سایت ویژه ریاضیات www.riazisara.ir

درســـنامه ها و جـــزوه های ریاضـــی

سوالات و پاسخنامه تشریحی کنکور

نمونه سوالات امتحانات ریاضی

نرم افزارهای ریاضیات

و...

ریاضی سرا در تلگرام: (@riazisara)

https://t.me/riazisara

ریاضی سرا در اینستاگرام: (@riazisara.ir)

https://www.instagram.com/riazisara.ir

دانلود از سایت ریاضی سرا
www.riazisara.ir

ریاضي پیش‌دانشگاهي - 20 سوال

۶۱- جعبهٔ A شامل ۴ مهرهٔ سفید و ۵ مهرهٔ سیاه و جعبهٔ B شامل ۳ مهرهٔ سفید و ۳ مهرهٔ سیاه است. از جعبهٔ A مهره‌ای خارج کرده و بدون نگاه کردن در جعبهٔ B قرار می‌دهیم. حال از جعبهٔ B مهره‌ای به تصادف خارج می‌کنیم. احتمال سفیدبودن مهره کدام است؟

۱) $\frac{۳۱}{۶۳}$ ۲) $\frac{۱۸۱}{۳۲۴}$ ۳) $\frac{۳۲}{۶۳}$ ۴) $\frac{۱۰۱}{۳۲۴}$

آزمون 6 مهر

۶۲- احتمال به هدف‌زدن تیر $\frac{۱}{۳}$ می‌باشد؛ با چه احتمالی تیرانداز از ۵ پرتاب خود یک‌درمیان تیرها را به‌هدف می‌زند؟

۱) $\frac{۸}{۸۱}$ ۲) $\frac{۹}{۶۴}$ ۳) $\frac{۳}{۶۴}$ ۴) $\frac{۴}{۸۱}$

آزمون 6 مهر

۶۳- روی وجه‌های دو تاس مشابه، اعداد ۳-، ۲-، ۱-، ۱، ۲ و ۳ نوشته شده است. اگر این دو تاس را ۴ بار با هم پرتاب کنیم، احتمال آن‌که ۲ بار مجموع اعداد ظاهر شده صفر باشد، کدام است؟

۱) $\frac{۷}{۱۰۸}$ ۲) $\frac{۱}{۳۶}$ ۳) $\frac{۲۵}{۲۱۶}$ ۴) $\frac{۱۹}{۷۲}$

آزمون 6 مهر

۶۴- هر دو ریشهٔ معادلهٔ $x^۲ - ۲(a-۲)x = a - ۱۴$ اعداد حقیقی متمایز مثبت هستند. اگر (m,n) بزرگ‌ترین بازهٔ ممکن برای مقادیر قابل قبول a باشد، حاصل $m+n$ کدام است؟

۱) ۹ ۲) ۱۰ ۳) ۱۴ ۴) ۱۹

آزمون 6 مهر

۶۵- اگر $f(x) = \log(\sqrt{x^۲+۱} - x)$ باشد، آن‌گاه حاصل $f^{-۱}(x) + f^{-۱}(-x)$ کدام است؟

۱) x ۲) $۱۰^x - ۱۰^{-x}$ ۳) صفر ۴) $x-۱$

آزمون 6 مهر

۶۶- جواب کلی معادلهٔ $۲\cos^۲ x + \sin ۲x = ۱$ کدام است؟

۱) $\frac{k\pi}{۲} + \frac{\pi}{۸}$ ۲) $\frac{k\pi}{۲} - \frac{\pi}{۸}$ ۳) $k\pi - \frac{\pi}{۸}$ ۴) $k\pi + \frac{\pi}{۸}$

آزمون 6 مهر

۶۷- اگر $|x^۲ - ۱| < |x-۱|$، آن‌گاه حاصل $[x]$ کدام است؟ ($[\ ]$، نماد جزء صحیح است.)

