



سایت ویژه ریاضیات [www.riazisara.ir](http://www.riazisara.ir)

**درسنامه ها و جزوه های ریاضی**

**سوالات و پاسخنامه تشریحی کنکور**

**نمونه سوالات امتحانات ریاضی**

**نرم افزارهای ریاضیات**

...

[@riazisara](https://t.me/riazisara)

ریاضی سرا در تلگرام:



<https://t.me/riazisara>

[@riazisara.ir](https://www.instagram.com/riazisara.ir) ریاضی سرا در اینستاگرام:



<https://www.instagram.com/riazisara.ir>

ریاضی نهم - ۱۰ سوال

۳۱- اگر  $A - B = \{1, 2, 3\}$  و  $B - A = \{4\}$  باشند،  $(A \cup B) - (A \cap B)$  چند عضو دارد؟

(۱) ۲

(۲) ۴

(۳) ۸

(۴) ۱۶

آزمون ۲۳ شهریور

۳۲- سکه‌ای را یکبار می‌اندازیم. اگر «رو» بیاید، در دور دوم، تاس می‌ریزیم و اگر پشت بیاید، در دور دوم یکبار

دیگر سکه می‌اندازیم. در این آزمایش تصادفی، احتمال آن که در دور دوم عددی فرد ظاهر شود، کدام است؟

(۱)  $\frac{1}{3}$

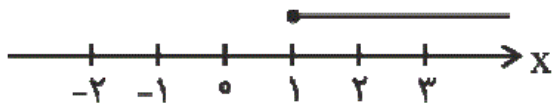
(۲)  $\frac{2}{5}$

(۳)  $\frac{3}{8}$

(۴)  $\frac{1}{6}$

آزمون ۲۳ شهریور

۳۳- مقادیر نشان داده شده روی محور زیر، مجموعه جواب کدام نامعادله زیر است؟



(۱)  $4 + 2x \geq 10$

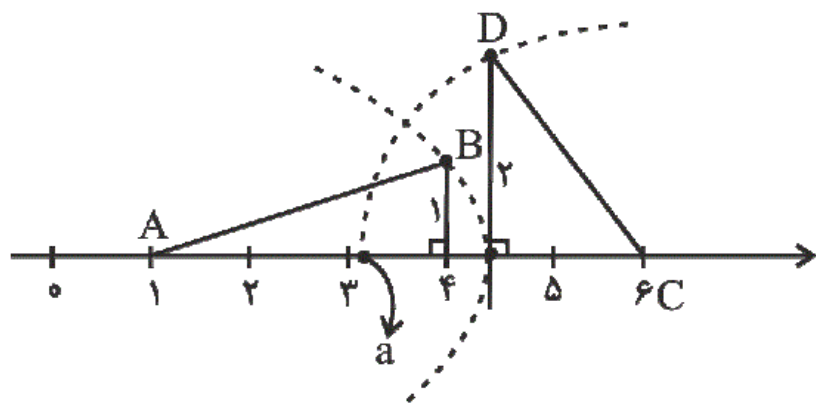
(۲)  $3x - 1 \leq 2$

(۳)  $3x + 2 \leq 8x - 3$

(۴)  $-x + 5 \geq 2x - 1$

آزمون ۲۳ شهریور

۳۴- با توجه به شکل زیر، مقدار عدد  $a$  روی محور کدام است؟ (به مراکز  $A$  و  $C$  به ترتیب کمان‌هایی به شعاع



$AB$  و  $CD$  زده‌ایم.)

(۱)  $\sqrt{39-10\sqrt{10}}$

(۲)  $6-\sqrt{39-10\sqrt{10}}$

(۳)  $\sqrt{10}+1$

(۴)  $5-\sqrt{39-10\sqrt{10}}$

آزمون ۲۳ شهریور

۳۵- مقدار عبارت  $A = ||5\sqrt{2}-7|-|4\sqrt{3}-5\sqrt{2}||$  کدام است؟

(۲)  $7-4\sqrt{3}$

(۱)  $-7+4\sqrt{3}$

(۴)  $7+4\sqrt{3}-10\sqrt{2}$

(۳)  $-7-4\sqrt{3}+10\sqrt{2}$

آزمون ۲۳ شهریور

۳۶- با توجه به تساوی زیر، مقدار  $xy$  است؟

$$\frac{3^6 \cdot 5^2 \cdot 2^7 \cdot x}{6^x} = 10^3$$

(۴) ۱۸

(۳) ۵۴

(۲) ۴۸

(۱) ۴۵

آزمون ۲۳ شهریور

۳۷- حاصل عبارت A در چند حالت زیر صحیح می‌باشد؟

$$A = \sqrt{x^2} + \sqrt{y^2} + \sqrt{(x-y)^2}$$

الف) اگر  $x > 0$  ،  $y < 0$  و  $|x| > |y|$  باشد:  $A = 2x - 2y$

ب) اگر  $x > 0$  ،  $y > 0$  و  $|x| < |y|$  باشد:  $A = 2y$

پ) اگر  $x < 0$  ،  $y < 0$  و  $|x| < |y|$  باشد:  $A = 2y$

ت) اگر  $x < 0$  ،  $y > 0$  و  $|x| < |y|$  باشد:  $A = 2y - 2x$

۴ (۴)

۳ (۳)

۲ (۲)

۱ (۱)

آزمون ۲۳ شهریور

۳۸- اگر نقاط  $A = \begin{bmatrix} 1 \\ 4 \end{bmatrix}$  و  $B = \begin{bmatrix} 0 \\ 3 \end{bmatrix}$  روی خط L به معادله  $mx + ny - 9 = 0$  باشند، مقادیر m و n کدام

است؟

$$\begin{cases} m = -3 \\ n = 3 \end{cases} \quad (۲)$$

$$\begin{cases} m = 3 \\ n = -3 \end{cases} \quad (۱)$$

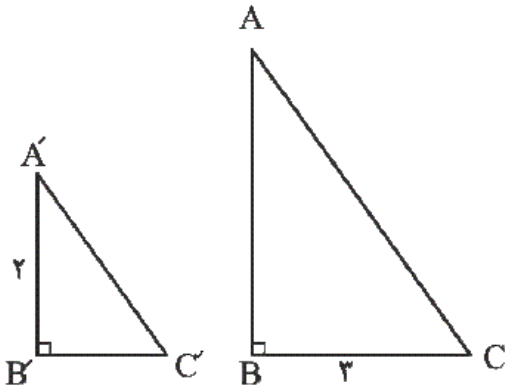
$$\begin{cases} m = -3 \\ n = -3 \end{cases} \quad (۴)$$

$$\begin{cases} m = 3 \\ n = 3 \end{cases} \quad (۳)$$

آزمون ۲۳ شهریور

۳۹- در شکل زیر، دو مثلث قائم‌الزاویه  $ABC$  و  $A'B'C'$  متشابه‌اند. اگر محیط مثلث  $ABC$  برابر محیط مثلث

