



سایت ویژه ریاضیات www.riazisara.ir

درسنامه ها و جزوه های ریاضی

سوالات و پاسخنامه تشریحی کنکور

نمونه سوالات امتحانات ریاضی

نرم افزارهای ریاضیات

...

(@riazisara)

ریاضی سرا در تلگرام:



<https://t.me/riazisara>

(@riazisara.ir) ریاضی سرا در اینستاگرام:



<https://www.instagram.com/riazisara.ir>

ریاضی ۲ - ۱۰ سوال

۸۱- اگر α و β ریشه‌های معادله $x^2 + 3x + 5 = \sqrt{x^2 + 3x + 17}$ باشند، حاصل $\frac{\alpha + \beta}{\alpha\beta}$ کدام است؟

- (۱) ۳
(۲) -۳
(۳) $\frac{3}{2}$
(۴) $-\frac{3}{2}$

آزمون ۶ مهر

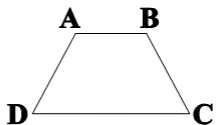
۸۲- فرض کنید نقطه A به فاصله ۸ سانتی‌متر از خط d قرار گرفته باشد. اگر روی خط d، ۲ نقطه B و C وجود داشته باشند که

فاصله آن‌ها از نقطه A یکسان و برابر ۱۰ سانتی‌متر باشد، آن‌گاه مساحت مثلث ABC کدام است؟

- (۱) ۹۶
(۲) ۲۴
(۳) ۴۸
(۴) ۸۰

آزمون ۶ مهر

۸۳- در دوزنقه زیر ساق‌ها را امتداد داده تا هم‌دیگر را در نقطه M قطع کنند. اگر نسبت فواصل نقطه M از دو قاعده ۳، ۶ = AB و ارتفاع دوزنقه برابر ۲ باشد، مساحت مثلث MCD چه قدر است؟



- (۱) ۲۷
(۲) ۵۴
(۳) ۷۲
(۴) ۱۸

آزمون ۶ مهر

۸۴- اگر $f(x) = \sqrt{x^2 - 7x + 10}$ و $g(x) = 2x - 12$ باشد، دامنه تابع $\frac{f}{g}$ شامل چند عدد صحیح نیست؟

- (۱) ۲
(۲) ۳
(۳) ۴
(۴) ۵

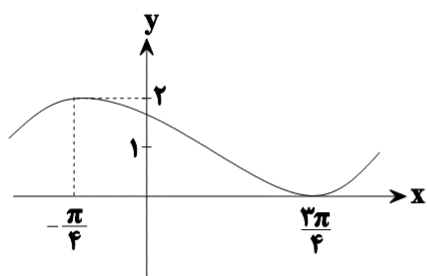
آزمون ۶ مهر

۸۵- اگر α و β دو زاویه حاده باشند، به طوری که $\alpha + \beta = \frac{\pi}{2}$ و $\cot(\frac{\pi}{2} - \alpha) = \frac{3}{4}$ ، آن‌گاه مقدار A کدام است؟

$$A = \frac{\cos(\frac{9\pi}{2} + \alpha) - \sin(\beta - 2\pi) + \sin(\alpha + \beta)}{\tan(\frac{\pi}{2} + \alpha) + \tan(\beta - \frac{\pi}{2})}$$

(۱) $\frac{24}{125}$
(۲) $-\frac{72}{125}$
(۳) $\frac{72}{125}$
(۴) $-\frac{24}{125}$

۸۶- نمودار تابع شکل روبه‌رو، کدام ضابطه زیر می‌تواند باشد؟



(۱) $y = \cos(x - \frac{\pi}{4}) + 2$

(۲) $y = \cos(x + \frac{\pi}{4}) + 1$

(۳) $y = \sin(x + \frac{\pi}{4}) + 2$

(۴) $y = \sin(x + \frac{\pi}{4}) + 1$

۸۷- نمودار $y = 2 \log_3(ax + 1) + b$ محور طول‌ها را در نقطه‌ای به طول ۱۶ و محور عرض‌ها را در نقطه‌ای به عرض ۴- قطع می‌کند.

مقدار ab چه قدر است؟

(۱) ۲ (۲) -۲

(۳) ۸ (۴) -۸

۸۸- چه تعداد از حدهای زیر موجود و برابر با یک عدد صحیح است؟ ([]، نماد جزء صحیح است.)