۱) صفر ۲) ۱- یا ۲- ۳) صفر یا ۱- ۴) ۱-

آزمون 6 مهر

۶۸- اگر α و β جواب‌های معادلهٔ $x^۲ - ۷x + ۱ = ۰$ باشند، $\beta\sqrt{\alpha}$ و $\alpha\sqrt{\beta}$ جواب‌های کدام معادله است؟

۱) $x^۲ - ۳x + ۱ = ۰$

۲) $x^۲ + ۳x + ۱ = ۰$

۳) $x^۲ - ۳x + ۲ = ۰$

۴) $x^۲ + ۳x - ۲ = ۰$

آزمون 6 مهر

۶۹- بزرگترین کران پایین دنبالهٔ $a_n = \frac{۳n-۱}{۵n+۴}$ کدام است؟

۱) $\frac{۳}{۵}$ ۲) $\frac{۲}{۳}$ ۳) $\frac{۲}{۹}$ ۴) صفر

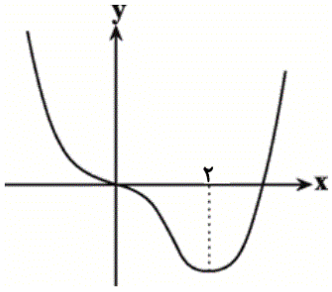
آزمون 6 مهر

۷۰- تابع $f(x) = \begin{cases} \ln\frac{e^۲}{x} & ; x > ۱ \\ x^۲ - ax + b & ; x \le ۱ \end{cases}$ در $x = ۱$ مشتق‌پذیر است. b کدام است؟

۱) ۴ ۲) ۱ ۳) -۱ ۴) ۲

آزمون 6 مهر

۷۱- اگر نمودار تابع $y = x^۴ - ax^۳ + b$ به‌صورت مقابل باشد، مقدار مثبت طول نقطهٔ عطف تابع کدام است؟



۱) $\frac{۳}{۲}$ ۲) $\frac{۴}{۳}$

۳) $\frac{۵}{۲}$ ۴) $\frac{۲}{۳}$

آزمون 6 مهر

۷۲- اگر تابع $y = \frac{x^۳}{۶} - mx^۲ + x$، اکسترمم نسبی نداشته باشد، کمترین طول ممکن برای نقطهٔ عطف آن کدام است؟

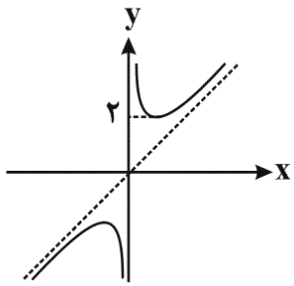
۱) $-\frac{\sqrt{۲}}{۲}$ ۲) $-\sqrt{۲}$ ۳) -۲ ۴) -۱

آزمون 6 مهر

www.riazisara.ir

دانلود از سایت ریاضی سرا

۷۳- اگر شکل زیر نمودار تابع $y=\frac{۲x^۲+a}{x-b}$ باشد، آن‌گاه $۲a+b$ کدام است؟



۱) $\frac{۱}{۲}$

۲) ۱

۳) $\frac{۳}{۲}$

۴) ۲

آزمون 6 مهر

۷۴- خط عمود بر منحنی $y=\frac{x^۳}{۳}+\frac{x^۲}{۲}-x$ در نقطه‌ای با طول مثبت، با جهت مثبت محور xها زاویهٔ ۱۳۵° می‌سازد. مساحت مثلث حاصل از برخورد این خط با محورهای مختصات کدام است؟

۱) $\frac{۵}{۶}$ ۲) $\frac{۲۵}{۳۶}$ ۳) $\frac{۲۵}{۷۲}$ ۴) $\frac{۵}{۱۲}$

آزمون 6 مهر

۷۵- بیش‌ترین فاصلهٔ نقطهٔ $A(۳,۴)$ از نقاط دایره به معادلهٔ $x^۲+y^۲+۲x-۲y+۱=۰$ کدام است؟

۱) ۳ ۲) ۴ ۳) ۵ ۴) ۶

آزمون 6 مهر

۷۶- یک سهمی محور xها را با طول‌های ۲ و ۲- و محور yها را با عرض (-۱) قطع می‌کند. اگر محور کانونی این سهمی موازی یکی از محورهای مختصات باشد، فاصلهٔ بین کانون و خط هادی این سهمی کدام است؟