$A'B'C'$  باشد، کدام است؟



(۱) ۵

(۲)  $\frac{5}{2}$

(۳)  $2\sqrt{5}$

(۴)  $2\sqrt{10}$

آزمون ۲۳ شهریور

۴۰- حاصل عبارت  $1/9998^2 - 0/0002^2$  کدام است؟

(۲)  $3/9998$

(۱)  $3/9992$

(۴)  $3/9994$

(۳)  $3/9996$

آزمون ۲۳ شهریور

ریاضی ۱ - ۱۰ سوال

۴۱- چه تعداد از مجموعه‌های زیر نامتناهی است؟

الف) مجموعه اعداد اول

ب) مجموعه تمام نقاطی از صفحه محورهای مختصات که فاصله آن‌ها از مبدأ برابر ۲ باشد.

پ) مجموعه اعداد گنگ موجود در بازه  $(0,1)$

ت)  $A = \{x \in \mathbb{Z} \mid -1 < x < 3\}$

(۴) ۴

(۳) ۳

(۲) ۲

(۱) ۱

آزمون ۲۳ شهریور

۴۲- اگر  $A = \{x \in \mathbb{N} | x \neq 2, 3, 4\}$ ،  $B = \{x \in \mathbb{N} | x \neq 3, 4, 5, 6\}$  و مجموعه اعداد طبیعی، مجموعه مرجع باشد، آن گاه

مجموعه  $(A \cup B)'$  کدام است؟

- (۱)  $\{2, 3\}$
- (۲)  $\{3, 4\}$
- (۳)  $\{5, 6\}$
- (۴)  $\{3, 4, 5\}$

آزمون ۲۳ شهریور


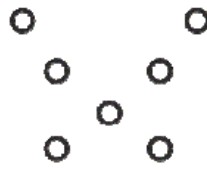
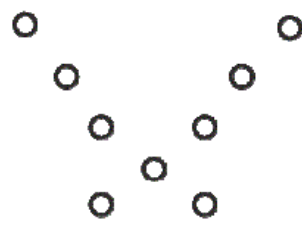


۴۳- اگر  $n(U) = 10$ ،  $n(A - B) = 2$ ،  $n(B - A) = 3$  و  $A \cap B = \{1, 2, 4\}$  باشد، آن گاه تعداد اعضای مجموعه

$A' \cap B'$  کدام است؟ (U مجموعه مرجع است.)

- (۱) ۲
- (۲) ۳
- (۳) ۵
- (۴) ۸

آزمون ۲۳ شهریور

۴۴- با توجه به الگوی موجود در شکل های زیر، در شکل دوازدهم این الگو چند دایره وجود دارد؟

					
(۱)	(۲)	(۳)	(۴)		

.....

آزمون ۲۳ شهریور

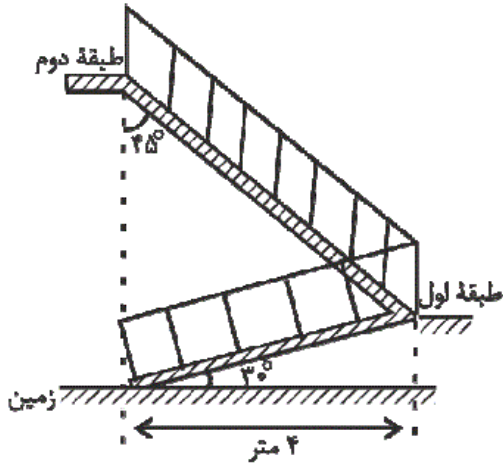
۴۵- اگر اعداد  $x - 4$ ،  $2x + 1$  و  $4x + 1$  به ترتیب تشکیل دنباله حسابی بدهند، با اضافه کردن چه عددی به هر

یک از آنها یک دنباله هندسی با همان ترتیب جملات به دست می آید؟

- (۱) ۴
- (۲) -۲
- (۳)  $\frac{7}{3}$
- (۴) این کار امکان پذیر نیست.

آزمون ۲۳ شهریور

۴۶- یک ساختمان دو طبقه مطابق شکل زیر طراحی شده است، فاصله کف طبقه دوم ساختمان از سطح زمین



چند برابر عدد ۴ است؟

(۱)  $\sqrt{3} + 3$

(۲)  $\sqrt{3}$

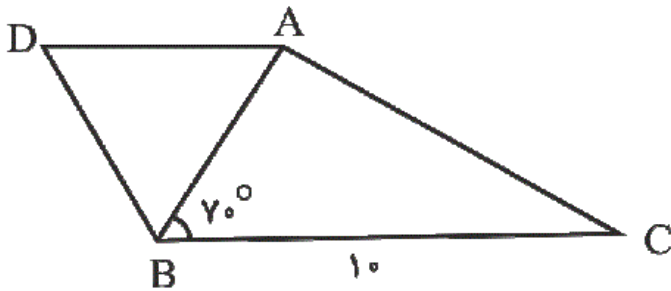
(۳)  $\frac{\sqrt{3}}{3} + 1$

(۴)  $\sqrt{3} + 1$

آزمون ۲۳ شهریور

۴۷- در شکل زیر، اگر  $\triangle ABD$ ، یک مثلث متساوی الاضلاع به مساحت  $4\sqrt{3}$  باشد، مساحت مثلث  $ABC$  کدام

است؟ (Sin 70° ~ 0/94)



(۱) ۱۸/۸

(۲) ۹/۴

(۳) ۴/۷

(۴) ۲/۷

آزمون ۲۳ شهریور

۴۸- اگر  $\frac{\cos \alpha}{1 + \tan^2 \alpha} = \frac{\sqrt{27}}{8}$  و انتهای کمان  $\alpha$  در ربع اول دایره مثلثاتی باشد، آن گاه مقدار  $\cot \alpha$  چقدر است؟

