



سایت ویژه ریاضیات www.riazisara.ir

درسنامه ها و جزوه های ریاضی

سوالات و پاسخنامه تشریحی کنکور

نمونه سوالات امتحانات ریاضی

نرم افزارهای ریاضیات

...

(@riazisara)

ریاضی سرا در تلگرام:



<https://t.me/riazisara>

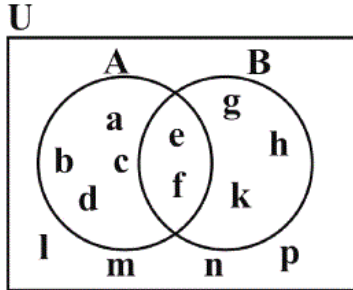
(@riazisara.ir) ریاضی سرا در اینستاگرام:



<https://www.instagram.com/riazisara.ir>

ریاضی ۱ - ۱۰ سوال

۴۱- در نمودار ون زیر، اعضای هر مجموعه درون آن نوشته شده است. مجموعه $A - B'$ کدام است؟



(۱) $\{a, b, c, d\}$

(۲) $\{e, f\}$

(۳) $\{a, b, c, d, e, f\}$

(۴) $\{e, f, g, h, k\}$

آزمون ۲۳ شهریور

۴۲- در یک دنباله هندسی، جمله سوم برابر $4\sqrt{3}$ و جمله هفتم -32 برابر جمله دوم است. در این دنباله جمله یازدهم کدام است؟

(۴) $1024\sqrt{3}$

(۳) $64\sqrt{3}$

(۲) 512

(۱) $-512\sqrt{3}$

آزمون ۲۳ شهریور

۴۳- اگر x زاویه‌ای در ناحیه اول، $\tan x = \frac{3}{2}$ ، $A = \frac{-3 \sin x + \cos x}{\cos x + \sin x}$ و $B = \cos x + \sin^2 x$ باشد، $A + B$ کدام است؟

(۴) $\frac{2\sqrt{13}-4}{5}$

(۳) $\frac{\sqrt{13}-4}{5}$

(۲) $\frac{2\sqrt{13}}{13} - \frac{46}{65}$

(۱) $\frac{7}{5}$

آزمون ۲۳ شهریور

۴۴- حاصل $\sqrt[3]{4\sqrt{8}\sqrt[3]{4}}$ کدام است؟

(۴) $\sqrt[3]{32}$

(۳) $\sqrt[3]{16}$

(۲) $2\sqrt[3]{32}$

(۱) $2\sqrt[3]{16}$

آزمون ۲۳ شهریور

۴۵- اگر $14 = x^2 + \frac{1}{x^2}$ باشد، مقدار $x^3 + \frac{1}{x^3}$ کدام است؟ ($x > 0$)

(۴) 52

(۳) 26

(۲) 49

(۱) 27

آزمون ۲۳ شهریور

۴۶- عبارت $P = \frac{(x-3)^3(x-1)}{|x+1|(x^2-3x+2)}$ در کدام بازه زیر همواره نامثبت است؟

(۴) $(\frac{3}{2}, 2)$

(۳) $[2, 3)$

(۲) $(\sqrt{5}, 3]$

(۱) $(\frac{5}{2}, \frac{7}{2})$

۴۷- برد تابع $f(x) = \begin{cases} x^2 - 2, & x \geq 0 \\ -x - 1, & x < 0 \end{cases}$ کدام است؟

- (۱) $(-\infty, -1) \cup [2, +\infty)$ (۲) $[-1, +\infty)$ (۳) $[-2, +\infty)$ (۴) $[-2, 2]$

۴۸- اگر تابع f همانی و تابع g تابعی ثابت باشد، به طوری که $(-1)g(1) + (f(2))^2 \times g(1) = 10 + g(-1)$ ، آن گاه $f(-2) \times g(1) \times f(1)$ کدام است؟ $(D_f = D_g = \mathbb{R})$

- (۱) ۱۰ (۲) -۱۰ (۳) -۲۰ (۴) ۲۰

۴۹- با جایگشت‌های متمایز ارقام عدد ۵۴۳۲۱ چند عدد ۵ رقمی می‌توان نوشت که هر دو رقم ۲ و ۳ در جایگاه فعلی خود نباشند؟ (تکرار ارقام مجاز نیست.)

