 1$ و $B = \frac{1}{3-x} + \frac{x}{x^2-9}$ باشد، حاصل $\frac{A}{B}$ کدام است؟

$\frac{x+3}{3}$ (۴)

$x+3$ (۳)

$\frac{x-3}{3}$ (۲)

$3-x$ (۱)

آزمون ۶ مهر

۳۴- برای حل معادله درجه دوم $2x^2 - 6x = 2m + 2x$ به روش مربع کامل کردن، بعد از یک شدن

ضریب x^2 ، در سمت راست تساوی از عدد ۹ جذر گرفته‌ایم، مقدار m کدام است؟

۵ (۴)

۸ (۳)

۱۰ (۲)

۳ (۱)

آزمون ۶ مهر

۳۵- در معادله درجه دوم $ax^2 + bx + c = 0$ مجموع ریشه‌ها برابر ۱۱ و حاصل ضرب آنها برابر ۲۴

می‌باشد، مقدار $\frac{b}{c}$ در این معادله کدام است؟

$\frac{11}{24}$ (۴)

$-\frac{24}{11}$ (۳)

$\frac{24}{11}$ (۲)

$-\frac{11}{24}$ (۱)

آزمون ۶ مهر

۳۶- جواب‌های کدام معادله به شکل $\frac{3 \pm \sqrt{2}}{4}$ می‌باشند؟

$$16x^2 - 24x + 7 = 0 \quad (2)$$

$$x^2 - \frac{3}{2}x - \frac{7}{16} = 0 \quad (1)$$

$$16x^2 + 24x - 7 = 0 \quad (4)$$

$$x^2 + \frac{3}{2}x + \frac{7}{16} = 0 \quad (3)$$

آزمون ۶ مهر

۳۷- جواب‌های معادله $\frac{x-2}{x+2} - \frac{x+2}{x-2} = 5x(1 - \frac{x}{x-2})$ چگونه است؟

(۲) فقط یک ریشه منفی دارد.

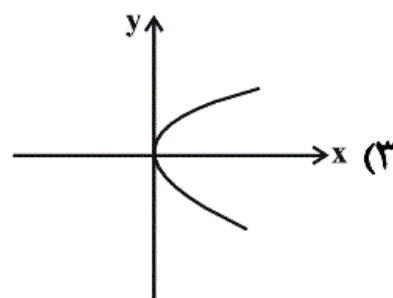
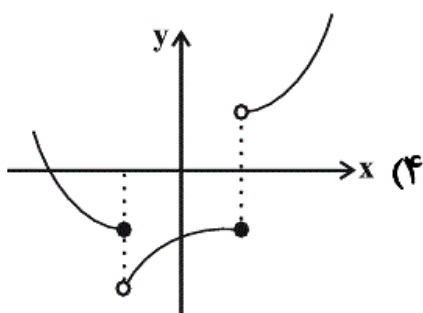
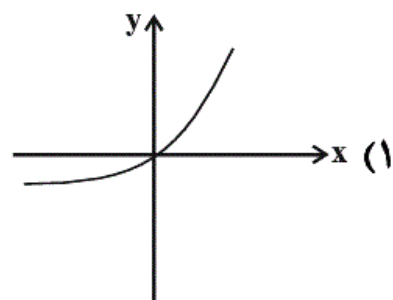
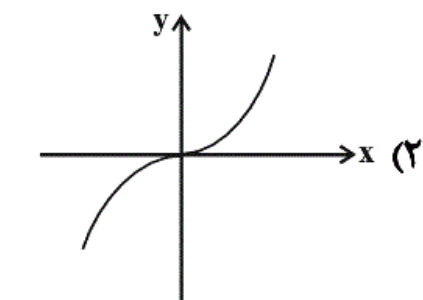
(۱) دو ریشه دارد.

(۴) ریشه ندارد.

(۳) فقط یک ریشه مثبت دارد.

