سایت ویژه ریاضیات www.riazisara.ir

درســـنامه ها و جـــزوه های ریاضـــی

سوالات و پاسخنامه تشریحی کنکور

نمونه سوالات امتحانات ریاضی

نرم افزارهای ریاضیات

و...

ریاضی سرا در تلگرام: (@riazisara)

https://t.me/riazisara

ریاضی سرا در اینستاگرام: (@riazisara.ir)

https://www.instagram.com/riazisara.ir

دانلود از سایت ریاضی سرا
www.riazisara.ir

حسابان ۱ ، مثلثات - ۲ سوال

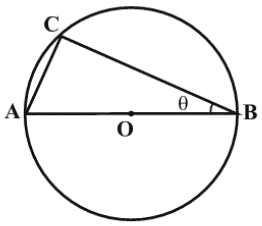
۸۳- قطر چرخ جلوی درشکه‌ای یک متر و قطر چرخ عقب آن ۱۲۰ سانتی‌متر است. وقتی چرخ جلو ۷۰ درجه می‌چرخد، چرخ عقب چند رادیان خواهد چرخید؟

۱) $\frac{۳۵}{۱۰۸}\pi$ ۲) $\frac{۷}{۱۸}\pi$

۳) $\frac{۱۴}{۲۳}\pi$ ۴) $\frac{۴۲}{۷۱}\pi$

آزمون ۶ مهر

۸۴- در دایرهٔ زیر، O مرکز دایره، A و B نقاط ثابت و C بر روی محیط دایره متحرک است. مساحت مثلث ABC را بر حسب θ به‌صورت $S(\theta)$ نمایش می‌دهیم. حاصل $\frac{S(۱۵^\circ)}{S(۳۰^\circ)}$ کدام است؟



۱) $\sqrt{۲+\sqrt{۳}}$ ۲) $\sqrt{۳}$

۳) $\frac{\sqrt{۳}}{۳}$ ۴) $\sqrt{۲-\sqrt{۳}}$

آزمون ۶ مهر

حسابان ۱ ، توابع نمایی و لگاریتم - ۱ سوال

۸۷- حاصل $A=۲^{\left(۱+\frac{۱}{\log_{۳}^{۲}}+\frac{۱}{\log_{۴}^{۲}}+\ldots+\frac{۱}{\log_{۱۰}^{۲}}\right)}$ کدام است؟

۱) $۱۰!$ ۲) $۵!\times ۲$

۳) $۱۰\times ۱۰!$ ۴) $۹!\times ۴$

آزمون ۶ مهر

حسابان ۱ ، تابع حسابان - ۲ سوال

۸۵- اگر $f\left(\frac{۱}{x}\right)=\sqrt{\frac{۲x-۱}{x^۲}}$ و $g(x)=۲\cos^۲ x$ باشد، مقدار $fog\left(\frac{\pi}{۳}\right)$ کدام است؟

۱) $\frac{\sqrt{۳}}{۲}$

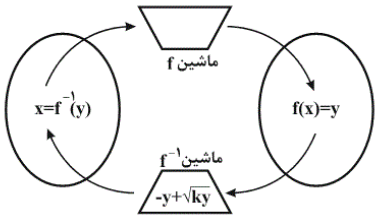
۲) $\frac{\sqrt{۳}}{۳}$

۳) $\frac{۱}{۲}$

۴) ۲

آزمون ۶ مهر

۸۲- با توجه به نمودار مقابل اگر $f(۴)=-۲$ باشد، k کدام است؟



۱) ۲-

۲) ۴-

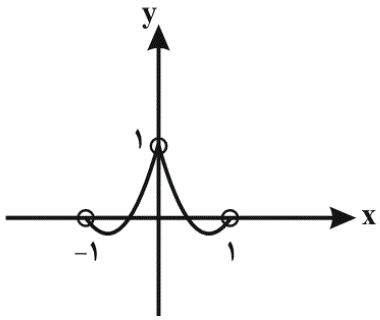
۳) ۱-

۴) صفر

آزمون ۶ مهر

حسابان ۱، حد - ۲ سوال

۸۸- با توجه به نمودار تابع f، حاصل $\lim\limits_{x\to ۱^-}[f(x)]+\lim\limits_{x\to(-۱)^+}\left[\left(f(x)\right)^۲\right]-\lim\limits_{x\to ۰}\left[\frac{۱}{f(x)}\right]$ کدام است؟ ([ ]، نماد جزء صحیح است.)