- (۱) ۷۲ (۲) ۷۸ (۳) ۸۰ (۴) ۸۶

۵۰- ۷ نفر که یک زن و شوهر و تک فرزندشان نیز در بین آنها هستند، در یک صف قرار می‌گیرند. تعداد حالتی که بین زن و شوهر، فرزندشان به همراه دو نفر دیگر قرار می‌گیرد، کدام است؟

- (۱) ۴۳۲ (۲) ۷۲۰ (۳) ۲۱۶ (۴) ۳۶۰

ریاضی ۲ - ۱۰ سوال

۵۱- اگر نقطه $A(2, \frac{1}{4})$ روی نیمساز زاویه بین دو خط $L_1: ax - y = 1$ و $L_2: x - ay = 2$ باشد، فاصله نقطه A از

نقطه تقاطع دو خط L_1 و L_2 کدام است؟

- (۱) $\frac{5}{16}$ (۲) $\frac{3\sqrt{2}}{16}$ (۳) $\frac{3\sqrt{2}}{4}$ (۴) $\frac{5}{2}$

۵۲- اگر $(2, 8)$ و $(-3, 8)$ دو نقطه از یک سهمی باشند و سهمی محور X ها را در دو نقطه قطع کرده باشد، مجموع طول نقاطی که سهمی محور X ها را قطع می‌کند، کدام است؟

- (۱) -۱ (۲) ۲ (۳) -۲ (۴) ۱

۵۳- در معادله $x^2 - x - 9 = 0$ اگر α و β ریشه‌های معادله باشند، حاصل عبارت $(\alpha^2 - 9)^3 + \beta^3$ کدام است؟

- (۱) ۲۷ (۲) ۲۸ (۳) ۲۹ (۴) ۳۰

۵۴- معادله $\sqrt{x-2} + \frac{4}{\sqrt{x-2}+1} = 3$ چند جواب دارد؟

- (۱) هیچ (۲) یک (۳) دو (۴) سه

۵۵- نقطه A به فاصله ۸ سانتی متر از خط L قرار دارد. اگر دایره‌ای به مرکز A و به شعاع ۱۰ سانتی متر رسم کنیم تا خط L را در نقاط B و C قطع کند، مساحت مثلث ABC کدام است؟

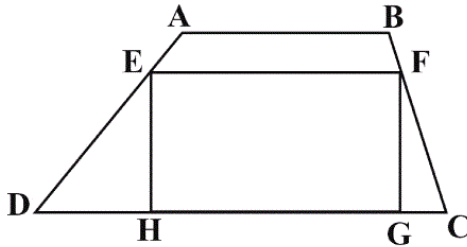
۵۴ (۴)

۴۸ (۳)

۴۲ (۲)

۳۶ (۱)

۵۶- در دوزنقه ABCD، اگر $\frac{AB}{DC} = \frac{AE}{ED} = \frac{BF}{FC} = \frac{1}{2}$ باشد، مساحت مستطیل EFGH چند برابر مساحت دوزنقه ABCD است؟



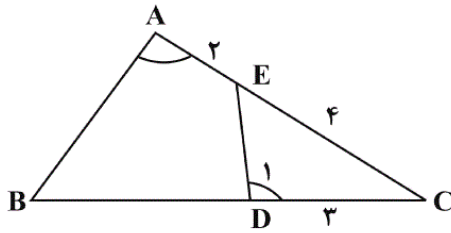
$\frac{1}{2}$ (۱)

$\frac{1}{3}$ (۲)

$\frac{4}{9}$ (۳)

$\frac{16}{27}$ (۴)

۵۷- در مثلث شکل زیر، $\widehat{D}_1 = \widehat{A}$ است. مساحت چهار ضلعی ABDE چند برابر مساحت مثلث ECD است؟



۳ (۱)

۴ (۲)

$\frac{5}{4}$ (۳)

$\frac{9}{4}$ (۴)

۵۸- اگر $0 < x < 1$ باشد، حاصل $\left[-1 - \frac{x}{2}\right] - \left[\frac{x^2 - 1}{-2}\right]$ کدام است؟ ([]، نماد جزء صحیح است.)

صفر (۴)

-۳ (۳)

-۲ (۲)

۱ (۱)

۵۹- اگر $f(x) = g(2x - 6)$ و $g^{-1}(x) = x$ باشد، حاصل $f^{-1}(9)$ کدام است؟

$7/5$ (۴)

$1/5$ (۳)

-۳ (۲)

۴ (۱)

۶۰- اگر $f(x) = x^3 + x$ و $g(x) = 1 - \frac{a}{2}(x^2 - 1)$ باشد و $D_{\frac{f}{g}} = R - \left\{\pm \frac{\sqrt{3}}{3}\right\}$ ، آنگاه $f^2(a+1)$ کدام است؟

صفر (۴)

۱۰۰ (۳)

۳۶ (۲)

۱۹۶ (۱)

۶۱- در یک نظرسنجی پیرامون علاقه‌مندی به موسیقی پاپ و سنتی از میان ۲۰۰ نفر، ۷۰ نفر اعلام کردند که به هر دو موسیقی علاقه‌مند هستند و ۴۰ نفر علاقه‌مندی خود را فقط به موسیقی سنتی اعلام کردند. اگر تعداد افرادی که فقط به موسیقی پاپ علاقه دارند، ۲ برابر تعداد افرادی باشند که به هیچ یک علاقه‌مند نیستند، آنگاه تعداد افرادی که فقط به موسیقی پاپ یا فقط به موسیقی سنتی علاقه‌مند می‌باشند، کدام است؟

۱۱۰ (۴)

۱۰۰ (۳)

۹۰ (۲)

۶۰ (۱)