آزمون ۶ مهر

۳۸- نمودار کدام رابطه زیر تابع نمی‌باشد؟



آزمون ۶ مهر

۳۹- نمودار تابع خطی $f(x) = \frac{1}{3}x - 4$ از کدام ناحیه محورهای مختصات عبور نمی‌کند؟

(۴) چهارم

(۳) سوم

(۲) دوم

(۱) اول

آزمون ۶ مهر

۴۰- اگر $S(m, m+a)$ نقطه رأس سهمی $y = 3x^2 - 2x + 1$ باشد، a کدام است؟

(۴) $\frac{1}{3}$

(۳) $-\frac{2}{3}$

(۲) $-\frac{1}{3}$

(۱) $\frac{2}{3}$

آزمون ۶ مهر

۴۱- در یک کارخانه هزینه تولید هر کالا ۲۰۰ تومان و هزینه ثابت کارخانه ۵۰۰ تومان است. اگر تابع

سود روزانه به صورت $P(x) = \frac{-1}{3}x^2 + 250x - 500$ باشد، بیشترین درآمد روزانه به ازای فروش

چه تعداد از این کالا حاصل می‌شود؟

۸۱۵ (۴)

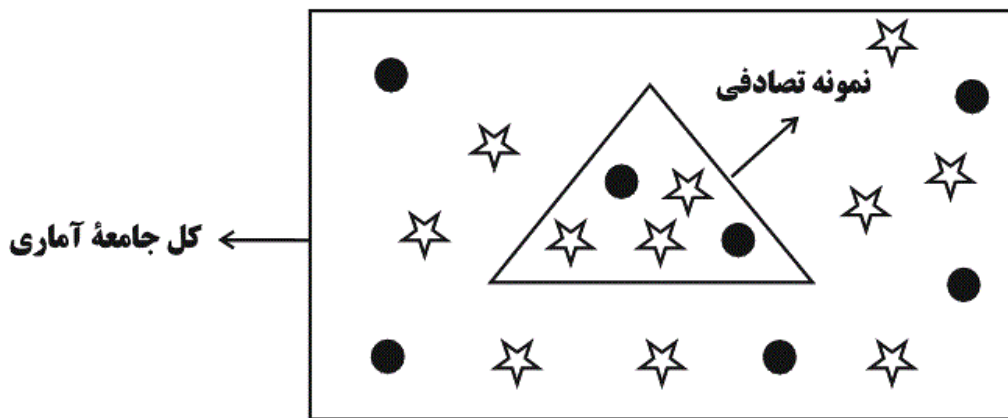
۷۰۰ (۳)

۶۷۵ (۲)

۴۲۰ (۱)

آزمون ۶ مهر

۴۲- با توجه به شکل، ضرب مقادیرهای آماره و پارامتر مربوط به دایره‌های سیاه کدام است؟



$\frac{3}{40}$ (۱)

$\frac{11}{45}$ (۲)

$\frac{7}{40}$ (۳)

$\frac{7}{45}$ (۴)

آزمون ۶ مهر

۴۳- نظر گروهی از دانش‌آموزان راجع به زمان پخش برنامه شبکه آموزش از سیمای جمهوری اسلامی

ایران جمع‌آوری شده است. کدام شاخص مرکزی برای این داده‌ها مناسب‌تر است؟

(۱) میانگین (۲) میانه (۳) مد (۴) چارک اول

آزمون ۶ مهر

۴۴- در داده‌های آماری ۱, ۲, ۳, ۴, ۵, ۹۹۹ با حذف داده دور افتاده، میانگین چقدر کاهش می‌یابد؟

(۱) ۱۶۰ (۲) ۱۶۶ (۳) ۱۷۰ (۴) ۱۷۷

آزمون ۶ مهر

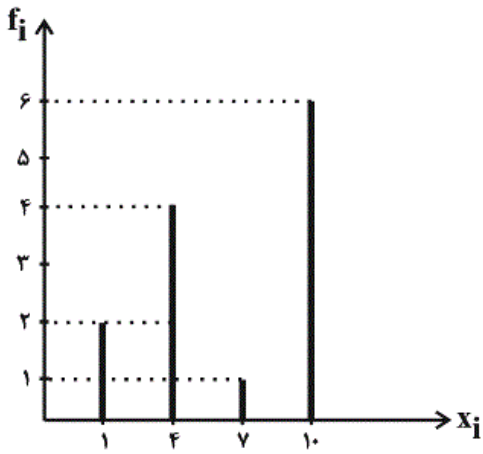
۴۵- در ۲۰ داده آماری، مجموع داده‌ها ۶۰ و مجموع مربعات داده‌ها ۲۶۰ است. انحراف معیار داده‌ها