۱) ۱

۲) ۱-

۳) صفر

۴) ۲

آزمون ۶ مهر

۸۹- اگر تابع $f(x)=\begin{cases}\frac{\sqrt{۱+\cos x}}{\pi-x} & , x\neq\pi\\ a & , x=\pi\end{cases}$ در نقطهٔ $x=\pi$ دارای پیوستگی راست باشد، مقدار a کدام است؟

۱) $-\frac{\sqrt{۲}}{۲}$

۲) $\sqrt{۲}$

۳) $\frac{\sqrt{۲}}{۲}$

۴) $-\sqrt{۲}$

آزمون ۶ مهر

حسابان ۱، جبرو معادله - ۳ سوال

www.riazisara.ir
دانلود از سایت ریاضی سرا

۹۰- معادلهٔ درجه دومی که ریشه‌هایش $\left(\sqrt{۵}+\sqrt{۷}\right)^{۳}$ و $\left(\sqrt{۵}-\sqrt{۷}\right)^{۳}$ باشند، کدام است؟

۱) $t^{۲}-۲۸\sqrt{۵}t+۸=۰$

۲) $t^{۲}-۲۸\sqrt{۵}t-۸=۰$

۳) $t^{۲}-۵۲\sqrt{۵}t+۸=۰$

۴) $t^{۲}-۵۲\sqrt{۵}t-۸=۰$

آزمون ۶ مهر

۸۱- دو رأس غیرمجاور مربعی نقاط $A(۰,-۱)$ و $C(۵,-۲)$ هستند. معادلهٔ قطر گذرنده از دو رأس دیگر کدام است؟

۱) $x+۵y+۵=۰$

۲) $۵x-y-۵=۰$

۳) $۵x-y-۱۴=۰$

۴) $x+۵y+۱۴=۰$

آزمون ۶ مهر

۸۶- در یک دنبالهٔ حسابی با n جمله، $S_n=۵۷۶$ و $S_۶=۱۶$ می‌باشد. اگر مجموع شش جملهٔ آخر این دنباله برابر ۲۰۰ باشد، n کدام است؟

۱) ۱۲

۲) ۹۶

۳) ۳۲

۴) ۴۵

آزمون ۶ مهر

هندسه ۲ - ۴ سوال

۹۷- در مثلث ABC، $BC=۸$ و $\hat{A}=۱۲۰^{\circ}$ و $AC=\frac{۸\sqrt{۶}}{۳}$ است. اندازهٔ شعاع دایرهٔ محیطی مثلث چقدر است؟

۱) $۸\sqrt{۲}$

۲) $۴\sqrt{۲}$

۳) $\frac{۱۶\sqrt{۳}}{۳}$

۴) $\frac{۸\sqrt{۳}}{۳}$

آزمون ۶ مهر

۹۸- رابطهٔ $۲۵a^{۲}=b^{۲}+c^{۲}$، میان طول اضلاع مثلث ABC برقرار است. فاصلهٔ رأس A از مرکز ثقل مثلث، چه کسری از a است؟

$(AB=c\ ,\ AC=b\ ,\ BC=a)$

۱) ۱

۲) $\frac{۳}{۲}$

۳) ۲

۴) $\frac{۷}{۳}$

آزمون ۶ مهر

www.riazisara.ir دانلود از سایت ریاضی سرا

۹۹- در مثلث ABC، $AB=۸$، $AC=۴$ و $BC=۹$ است. طول نیمساز زاویهٔ داخلی A کدام است؟

۱) $\sqrt{۱۴}$

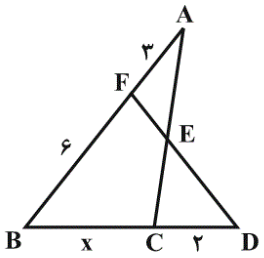
۲) ۴

۳) $۳\sqrt{۲}$

۴) $۲\sqrt{۵}$

آزمون ۶ مهر

۱۰۰- در شکل زیر، $S_{\triangle AEF}=S_{\triangle ECD}$ است. طول BC کدام است؟



۱) ۳

۲) ۴

۳) ۵

۴) ۶

آزمون ۶ مهر

هندسه ۲ ، دایره - ۴ سوال

۹۱- دو دایرهٔ $C(O,۳a-۱)$ و $C'(O',a+۵)$ دارای یک مماس مشترک‌اند. اگر طول خط‌المرکزین این دو دایره $۳a$ باشد، مقدار a کدام است؟

۱) $\frac{۶}{۵}$

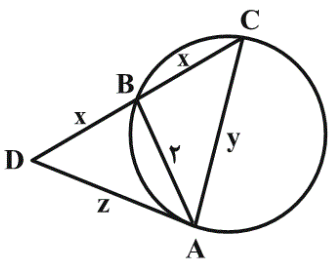
۲) $\frac{۵}{۶}$

۳) $\frac{۷}{۵}$

۴) $\frac{۵}{۷}$

آزمون ۶ مهر

۹۲- در شکل زیر، DA مماس بر دایره و B وسط DC می‌باشد. اگر $AB=۲$ باشد، طول AC چقدر است؟



۱) $۳\sqrt{۲}$

۲) ۴

۳) $۲\sqrt{۲}$

۴) ۳

آزمون ۶ مهر

www.riazisara.ir
دانلود از سایت ریاضی سرا

۹۳- اگر قاعده‌های یک ذوزنقهٔ محاطی و محیطی، برابر ۲ و ۸ واحد باشند، مساحت آن کدام است؟

۱) ۱۶ ۲) ۲۰

۳) ۳۲ ۴) ۴۰

آزمون ۶ مهر

۹۴- مساحت سطح محصور بین مثلثی به اضلاع ۲۵، ۲۴ و ۷ و دایرهٔ محاطی داخلی آن کدام است؟ $(\pi = ۳)$

