



سایت ویژه ریاضیات www.riazisara.ir

درسنامه ها و جزوه های ریاضی

سوالات و پاسخنامه تشریحی کنکور

نمونه سوالات امتحانات ریاضی

نرم افزارهای ریاضیات

...

(@riazisara)

ریاضی سرا در تلگرام:



<https://t.me/riazisara>

(@riazisara.ir) ریاضی سرا در اینستاگرام:



<https://www.instagram.com/riazisara.ir>

۶۱- کدام یک از گزینه‌های زیر در مورد مجموعه $E = \{a, \{b\}, \{a, b\}\}$ درست نیست؟

$\{a, b\} \subseteq E$ (۲)

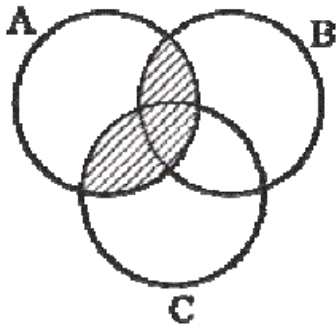
$\{b\} \in E$ (۱)

$a \in E$ (۴)

$\{a\} \notin E$ (۳)

آزمون 6 مهر

۶۲- در شکل زیر، قسمت هاشور خورده با کدام گزینه برابر است؟



$(A \cap B) \cup C$ (۱)

$(A \cup B) \cap (A \cup C)$ (۲)

$(B \cup C) \cap A$ (۳)

$(A \cup C) \cap B$ (۴)

آزمون 6 مهر

۶۳- اگر یک تاس سالم را بیاندازیم، نسبت احتمال آن که عدد رو شده اول باشد به احتمال آن که عدد

رو شده فرد یا زوج باشد، چقدر است؟

$$\frac{1}{2} \quad (۲)$$

۱ (۱)

$$\frac{2}{3} \quad (۴)$$

۲ (۳)

آزمون 6 مهر

۶۴- حاصل عبارت $۰/۰۲۷۷ \times ۱۰^۸ + ۶۸/۴ \times ۱۰^۵$ به صورت نماد علمی در کدام گزینه آمده است؟

$$۹/۶۱ \times ۱۰^۶ \quad (۲)$$

$$۹/۶۱ \times ۱۰^۲ \quad (۱)$$

$$۹/۶۶ \times ۱۰^۲ \quad (۴)$$

$$۹/۶۶ \times ۱۰^۶ \quad (۳)$$

آزمون 6 مهر

۶۵- اگر $x < 0$ ، $y < 0$ و $|y| < |x|$ ، حاصل عبارت $\sqrt{y^2} + \sqrt[3]{x^3} + \sqrt{(x-y)^2} + \sqrt[3]{-(x-y)^3}$

همواره کدام است؟

$$2x \quad (۲)$$

$$2y \quad (۱)$$

$$y - x \quad (۴)$$

$$x - y \quad (۳)$$

آزمون 6 مهر

۶۶- مجموعه اعداد صحیح بین دو عدد $\sqrt{15} + 15$ و $20 - \sqrt{20}$ کدام است؟

(۲) $\{-11, -10, \dots, 14, 15\}$

(۱) $\{-11, -10, \dots, 15, 16\}$

(۴) $\{-12, -11, \dots, 15, 16\}$

(۳) $\{-12, -10, \dots, 14, 15\}$

آزمون 6 مهر

۶۷- حاصل عبارت $(-\sqrt{2})^{-1})^2 - \frac{(\sqrt{6} - \sqrt{3})(\sqrt{2} + 1)}{\sqrt{27}}$ کدام است؟

(۴) $\frac{5}{6}$

(۳) $-\frac{5}{6}$

(۲) $2\frac{1}{2}$

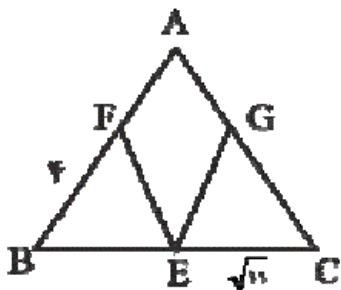
(۱) $-\frac{1}{6}$

آزمون 6 مهر

۶۸- در مثلث متساوی الساقین ABC ($AB = AC$)، از پای نیمساز زاویه A پاره خط EF و

EG را طوری رسم کرده ایم که $\frac{BF}{AF} = 2$ و $\frac{CG}{AG} = 2$ باشد، مساحت مثلث ABC کدام