(۴)  $-\frac{\sqrt{3}}{2}$

(۳) ۱

(۲)  $\frac{\sqrt{3}}{2}$

(۱)  $\sqrt{3}$

آزمون ۲۳ شهریور

۴۹- اگر گزینه‌ها تعریف شده باشند، حاصل کدام گزینه با عبارت  $(\sin^4 \alpha + \cos^4 \alpha)(\sin \alpha + \cos \alpha)$  برابر است؟

$$\frac{\sin^6 \alpha - \cos^6 \alpha}{\sin \alpha - \cos \alpha} \quad (۲) \qquad \frac{\sin^4 \alpha - \cos^4 \alpha}{\sin \alpha + \cos \alpha} \quad (۱)$$

$$\frac{\sin^4 \alpha - \cos^4 \alpha}{\sin \alpha - \cos \alpha} \quad (۴) \qquad \frac{\sin^6 \alpha - \cos^6 \alpha}{\sin \alpha - \cos \alpha} \quad (۳)$$

آزمون ۲۳ شهریور

۵۰- اگر داشته باشیم  $a + \frac{1}{a} = 3$ ، آن‌گاه حاصل  $a^3 + \frac{1}{a^3}$  کدام است؟

۸۱ (۴)

۱۸ (۳)

۲۷ (۲)

۹ (۱)

آزمون ۲۳ شهریور

ریاضی نهم - سوالات موازی - ۱۰ سوال

۵۱- اگر  $B \cap C = C$  و  $B \subseteq A \cap C$  باشد، کدام گزینه همواره درست است؟ (سه مجموعه غیر تهی هستند).

$$B \neq C, C \subseteq B \subseteq A \quad (۲)$$

$$A \subseteq B \subseteq C \quad (۱)$$

$$B = C, C \subseteq A \quad (۴)$$

$$A = B = C \quad (۳)$$

آزمون ۲۳ شهریور

۵۲- کدام گزینه همواره برقرار نیست؟

$$\left| \frac{a}{b} \right| = \frac{|a|}{|b|}, (b \neq 0) \quad (۲)$$

$$|ab| = |a| \times |b| \quad (۱)$$

$$|a + b| = |a| + |b| \quad (۴)$$

$$a^2 = |a|^2 \quad (۳)$$

آزمون ۲۳ شهریور



۵۳- حاصل عبارت  $A = \frac{3^x + 3^{x-1} + 3^{x+2}}{3^{x+1} + 3^{x-2}}$  کدام است؟

$\frac{31}{9}$  (۴)

$\frac{9}{31}$  (۳)

$\frac{93}{28}$  (۲)

$\frac{28}{93}$  (۱)

آزمون ۲۳ شهریور

۵۴- کدام یک از نامساوی‌های زیر صحیح است؟

$2057 \times 10^{-8} > 3/25 \times 10^{-5}$  (۲)

$0.03 \times 10^{-2} < 5 \times 10^{-5}$  (۱)

$0.00342 \times 10^6 < 3430$  (۴)

$50/03 \times 10^{-5} > 36/22 \times 10^{-4}$  (۳)

آزمون ۲۳ شهریور

۵۵- حاصل عبارت  $\frac{\sqrt{96} + \sqrt{30} + \sqrt{192} + \sqrt{60}}{\sqrt{54} + \sqrt{48}}$  کدام است؟

$\frac{1 + \sqrt{2}}{4 + \sqrt{5}}$  (۲)

$\frac{4 + \sqrt{5}}{1 + \sqrt{2}}$  (۱)

$\frac{4 + \sqrt{2}}{1 + \sqrt{5}}$  (۴)

$\frac{1 + \sqrt{5}}{4 + \sqrt{2}}$  (۳)

آزمون ۲۳ شهریور

۵۶- حاصل عبارت تعریف شده  $\frac{x(x^2 - 4)(x - 4)}{8x + 2x^2 - x^3}$  کدام است؟

$4 - x$  (۴)

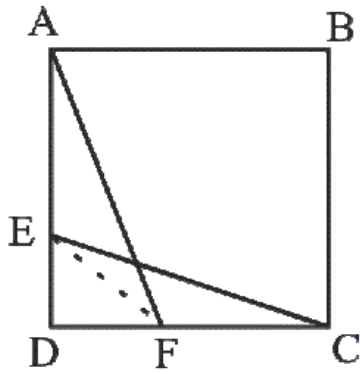
$2 - x$  (۳)

$x - 4$  (۲)

$x - 2$  (۱)

آزمون ۲۳ شهریور

۵۷- در شکل زیر، ABCD یک مربع و  $AF = CE$  است. اگر  $\hat{E}CD = 20^\circ$  باشد، آن گاه  $\hat{E}FA$  کدام است؟



(۱)  $25^\circ$

(۲)  $50^\circ$

(۳)  $35^\circ$

(۴)  $30^\circ$

آزمون ۲۳ شهریور

۵۸- خط  $L$  به معادله  $y = ax + b$  در نقطه‌ای با طول ۵، محور  $x$  ها را قطع می‌کند. اگر این خط در نقطه‌ای به

طول ۳ با خط  $y = \frac{2}{3}x$  برخورد کند، خط  $L$  محور  $y$  ها را با چه عرضی قطع می‌کند؟

(۴) ۱

(۳) -۵

(۲) -۱

(۱) ۵

آزمون ۲۳ شهریور

۵۹- اگر مساحت یک لوزی برابر  $S = x^2 - 9$  و طول یکی از قطرهای آن برابر با  $a = \frac{x^2 - x - 12}{x - 4}$  باشد، طول

قطر دیگر این لوزی کدام است؟ ( $x \neq 4, \pm 3$ )

(۱)  $x^2 - 4$

(۲)  $x^2 - x$

(۳)  $2x - 6$

(۴)  $2x - 8$

آزمون ۲۳ شهریور

۶۰- نسبت عدد محیط مربعی به مساحت  $a$ ، به عدد مساحت مربعی که از وصل کردن وسطهای اضلاع مربع

اولیه حاصل می‌شود، چند برابر  $\frac{\sqrt{a}}{a}$  است؟

(۴) ۱۶

(۳) ۲

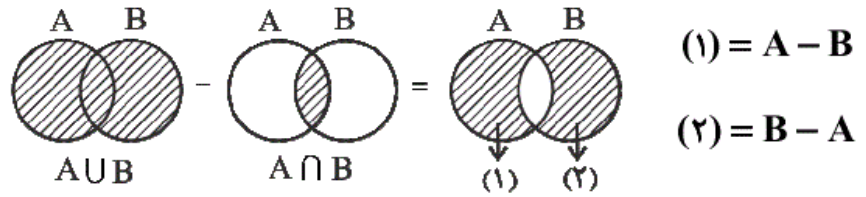
(۲) ۸

(۱) ۴



-۳۱

«سعیل حسن خان پور»