۱) ۵۴ ۲) ۵۷

۳) ۶۰ ۴) ۶۳

آزمون ۶ مهر

هندسه ۲ ، تبدیل‌ها - ۲ سوال

۹۵- در بازتاب خط $۳x - ۲y = ۲$ نسبت به خط $x + ۲y = ۶$، اگر تصویر نقطهٔ (x,y) بر خودش منطبق شود، $x + y$ کدام است؟

۱) ۲ ۲) ۳

۳) ۴ ۴) ۵

آزمون ۶ مهر

۹۶- مساحت متوازی‌الاضلاع $ABCD$، ۶۰ و $A'B'C'D'$ تصویر متوازی‌الاضلاع $ABCD$ تحت تجانس به مرکز A و نسبت $k = -\frac{۱}{۲}$ می‌باشد. مساحت شش ضلعی $BCDB'C'D'$ کدام است؟

۱) ۹۸ ۲) ۱۰۵

۳) ۱۱۲ ۴) ۱۲۰

آزمون ۶ مهر

آمار و احتمال - ۳ سوال

۱۰۸- اگر انحراف معیار داده‌های آماری $x_۱, x_۲, ..., x_n$ برابر ۳ باشد، آنگاه واریانس داده‌های آماری $۲x_۱ + ۴, ۲x_۲ + ۴, ..., ۲x_n + ۴$ کدام است؟

۱) ۱۸ ۲) ۲۷ ۳) ۹ ۴) ۳۶

آزمون ۶ مهر

۱۰۹- میانهٔ داده‌های جدول روبه‌رو کدام است؟ (f_i فراوانی دادهٔ x_i است.)

x_i	۲	۳	۴	۵	۶
f_i	۳	۶	۸	۷	۶

۱) ۳/۵ ۲) ۴ ۳) ۴/۵ ۴) ۸

www.riazisara.ir دانلود از سایت ریاضی سرا

آزمون ۶ مهر

۱۱۰- اگر در محاسبهٔ برآورد بازه‌ای نسبت با اطمینان ٪۹۵، تعداد اعضای نمونه را 10^4 برابر کنیم، دقت محاسبه چه تغییری خواهد کرد؟ (با فرض اینکه P ثابت بماند.)

۱) ۲ رقم اعشار، خطای بیشتر
۲) ۴ رقم اعشار، خطای بیشتر
۳) ۴ رقم اعشار، دقیق‌تر
۴) ۲ رقم اعشار، دقیق‌تر

آزمون ۶ مهر

آمار و احتمال ، استدلال ریاضی - ۳ سوال

۱۰۱- به ازای کدام دامنهٔ متغیر، مجموعهٔ جواب گزاره‌نمای $15x^2 - 7x - 8 = 0$ مجموعه‌ای تهی است؟

۱) مجموعهٔ اعداد گویا
۲) مجموعهٔ اعداد گنگ
۳) مجموعهٔ اعداد حقیقی مثبت
۴) مجموعهٔ اعداد طبیعی

آزمون ۶ مهر

۱۰۲- گزارهٔ $p \wedge (\sim p \vee q)$، با کدام گزاره هم‌ارز است؟

۱) $p \Rightarrow q$
۲) $p \vee \sim q$
۳) $p \wedge q$
۴) $p \wedge \sim q$

آزمون ۶ مهر

۱۰۳- مجموعهٔ $A_i = \{-i, ..., 0, ..., i\}$ $(i \in N)$، در مجموعهٔ اعداد صحیح تعریف شده است. چند مجموعه مانند X وجود دارد به‌گونه‌ای که $A_2 \subseteq X \subseteq A_7$ باشد؟

۱) ۸
۲) ۱۶
۳) ۱۲۸
۴) ۲۵۶

آزمون ۶ مهر

آمار و احتمال ، آمار و مدل‌سازی - ۴ سوال

۱۰۴- اگر $P(A \cap B) = 0/6 = 3P(A)$ و $C = [(A \cup B) - A'] \cup [B' \cap (A \cup B)]$ آنگاه $P(C - B)$ کدام است؟

۱) ۰/۲
۲) ۰/۴
۳) ۰/۶
۴) ۰/۸

آزمون ۶ مهر

۱۰۵- اگر $S = \{a, b, c, d, e\}$ فضای نمونه‌ای یک آزمایش تصادفی و $P(\{a, d\}) = 3P(\{c, b, e\}) = 6P(a)$ باشد، $P(d)$ کدام است؟

۱) $\frac{7}{8}$
۲) $\frac{1}{4}$
۳) $\frac{3}{8}$
۴) $\frac{5}{8}$

آزمون ۶ مهر

۱۰۶- در یک مسابقهٔ تیراندازی، احتمال اینکه محمد به هدف بزند، ۰/۶ و این احتمال برای مرتضی ۰/۳ است. اگر هر کدام از آنها یک‌بار به هدف تیراندازی کنند، احتمال اینکه محمد به هدف بزند به شرط اینکه بدانیم حداقل یک تیر به هدف اصابت کرده، چقدر است؟