۱) $\frac{۱}{۸}$ ۲) $\frac{۱}{۴}$ ۳) ۲ ۴) ۴

آزمون 6 مهر

۷۷- محور تقارن هذلولی به معادلهٔ $۴y^۲=x^۲-x$، آن را در دو نقطه قطع می‌کند. مجموع طول‌های این دو نقطه کدام است؟

۱) صفر ۲) ۱ ۳) ۲ ۴) ۴

آزمون 6 مهر

۷۸- اگر $\int f(x)dx=x\sqrt[۳]{x}+C$، آن‌گاه $\int\frac{۸}{f(x)}dx$ کدام است؟ (C و C' عددهای ثابت هستند.)

۱) $۳\sqrt[۳]{x}+C'$ ۲) $۹\sqrt[۳]{x}+C'$

۳) $۳\sqrt[۳]{x^۲}+C'$ ۴) $۹\sqrt[۳]{x^۲}+C'$

آزمون 6 مهر

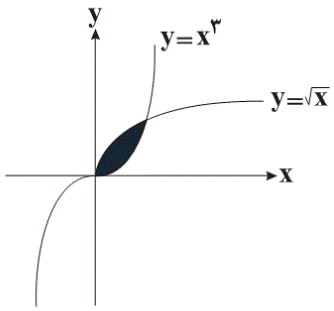
www.riazisara.ir دانلود از سایت ریاضی سرا

۷۹- اگر $f(x)=\int_{۲}^{x}\frac{t+۱}{\sqrt{۱+۴t}}dt$، مشتق تابع $y=xf(x)$ در $x=۲$ کدام است؟

۱) ۱ ۲) ۲ ۳) ۳ ۴) ۴

آزمون 6 مهر

۸۰- مساحت ناحیهٔ هاشورزده در شکل مقابل کدام است؟



۱) $\frac{۵}{۱۲}$

۲) $\frac{۲}{۳}$

۳) $\frac{۱}{۳}$

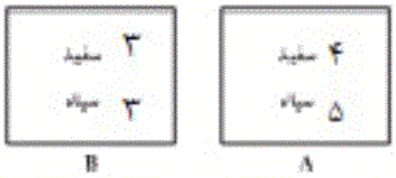
۴) $\frac{۵}{۶}$

آزمون 6 مهر

دانلود از سایت ریاضی سرا www.riazisara.ir

دانلود از سایت ریاضی سرا
www.riazisara.ir

۶۱- گزینهٔ «۱» *(جمال‌الدین حسینی)*



A_1 : پیشامد سفید بودن مهرهٔ خارج شده از جعبهٔ A

A_2 : پیشامد سیاه بودن مهرهٔ خارج‌شده از جعبهٔ A

B : پیشامد سفید بودن مهرهٔ خارج شده از جعبهٔ B

$$P(B)=P(A_1)P(B\mid A_1)+P(A_2)P(B\mid A_2)=\frac{۴}{۹}\times\frac{۴}{۷}+\frac{۵}{۹}\times\frac{۳}{۷}=\frac{۳۱}{۶۳}$$

(احتمال)(ریاضی عمومی، صفحه‌های ۸ تا ۱۴)

۱ ✓ ۲ ۳ ۴

آزمون 6 مهر

۶۲- گزینهٔ «۴» *(سپهر حقیقت‌افشار)*

$$\text{احتمال به هدف نزدن}=۱-\frac{۱}{۳}=\frac{۲}{۳}\Rightarrow\text{احتمال به‌هدف‌زدن تیر}=\frac{۱}{۳}$$

مطلوب سؤال احتمال به هدف زدن تیر به صورت یک در میان است که در دو حالت بررسی می‌شود:

$$\text{احتمال اینکه تیر اول به هدف بخورد}=\left(\frac{۱}{۳}\right)^{۳}\left(\frac{۲}{۳}\right)^{۲}$$

$$\text{احتمال اینکه تیر اول به هدف نخورد}=\left(\frac{۲}{۳}\right)^{۳}\left(\frac{۱}{۳}\right)^{۲}$$

$$\longrightarrow\ \text{احتمال مطلوب سؤال}=\frac{۱}{۲۷}\times\frac{۴}{۹}+\frac{۸}{۲۷}\times\frac{۱}{۹}=\frac{۴}{۸۱}$$