کدام است؟

(۱) ۴ (۲) ۲ (۳) $\sqrt{2}$ (۴) $\sqrt{13}$

آزمون ۶ مهر

۴۶- مجموع چارک‌های اول و سوم برای داده‌های آماری در نمودار میله‌ای زیر، کدام است؟



۱۷ (۱)

۱۴ (۲)

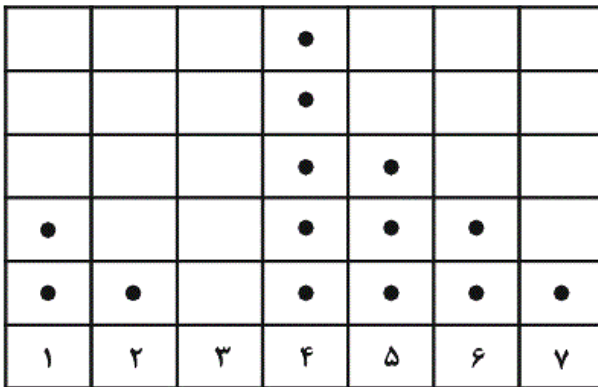
۱۳ (۳)

۸ (۴)

آزمون ۶ مهر

۴۷- اگر برای داده‌های نمودار نقطه‌ای زیر، نمودار جعبه‌ای را رسم کنیم، میانگین داده‌های بیش‌تر از

چارک سوم تقریباً کدام است؟



۵ / ۸ (۱)

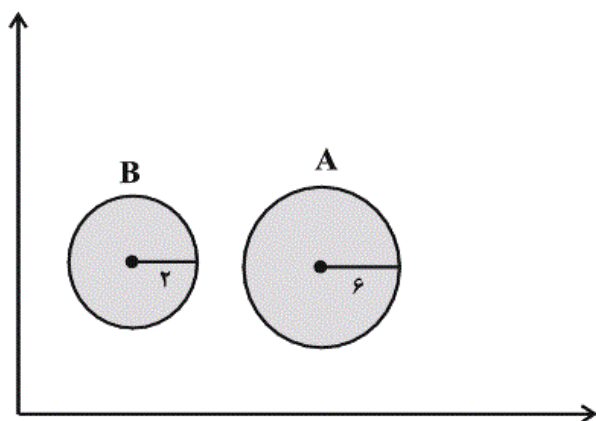
۵ / ۹ (۲)

۶ / ۵ (۳)

۶ / ۳ (۴)

آزمون ۶ مهر

۴۸- با توجه به نمودار حبابی زیر، نسبت متغیر سوم داده A به داده B کدام است؟



(۱) ۳

(۲) $\sqrt{3}$

(۳) ۸۱

(۴) ۹

آزمون ۶ مهر

۴۹- اگر زاویه بین هر دو شعاع مجاور در نمودار راداری برابر 15° باشد، چند متغیر در این نمودار

حضور دارند؟

(۴) ۱۸

(۳) ۲۰

(۲) ۲۴

(۱) ۱۵

آزمون ۶ مهر

۵۰- اگر نمره مریم در درس‌های A, B, C, D, E همه برابر ۱۸ شده باشد و او نمراتش را با نمودار

تار عنکبوتی نشان دهد، چه شکلی روی نمودار ایجاد می‌شود؟

(۲) ستاره

(۱) مربع

(۴) پنج ضلعی با اضلاع متفاوت

(۳) پنج ضلعی منتظم

آزمون ۶ مهر

۳۱-

(امیر زرانروز، چند اتحاد جبری و کاربردها، صفحه‌ی ۱۰ و ۱۱)

$$\underbrace{a^2 - b^2}_{\text{تجزیه به کمک اتحاد مزدوج}} = ۹۶ \Rightarrow (a - b)(\underbrace{a + b}_8) = ۹۶ \Rightarrow a - b = \frac{۹۶}{۸} = ۱۲$$

$$\Rightarrow \begin{cases} a + b = ۸ \\ a - b = ۱۲ \end{cases}$$

$$2a = ۲۰ \Rightarrow a = ۱۰ \Rightarrow b = -۲$$

$$\Rightarrow (a + 4b)^4 = (۱۰ - ۸)^4 = ۲^4 = ۱۶$$

۴

۳

۲

۱

آزمون ۶ مهر

۳۲-

(مهری ملارمضانی، چند اتحاد جبری و کاربردها، صفحه‌ی ۱۰ تا ۱۶)