است؟



(۲) $10\sqrt{11}$

(۱) $5\sqrt{11}$

(۴) ۳۶

(۳) ۱۸

آزمون 6 مهر

۶۹- حجم یک جعبه به شکل مکعب مستطیل برابر $x^3 + 6x^2 + 11x + 6$ است. اگر طول و عرض

این مکعب به ترتیب برابر $(x+3)$ و $(x+1)$ باشد، ارتفاع آن کدام است؟

$x+1$ (۴)

$x+4$ (۳)

$x-1$ (۲)

$x+2$ (۱)

آزمون 6 مهر

۷۰- ساده شده عبارت تعریف شده زیر کدام است؟

$$A = \frac{bx^2 - 5bx - 5 \cdot b}{ax^2 + 2ax - 15a}$$

$\frac{bx + 1 \cdot b}{ax + 3a}$ (۲)

$\frac{bx - 1 \cdot b}{ax - 3a}$ (۱)

$\frac{bx - 1 \cdot b}{ax + 3a}$ (۴)

$\frac{bx + 1 \cdot b}{ax - 3a}$ (۳)

آزمون 6 مهر

۷۱- اگر محل تقاطع دو خط $(a-2)y + ax = a$ و $(a+2)y - ax = 1$ نقطه‌ای روی محور

طول‌ها باشد، فاصله بین محل تقاطع هریک از خط‌ها با محور عرض‌ها کدام است؟ ($a \neq 0$)

$\frac{2}{3}$ (۲)

(۱) صفر

۲ (۴)

$\frac{4}{3}$ (۳)

۷۲- در دستگاه معادلات زیر، حاصل $x - y$ کدام است؟

$$\begin{cases} \frac{x-1}{4} - \frac{y-1}{6} = \frac{1}{12} \\ 2x + 2y = 8 \end{cases}$$

(۴) صفر

(۳) ۲

(۲) -۱

(۱) ۱

۷۳- اگر دستگاه معادله‌های خطی $\begin{cases} 2x + ay - 5 = 0 \\ bx + 6y + 10 = 0 \end{cases}$ بی‌شمار جواب داشته باشد، مقدار $(a + b)$

کدام است؟

(۴) -۴

(۳) ۴

(۲) -۷

(۱) ۷

۷۴- چند عدد طبیعی در نامعادله $7x + 3 < 2x + 8$ صدق می‌کند؟

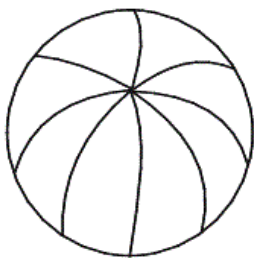
(۴) ۳

(۳) ۲

(۲) ۱

(۱) صفر

۷۵- مطابق شکل زیر، کره‌ای توپُر را به ۸ قسمت برابر تقسیم می‌کنیم. مجموع مساحت‌های جانبی کل



این ۸ تیکه چند برابر مساحت کره اولیه است؟

(۱) $\frac{5}{2}$

(۲) ۳

(۳) ۲

(۴) $\frac{3}{2}$

آزمون 6 مهر

۷۶- نسبت سطح کره‌ای به ۳ برابر حجم آن وقتی شعاع را R در نظر بگیریم، چقدر است؟ ($R \neq 1$)

(۱) $\frac{R}{3}$

(۲) $3R$

(۳) $\frac{1}{R}$

(۴) R

آزمون 6 مهر

۷۷- حجم هرمی با قاعده مربع و وجه‌هایی به شکل مثلث‌های متساوی‌الاضلاع به ضلع a ، کدام

است؟ ($a \neq 1$)

$$\frac{\sqrt{2}}{3} a^3 \quad (2)$$

$$\frac{\sqrt{2}}{6} a^2 \quad (1)$$

$$\frac{\sqrt{2}}{2} a^3 \quad (4)$$

$$\frac{\sqrt{2}}{6} a^3 \quad (3)$$

آزمون 6 مهر

۷۸- مثلث ABC به اضلاع $AB = 5$ ، $AC = 12$ و $BC = 13$ را حول ضلع BC دوران داده‌ایم.