(احتمال) (ریاضی عمومی، صفحه‌های ۷، ۸ و ۱۵ تا ۱۹)

۱ ۲ ۳ ۴ ✓

آزمون 6 مهر

۶۳- گزینهٔ «۳» *(علی ساوجی)*

در یک بار پرتاب این دو تاس، ۳۶ حالت رخ می‌دهد:

$$\{(-۳,-۳),(-۳,-۲),(-۳,-۱),\ldots,(۳,۱),(۳,۲),(۳,۳)\}$$

در ۶ حالت از این ۳۶ حالت، مجموع عددهای ظاهر شده صفر است:

$$\{(۱,-۱),(-۱,۱),(۲,-۲),(-۲,۲),(۳,-۳),(-۳,۳)\}$$

بنابراین:

$$\text{احتمال صفر شدن مجموع اعداد}=\frac{۶}{۳۶}=\frac{۱}{۶}=p$$

$$\text{احتمال صفر نشدن مجموع اعداد}=۱-\frac{۱}{۶}=\frac{۵}{۶}=q$$

در نتیجه:

$$P(\text{۲ بار مجموع صفر})=\binom{۴}{۲}(\frac{۱}{۶})^{۲}(\frac{۵}{۶})^{۲}=۶\times\frac{۱}{۳۶}\times\frac{۲۵}{۳۶}=\frac{۲۵}{۲۱۶}$$

(احتمال) (ریاضی عمومی، صفحه‌های ۱۵ تا ۱۹)

۱ ۲ ۳ ✓ ۴

www.riazisara.ir
دانلود از سایت ریاضی سرا

۶۴- گزینهٔ «۴» *(سروش موئینی)*

در معادلهٔ $x^۲-۲(a-۲)x+۱۴-a=۰$ باید شرط‌های $\Delta>۰$، $S>۰$ و $P>۰$ برقرار باشند.

$$P=\frac{c}{a}=\frac{۱۴-a}{۱}>۰\Rightarrow a<۱۴$$

$$S=-\frac{b}{a}=\frac{۲(a-۲)}{۱}>۰\Rightarrow a>۲$$

$$\Delta=b^۲-۴ac=۴(a-۲)^۲-۴(۱)(۱۴-a)=۴(a^۲-۴a+۴-۱۴+a)$$

$$\xrightarrow{\Delta>۰}۴(a^۲-۳a-۱۰)>۰\xrightarrow{\text{خارج دو ریشه}}a<-۲ \text{ یا } a>۵$$

از اشتراک این سه شرط $۵<a<۱۴$ و در نتیجه؛ $(m,n)=(۵,۱۴)$، پس: $m+n=۱۹$

(توابع و معادلات) (ریاضی عمومی، صفحه‌های ۲۵ تا ۲۷)

۱ ۲ ۳ ۴✓

آزمون 6 مهر

۶۵- گزینهٔ «۳» *(حسین اسفینی)*

$$y=\log(\sqrt{x^۲+۱}-x)\Rightarrow ۱۰^y=\sqrt{x^۲+۱}-x\Rightarrow ۱۰^y+x=\sqrt{x^۲+۱}$$

$$\xrightarrow{\text{به توان ۲}}(۱۰^y+x)^۲=x^۲+۱$$

$$\Rightarrow ۱۰^{۲y}+x^۲+۲x\times ۱۰^y=x^۲+۱$$

$$\Rightarrow ۱-۱۰^{۲y}=۲x\times ۱۰^y\Rightarrow x=\frac{۱-۱۰^{۲y}}{۲\times ۱۰^y}\Rightarrow x=\frac{۱۰^{-y}-۱۰^y}{۲}\Rightarrow f^{-۱}(x)=\frac{۱۰^{-x}-۱۰^x}{۲}$$