۱) $\frac{5}{6}$
۲) $\frac{6}{9}$
۳) $\frac{6}{11}$
۴) $\frac{3}{9}$

www.riazisara.ir
دانلود از سایت ریاضی سرا

۱۰۷- دو ظرف یکسان داریم که در اولی ۶ گوی آبی و ۳ گوی قرمز و در دومی ۳ گوی آبی و ۵ گوی قرمز وجود دارد. یک ظـرف را بـه تصادف انتخاب کرده و از آن، گویی بیرون می‌آوریم. اگر این گوی آبی باشد، با کدام احتمال از ظرف اول انتخاب شده است؟

۱) ۰/۴۸ ۲) ۰/۵۴ ۳) ۰/۶۰ ۴) ۰/۶۴

آزمون ۶ مهر

www.riazisara.ir دانلود از سایت ریاضی سرا

دانلود از سایت ریاضی سرا
www.riazisara.ir

مقدار مسافت طی شده هر دو چرخ با هم برابر است؛ بنابراین:

مسافت طی شده توسط چرخ جلو : $L = r_1\theta_1 \Rightarrow L = ۵۰ \times \frac{۷}{۱۸}\pi$

برای چرخ عقب به شعاع ۶۰ سانتی‌متر خواهیم داشت:

$$L = r_2\theta_2 \Rightarrow ۵۰ \times \frac{۷}{۱۸}\pi = ۶۰ \times \theta_2 \Rightarrow \theta_2 = \frac{۳۵}{۱۰۸}\pi$$

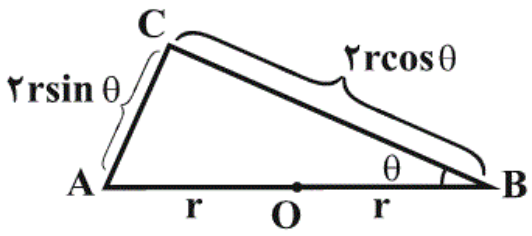
(حسابان ۱ - مثلثات: صفحه‌های ۹۲ تا ۹۷)

۱ ✓ ۲ ۳ ۴

آزمون ۶ مهر

-۸۴ (سیدعادل حسینی)

زاویهٔ C روبه‌رو به نصف دایره است؛ بنابراین $\hat{C} = ۹۰^\circ$.



$$S(\theta) = \frac{۱}{۲}(۲r\sin\theta)(۲r\cos\theta) \Rightarrow S(\theta) = r^۲ \sin ۲\theta$$

$$\Rightarrow \frac{S(۱۵^\circ)}{S(۳۰^\circ)} = \frac{r^۲ \sin ۳۰^\circ}{r^۲ \sin ۶۰^\circ} = \frac{\frac{۱}{۲}}{\frac{\sqrt{۳}}{۲}} = \frac{۱}{\sqrt{۳}} = \frac{\sqrt{۳}}{۳}$$

(حسابان ۱ - مثلثات: صفحه‌های ۱۱۰ تا ۱۱۲)

۱ ۲ ۳✓ ۴

آزمون ۶ مهر

-۸۷ (عباس اسدی امیرآبادی)

می‌دانیم که $\log_b^a = \frac{۱}{\log_a^b}$. بنابراین داریم: $(a,b>۰,\ a,b\neq ۱)$

$$A = ۲^{\left(\log_۲^۲ + \log_۲^۳ + \log_۲^۴ + \ldots + \log_۲^{۱۰}\right)} = ۲^{\log_۲^{۲\times ۳\times \ldots \times ۱۰}}$$

$$= ۲\times ۳\times ۴\times \ldots \times ۱۰ = ۱۰!$$

(حسابان ۱ - توابع نمایی و لگاریتمی: صفحه‌های ۸۶ و ۸۷)

۱✓ ۲ ۳ ۴

آزمون ۶ مهر

www.riazisara.ir دانلود از سایت ریاضی سرا

-۸۵ (سعید جعفری کافی آباد)

$$g\left(\frac{\pi}{۳}\right)=۲\cos^{۲}\frac{\pi}{۳}=۲\left(\frac{۱}{۲}\right)^{۲}=\frac{۱}{۲}$$

حال کافی است $x=۲$ را در $f\left(\frac{۱}{x}\right)$ جای‌گذاری کنیم:

$$\Rightarrow f\left(\frac{۱}{۲}\right)=\sqrt{\frac{۴-۱}{۴}}=\frac{\sqrt{۳}}{۲}$$

(حسابان ۱ - تابع: صفحه‌های ۶۶ تا ۷۰)

۱ ✓ ۲ ۳ ۴

آزمون ۶ مهر

-۸۲ (یاسین سپهر)

با توجه به نمودار داده شده، $f^{-۱}(x)=-x+\sqrt{kx}$ می‌باشد. از طرفی $(۴,-۲)\in f$ می‌باشد. بنابراین $(-۲,۴)\in f^{-۱}$ است. پس:

$$+۲+\sqrt{-۲k}=۴\Rightarrow\sqrt{-۲k}=۲\Rightarrow k=-۲$$

(حسابان ۱ - تابع: صفحه‌های ۵۷ تا ۶۱)