حجم شکل حاصل چقدر می‌باشد؟

$$\frac{1200}{13} \pi \quad (2)$$

$$\frac{1000}{13} \pi \quad (1)$$

$$\frac{1400}{13} \pi \quad (4)$$

$$\frac{800}{13} \pi \quad (3)$$

آزمون 6 مهر

۷۹- قاعده یک هرم، مثلثی به اضلاع ۸، ۱۵ و ۱۷ می‌باشد. اگر ارتفاع هرم ۱۰ باشد، حجم آن کدام

است؟

۱۴۵ (۴)

۹۰ (۳)

۲۰۰ (۲)

۱۲۰ (۱)

۸۰- در کره‌ای به شعاع ۱۵ مخروطی به شعاع قاعده ۱۲ محاط شده است، اندازه ارتفاع مخروط کدام

می‌تواند باشد؟

۱۸ (۴)

۹ (۳)

۲۴ (۲)

۱۵ (۱)

-۶۱

«مصدر پورا آمدی»

گزینه «۲»: $\{a, b\}$ یکی از عضوهای مجموعه است ولی زیرمجموعه E نیست.

گزینه‌های «۱» و «۴» درست هستند، زیرا مجموعه E یک مجموعه سه عضوی

است و $\{b\} \in E$ ، $a \in E$ ، $\{a, b\} \in E$

دقت کنید $a \in E$ ولی $\{a\} \notin E$

(صفحه‌های ۲ تا ۱۰ کتاب درسی) (مجموعه‌ها)

۴

۳

۲

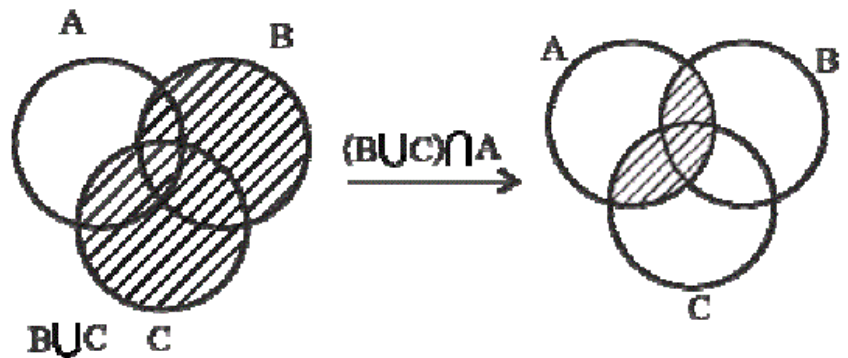
۱

آزمون 6 مهر

-۶۲

«شکلیب ریجی»

با توجه به شکل زیر داریم:



(صفحه‌های ۱۱ تا ۱۴ کتاب درسی) (مجموعه‌ها)

۴

۳

۲

۱

آزمون 6 مهر

$S = \{1, 2, 3, 4, 5, 6\}$: مجموعه کل حالت‌های ممکن در پرتاب یک تاس

$A = \{2, 3, 5\}$: پیشامد آن که عدد رو شده اول باشد

$$P(A) = \frac{n(A)}{n(S)} = \frac{3}{6} = \frac{1}{2}$$

$B = \{1, 2, 3, 4, 5, 6\}$: پیشامد آن که عدد رو شده فرد یا زوج باشد

$$P(B) = \frac{n(B)}{n(S)} = \frac{6}{6} = 1$$

$$\Rightarrow \frac{P(A)}{P(B)} = \frac{\frac{1}{2}}{1} = \frac{1}{2}$$

(صفحه‌های ۱۵ تا ۱۷ کتاب درسی) (مجموعه‌ها)