بنابراین:

$$f^{-۱}(x)+f^{-۱}(-x)=\frac{۱۰^{-x}-۱۰^x}{۲}+\frac{۱۰^x-۱۰^{-x}}{۲}=۰$$

(توابع و معادلات) (ریاضی عمومی، صفحه‌های ۳۵ تا ۳۹)

۱ ۲ ۳✓ ۴

آزمون 6 مهر

۶۶- گزینهٔ «۲» *(محمدرضا میرجلیلی)*

با استفاده از رابطهٔ $\cos^۲x=\frac{۱+\cos ۲x}{۲}$ معادله را حل می‌کنیم:

$$۲(\frac{۱+\cos ۲x}{۲})+\sin ۲x=۱\Rightarrow ۱+\cos ۲x+\sin ۲x=۱\Rightarrow \sin ۲x=-\cos ۲x\Rightarrow \tan ۲x=-۱$$

$$\tan ۲x=\tan(-\frac{\pi}{۴})\Rightarrow ۲x=k\pi-\frac{\pi}{۴}\Rightarrow x=\frac{k\pi}{۲}-\frac{\pi}{۸}$$

(توابع و معادلات) (ریاضی عمومی، صفحه‌های ۵۹ تا ۶۴)

۱ ۲✓ ۳ ۴

آزمون 6 مهر

www.riazisara.ir دانلود از سایت ریاضی سرا

۶۷- گزینهٔ «۲» *(کیا مقدس‌نیاک)*

$$|x^۲-۱|<۱-x \Rightarrow x-۱<x^۲-۱<۱-x \Rightarrow \begin{cases} ۱)\ x-۱<x^۲-۱ \Rightarrow x^۲-x>۰ \\ ۲)\ x^۲-۱<۱-x \Rightarrow x^۲+x-۲<۰ \end{cases}$$

$$\Rightarrow \begin{cases} x(x-۱)>۰ \Rightarrow x>۱ \text{ یا } x<۰ \\ (x-۱)(x+۲)<۰ \Rightarrow -۲<x<۱ \end{cases} \xrightarrow{\text{اشتراک}} -۲<x<۰ \Rightarrow [x]=-۲ \text{ یا } -۱$$

(توابع و معادلات) (ریاضی عمومی، صفحه‌های ۲۷ تا ۳۲)

۱ ✓۲ ۳ ۴

آزمون 6 مهر

۶۸- گزینهٔ «۱» *(رسول محسنی‌منش)*

از معادلهٔ اول می‌فهمیم که $\alpha+\beta=۷$ و $\alpha\beta=۱$. معادلهٔ جدید به صورت $x^۲-Sx+P=۰$ خواهد بود که در آن:

$$S=\alpha\sqrt{\beta}+\beta\sqrt{\alpha}=\underbrace{\sqrt{\alpha\beta}}_{۱}(\sqrt{\alpha}+\sqrt{\beta})=\sqrt{\alpha}+\sqrt{\beta}$$

$$P=(\alpha\sqrt{\beta})(\beta\sqrt{\alpha})=\alpha\beta\sqrt{\alpha\beta}=۱\times۱=۱$$

پس باید $\sqrt{\alpha}+\sqrt{\beta}$ را بیابیم:

$$(\sqrt{\alpha}+\sqrt{\beta})^۲=\underbrace{\alpha+\beta}_{۷}+۲\underbrace{\sqrt{\alpha\beta}}_{۱}=۹ \Rightarrow S=\sqrt{\alpha}+\sqrt{\beta}=\sqrt{۹}=۳$$

معادله برابر است با: $x^۲-Sx+P=۰ \Rightarrow x^۲-۳x+۱=۰$

(توابع و معادلات)(ریاضی عمومی، صفحه‌های ۲۵ تا ۲۷)

✓۱ ۲ ۳ ۴

آزمون 6 مهر

۶۹- گزینهٔ «۳» *(سروش موئینی)*

این دنباله صعودی است. چون تابع $y=\frac{۳x-۱}{۵x+۴}$ برای $x\geq۱$ صعودی است. پس از $a_۱=\frac{۲}{۹}$ تا حد آن یعنی $\frac{۳}{۵}$ افزایش می‌یابد و بزرگترین کران پایین آن $\frac{۲}{۹}$ است.