پس مجموعه مورد نظر همان  $(A - B) \cup (B - A)$  است. طبق صورت سؤال:

$$(A - B) \cup (B - A) = \{1, 2, 3, 4\} \Rightarrow 4 \text{ عضو دارد}$$

(صفحه‌های ۱۳ و ۱۴ کتاب درسی) (مجموعه‌ها)

۴

۳

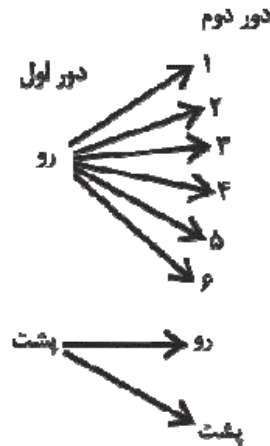
۲

۱

آزمون ۲۳ شهریور

-۳۲

«مبینا عبیری»



$$S = \{(ر, ۱), (ر, ۲), (ر, ۳), (ر, ۴), (ر, ۵), (ر, ۶), (پ, پ), (پ, ر)\}$$

$$A = \{(ر, ۱), (ر, ۳), (ر, ۵)\}$$

$$\Rightarrow P(A) = \frac{n(A)}{n(S)} = \frac{۳}{۸}$$

(صفحه‌های ۱۵ تا ۱۷ کتاب درسی) (مجموعه‌ها)

۴

۳

۲

۱

گزینه «۲»:

$$3x - 1 \leq 2 \xrightarrow{\text{طرفین} + 1} 3x \leq 3 \xrightarrow{\text{طرفین} \div 3} x \leq 1$$

گزینه «۳»:

$$3x + 2 \leq 8x - 3 \xrightarrow{\text{طرفین} - 3x} 2 \leq 5x - 3 \xrightarrow{\text{طرفین} + 3}$$

$$5x \geq 5 \xrightarrow{\text{طرفین} \div 5} x \geq 1 \quad \text{گزینه «۳»: جواب است.}$$

گزینه «۴»:

$$-x + 5 \geq 2x - 1 \xrightarrow{\text{طرفین} + x} 5 \geq 3x - 1 \xrightarrow{\text{طرفین} + 1}$$

$$3x \leq 6 \xrightarrow{\text{طرفین} \div 3} x \leq 2$$

(صفحه‌های ۹۰ تا ۹۴ کتاب درسی) (عبارت‌های مجری)

۴

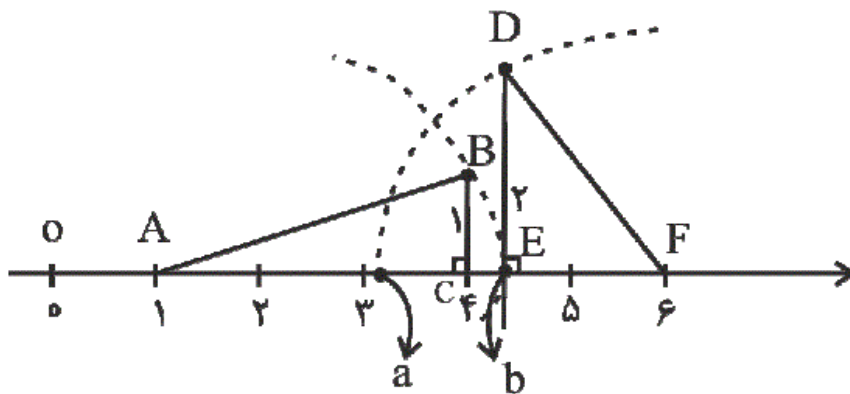
۳

۲

۱

۳۴-

«هانیه ساعی یکتا»



$$b = AB + OA = \sqrt{AC^2 + BC^2} + 1 = \sqrt{3^2 + 1^2} + 1 = \sqrt{10} + 1$$

$$DF = \sqrt{DE^2 + EF^2} = \sqrt{2^2 + (6 - b)^2} = \sqrt{4 + (6 - \sqrt{10} - 1)^2}$$

$$= \sqrt{4 + 25 + 10 - 10\sqrt{10}} = \sqrt{39 - 10\sqrt{10}}$$

$$a = OF - DF = 6 - \sqrt{39 - 10\sqrt{10}}$$

(صفحه‌های ۲۳ تا ۲۷ کتاب درسی) (اعداد حقیقی)

۴

۳

۲

۱

«سپار سالاری»

$$5\sqrt{2} = \sqrt{50}, \quad 4\sqrt{3} = \sqrt{48}, \quad 7 = \sqrt{49}$$

$$A = \left| \sqrt{50} - \sqrt{49} \right| - \left| \sqrt{48} - \sqrt{50} \right| = \left| \sqrt{50} - \sqrt{49} - (\sqrt{48} - \sqrt{50}) \right|$$

$$= \left| -\sqrt{49} + \sqrt{48} \right| = \sqrt{49} - \sqrt{48} = 7 - 4\sqrt{3}$$

(صفحه‌های ۲۸ تا ۳۱ کتاب درسی) (ترکیبی)

۴

۳

۲✓

۱

«هانیه ساعی یکتا»

$$\frac{3^6 5^2 2^y}{6^x} = 10^2 \Rightarrow \frac{3^6 5^2 2^y}{3^x 2^x} = 10^2 \Rightarrow 3^{6-x} \times 5^{\frac{x}{2}} \times 2^{y-x} = 2^2 \times 5^2$$

$$\Rightarrow \begin{cases} 6-x=0 \Rightarrow x=6 \\ \frac{x}{2}=3 \Rightarrow x=6 \\ y-x=2 \Rightarrow y=x+2 \Rightarrow y=8 \end{cases}$$

$$\Rightarrow xy = 6 \times 8 = 48$$

(صفحه‌های ۶۰ تا ۶۴ کتاب درسی) (توان و ریشه)

۴

۳✓

۲

۱

«هانیه ساعی یکتا»

$$A = \sqrt{x^2} + \sqrt{y^2} + \sqrt{(x-y)^2} = |x| + |y| + |x-y|$$

الف) درست است.