۱ ✓ ۲ ۳ ۴

آزمون ۶ مهر

www.riazisara.ir دانلود از سایت ریاضی سرا

۸۸- (سعید مدیرخراسانی)

$$\lim_{x\to 0}\left[\frac{1}{f(x)}\right]=\left[\frac{1}{1^-}\right]=\left[1^+\right]=1$$
$$\lim_{x\to(-1)^+}\left[f^2(x)\right]=\left[\left(0^-\right)^2\right]=\left[0^+\right]=0 \Rightarrow 1-0+(-1)=0$$
$$\lim_{x\to 1^-}\left[f(x)\right]=\left[0^-\right]=-1$$

(حسابان ۱ - حد و پیوستگی: صفحه‌های ۱۲۳ تا ۱۲۹)

۱ ۲ ۳✓ ۴

آزمون ۶ مهر

۸۹- (سعید جعفری کافی آباد)

$$a=\lim_{x\to\pi^+} f(x)=\lim_{x\to\pi^+}\frac{\sqrt{1+\cos x}}{\pi-x}=\frac{0}{0}$$

صورت و مخرج کسر بالا را در $\sqrt{1-\cos x}$ ضرب می‌کنیم. بنابراین داریم:

$$a=\lim_{x\to\pi^+} f(x)=\lim_{x\to\pi^+}\frac{|\sin x|}{(\pi-x)}\times\frac{1}{\sqrt{1-\cos x}}$$

$$=\lim_{x\to\pi}\frac{-\sin x}{\pi-x}\times\frac{1}{\sqrt{1-\cos x}}$$

برای محاسبهٔ حد بالا قرار می‌دهیم: $\pi-x=t$. بنابراین:

$$\lim_{x\to\pi^+} f(x)=\lim_{t\to 0}\frac{-\sin(\pi-t)}{t}\times\frac{\sqrt{2}}{2}$$

$$=\lim_{t\to 0}\frac{-\sin t}{t}\times\frac{\sqrt{2}}{2}=-1\times\frac{\sqrt{2}}{2}=-\frac{\sqrt{2}}{2}\Rightarrow a=-\frac{\sqrt{2}}{2}$$

(حسابان ۱ - حد و پیوستگی: صفحه‌های ۱۴۵ تا ۱۵۱)

۱✓ ۲ ۳ ۴

آزمون ۶ مهر

www.riazisara.ir دانلود از سایت ریاضی سرا

۹۰- (سعید مدیرخراسانی)

ابتدا معادلهٔ درجهٔ دومی می‌نویسیم که ریشه‌هایش $\alpha = \sqrt{۵} + \sqrt{۷}$ و $\beta = \sqrt{۵} - \sqrt{۷}$ باشد:

$$\left.\begin{array}{l} S = \alpha + \beta = ۲\sqrt{۵} \\ P = \alpha\beta = \left(\sqrt{۵} - \sqrt{۷}\right)\left(\sqrt{۵} + \sqrt{۷}\right) = -۲ \end{array}\right\} \xrightarrow{x^۲ - Sx + P = ۰} x^۲ - ۲\sqrt{۵}x - ۲ = ۰$$

اکنون معادله‌ای می‌سازیم که ریشه‌هایش توان سوم ریشه‌های معادلهٔ بالا باشد، ریشه‌های این معادله را α' و β' می‌نامیم به طوری که:

$$\alpha' = \alpha^۳ \text{ و } \beta' = \beta^۳$$

$$\Rightarrow S' = \alpha' + \beta' = \alpha^۳ + \beta^۳ = (\alpha + \beta)^۳ - ۳\alpha^۲\beta - ۳\alpha\beta^۲$$

$$= (\alpha + \beta)^۳ - ۳\alpha\beta(\alpha + \beta) = S^۳ - ۳PS$$

$$\Rightarrow S' = \left(۲\sqrt{۵}\right)^۳ - ۳(-۲)\left(۲\sqrt{۵}\right) = ۵۲\sqrt{۵}$$

$$P' = \alpha'\beta' = \alpha^۳\beta^۳ = (\alpha\beta)^۳ = P^۳$$

$$\Rightarrow P' = (-۲)^۳ = -۸$$

$$\Rightarrow \text{معادلهٔ جدید}: t^۲ - ۵۲\sqrt{۵}t - ۸ = ۰$$

(حسابان ۱ - جبر و معادله: صفحه‌های ۸ و ۹)

۱ ۲ ۳ ۴✓

آزمون ۶ مهر

www.riazisara.ir دانلود از سایت ریاضی سرا

شیب قطر گذرنده از دو رأس A و C برابر است با:

$$m = \frac{-۱-(-۲)}{۰-۵} = -\frac{۱}{۵}$$

می‌دانیم که قطرهای مربع عمودمنصف همدیگر هستند؛ بنابراین شیب قطر گذرنده از B و D قرینه و معکوس شیب قطر گذرنده از A و C و برابر ۵+ می‌باشد.