(توابع و معادلات) (ریاضی عمومی، صفحه‌های ۴۵ تا ۴۷)

۱ ۲ ✓۳ ۴

آزمون 6 مهر

www.riazisara.ir دانلود از سایت ریاضی سرا

۷۰- گزینهٔ «۱» (مهدی ملارمضانی)

برای اینکه تابع در $x=1$ مشتق‌پذیر باشد باید در آن نقطه پیوسته نیز باشد.

پیوستگی:

$$\lim_{x\to 1^+} f(x) = \lim_{x\to 1^+} \ln\frac{e^2}{x} = \ln e^2 = 2$$

$$\lim_{x\to 1^-} f(x) = \lim_{x\to 1^-} (x^2 - ax + b) = 1 - a + b = f(1)$$

$$\Rightarrow 1 - a + b = 2 \Rightarrow b - a = 1 \quad (*)$$

برابری $f'_-(1) = f'_+(1)$:

$$f'(x) = \begin{cases} \dfrac{-e^2}{x^2}, x>1 \Rightarrow f'_+(1) = -1 \\ \dfrac{e^2}{x} \\ 2x - a\ , x \le 1 \Rightarrow f'_-(1) = 2 - a \end{cases}$$

$$\Rightarrow 2 - a = -1 \Rightarrow a = 3 \xrightarrow{(*)} b = 4$$

(مشتق توابع) (ریاضی عمومی، صفحه‌های ۶۹ تا ۷۴)

۱ ✓ ۲ ۳ ۴

آزمون 6 مهر

۷۱- گزینهٔ «۲» (علی پرنیان)

$$f(0) = 0 \Rightarrow b = 0$$

$$f'(x) = 4x^3 - 3ax^2 \xrightarrow{x=2} f'(2) = 4(2)^3 - 3a(2)^2 = 0 \Rightarrow a = \frac{8}{3}$$

$$f''(x) = 12x^2 - 16x = 0 \Rightarrow x = 0, x = \frac{4}{3}$$

(کاربردهای مشتق) (ریاضی عمومی، صفحه‌های ۹۰ تا ۹۵)

۱ ۲ ✓ ۳ ۴

آزمون 6 مهر

۷۲- گزینهٔ «۲» (سروش موئینی)

مشتق این تابع $y' = \frac{x^2}{2} - 2mx + 1$ است، که اگر دلتای آن مثبت نباشد اکسترمم نداریم:

$$\Delta = (-2m)^2 - 4(\frac{1}{2})(1) \Rightarrow 4m^2 - 2 \le 0 \Rightarrow m^2 \le \frac{1}{2} \Rightarrow \frac{-1}{\sqrt{2}} \le m \le \frac{1}{\sqrt{2}}$$

x_I طول نقطهٔ عطف:

$$x_I = \frac{-b}{3a} = -\frac{-m}{3(\frac{1}{6})} = \frac{m}{\frac{1}{2}} = 2m \Rightarrow -\sqrt{2} \le x_I \le \sqrt{2}$$

(کاربردهای مشتق) (ریاضی عمومی، صفحه‌های ۸۷ تا ۹۱)

۱ ۲ ✓ ۳ ۴

آزمون 6 مهر

www.riazisara.ir دانلود از سایت ریاضی سرا

۷۳- گزینهٔ «۲» *(محمدمصطفی ابراهیمی)*

$x=۰$ مجانب قائم است، پس مخرج به ازای $x=۰$ باید برابر صفر باشد، پس $b=۰$ است.