 ۴

 ۳

 ۲

 ۱

آزمون 6 مهر

$$684 \times 10^4 + 277 \times 10^4 = 10^4 \times (684 + 277)$$

$$= 961 \times 10^4 = 9/61 \times 10^6$$

(صفحه‌های ۶۵ تا ۶۷ کتاب درسی) (توان و ریشه)

 ۴

 ۳

 ۲

 ۱

آزمون 6 مهر

$$\sqrt{y^2} = |y| \xrightarrow{y < 0} \sqrt{y^2} = -y$$

$$\sqrt[3]{x^3} = x \text{ (چون ریشه فرد است، به علامت } x \text{ ربطی ندارد)}$$

$$\sqrt{(x-y)^2} = |x-y| \xrightarrow{\substack{x < 0, y < 0 \\ |y| < |x|}} x-y < 0$$

$$\Rightarrow \sqrt{(x-y)^2} = y-x$$

$$\sqrt[3]{-(x-y)^3} = -\sqrt[3]{(x-y)^3} = -(x-y) = y-x$$

$$\begin{aligned} \Rightarrow \sqrt{y^2} + \sqrt[3]{x^3} + \sqrt{(x-y)^2} + \sqrt[3]{-(x-y)^3} \\ = -y + x + y - x + y - x = y - x \end{aligned}$$

(صفحه‌های ۲۸ و ۶۸ تا ۷۲ کتاب درسی) (ترکیبی)

۴ ✓

۳

۲

۱

آزمون 6 مهر

عدد ۲۰ بین دو عدد مربع کامل ۱۶ و ۲۵ قرار دارد، پس $4 < \sqrt{20} < 5$ خواهد بود.

$$4 < \sqrt{20} < 5 \xrightarrow{\times(-1)} -4 > -\sqrt{20} > -5 \xrightarrow{+20} 16 > 20 - \sqrt{20} > 15$$

عدد ۱۵ بین دو عدد مربع کامل ۹ و ۱۶ قرار دارد، پس $3 < \sqrt{15} < 4$ خواهد بود.

$$3 < \sqrt{15} < 4 \xrightarrow{-15} 3-15 < -15 + \sqrt{15} < 4-15$$

$$\Rightarrow -12 < -15 + \sqrt{15} < -11$$

پس مجموعه اعداد صحیح بین دو عدد مورد نظر به صورت زیر خواهد بود:

$$\{-11, -10, -9, \dots, 14, 15\}$$

(صفحه‌های ۲۳ تا ۲۷ کتاب درسی) (عددهای حقیقی)

۴

۳

۲ ✓

۱

آزمون 6 مهر

$$\begin{aligned} & \frac{(\sqrt{6}-\sqrt{3})(\sqrt{2}+1)}{\sqrt{27}} - (-(\sqrt{2})^{-1})^2 \\ &= \frac{\sqrt{12} + \sqrt{6} - \sqrt{6} - \sqrt{3}}{3\sqrt{3}} - (-\frac{1}{\sqrt{2}})^2 \\ &= \frac{2\sqrt{3} - \sqrt{3}}{3\sqrt{3}} - \frac{1}{2} = \frac{\sqrt{3}}{3\sqrt{3}} - \frac{1}{2} = \frac{1}{3} - \frac{1}{2} = \frac{2-3}{6} = -\frac{1}{6} \end{aligned}$$

(صفه‌های ۷۳ تا ۷۷ کتاب درسی) (توان و ریشه)

۴

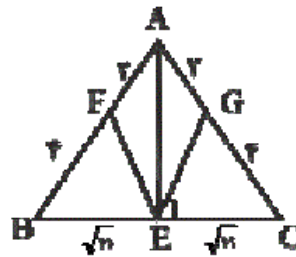
۳

۲

۱ ✓

آزمون 6 مهر

دو ساق مثلث متساوی الساقین با یکدیگر برابرند، پس دو پاره خط BF و CG که ۲ قسمت از ۳ قسمت ساق‌ها هستند نیز با یکدیگر برابرند. همچنین می‌دانیم در مثلث متساوی الساقین، پای نیم‌ساز (E)، پای عمود منصف و ارتفاع وارد بر ضلع BC نیز است.