هم‌چنین این قطر از نقطهٔ میانی دو رأس A و C یعنی نقطهٔ $\left(\frac{۵}{۲}, -\frac{۳}{۲}\right)$ می‌گذرد؛ بنابراین معادلهٔ قطر گذرنده از B و D چنین به‌دست می‌آید:

$$y-\left(-\frac{۳}{۲}\right)=۵\left(x-\frac{۵}{۲}\right) \Rightarrow ۵x-y-۱۴=۰$$

(حسابان ۱ - جبر و معادله: صفحه‌های ۳۱ و ۳۲)

۱ ۲ ۳✓ ۴

آزمون ۶ مهر

-۸۶ (یاسین سپهر)

$$a_1 + a_2 + a_3 + a_4 + a_5 + a_6 = 16$$

$$a_n + a_{n-1} + a_{n-2} + a_{n-3} + a_{n-4} + a_{n-5} = 200$$

با جمع دو رابطهٔ بالا داریم:

$$\Rightarrow (a_1 + a_n) + (a_2 + a_{n-1}) + \ldots + (a_6 + a_{n-5}) = 216$$

از طرفی از جملهٔ عمومی دنبالهٔ حسابی یعنی $a_n = a_1 + (n-1)d$

تساوی‌های زیر حاصل می‌شود:

$$a_1 + a_n = a_2 + a_{n-1} = \ldots = a_6 + a_{n-5}$$

بنابراین:

$$a_1 + a_n = \frac{216}{6} = 36$$

$$S_n = 576 \Rightarrow \frac{n}{2}(a_1 + a_n) = 576$$

$$\Rightarrow \frac{n}{2}(36) = 576 \Rightarrow n = 32$$

(حسابان ۱ - جبر و معادله: صفحه‌های ۲ تا ۴)

۱ ۲ ۳✓ ۴

آزمون ۶ مهر

www.riazisara.ir دانلود از سایت ریاضی سرا

-۹۷

به کمک قضیهٔ سینوس‌ها می‌توان نوشت:

$$\frac{a}{\sin A} = ۲R \Rightarrow \frac{۸}{\sin ۱۲۰^\circ} = ۲R$$

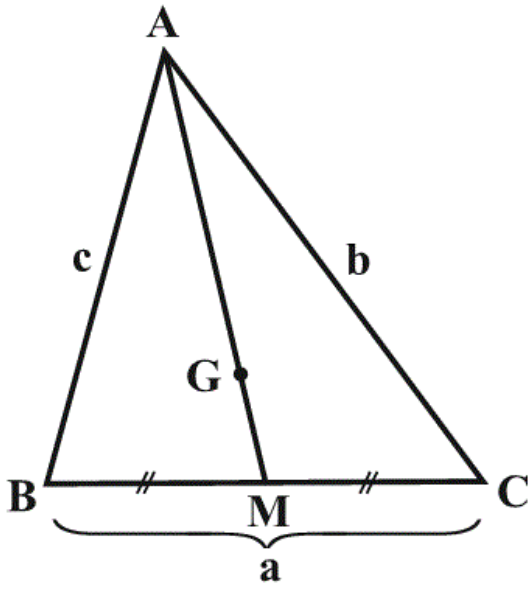
$$\Rightarrow ۲R = \frac{۸}{\frac{\sqrt{۳}}{۲}} \Rightarrow R = \frac{۸\sqrt{۳}}{۳}$$

(هندسه ۲- روابط طولی در مثلث: صفحه‌های ۶۲ تا ۶۵)

۱ ۲ ۳ ۴✓

آزمون ۶ مهر

www.riazisara.ir دانلود از سایت ریاضی سرا



بنا به قضیهٔ میانه‌ها در مثلث ABC داریم:

$$۲AM^۲ + \frac{a^۲}{۲} = b^۲ + c^۲ \xrightarrow{b^۲+c^۲=۲۵a^۲}$$

$$۲AM^۲ + \frac{a^۲}{۲} = ۲۵a^۲$$

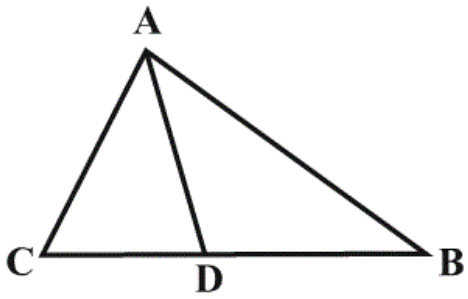
$$\Rightarrow AM = \frac{۷}{۲}a$$

$$AG = \frac{۲}{۳}AM = \frac{۲}{۳} \times \frac{۷}{۲}a = \frac{۷}{۳}a$$

(هندسه ۲- روابط طولی در مثلث: صفحهٔ ۶۹)

۱ ۲ ۳ ۴✓

www.riazisara.ir دانلود از سایت ریاضی سرا



طبق قضیهٔ نیمسازها در مثلث ABC داریم:

$$\frac{BD}{CD}=\frac{AB}{AC}=\frac{۸}{۴}=\frac{۲}{۱}\Rightarrow\frac{BD}{\underbrace{BD+CD}_{BC}}=\frac{۲}{۲+۱}$$

$$\Rightarrow\frac{BD}{۹}=\frac{۲}{۳}\Rightarrow BD=۶\ ,\ CD=۳$$

$$AD^{۲}=AB\times AC-BD\times CD=۸\times ۴-۶\times ۳=۳۲-۱۸$$

$$\Rightarrow AD^{۲}=۱۴\Rightarrow AD=\sqrt{۱۴}$$

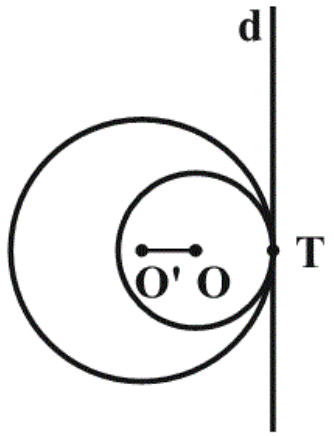
(هندسه ۲- روابط طولی در مثلث: صفحه‌های ۷۰ تا ۷۲)