ابتدا عبارت $4x^2 - 4x + 1$ را تجزیه می‌کنیم:

$$4x^2 - 4x + 1 = (2x)^2 - 2 \times (2x) \times (1) + 1^2 = (2x - 1)^2 = (2x - 1)(2x - 1)$$

پس عامل مشترک این دو عبارت به صورت $2x - 1$ است که اگر آن را با $ax + b$ معادل بگیریم، داریم:

$$2x - 1 = ax + b \Rightarrow \begin{cases} a = 2 \\ b = -1 \end{cases}$$

حال با تجزیه عبارت $4x^2 - cx$ بر حسب $2x - 1$ داریم:

$$4x^2 - cx = 2x\left(2x - \frac{c}{2}\right)$$

در نتیجه عبارت $2x - \frac{c}{2}$ همان $2x - 1$ است، پس نتیجه می‌گیریم:

$$-\frac{c}{2} = -1 \Rightarrow c = 2$$

۴

۳

۲

۱

آزمون ۶ مهر

ابتدا A و B را ساده می‌کنیم:

$$A = \frac{\frac{1}{x+3} - 1}{x+2} = \frac{\frac{1}{x+3} - \frac{x+3}{x+3}}{x+2} = \frac{\frac{1-x-3}{x+3}}{x+2} = \frac{\frac{-x-2}{x+3}}{\frac{x+2}{1}}$$

$$= \frac{(-x-2)(1)}{(x+3)(x+2)} = \frac{-(x+2)}{(x+3)(x+2)} = \frac{-1}{x+3}$$

$$B = \frac{1}{3-x} + \frac{x}{x^2-9} = \frac{1}{3-x} + \frac{x}{(x+3)(x-3)} = \frac{-1}{x-3} + \frac{x}{(x+3)(x-3)}$$

$$= \frac{(-1)(x+3) + x}{(x+3)(x-3)} = \frac{-x-3+x}{(x+3)(x-3)} = \frac{-3}{(x+3)(x-3)}$$

$$\frac{A}{B} = \frac{\frac{-1}{x+3}}{\frac{-3}{(x+3)(x-3)}} = \frac{-(x+3)(x-3)}{-3(x+3)} = \frac{x-3}{3}$$

۴

۳

۲ ✓

۱

آزمون ۶ مهر

(فرداد روشنی، حل معادله درجه ۲ و کاربردها، صفحه‌ی ۳۹ تا ۴۲)

$$2x^2 - 6x = 2m + 2x \Rightarrow 2x^2 - 8x = 2m \xrightarrow{\div 2} x^2 - 4x = m$$

$$\xrightarrow[\text{طرفین اضافه می‌کنیم}]{\text{مربع نصف ضریب } x \text{ را به}} x^2 - 4x + 4 = m + 4 \Rightarrow (x-2)^2 = m+4$$

$$\Rightarrow m+4=9 \Rightarrow m=5$$

۴ ✓

۳

۲

۱

آزمون ۶ مهر

(مهدي ملازمفاني، حل معادله درجه ۲ و کاربردها، صفحه ۴۳ تا ۴۸)

در معادله درجه دوم به فرم $ax^2 + bx + c = 0$ مجموع ریشه‌ها از رابطه $-\frac{b}{a}$ و

حاصل ضرب آنها از رابطه $\frac{c}{a}$ به دست می‌آید، لذا داریم:

$$\text{مجموع ریشه‌ها} = -\frac{b}{a} = 11 \quad (1)$$

$$\text{حاصل ضرب ریشه‌ها} = \frac{c}{a} = 24 \quad (2)$$

$$\xrightarrow{(2), (1)} \frac{-\frac{b}{a}}{\frac{c}{a}} = \frac{11}{24} \Rightarrow -\frac{b}{c} = \frac{11}{24} \Rightarrow \frac{b}{c} = -\frac{11}{24}$$

۴

۳

۲

۱ ✓

آزمون ۶ مهر

(امير زرانروز، حل معادله درجه ۲ و کاربردها، صفحه ۴۳ تا ۴۸)