$$\begin{aligned} \Delta AEC: AE \perp EC &\Rightarrow AE^2 + EC^2 = AC^2 \\ &\Rightarrow AE = 5 \end{aligned}$$

$$S_{\Delta ABC} = \frac{AE \times BC}{2} = \frac{5 \times 2\sqrt{11}}{2} = 5\sqrt{11}$$

(صفه‌های ۴۴ تا ۴۸ کتاب درسی) (استدلال و اثبات در هندسه)

۴

۳

۲

۱ ✓

آزمون 6 مهر

کافی است خارج قسمت تقسیم $x^3 + 6x^2 + 11x + 6$ را بر

$$(x+1)(x+3) = x^2 + 4x + 3$$

مستطیل برابر $x+2$ می‌باشد.

$$x^3 + 6x^2 + 11x + 6 \quad \Big| \quad x^2 + 4x + 3$$

$$\underline{-x^3 - 4x^2 - 3x} \qquad x+2$$

$$2x^2 + 8x + 6$$

$$\underline{-2x^2 - 8x - 6}$$

۰

(صفه‌های ۱۲۶ تا ۱۲۹ کتاب درسی) (عبارت‌های گویا)

«علی ارجمند»

$$A = \frac{b(x^2 - 5x - 50)}{a(x^2 + 2x - 15)} = \frac{b(x-10)(x+5)}{a(x+5)(x-3)}$$

$$= \frac{b(x-10)}{a(x-3)} = \frac{bx-10b}{ax-3a}$$

(صفحه‌های ۱۱۴ تا ۱۲۵ کتاب درسی) (عبارت‌های گویا)

۴

۳

۲

۱ ✓

«مهرزاد فاطمی»

ابتدا طول از مبدأ خط $(a-2)y + ax = a$ را به دست می‌آوریم.

$$(a-2)y + ax = a \xrightarrow{y=0} x=1$$

مختصات این نقطه در معادله خط $(a+2)y - ax = 1$ صدق می‌کند.

$$(a+2)(0) - a = 1 \Rightarrow a = -1$$

حال با مشخص شدن معادله این دو خط محل تلاقی‌شان با محور عرض‌ها را به دست می‌آوریم:

$$\begin{cases} -3y - x = -1 \xrightarrow{x=0} y_1 = \frac{1}{3} \\ y + x = 1 \xrightarrow{x=0} y_2 = 1 \end{cases}$$

فاصله محل تلاقی هریک از خط‌ها با محور y ها از یکدیگر برابر است با:

$$|y_1 - y_2| = \frac{2}{3}$$

(صفحه‌های ۱۰۲ تا ۱۰۷ کتاب درسی) (قط و معادله‌های قطبی)

۴

۳

۲ ✓

۱

$$\begin{cases} \frac{x-1}{4} - \frac{y-1}{6} = \frac{1}{12} \\ 2x+2y=8 \end{cases} \xrightarrow{\times 12} \begin{cases} 3x-3-2y+2=1 \\ 2x+2y=8 \end{cases}$$

$$\Rightarrow \begin{cases} 3x-2y=2 \\ 2x+2y=8 \end{cases} \Rightarrow 5x=10 \Rightarrow x=2 \Rightarrow y=2 \Rightarrow x-y=0$$

(صفحه‌های ۱۰۸ تا ۱۱۲ کتاب درسی) (فقط و معادله‌های فطی)