(الف) $\lim_{x \rightarrow 1} \frac{x}{2[x]}$ (ب) $\lim_{x \rightarrow \frac{1}{2}} \sqrt{1-2x}$ (ج) $\lim_{x \rightarrow 3} \frac{x-3}{|3-x|}$

(د) $\lim_{x \rightarrow \frac{1}{2}} ([x] + [-x])$ (هـ) $\lim_{x \rightarrow 3} f(x), f(x) = \begin{cases} -1 & x \in Z \\ 1 & x \notin Z \end{cases}$

(۱) صفر (۲) یک (۳) دو (۴) سه

۸۹- دو تعمیرکار برای تعمیر تلویزیون و رادیو وارد خانه‌ای می‌شوند. احتمال تعمیر تلویزیون $\frac{8}{15}$ و احتمال تعمیر رادیو $\frac{4}{7}$ است.

احتمال این‌که هیچ‌یک از این دو وسیله تعمیر نشوند، چه قدر است؟

(۱) $\frac{1}{5}$ (۲) $\frac{1}{10}$

(۳) $\frac{4}{5}$ (۴) $\frac{15}{32}$

۹۰- در ۲۳ داده آماری، میانگین و انحراف معیار به ترتیب ۵۰ و ۱۲ می‌باشند. اگر داده‌های ۲۰، ۳۵، ۶۵ و ۸۰ را از بین آن‌ها حذف

کنیم، واریانس داده‌های باقی‌مانده تقریباً کدام است؟

(۱) $54/6$

(۲) $45/7$

(۳) $54/8$

(۴) $55/8$

(علی مرشد)

اگر $x^2 + 3x + 5 = t$ در نظر بگیریم، داریم: $(t \geq 0)$

$$t = \sqrt{t+12} \xrightarrow{\text{توان } 2} t^2 = t+12$$

$$\Rightarrow t^2 - t - 12 = 0$$

$$\Rightarrow (t-4)(t+3) = 0 \Rightarrow \begin{cases} t=4 \\ t=-3 \end{cases} \text{ غق ق}$$

$$x^2 + 3x + 5 = t \Rightarrow x^2 + 3x + 1 = 0 \Rightarrow \begin{cases} S = -\frac{b}{a} = -3 \\ P = \frac{c}{a} = 1 \end{cases}$$

$$\frac{\alpha + \beta}{\alpha\beta} = \frac{S}{P} = -3$$

(هندسه تحلیلی و جبر) (ریاضی ۲، صفحه‌های ۱۱ تا ۱۳)

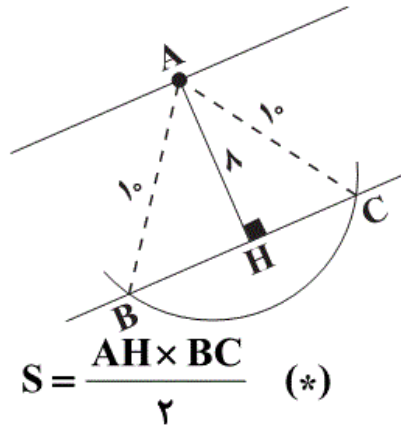
۴

۳

۲ ✓

۱

(مسئله اسفینی)



مطابق شکل، نقطه A در فاصله ۸ سانتی متری از خط d قرار داشته و نقاط B و C روی خط d قرار دارند که فاصله شان از A طبق مسأله برابر ۱۰ سانتی متر است. مثلث ABC، متساوی الساقین بوده و مساحت آن برابر است با:

$$S = \frac{AH \times BC}{2} \quad (*)$$

برای محاسبه طول قاعده BC، از قضیه فیثاغورس در مثلث ACH استفاده می کنیم:

$$AC^2 = AH^2 + HC^2 \Rightarrow 10^2 = 8^2 + HC^2 \Rightarrow HC^2 = 100 - 64 = 36 \Rightarrow HC = 6, BC = BH + HC$$

$$\frac{BH=HC}{\text{مثلث متساوی الساقین بوده و ارتفاع AH، میانه هم هست.}} \rightarrow BC = 2HC = 2(6) = 12$$

$$S = \frac{8 \times 12}{2} = 48 \quad \text{با جایگذاری } BC = 12 \text{ در رابطه } (*) \text{ داریم:}$$

(هندسه) (ریاضی ۲، صفحه های ۲۶ تا ۳۰)

۴

۳ ✓

۲

۱

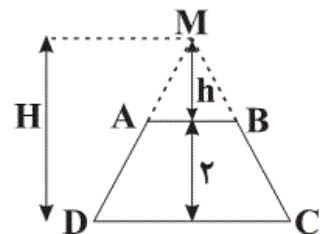
آزمون ۶ مهر

(مسئله اسفینی)