۱ ✓ ۲ ۳ ۴

آزمون ۶ مهر

آزمون ۶ مهر

۹۱- (سعید جعفری کافی آباد)



فقط در حالتی دو دایره دارای یک مماس مشترک‌اند که مماس درون باشند،

در این حالت $d = |R - R'|$ است. بنابراین داریم:

$$|(۳a - ۱) - (a + ۵)| = ۳a \Rightarrow |۲a - ۶| = ۳a$$

$$\begin{cases} ۲a - ۶ = ۳a \Rightarrow a = -۶ \quad \text{غ.ق.ق} \\ ۲a - ۶ = -۳a \Rightarrow ۵a = ۶ \Rightarrow a = \frac{۶}{۵} \end{cases}$$

(هندسه ۲- دایره: صفحه‌های ۲۰ تا ۲۲)

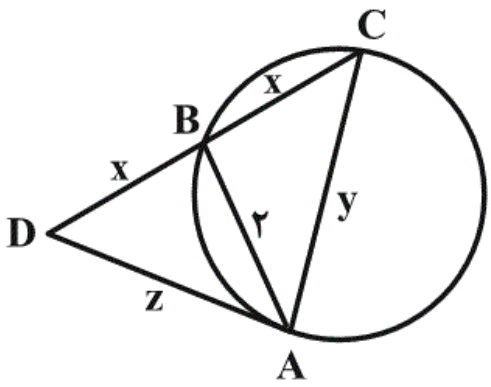
۱ ✓ ۲ ۳ ۴

آزمون ۶ مهر

www.riazisara.ir دانلود از سایت ریاضی سرا

-۹۲

با توجه به روابط طولی در دایره، می‌توان نوشت:



$$DA^{۲} = DB.DC \Rightarrow z^{۲} = x.۲x \Rightarrow z^{۲} = ۲x^{۲} \quad (۱)$$

$$\begin{cases} \widehat{DAB} = \widehat{DCA} = \dfrac{\widehat{AB}}{۲} \xrightarrow{(zz)} \overset{\Delta}{DBA} \sim \overset{\Delta}{DAC} \\ \hat{D} = \hat{D} \end{cases}$$

$$\Rightarrow \frac{AB}{AC} = \frac{DB}{DA} \Rightarrow \frac{۲}{y} = \frac{x}{z} \Rightarrow z = \frac{xy}{۲} \Rightarrow z^{۲} = \frac{x^{۲}y^{۲}}{۴}$$

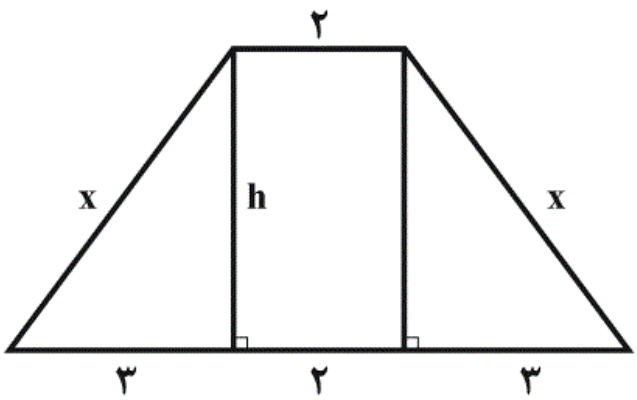
$$\xrightarrow{(۱)} \frac{x^{۲}y^{۲}}{۴} = ۲x^{۲} \Rightarrow y^{۲} = ۸ \xrightarrow{y>۰} y = ۲\sqrt{۲}$$

(هندسه ۲- دایره: صفحه‌های ۱۱ تا ۱۹)

۱ ۲ ۳✓ ۴

آزمون ۶ مهر

۹۳- (فرشاد فرامرزی)



ذوزنقه متساوی‌الساقین است $\Rightarrow$ ذوزنقهٔ محاطی

ذوزنقهٔ محیطی $\Rightarrow 2x = 2 + 8 \Rightarrow x = 5$

$$h^2 = 5^2 - 3^2 = 16 \Rightarrow h = 4$$

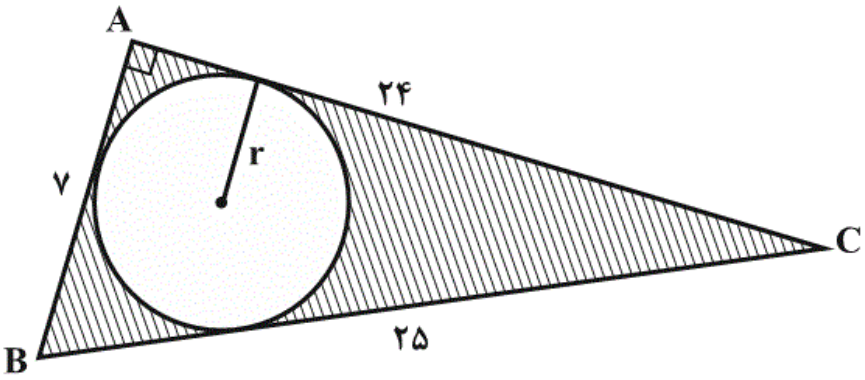
$$S = \frac{(2+8)\times 4}{2} = 20$$

(هندسه ۲- دایره: صفحه‌های ۲۷ تا ۲۹)