$$\left. \begin{array}{l} x > 0 \\ y < 0 \\ x - y > 0 \end{array} \right\} \Rightarrow A = x + (-y) + (x - y) = 2x - 2y$$

ب) درست است.

$$\left. \begin{array}{l} x > 0 \\ y > 0 \\ |x| < |y| \Rightarrow x - y < 0 \end{array} \right\} \Rightarrow A = x + y + (-(x - y)) = 2y$$

پ) نادرست است.

$$\left. \begin{array}{l} x < 0 \\ y < 0 \\ |x| < |y| \Rightarrow x - y > 0 \end{array} \right\} \Rightarrow A = (-x) + (-y) + x - y = -2y$$

ت) درست است.

$$\left. \begin{array}{l} x < 0 \\ y > 0 \\ |x| < |y| \Rightarrow x - y < 0 \end{array} \right\} A = (-x) + y + (-(x - y)) = 2y - 2x$$

(صفحه‌های ۲۸ تا ۳۱ و ۶۸ تا ۷۲ کتاب درسی) (ترکیبی)

۴

۳✓

۲

۱

آزمون ۲۳ شهریور

«شکیب ربیبی»

مختصات نقاط A و B در معادله خط L صدق می‌کنند:

$$(0, 3) \in L \Rightarrow m \times 0 + n \times 3 - 9 = 0$$

$$\Rightarrow 3n = 9 \Rightarrow n = 3$$

$$(1, 4) \in L \Rightarrow m \times 1 + n \times 4 - 9 = 0$$

$$\xrightarrow{n=3} m + 12 - 9 = 0 \Rightarrow m = -3$$

(صفحه‌های ۹۶ تا ۱۰۱ و ۱۰۸ تا ۱۱۲ کتاب درسی) (فظ و معادله‌های فطی)

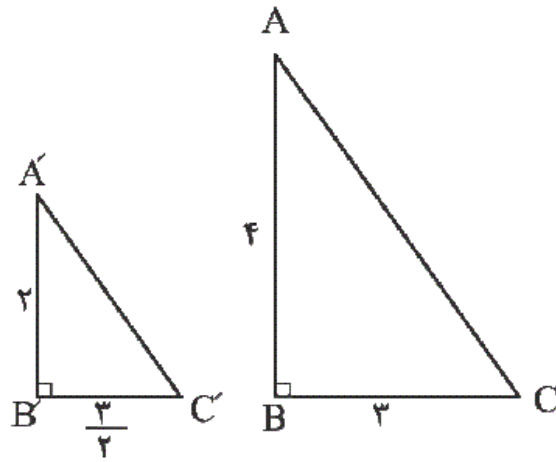
۴

۳

۲✓

۱

آزمون ۲۳ شهریور



برای دو شکل متشابه، نسبت محیط‌ها برابر با نسبت تشابه است، زیرا اگر

$K$  را نسبت تشابه دو مثلث بنامیم، داریم:

$$AB = K(A'B'), \quad AC = K(A'C'), \quad BC = K(B'C')$$

$$AB + AC + BC = K(A'B') + K(A'C') + K(B'C')$$

$$= K(A'B' + A'C' + B'C')$$

$$\Rightarrow K(A'B' + A'C' + B'C') = 2(A'B' + A'C' + B'C')$$

$$\Rightarrow K = 2$$

نسبت تشابه ۲ است، پس:

$$B'C' = \frac{BC}{K} = \frac{3}{2}$$

در مثلث  $A'B'C'$  طبق قضیه فیثاغورس داریم:

$$\triangle A'B'C' : (A'C')^2 = (A'B')^2 + (B'C')^2$$

$$\Rightarrow (A'C') = \sqrt{2^2 + \left(\frac{3}{2}\right)^2} = \sqrt{\frac{25}{4}} \Rightarrow A'C' = \frac{5}{2}$$

(صفحه‌های ۵۳ تا ۵۸ کتاب درسی) (استرلا و اثبات در هندسه)

۴

۳

۲

۱



«هانیه ساعی یکتا»

$$a = 1/9998, b = 0/0002$$

$$\Rightarrow a^2 - b^2 \stackrel{\text{اتحاد مزدوج}}{=} (a-b)(a+b)$$

$$\Rightarrow 1/9998^2 - 0/0002^2 = (1/9998 - 0/0002)(1/9998 + 0/0002)$$

$$= (1/9996)(2) = (2 - 0/0004) \times 2$$

$$= 4 - 0/0008 = 3/9992$$

(صفحه‌های ۱۶ تا ۱۹ کتاب درسی) (عبارت‌های جبری)

۴

۳

۲

۱ ✓

آزمون ۲۳ شهریور

-۴۱

«مهمر پورامردی»

مجموعه‌ای که تعداد اعضای آن یک عدد حسابی باشد، مجموعه متناهی است و در غیر این صورت مجموعه نامتناهی است. در بین گزینه‌ها مجموعه A یک مجموعه سه عضوی است و این مجموعه متناهی و بقیه نامتناهی هستند.

$$A = \{x \in \mathbb{Z} \mid -1 < x < 3\} = \{0, 1, 2\}$$

(صفحه‌های ۵ تا ۷ کتاب درسی) (مجموعه، الگو و دنباله)

۴

۳ ✓

۲

۱

آزمون ۲۳ شهریور

-۴۲

«نیما سلطانی»

مجموعه A و B را نوشته و  $A \cup B$  را حساب کنیم و سپس متمم آن را به دست می‌آوریم:

$$A = \{1, 5, 6, 7, \dots\}, B = \{1, 2, 7, 8, \dots\}$$

$$\Rightarrow A \cup B = \{1, 2, 5, 6, 7, \dots\} \Rightarrow (A \cup B)' = \{3, 4\}$$

(صفحه‌های ۱ و ۹ کتاب درسی) (مجموعه، الگو و دنباله)

۴

۳

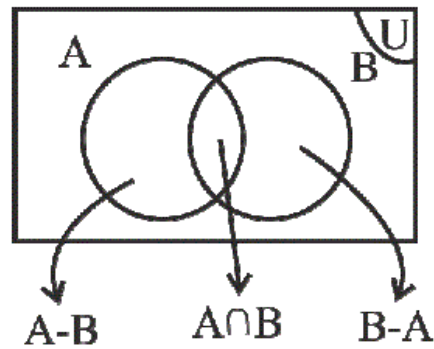
۲ ✓

۱

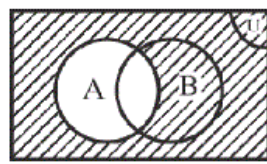
آزمون ۲۳ شهریور

مطابق نمودار ون زیر:

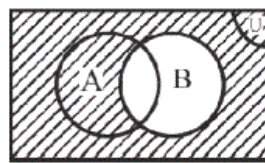
$$n(A \cup B) = n(A - B) + n(B - A) + n(A \cap B) = 2 + 3 + 3 = 8$$



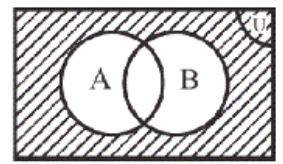
از طرفی:



$A'$



$B'$



$A' \cap B' = (A \cup B)'$

$$n(A' \cap B') = n((A \cup B)') = n(U) - n(A \cup B) = 10 - 8 = 2$$

(صفحه‌های ۸ تا ۱۳ کتاب درسی) (مجموعه آکلو، آکلو و دنباله)

۴

۳

۲

۱

آزمون ۲۳ شهریور

«شکلیب ریبی»

با توجه به شکل صورت سؤال، تعداد دایره‌ها در هر مرحله، تشکیل یک دنباله حسابی با جمله اول ۵ و قدر نسبت ۴ می‌دهد.

$$\begin{array}{c} 5, 9, 13, \dots \\ \underbrace{\quad \quad} \\ +4 \quad +4 \end{array}$$

$$a_1 = 4 \times 0 + 5 = 5$$

$$a_2 = 4 \times 1 + 5 = 9$$

$$a_3 = 4 \times 2 + 5 = 13$$

$$a_n = 4 \times (n - 1) + 5$$

در نتیجه:

$$a_{12} = 4 \times (12 - 1) + 5 = 49$$

(صفحه‌های ۱۴ تا ۱۷، ۲۱ تا ۲۴ کتاب درسی) (مجموعه آکلو، آکلو و دنباله)

۴

۳

۲ ✓

۱

آزمون ۲۳ شهریور

«سهیل حسن‌شان‌پور»

چون ۳ جمله موردنظر تشکیل دنباله حسابی می‌دهند، پس:

$$2x + 1 = \frac{4x + 1 + x - 4}{2} \Rightarrow 4x + 2 = 5x - 3 \Rightarrow x = 5$$

$\Rightarrow$  جملات دنباله حسابی: ۱، ۱۱، ۲۱

می‌خواهیم با اضافه کردن مقدار  $a$  به هر یک از اعداد فوق، یک دنباله هندسی تشکیل شود.

$$1 + a, 11 + a, 21 + a \Rightarrow (11 + a)^2 = (1 + a)(21 + a)$$

$$\Rightarrow 121 + 22a + a^2 = 22a + 21 + a^2 \Rightarrow 121 = 21 \cdot \times$$

به ازای هیچ مقدار از  $a$  امکان پذیر نیست.

(صفحه‌های ۲۱ تا ۲۷ کتاب درسی) (مجموعه آکلو، آکلو و دنباله)

۴ ✓

۳

۲

۱

آزمون ۲۳ شهریور

$$\tan 45^\circ = \frac{EC}{ED} \xrightarrow{EC=4} 1 = \frac{4}{ED} \Rightarrow ED = 4$$

$$AD = AE + ED = \frac{4\sqrt{3}}{3} + 4 = 4\left(\frac{\sqrt{3}}{3} + 1\right)$$

(صفحه‌های ۲۹ تا ۳۵ کتاب درسی) (مثثات)

۴

۳ ✓

۲

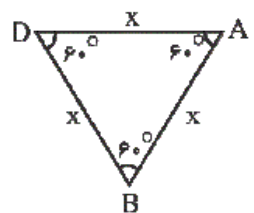
۱

آزمون ۲۳ شهریور

«نیما سلطانی»

-۴۷

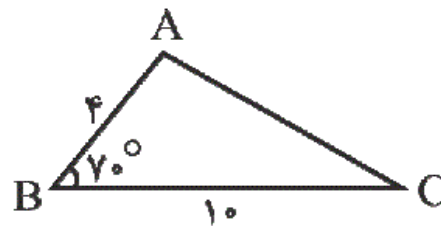
چون مثلث  $ABD$  متساوی‌الاضلاع است پس زاویه‌های داخلی آن همگی برابر  $60^\circ$  هستند و لذا اگر ضلع آن را  $x$  در نظر بگیریم مساحت به صورت زیر خواهد شد:

$$\Rightarrow S_{ABD} = \frac{1}{2}(x)(x)(\sin 60^\circ) = \frac{1}{2}x^2 \frac{\sqrt{3}}{2} = \frac{x^2\sqrt{3}}{4}$$


$$\Rightarrow \frac{x^2\sqrt{3}}{4} = 4\sqrt{3} \Rightarrow x^2 = 16 \Rightarrow x = 4$$

حال برای مساحت  $ABC$  داریم:

$$S_{ABC} = \frac{1}{2}(4)(4)(\sin 70^\circ) = 20 \sin 70^\circ = 20 \times 0.94 = 18.8$$



(صفحه‌های ۲۹ تا ۳۵ کتاب درسی) (مثثات)

۴

۳

۲

۱ ✓

آزمون ۲۳ شهریور

همانطور که می‌دانیم:

$$1 + \tan^2 \alpha = \frac{1}{\cos^2 \alpha} \quad (1)$$

$$\frac{\cos \alpha}{1 + \tan^2 \alpha} = \frac{\sqrt{27}}{8} \quad (1) \rightarrow \cos^3 \alpha = \frac{\sqrt{27}}{8} \Rightarrow \cos \alpha = \frac{\sqrt{3}}{2}$$

$$\sin^2 \alpha + \cos^2 \alpha = 1 \xrightarrow{\cos \alpha = \frac{\sqrt{3}}{2}} \sin^2 \alpha = \frac{1}{4}$$

$$\Rightarrow \sin \alpha = \pm \frac{1}{2} \xrightarrow{\text{چون در ربع اول}} \sin \alpha = \frac{1}{2}$$

$$\Rightarrow \cot \alpha = \frac{\cos \alpha}{\sin \alpha} = \frac{\frac{\sqrt{3}}{2}}{\frac{1}{2}} = \sqrt{3}$$

(صفحه‌های ۴۳ و ۴۴ کتاب درسی) (مثلات)