ابتدا مجموع و حاصل ضرب ریشه‌ها را به دست می‌آوریم، سپس آنها را در فرمول

$$x^2 - Sx + P = 0 \text{ قرار می‌دهیم:}$$

$$S = x_1 + x_2 = \frac{3 + \sqrt{2}}{4} + \frac{3 - \sqrt{2}}{4} = \frac{6}{4} = \frac{3}{2}$$

$$P = x_1 \cdot x_2 = \left(\frac{3 + \sqrt{2}}{4}\right)\left(\frac{3 - \sqrt{2}}{4}\right) = \frac{9 - 2}{16} = \frac{7}{16}$$

$$x^2 - Sx + P = 0 \Rightarrow x^2 - \frac{3}{2}x + \frac{7}{16} = 0 \xrightarrow{\times 16}$$

$$16x^2 - 24x + 7 = 0 \text{ معادله مطلوب}$$

۴

۳

۲ ✓

۱

(عمید زرین‌کفش، معادله‌های شامل عبارت‌های گویا، صفحه‌ی ۴۹ تا ۵۴)

$$\frac{x-2}{x+2} - \frac{x+2}{x-2} = \Delta x \left(1 - \frac{x}{x-2}\right)$$

$$\Rightarrow \frac{x-2}{x+2} - \frac{x+2}{x-2} = \Delta x \left(\frac{x-2}{x-2} - \frac{x}{x-2}\right)$$

$$\Rightarrow \frac{x-2}{x+2} - \frac{x+2}{x-2} = \frac{\Delta x \times (-2)}{x-2}$$

$$\Rightarrow \frac{x-2}{x+2} = \frac{x+2}{x-2} + \frac{-1 \cdot x}{x-2}$$

$$\Rightarrow \frac{x-2}{x+2} = \frac{x+2-1 \cdot x}{x-2} \Rightarrow (x-2)^2 = (x+2)(2-9x)$$

$$x^2 - 4x + 4 = 2x - 9x^2 + 4 - 18x$$

$$10x^2 + 12x = 0 \Rightarrow 2x(5x+6) = 0 \Rightarrow \begin{cases} x=0 & \text{ق ق} \\ 5x+6=0 \Rightarrow x = \frac{-6}{5} & \text{ق ق} \end{cases}$$

۴

۳

۲

۱ ✓

(عمید زرین‌کفش، مفهوم تابع، صفحه‌ی ۵۶ تا ۶۵)

زیرا خطی موازی محور y ها وجود دارد که نمودار را در بیش از یک نقطه قطع

می‌کند.

۴

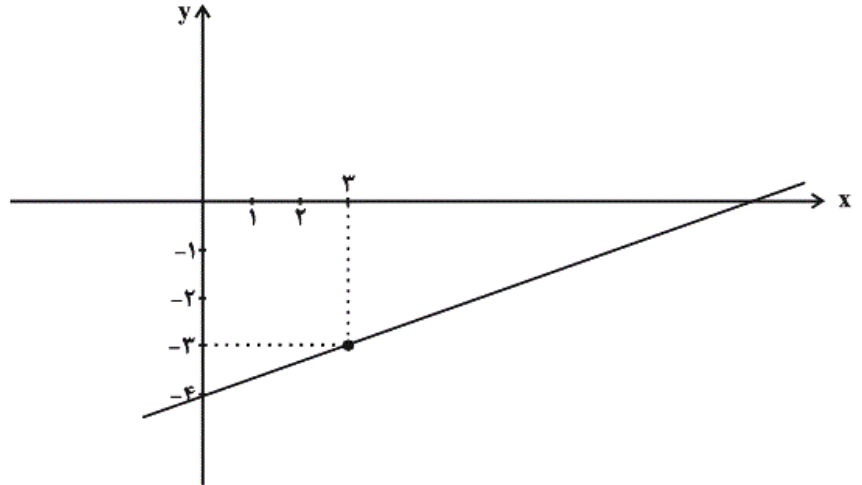
۳ ✓

۲

۱

با استفاده از جدول زیر و نقطه‌یابی داریم:

$$f(x) = \frac{1}{3}x - 4 \Rightarrow \begin{array}{c|cc} x & 0 & 3 \\ \hline f(x) & -4 & -3 \end{array}$$



پس نمودار تابع از ناحیه‌ی دوم عبور نمی‌کند.