خط $y=۲$ نیز بر منحنی مماس است، بنابراین معادلهٔ تقاطع با منحنی باید ریشهٔ مضاعف داشته باشد:

$$\frac{۲x^۲+a}{x}=۲\Rightarrow ۲x^۲+a=۲x\Rightarrow ۲x^۲-۲x+a=۰$$

$$\Delta=۰\Rightarrow \Delta=۴-۸a=۰\Rightarrow a=\frac{۱}{۲}\quad\Rightarrow\quad ۲a+b=۲\times\frac{۱}{۲}+۰=۱$$

(کاربردهای مشتق) (ریاضی عمومی، صفحه‌های ۹۲ تا ۹۹)

۱ ۲✓ ۳ ۴

آزمون 6 مهر

۷۴- گزینهٔ «۳» *(حسین اسفینی)*

شیب خط عمود $=\tan ۱۳۵^\circ=\tan(۱۸۰^\circ-۴۵^\circ)=-\tan ۴۵^\circ=-۱$

شیب خط مماس $=۱$

$$\xrightarrow{\text{شیب مماس}=y'}y'=۱\xrightarrow{y=\frac{x^۳}{۳}+\frac{x^۲}{۲}-x}x^۲+x-۱=۱$$

$$\Rightarrow x^۲+x-۲=۰\Rightarrow (x+۲)(x-۱)=۰\Rightarrow\begin{cases}x=۱\\ x=-۲\ \text{غ ق ق}\end{cases}$$

$$\xrightarrow{x=۱}y=\frac{۱}{۳}+\frac{۱}{۲}-۱=\frac{۲+۳-۶}{۶}\Rightarrow A(۱,\frac{-۱}{۶})$$

معادلهٔ خط قائم برابر می‌شود با: $y-(-\frac{۱}{۶})=-۱(x-۱)\xrightarrow[y=۰]{\text{طول از مبدا}}x=\frac{۵}{۶}$

عرض از مبدأ $\Rightarrow y=۱-\frac{۱}{۶}=\frac{۵}{۶}\xrightarrow{\text{در نتیجه}}S=(\frac{۵}{۶}\times\frac{۵}{۶})\times\frac{۱}{۲}=\frac{۲۵}{۷۲}$

(مشتق توابع) (ریاضی عمومی، صفحه‌های ۶۵ و ۶۶)

۱ ۲ ۳✓ ۴

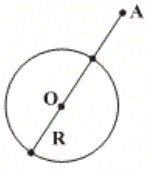
آزمون 6 مهر

۷۵- گزینهٔ «۴» *(سروش موئینی)*

معادلهٔ دایره را استاندارد می‌کنیم:

$$x^۲+y^۲+۲x-۲y+۱=۰\Rightarrow (x+۱)^۲+(y-۱)^۲=۱\Rightarrow\begin{cases}O(-۱,۱)\\ R=۱\end{cases}$$

برای محاسبهٔ بیش‌ترین فاصلهٔ نقطهٔ $A(۳,۴)$ از دایره مطابق شکل زیر باید $OA+R$ را محاسبه کنیم:



$$OA+R=\sqrt{(۳-(-۱))^۲+(۴-۱)^۲}+۱=۵+۱=۶$$

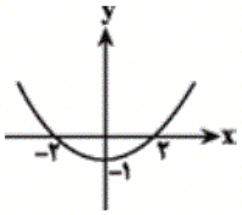
(هندسه مقطعاتی و منحنی‌های درجه دوم)(ریاضی عمومی، صفحه‌های ۱۱۲ و ۱۲۱ تا ۱۲۵)

۱ ۲ ۳ ۴✓

آزمون 6 مهر

www.riazisara.ir دانلود از سایت ریاضی سرا

۷۶- گزینهٔ «۳» (حسین حاجیلو)



معادلهٔ این سهمی به‌صورت $y=\frac{۱}{۴}(x^۲-۴)$ است، پس از آن‌جا که فاصلهٔ بین کانون و خط هادی برابر با $۲p$ است، داریم:

$$۴y=x^۲-۴\Rightarrow x^۲=۴(y+۱)\Rightarrow ۴p=۴\Rightarrow ۲p=۲$$

(هندسه مقطعاتی و منحنی‌های درجه دوم) (ریاضی عمومی، صفحه‌های ۱۲۵ تا ۱۳۴)