۴

۳

۲

۱ ✓

آزمون ۲۳ شهریور

«هانیه ساعی یکتا»

ضرب  $\sin^2 \alpha + \cos^2 \alpha = 1$  تأثیری در حاصل ندارد.

$$(\sin^4 \alpha + \cos^4 \alpha)(\sin \alpha + \cos \alpha) \xrightarrow{\times(\sin^2 \alpha + \cos^2 \alpha)}$$

$$(\sin^4 \alpha + \cos^4 \alpha)(\sin^2 \alpha + \cos^2 \alpha)(\sin \alpha + \cos \alpha)$$

$$\times \frac{\sin \alpha - \cos \alpha}{\sin \alpha - \cos \alpha} \quad \text{اتحاد مزدوج}$$

$$\frac{(\sin^4 \alpha + \cos^4 \alpha)(\sin^2 \alpha + \cos^2 \alpha)(\sin^2 \alpha - \cos^2 \alpha)}{\sin \alpha - \cos \alpha}$$

$$= \frac{(\sin^4 \alpha + \cos^4 \alpha)(\sin^2 \alpha - \cos^2 \alpha)}{\sin \alpha - \cos \alpha} = \frac{\sin^6 \alpha - \cos^6 \alpha}{\sin \alpha - \cos \alpha}$$

(صفحه‌های ۴۴ تا ۴۶ کتاب درسی) (مثلات)

۴ ✓

۳

۲

۱

آزمون ۲۳ شهریور

از اتحاد مکعب کامل استفاده می‌کنیم:

$$a^3 + \frac{1}{a^3} = \left(a + \frac{1}{a}\right)^3 - 3\left(a\right)\left(\frac{1}{a}\right)\left(a + \frac{1}{a}\right)$$

$$= 3^3 - 3(1)(3) = 27 - 9 = 18$$

(صفحه‌های ۶۲ تا ۶۵ کتاب درسی) (توان‌های گویا و عبارات‌های پیروی)

 ۴

 ۳

 ۲

 ۱

آزمون ۲۳ شهریور

«سهیل حسن‌فان‌پور»

چون اشتراک دو مجموعه  $B$  و  $C$  برابر  $C$  شده است، پس  $C$  زیر مجموعه  $B$  خواهد بود. از طرفی چون  $B$  زیر مجموعه  $A \cap C$  است، قطعاً زیر مجموعه هر دوی این دو مجموعه خواهد بود، بنابراین چون هم  $C$  زیر مجموعه  $B$  است و هم  $B$  زیر مجموعه  $C$  است،  $B = C$  خواهد بود. پس  $C$  نیز زیر مجموعه  $A$  بوده و گزینه «۴» صحیح است.

(صفحه‌های ۱۱ و ۱۲ کتاب درسی) (مجموعه‌ها)

 ۴

 ۳

 ۲

 ۱

آزمون ۲۳ شهریور

گزینه‌ها را بررسی می‌کنیم. در اثبات گزینه‌های «۱» و «۲» از تساوی

$$|a| = \sqrt{a^2}$$

گزینه «۱»:

$$|ab| = \sqrt{(ab)^2} = \sqrt{a^2 b^2} = \sqrt{a^2} \times \sqrt{b^2} = |a| \times |b|$$

$$\left| \frac{a}{b} \right| = \sqrt{\left(\frac{a}{b}\right)^2} = \sqrt{\frac{a^2}{b^2}} = \frac{\sqrt{a^2}}{\sqrt{b^2}} = \frac{|a|}{|b|}$$

گزینه «۲»:

گزینه «۳»: به ازای هر عدد حقیقی رابطه مقابل برقرار است  $a^2 = |a|^2$

گزینه «۴»: اعداد  $a = -3$ ,  $b = 4$  مثال نقض این گزینه هستند.

$$\left. \begin{aligned} |a| + |b| &= |-3| + |4| = 3 + 4 = 7 \\ |a + b| &= |-3 + 4| = |1| = 1 \end{aligned} \right\} \Rightarrow |a + b| \neq |a| + |b|$$

(صفحه‌های ۲۸ تا ۳۱ کتاب درسی) (عددهای حقیقی)

 ۴

 ۳

 ۲

 ۱

آزمون ۲۳ شهریور

$$A = \frac{3^x + 3^x \times \frac{1}{3} + 3^x \times 9}{3^x \times 3 + 3^x \times \frac{1}{9}} = \frac{3^x(1 + \frac{1}{3} + 9)}{3^x(3 + \frac{1}{9})} = \frac{\frac{3}{3} + \frac{1}{3} + \frac{27}{3}}{\frac{27}{9} + \frac{1}{9}}$$

$$= \frac{\frac{31}{3}}{\frac{28}{9}} = \frac{9 \times 31}{3 \times 28} = \frac{93}{28}$$

(صفحه‌های ۶۰ تا ۶۴ کتاب درسی) (توان و ریشه)

 ۴

 ۳

 ۲

 ۱

گزینه «۲»: نادرست است.

$$2.057 \times 10^{-8} = 2/0.57 \times 10^{-5} < 3/25 \times 10^{-5}$$

گزینه «۳»: نادرست است.

$$50/0.3 \times 10^{-5} = 5/0.03 \times 10^{-4} < 36/22 \times 10^{-4}$$

گزینه «۴»: درست است.

$$0/00342 \times 10^6 = 3420 < 3430$$

(صفحه‌های ۶۵ تا ۶۷ کتاب درسی) (توان و ریشه)

۴ ✓

۳

۲

۱



$$\begin{aligned} & \frac{\sqrt{96} + \sqrt{30} + \sqrt{192} + \sqrt{60}}{\sqrt{54} + \sqrt{48}} \\ &= \frac{\sqrt{2^5 \times 3} + \sqrt{3 \times 2 \times 5} + \sqrt{2^6 \times 3} + \sqrt{2^2 \times 3 \times 5}}{\sqrt{2 \times 3^3} + \sqrt{2^4 \times 3}} \\ &= \frac{4\sqrt{6} + \sqrt{5} \times \sqrt{6} + 4\sqrt{2}\sqrt{6} + \sqrt{10} \times \sqrt{6}}{3\sqrt{6} + 2\sqrt{2}\sqrt{6}} \\ &= \frac{\sqrt{6}(4 + \sqrt{5} + 4\sqrt{2} + \sqrt{10})}{\sqrt{6}(3 + 2\sqrt{2})} = \frac{4 + \sqrt{5} + 4\sqrt{2} + \sqrt{10}}{3 + 2\sqrt{2}} \\ &= \frac{(4 + 4\sqrt{2}) + (\sqrt{10} + \sqrt{5})}{2 + 2\sqrt{2} + 1} = \frac{4(1 + \sqrt{2}) + \sqrt{5}(1 + \sqrt{2})}{(1 + \sqrt{2})^2} \\ &= \frac{(4 + \sqrt{5})(1 + \sqrt{2})}{(1 + \sqrt{2})^2} = \frac{4 + \sqrt{5}}{1 + \sqrt{2}} \end{aligned}$$