 ۴

 ۳

 ۲

 ۱

آزمون ۶ مهر

(فرداد روشنی، نمودار تابع درجه‌ی ۲، صفحه‌ی ۷۹ تا ۸۶)

طول رأس سهمی $y = ax^2 + bx + c$ از رابطه $x = -\frac{b}{2a}$ بدست می‌آید، لذا

داریم:

$$x = \frac{-b}{2a} = \frac{2}{6} = \frac{1}{3} \Rightarrow m = \frac{1}{3}$$

حال با جایگذاری مقدار طول رأس سهمی در رابطه سهمی داریم:

$$f\left(\frac{1}{3}\right) = 3 \times \frac{1}{9} - \frac{2}{3} + 1 = \frac{1}{3} - \frac{2}{3} + 1 = \frac{2}{3}$$

$$\Rightarrow m + a = \frac{2}{3} \xrightarrow{m = \frac{1}{3}} \frac{1}{3} + a = \frac{2}{3} \Rightarrow a = \frac{1}{3}$$

 ۴

 ۳

 ۲

 ۱

آزمون ۶ مهر

-۴۱

(فرداد روشنی، ترکیبی، صفحه‌های ۴۵ تا ۴۷ و ۷۹ تا ۸۶)

تابع هزینه تولید x کالا از ضابطه $C(x) = 200x + 500$ و تابع درآمد به صورت زیر به دست می‌آید:

تابع هزینه - تابع درآمد = تابع سود

$$P(x) = R(x) - C(x) \Rightarrow \frac{-1}{3}x^2 + 250x - 500 = R(x) - (200x + 500)$$

$$\Rightarrow R(x) = \frac{-1}{3}x^2 + 450x$$

بیشترین مقدار تابع درآمد به ازای $x = -\frac{b}{2a}$ به دست می‌آید.

$$x = \frac{-b}{2a} = \frac{-450}{-\frac{2}{3}} = 675$$

۴

۳

۲ ✓

۱

آزمون ۶ مهر

-۴۲

(امیر زرانروز، گردآوری داده‌ها، صفحه‌ی ۹۵)

$$\text{مقدار آماره دایره‌های سیاه} = \frac{\text{تعداد دایره‌ها در نمونه}}{\text{تعداد کل اعضای نمونه}} = \frac{2}{5}$$

$$\text{مقدار پارامتر دایره‌های سیاه} = \frac{\text{تعداد دایره‌ها در جامعه}}{\text{تعداد کل اعضای جامعه}} = \frac{7}{18}$$

$$\text{حاصل ضرب مطلوب} = \frac{2}{5} \times \frac{7}{18} = \frac{7}{45}$$

۴ ✓

۳

۲

۱

آزمون ۶ مهر

-۴۳

(مهوبه مولوی، معیارهای گرایش به مرکز، صفحه‌ی ۱۰۲)

با توجه به آن که بیشترین فراوانی سنجیده می‌شود، لذا مد مناسب‌ترین شاخص مرکزی برای این داده‌ها است.

۴

۳ ✓

۲

۱

آزمون ۶ مهر

$$\begin{aligned} \text{میانگین اولیه} &= \frac{\text{مجموع داده‌های اولیه}}{\text{تعداد}} = \frac{1+2+3+4+5+999}{6} \\ &= \frac{1014}{6} = 169 \end{aligned}$$

عدد ۹۹۹ داده دور افتاده است، چون از بقیه داده‌ها خیلی بزرگتر است. لذا با حذف ۹۹۹ خواهیم داشت:

$$\begin{aligned} \text{میانگین جدید} &= \frac{\text{مجموع داده‌های جدید}}{\text{تعداد}} = \frac{1+2+3+4+5}{5} = \frac{15}{5} = 3 \\ \Rightarrow \text{اختلاف میانگین‌ها} &= 169 - 3 = 166 \end{aligned}$$