 ۴

 ۳

 ۲

 ۱

آزمون 6 مهر

اگر تمام ضریب‌های عددی یک معادله خط را در یک عدد ضرب کنیم، معادله خط تغییر نخواهد کرد، علاوه بر آن یک دستگاه معادله خطی هنگامی بی‌شمار جواب دارد که هر دو معادله یکی باشند، بنابراین باید داشته باشیم:

$$\frac{2}{b} = \frac{a}{6} = -\frac{5}{10} \Rightarrow \frac{2}{b} = \frac{a}{6} = -\frac{1}{2}$$

$$\Rightarrow b = -4, a = -3 \Rightarrow a + b = -7$$

(صفحه‌های ۱۰۸ تا ۱۱۲ کتاب درسی) (فقط و معادله‌های فطی)

 ۴

 ۳

 ۲

 ۱

آزمون 6 مهر

$$7x+3 < 2x+8 \Rightarrow 5x < 5 \Rightarrow x < 1$$

هیچ عدد طبیعی در نامعادله فوق صدق نمی‌کند.

(صفحه‌های ۹۰ تا ۹۴ کتاب درسی) (عبارت‌های جبری)

 ۴

 ۳

 ۲

 ۱

آزمون 6 مهر

مساحت هر قسمت از ۲ بخش نیم‌دایره با شعاع کره و یک بخش کروی به اندازه $\frac{1}{8}$

برابر کل مساحت کره موجود است. (a : شعاع کره)

$$S_{\frac{1}{8} \text{ کره}} = 2 \times \frac{1}{2} \times \pi \times a^2 + \frac{1}{8} (4\pi a^2) = \pi a^2 + \frac{1}{2} \pi a^2 = \frac{3}{2} \pi a^2$$

$$\Rightarrow 8S_{\frac{1}{8} \text{ کره}} = 12\pi a^2$$

$$S_{\text{کل}} = 4\pi a^2 \Rightarrow \frac{8S_{\frac{1}{8} \text{ کره}}}{S_{\text{کل}}} = \frac{12\pi a^2}{4\pi a^2} = 3$$

(صفحه‌های ۱۳۱ تا ۱۳۴ کتاب درسی) (همچ و مساحت)

 ۴

 ۳

 ۲

 ۱

آزمون 6 مهر

برای یک کره به شعاع R داریم:

$$\frac{S}{3 \times V} = \frac{4\pi R^2}{3 \times \frac{4}{3} \times \pi R^3} = \frac{1}{R}$$

(صفحه‌های ۱۳۱ تا ۱۳۴ کتاب درسی) (همچ و مساحت)

 ۴

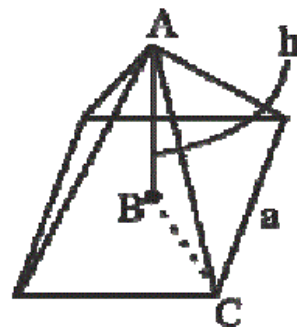
 ۳

 ۲

 ۱

آزمون 6 مهر

اندازه تمام ضلع‌های مثلث‌های متساوی‌الاضلاع و ضلع مربع قاعده برابر با a می‌باشد.



$\hat{ABC} = 90^\circ \Rightarrow AB$ ارتفاع وارد بر قاعده: در مثلث ABC

مثلث ABC قائم‌الزاویه است.

$$\xrightarrow{\text{رابطه فیثاغورس}} AC^2 = AB^2 + BC^2 (*)$$

از طرفی در مربع داریم:

$$\sqrt{2}a = 2BC \Rightarrow \text{قطر مربع} = \sqrt{2}a = 2BC$$

$$\Rightarrow BC = \frac{\sqrt{2}}{2}a \xrightarrow{(*)} a^2 = h^2 + \frac{1}{2}a^2$$

$$\Rightarrow h^2 = \frac{a^2}{2} \Rightarrow h = \frac{\sqrt{2}}{2}a$$

$$V_{\text{هرم}} = \frac{1}{3}Sh = \frac{1}{3}a^2 \times h = \frac{1}{3}a^2 \times \frac{\sqrt{2}}{2}a = \frac{\sqrt{2}}{6}a^3$$

(صفحه‌های ۱۳۵ تا ۱۳۹ کتاب درسی) (مجموع و مساحت)