(صفحه‌های ۷۳ تا ۷۷ کتاب درسی) (توان و ریشه)

۴

۳

۲

۱ ✓

آزمون ۲۳ شهریور

$$\frac{x(x-2)(x+2)(x-4)}{-x(x^2-2x-8)} = \frac{x(x-2)(x+2)(x-4)}{-x(x+2)(x-4)} = -x+2$$

(صفحه‌های ۱۱۴ تا ۱۱۸ کتاب درسی) (عبارت‌های کویا)

۴

۳ ✓

۲

۱

آزمون ۲۳ شهریور

دو مثلث  $ADF$  و  $DCE$  همنهشت هستند، زیرا:

$$\left. \begin{array}{l} AF = CE \\ \hat{D} = \hat{D} = 90^\circ \\ AD = DC \end{array} \right\} \xrightarrow{\text{وتر و یک ضلع}} \triangle ADF \cong \triangle DCE$$

$$\Rightarrow \begin{cases} DE = DF \\ \hat{ECD} = \hat{DAF} = 20^\circ \end{cases}$$

پس مثلث  $DEF$  متساوی الساقین است و داریم:

$$\hat{DEF} = \hat{DFE} = \frac{180^\circ - 90^\circ}{2} = 45^\circ$$

$$\left. \begin{array}{l} \triangle AFD : \hat{DFA} = 90^\circ - \hat{DAF} = 70^\circ \\ \hat{DFA} = \hat{DFE} + \hat{EFA} \end{array} \right\} \Rightarrow 70^\circ = 45^\circ + \hat{EFA}$$

$$\Rightarrow \hat{EFA} = 25^\circ$$

(صفحه‌های ۴۴ تا ۴۸ کتاب درسی) (استدلال و اثبات در هندسه)

۴

۳

۲

۱ ✓

آزمون ۲۳ شهریور

ابتدا مختصات نقطه‌ای به طول  $x = 3$  روی خط  $y = \frac{2}{3}x$  را به دست

می‌آوریم:

$$\xrightarrow{x=3} y = \frac{2}{3} \times 3 = 2$$

در نتیجه، نقطه  $\begin{bmatrix} 3 \\ 2 \end{bmatrix}$  روی خط  $L$  قرار دارد. از طرفی طبق صورت

سؤال مختصات نقطه  $\begin{bmatrix} 5 \\ 0 \end{bmatrix}$  نیز در معادله خط  $L$  صدق می‌کند. با

جایگذاری مختصات این دو نقطه در معادله خط  $L$  داریم:

$$\begin{cases} 5a + b = 0 \\ 3a + b = 2 \end{cases}$$


---


$$a = -1, b = 5 \Rightarrow y = -x + 5$$

$$\xrightarrow[\text{برخورد با محور } y \text{ ها}]{x=0} y = 5$$

خط  $L$  در نقطه  $\begin{bmatrix} 0 \\ 5 \end{bmatrix}$ ، محور  $y$  ها را قطع می‌کند.

(صفحه‌های ۱۰۸ تا ۱۱۲ کتاب درسی) (فقط و معادله‌های قطبی)

 ۴

 ۳

 ۲

 ۱

$$\text{مساحت لوزی} = \frac{1}{2} \times (\text{قطر بزرگ}) \times (\text{قطر کوچک})$$

$$\Rightarrow x^2 - 9 = \frac{1}{2} \times \frac{x^2 - x - 12}{x - 4} \times (\text{قطر})$$

$$\Rightarrow \text{قطر} = 2(x^2 - 9) \times \frac{x - 4}{x^2 - x - 12}$$

$$\text{قطر} = 2(x^2 - 9) \times \frac{x - 4}{(x - 4)(x + 3)}$$

$$\frac{x \neq 4}{x \neq -3} \rightarrow \text{قطر} = \frac{2(x^2 - 9)}{x + 3} = \frac{2(x - 3)(x + 3)}{(x + 3)} = 2x - 6$$

(صفحه‌های ۱۱۹ تا ۱۲۵ کتاب درسی) (عبارت‌های گویا)

۴

۳ ✓

۲

۱

آزمون ۲۳ شهریور

$$S_{ABCD} = a = AB^2 \Rightarrow AB = \sqrt{a}$$

$$AB = 2A'B \Rightarrow A'B = \frac{\sqrt{a}}{2}$$

همچنین داریم:

$$BB' = \frac{\sqrt{a}}{2}$$

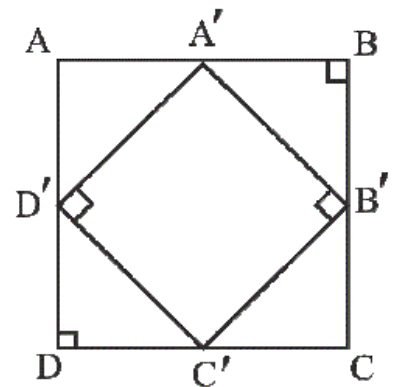
$$A'B'^2 = A'B^2 + BB'^2 = \frac{a}{4} + \frac{a}{4} = \frac{a}{2}$$

$$\Rightarrow A'B' = \sqrt{\frac{a}{2}} = \frac{\sqrt{2}}{2} \sqrt{a}$$

$$S_{A'B'C'D'} = \left(\frac{\sqrt{2}}{2} \sqrt{a}\right)^2 = \frac{a}{2}$$

$$ABCD \text{ محیط} = 4AB = 4\sqrt{a}$$

$$\Rightarrow \frac{ABCD \text{ محیط}}{S_{A'B'C'D'}} = \frac{4\sqrt{a}}{\frac{a}{2}} = \frac{8\sqrt{a}}{a}$$



(صفحه‌های ۷۱ تا ۷۷ کتاب درسی) (توان و ریشه)

 ۴

 ۳

 ۲

 ۱

آزمون ۲۳ شهریور