۴

۳

۲ ✓

۱

آزمون ۶ مهر

با توجه به مجموع کل داده‌ها ابتدا میانگین داده‌ها را به دست می‌آوریم:

$$\bar{x} = \frac{x_1 + x_2 + \dots + x_{20}}{20} = \frac{60}{20} = 3$$

سپس با استفاده از رابطه زیر و مجموع مربع‌های کل داده‌ها، واریانس را می‌یابیم:

$$\sigma^2 = \frac{x_1^2 + x_2^2 + \dots + x_{20}^2}{20} - (\bar{x})^2 = \frac{260}{20} - 9 = 13 - 9 = 4$$

$$\Rightarrow \sigma = \sqrt{4} = 2$$

۴

۳

۲ ✓

۱

آزمون ۶ مهر

(فرداد روشنی، نمودارهای یک متغیره، صفحه‌های ۱۱۶ و ۱۱۷)

با توجه به نمودار میله‌ای، داده‌ها را می‌نویسیم و با توجه به اینکه تعداد داده‌ها فرد است، به ترتیب میانه، چارک اول و چارک سوم را می‌یابیم:

۱, ۱, ۴, ۴, ۴, ۴, ۷, ۱۰, ۱۰, ۱۰, ۱۰, ۱۰, ۱۰

میانه = ۷

$$\text{چارک اول} = \frac{۴+۴}{۲} = ۴$$

$$\text{چارک سوم} = \frac{۱۰+۱۰}{۲} = ۱۰$$

$$\text{مجموع چارک‌های اول و سوم} = ۴+۱۰ = ۱۴$$

 ۴

 ۳

 ۲

 ۱

آزمون ۶ مهر

(فرداد روشنی، نمودارهای یک متغیره، صفحه‌های ۱۲۲ تا ۱۲۵)

ابتدا داده‌ها را می‌نویسیم و چون تعداد داده‌ها زوج است، لذا میانه برابر میانگین دو داده وسطی و چارک اول و چارک سوم به ترتیب میانه‌های داده‌های قبل و بعد از میانه است.

۱, ۱, ۲, ۴, ۴, ۴, ۴, ۴, ۵, ۵, ۵, ۶, ۶, ۷

$$\text{چارک سوم} = \frac{۴+۴}{۲} = ۴ \quad \text{میانه چارک اول}$$

$$\text{میانگین داده‌های بیش‌تر از چارک سوم} = \frac{۶+۶+۷}{۳} = ۶/۳ \Rightarrow \bar{x} = ۶, ۶, ۷$$

 ۴

 ۳

 ۲

 ۱

آزمون ۶ مهر

(فرداد روشنی، نمودارهای چند متغیره، صفحه‌های ۱۲۶ تا ۱۲۸)

متغیر سوم متناسب با مساحت دایره یا به عبارتی متناسب با مربع شعاع دایره است.

$$\frac{\text{متغیر سوم A}}{\text{متغیر سوم B}} = \frac{۶^۲}{۲^۲} = \frac{۳۶}{۴} = ۹$$

 ۴

 ۳

 ۲

 ۱

آزمون ۶ مهر

چون زاویه بین شعاع‌ها در نمودار راداری برابر است، لذا داریم:

$$\theta = \frac{360^\circ}{n} \quad \theta = 15^\circ \rightarrow n = \frac{360^\circ}{15^\circ} = 24$$

 ۴

 ۳

 ۲

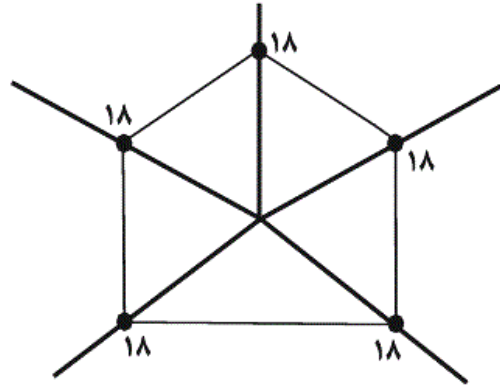
 ۱

آزمون ۶ مهر

(فرداد روشنی، نمودارهای چند متغیره، صفحه‌ی ۱۲۹ تا ۱۳۳)

چون نمره مریم در ۵ درس مساوی است، پس $\theta = \frac{360^\circ}{5} = 72^\circ$ و ۵ نیم خط

داریم و همه نقاط روی نیم خط‌ها دارای فاصله‌های مساوی از مرکز هستند.



لذا شکل نمودار راداری حاصل یک پنج ضلعی منتظم می‌باشد.

 ۴

 ۳

 ۲

 ۱

آزمون ۶ مهر