در دو مثلث متشابه MAB و MDC، نسبت ارتفاعها با نسبت قاعدهها برابر است:

$$\frac{h}{H} = \frac{1}{3} = \frac{AB}{DC} \Rightarrow \begin{cases} \frac{h}{H} = \frac{1}{3} \Rightarrow H = 3h \\ \frac{1}{3} = \frac{6}{DC} \Rightarrow DC = 18 \end{cases}$$

$$H = 3h \xrightarrow{H=h+2} h+2 = 3h \Rightarrow h = 1$$



۴

۳

۲

۱ ✓

آزمون ۶ مهر

(سپهر حقیقت افشار)

$$\overline{D_{\frac{f}{g}}} = (D_f \cap D_g) - \{x \mid g(x) = 0\}$$

$$D_f : x^2 - 7x + 10 \geq 0 \Rightarrow x \in (-\infty, 2] \cup [5, +\infty) \quad (\text{I})$$

$$D_g \Rightarrow x \in \mathbb{R} \quad (\text{II})$$

$$g(x) \neq 0 \Rightarrow x \neq 6 \quad (\text{III})$$

$$(\text{I}) \cap (\text{II}) \cap (\text{III}) \Rightarrow x \in (-\infty, 2] \cup [5, +\infty) - \{6\}$$

$x = 3, 4, 6$ اعداد صحیحی هستند که در دامنه $\frac{f}{g}$ قرار ندارند.

(تابع) (ریاضی ۲، صفحه‌های ۶۵ تا ۶۷)

۴

۳

۲ ✓

۱

آزمون ۶ مهر

(علی مرشد)

دو زاویه α و β متمم یکدیگرند، بنابراین سینوس یکی با کسینوس دیگری و تانژانت یکی با کتانژانت دیگری برابر است. بنابراین:

$$\cot\left(\frac{\pi}{2} - \alpha\right) = \frac{3}{4} \Rightarrow \tan \alpha = \frac{3}{4} \Rightarrow \cot \alpha = \frac{4}{3}$$

$$\frac{1}{\cos^2 \alpha} = 1 + \tan^2 \alpha = 1 + \frac{9}{16} = \frac{25}{16} \Rightarrow \cos^2 \alpha = \frac{16}{25}$$

$$\begin{array}{l} \circ < \alpha < \frac{\pi}{2} \\ \hline \rightarrow \cos \alpha = +\frac{4}{5} \end{array}$$

$$\sin^2 \alpha = 1 - \cos^2 \alpha = 1 - \frac{16}{25} = \frac{9}{25} \xrightarrow{\circ < \alpha < \frac{\pi}{2}} \sin \alpha = +\frac{3}{5}$$

$$\left\{ \begin{array}{l} \tan \alpha = \cot \beta = \frac{3}{4} \\ \cot \alpha = \tan \beta = \frac{4}{3} \\ \sin \alpha = \cos \beta = \frac{3}{5} \\ \cos \alpha = \sin \beta = \frac{4}{5} \end{array} \right.$$

$$\begin{aligned} A &= \frac{\cos\left(\frac{9\pi}{2} + \alpha\right) - \sin(\beta - 2\pi) + \sin(\alpha + \beta)}{\tan\left(\frac{\pi}{2} + \alpha\right) + \tan\left(\beta - \frac{\pi}{2}\right)} \\ &= \frac{\cos\left(4\pi + \frac{\pi}{2} + \alpha\right) + \sin(2\pi - \beta) + \sin\left(\frac{\pi}{2}\right)}{\tan\left(\frac{\pi}{2} + \alpha\right) - \tan\left(\frac{\pi}{2} - \beta\right)} = \frac{-\sin \alpha - \sin \beta + 1}{-\cot \alpha - \cot \beta} \\ &= \frac{-\frac{3}{5} - \frac{4}{5} + 1}{-\frac{4}{3} - \frac{3}{4}} = \frac{-\frac{2}{5}}{-\frac{25}{12}} = \frac{24}{125} \end{aligned}$$

(مثال ۲، ریاضی ۲، صفحه‌های ۷۷ تا ۹۴)

۴

۳

۲

۱ ✓

نقاط $(-\frac{\pi}{4}, 2)$ و $(\frac{3\pi}{4}, 0)$ روی نمودار قرار دارند، که این نقاط فقط در تابع گزینه «۲» صدق می‌کنند.