۱ ۲✓ ۳ ۴

آزمون ۶ مهر

www.riazisara.ir
دانلود از سایت ریاضی سرا



مثلث مفروض قائم‌الزاویه است، زیرا:

$$۲۵^۲ = ۲۴^۲ + ۷^۲$$

در مثلث ABC داریم:

$$S = \frac{۱}{۲} \times ۷ \times ۲۴ = ۸۴$$

$$P = \frac{۷ + ۲۴ + ۲۵}{۲} = ۲۸$$

$$r = \frac{S}{P} = \frac{۸۴}{۲۸} = ۳$$

$$\text{مساحت محصور} = S_{\underset{ABC}{\Delta}} - S_{\text{دایره}} = ۸۴ - \pi \times ۳^۲ \xrightarrow{\pi=۳}$$

$$\text{مساحت محصور} = ۵۷$$

(هندسه ۲- دایره: صفحه‌های ۲۵ و ۲۶)

۱ ۲✓ ۳ ۴

آزمون ۶ مهر

www.riazisara.ir دانلود از سایت ریاضی سرا

در بازتاب خط d نسبت به d'، نقطهٔ برخورد دو خط بر خودش منطبق می‌شود. پس کافی است معادلهٔ دو خط را در یک دستگاه قرار دهیم و مختصات نقطهٔ برخورد آنها را به دست آوریم.

$$\begin{cases} ۳x - ۲y = ۲ \\ x + ۲y = ۶ \end{cases} \Rightarrow ۴x = ۸ \Rightarrow x = ۲ \Rightarrow y = ۲$$

در نتیجه نقطهٔ مورد نظر، نقطهٔ $(۲,۲)$ است و داریم:

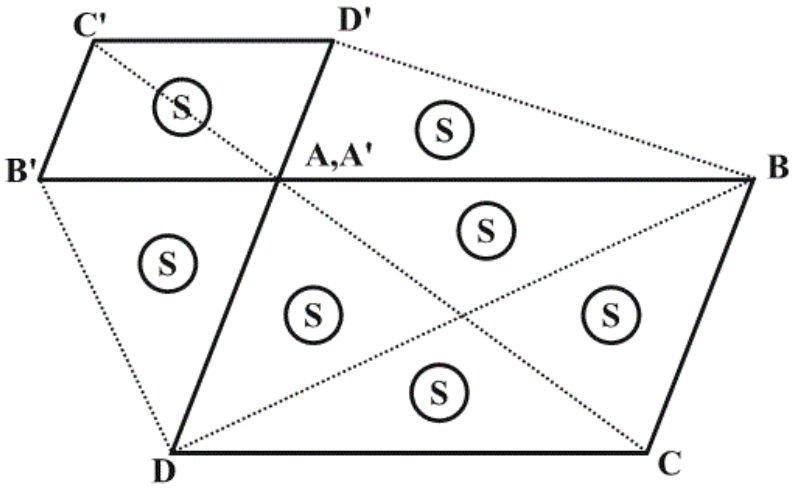
$$x + y = ۴$$

(هندسه ۲- تبدیل‌های هندسی و کاربردها: صفحه‌های ۳۷ تا ۴۰)

۱ ۲ ۳✓ ۴

آزمون ۶ مهر

www.riazisara.ir دانلود از سایت ریاضی سرا



فرض کنیم مساحت $ABCD$ برابر $۴S$ باشد، قطرهای متوازی‌الاضلاع مساحت آن را به ۴ قسمت مساوی تقسیم می‌کنند، داریم:

$$k = -\frac{۱}{۲} \Rightarrow \frac{A'D'}{AD} = \frac{۱}{۲} \Rightarrow S_{\underset{ABD'}{\Delta}} = \frac{۱}{۲} S_{\underset{ABD}{\Delta}} = S$$

با استدلال مشابه $S_{ADB'} = S$، از طرفی:

$$\frac{S_{A'B'C'D'}}{S_{ABCD}} = k^۲ \Rightarrow \frac{S_{A'B'C'D'}}{۴S} = \left(-\frac{۱}{۲}\right)^۲ \Rightarrow S_{A'B'C'D'} = S$$

حال:

$$۴S = ۶۰ \Rightarrow S = ۱۵$$

$$S_{BCDB'C'D'} = ۷S = ۷ \times ۱۵ = ۱۰۵$$

(هندسه ۲- تبدیل‌های هندسی و کاربردها: صفحه‌های ۴۵ تا ۵۰)

۱ ۲✓ ۳ ۴

آزمون ۶ مهر

www.riazisara.ir دانلود از سایت ریاضی سرا