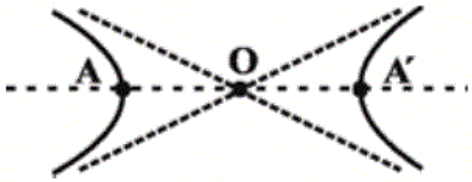
۱ ۲ ۳✓ ۴

آزمون 6 مهر

۷۷- گزینهٔ «۲» (حسین حاجیلو)

$$۴y^۲=(x-\frac{۱}{۲})^۲-\frac{۱}{۴}\Rightarrow (x-\frac{۱}{۲})^۲-۴y^۲=\frac{۱}{۴}$$

یک هذلولی افقی داریم. با توجه به شکل، داریم:



$$x_O=\frac{x_A+x_{A'}}{۲}\Rightarrow x_A+x_{A'}=۲x_O$$

$$\xrightarrow{x_O=\frac{۱}{۲}} x_A+x_{A'}=۱$$

(هندسه مقطعاتی و منحنی‌های درجه دوم) (ریاضی عمومی ، صفحه‌های ۱۴۰ تا ۱۴۸)

۱ ۲✓ ۳ ۴

آزمون 6 مهر

۷۸- گزینهٔ «۴» (سینا محمدپور)

با شرط $r\neq -۱$ داریم $\int x^r dx=\frac{x^{r+۱}}{r+۱}+C$. بنابراین: $f(x)=(x\sqrt[۳]{x}+C)'\Rightarrow f(x)=\frac{۴}{۳}\sqrt[۳]{x}$

$$\Rightarrow \int \frac{۸}{f(x)}dx=\int \frac{۸}{\frac{۴}{۳}\sqrt[۳]{x}}dx=۶\int x^{-\frac{۱}{۳}}dx=۶\times\frac{۳}{۲}x^{\frac{۲}{۳}}+C'=۹x^{\frac{۲}{۳}}+C'=۹\sqrt[۳]{x^۲}+C'$$

(انتگرال) (ریاضی عمومی، صفحه‌های ۱۶۷ تا ۱۷۲)

۱ ۲ ۳ ۴✓

آزمون 6 مهر

۷۹- گزینهٔ «۲» (بابک سادات)

$$y=xf(x)\Rightarrow y'=(۱)f(x)+(x)f'(x)\xrightarrow{x=۲} y'=f(۲)+(۲)f'(۲)\quad (*)$$

با توجه به ضابطهٔ f داریم:

$$f(x)=\int_{۲}^{x}\frac{t+۱}{\sqrt{۱+۴t}}dt\Rightarrow\begin{cases} f(۲)=\int_{۲}^{۲}\frac{t+۱}{\sqrt{۱+۴t}}dt=۰ \\ f'(x)=(۱)\frac{x+۱}{\sqrt{۱+۴x}}\Rightarrow f'(۲)=\frac{۳}{۳}=۱\end{cases}$$

$$\xrightarrow{(*)} y'=۰+(۲)(۱)=۲$$

(انتگرال) (ریاضی عمومی، صفحه‌های ۱۵۷ و ۱۶۱ تا ۱۶۵)

۱ ۲✓ ۳ ۴

www.riazisara.ir دانلود از سایت ریاضی سرا

۸۰- گزینهٔ «۱» *(محمدمصطفی کرمی)*

نمودار توابع $y=\sqrt{x}$ و $y=x^{۳}$ یکدیگر را در نقاطی به طول‌های $x=۰$ و $x=۱$ قطع می‌کنند. مساحت قسمت هاشورخورده برابر است با:

$$S=\int_{۰}^{۱}(\sqrt{x}-x^{۳})dx=(\frac{۲}{۳}x\sqrt{x}-\frac{x^{۴}}{۴})\Big|_{۰}^{۱}=(\frac{۲}{۳}-\frac{۱}{۴})-(۰-۰)=\frac{۵}{۱۲}$$

(انتگرال) (ریاضی عمومی، صفحه‌های ۱۶۵ تا ۱۷۳)

۱ ✓ ۲ ۳ ۴

آزمون 6 مهر

www.riazisara.ir دانلود از سایت ریاضی سرا