$$x = \frac{-\pi}{4} \Rightarrow y = \cos\left(\frac{-\pi}{4} + \frac{\pi}{4}\right) + 1 = 1 + 1 = 2$$

$$x = \frac{3\pi}{4} \Rightarrow y = \cos\left(\frac{3\pi}{4} + \frac{\pi}{4}\right) + 1 = -1 + 1 = 0$$

(مثلثات) (ریاضی ۲، صفحه‌های ۸۸ تا ۹۴)

 ۴

 ۳

 ۲

 ۱

آزمون ۶ مهر

(شهرام ولایی)

$$f(0) = -4 \Rightarrow 2 \log_3 1 + b = -4 \Rightarrow b = -4$$

$$f(16) = 0 \Rightarrow 2 \log_3 (16a+1) + b = 0$$

$$\Rightarrow 2 \log_3 (16a+1) - 4 = 0 \Rightarrow \log_3 (16a+1) = 2 \Rightarrow 16a+1 = 9 \Rightarrow a = \frac{1}{2}$$

$$ab = \left(+\frac{1}{2}\right)(-4) = -2$$

در نتیجه:

(توابع نمایی و لگاریتمی) (ریاضی ۲، صفحه‌های ۱۱۵ و ۱۱۶)

 ۴

 ۳

 ۲

 ۱

آزمون ۶ مهر

(ابراهیم قانونی)

$$\lim_{x \rightarrow 1^+} \frac{x}{2[x]} = \frac{1}{2(1)} = \frac{1}{2}, \quad \lim_{x \rightarrow 1^-} \frac{x}{2[x]} = \frac{1}{2(0)} = \text{ناموجود} \quad (\text{الف})$$

$$\Rightarrow \lim_{x \rightarrow 1} \frac{x}{2[x]} = \text{وجود ندارد}$$

ب) این تابع در همسایگی راست نقطه $\frac{1}{2}$ تعریف نشده است:

$$D_f : 1 - 2x \geq 0 \Rightarrow x \leq \frac{1}{2}$$

فقط در همسایگی چپ تعریف شده و حد چپ دارد، پس حد این تابع در $x = \frac{1}{2}$

موجود نیست.

ج) ابتدا قدرمطلق را تعیین علامت می‌کنیم:

$$x \rightarrow 3^+ \Rightarrow x > 3 \Rightarrow 3 - x < 0 \Rightarrow |3 - x| = x - 3$$

$$\lim_{x \rightarrow 3^+} \frac{x - 3}{|3 - x|} = \frac{x - 3}{x - 3} = 1$$

 ۴

 ۳

 ۲

 ۱

آزمون ۶ مهر

(میثم ممزه‌لویی)

با توجه به این که تعمیر تلویزیون و رادیو از هم مستقلند، از قاعده ضرب احتمال می‌توانیم استفاده کنیم:

$$P(\text{هیچیک از دو وسیله تعمیر نشوند}) = \frac{7}{15} \times \frac{3}{7} = \frac{1}{5}$$

رادیو
تعمیر
نشود

تلویزیون
تعمیر
نشود

(آمار و احتمال) (ریاضی ۲، صفحه‌های ۱۴۶ تا ۱۵۲)

 ۴

 ۳

 ۲

 ۱

آزمون ۶ مهر

(امیر زرانروز)

چون میانگین این ۴ عدد با میانگین کل داده‌ها برابر است، پس با حذف آن‌ها، میانگین داده‌های باقی‌مانده تغییر نخواهد کرد. اگر در فرمول واریانس، مجموع مربعات تفاضل داده‌ها از میانگین را با نماد A نمایش دهیم (برای کوتاه‌تر شدن محاسبات) خواهیم داشت:

$$\sigma^2 = \frac{A}{N} \Rightarrow 12^2 = \frac{A}{23} \Rightarrow A = 144 \times 23 = 3312$$

$$\sigma'^2 = \frac{A'}{N'} = \frac{A - [(20-50)^2 + (35-50)^2 + (65-50)^2 + (80-50)^2]}{23-4}$$

$$= \frac{3312 - 2250}{19} = \frac{1062}{19} \simeq 55.8$$

(آمار و احتمال) (ریاضی ۲، صفحه‌های ۱۵۳، ۱۵۴ و ۱۵۷ تا ۱۶۰)

 ۴

 ۳

 ۲

 ۱

آزمون ۶ مهر