۴

۳ ✓

۲

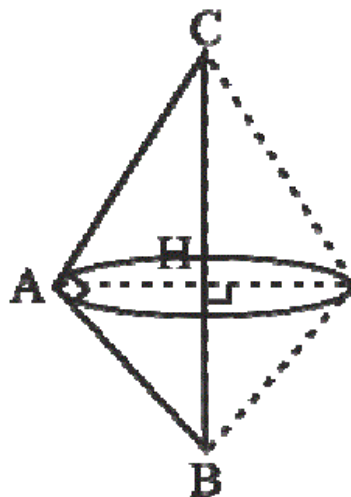
۱

ابتدا توجه کنید که:

$$AB^2 + AC^2 = 5^2 + 12^2 = 13^2 = BC^2$$

بنابراین مثلث ABC ، قائم الزاویه می‌باشد و ضلع BC وتر است.

با توجه به شکل زیر از دوران مثلث حول ضلع BC دو مخروط تشکیل می‌شود که شعاع هر دو برابر با AH و ارتفاع آن‌ها برابر با CH و BH می‌باشد. بنابراین:



$$AH \times BC = AB \times AC \Rightarrow AH = \frac{60}{13}$$

$$V_{\text{کل}} : \frac{1}{3}\pi AH^2 \times CH + \frac{1}{3}\pi AH^2 \times BH = \frac{1}{3}\pi \times AH^2 \times BC$$

$$= \frac{1}{3}\pi \times \frac{60^2}{13^2} \times 13 = \frac{1200}{13}\pi$$

(صفحه‌های ۱۴۰ تا ۱۴۳ کتاب درسی) (جمع و مساحت)

۴

۳

۲ ✓

۱

آزمون 6 مهر

اعداد ۸، ۱۵ و ۱۷ تشکیل یک مثلث قائم‌الزاویه را می‌دهند، زیرا رابطه فیثاغورس

برای آن‌ها صدق می‌کند.

$$17^2 = 15^2 + 8^2$$

$$\Rightarrow \text{مساحت قاعده} = \frac{8 \times 15}{2} = 60$$

$$\text{حجم هرم} = \frac{1}{3} Sh = \frac{1}{3} \times 60 \times 10 = 200$$

(صفحه‌های ۱۳۵ تا ۱۳۹ کتاب درسی) (مهم و مسامت)

 ۴

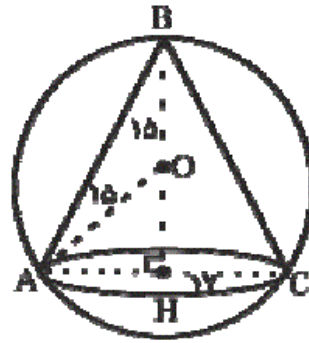
 ۳

 ۲

 ۱

آزمون 6 مهر

در مثلث AOH داریم:



$$\begin{aligned} OA^2 &= OH^2 + AH^2 \\ \Rightarrow 225 &= 144 + OH^2 \\ \Rightarrow OH^2 &= 225 - 144 \\ \Rightarrow OH^2 &= 81 \Rightarrow OH = 9 \end{aligned}$$

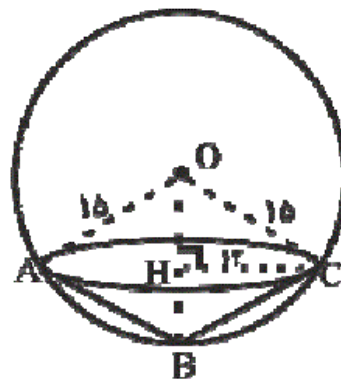
بنابراین:

$$BH = BO + OH = 15 + 9 = 24$$

مطابق شکل زیر، اگر ارتفاع این مخروط کوچک‌تر از شعاع کره بود، محاسبات

به صورت زیر انجام می‌شود.

$$BH = BO - OH = 15 - 9 = 6$$



پاسخ دیگر سوال در میان گزینه‌ها نیست.

(صفحه‌های ۱۳۱ تا ۱۳۴ و ۱۳۹ کتاب درسی) (معم و مسامت)

۴

۳

۲ ✓

۱

آزمون 6 مهر