آزمون ۲۳ شهریور

۶۲- در دنباله حسابی $\frac{3}{5}, x, \frac{29}{15}, \dots$ مجموع جمله‌های دهم و یازدهم کدام است؟

$\frac{37}{5}$ (۴)

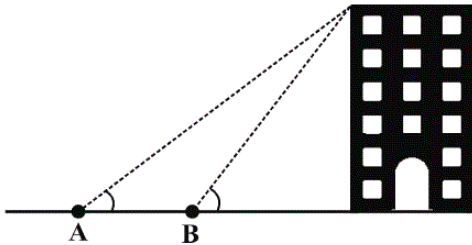
$\frac{199}{15}$ (۳)

$\frac{208}{15}$ (۲)

$\frac{33}{5}$ (۱)

آزمون ۲۳ شهریور

۶۳- مطابق شکل، شخصی در نقطه A، با زاویه 30° ، نوک ساختمان را مشاهده می‌کند. اگر شخص، ۱۸ متر جلوتر رفته و در نقطه B، نوک ساختمان را با زاویه 45° مشاهده کند، آنگاه اندازه ارتفاع ساختمان کدام است؟



$18(\sqrt{3}+1)$ (۱)

$9(\sqrt{3}+1)$ (۲)

$18(\sqrt{3}-1)$ (۳)

$9(\sqrt{3}-1)$ (۴)

آزمون ۲۳ شهریور

۶۴- اگر $\sqrt[3]{2} = (((((2\sqrt{8})^{\frac{1}{6}})^{\frac{1}{5}})^{\frac{1}{4}})^{\frac{1}{3}})^{\frac{1}{2}}$ باشد، حاصل $\frac{\sqrt[3]{81x}}{\sqrt{x}}$ کدام است؟

$\sqrt[3]{6}$ (۴)

$\frac{3\sqrt[3]{2}}{2}$ (۳)

$\frac{\sqrt[3]{3}}{2}$ (۲)

۲ (۱)

آزمون ۲۳ شهریور

۶۵- حاصل عبارت تعریف شده $A = \frac{1}{\sqrt{x}-1} - \frac{3\sqrt{x}-x}{x-1} + \frac{2}{\sqrt{x}+1}$ کدام است؟

۱ (۴)

-۱ (۳)

۲ (۲)

-۲ (۱)

آزمون ۲۳ شهریور

۶۶- اگر محور تقارن سهمی $y = a(x-h)^2 + k$ خط $x = -3$ باشد و سهمی محور y ها را در نقطه‌ای به عرض ۲ قطع کند و از نقطه $(3, 29)$ بگذرد، آنگاه عرض نقطه‌ای از سهمی که طول آن ۲ باشد، کدام است؟

۲۷ (۴)

۲۹ (۳)

۳۲ (۲)

۱۸ (۱)

آزمون ۲۳ شهریور

۶۷- در یک تابع خطی $f(2) = 3$ و $f(1) + 2f(2) = 1$ است. اگر دامنه تابع بازه $[-2, 4]$ باشد، برد تابع کدام است؟

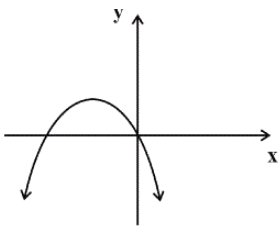
$[-29, 19]$ (۴)

$[-29, 11]$ (۳)

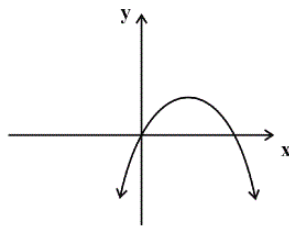
$[-19, 29]$ (۲)

$[4, 19]$ (۱)

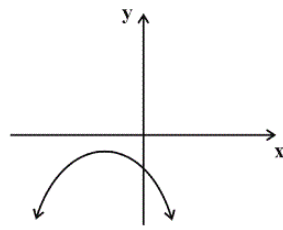
۶۸- شکل تقریبی نمودار تابع $f(x) = -x^2 + 2x$ کدام است؟



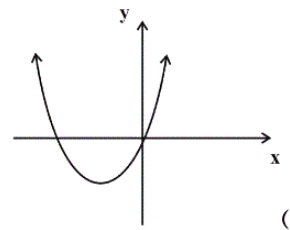
(۴)



(۳)



(۲)



(۱)

۶۹- چند عدد چهار رقمی زوج (بدون تکرار ارقام) می‌توان نوشت که در آن دو رقم از ارقام طبیعی مضرب ۳ به صورت یک در میان قرار داشته باشند؟

۲۸۰ (۴)

۲۶۶ (۳)

۲۵۲ (۲)

۲۱۶ (۱)

۷۰- تعداد زیرمجموعه‌های سه عضوی مجموعه $\{1, 2, \dots, 9\}$ که حداقل یکی از اعضای آن زوج باشد، کدام است؟

۷۶ (۴)

۷۵ (۳)

۷۴ (۲)

۷۳ (۱)

-۴۱

(سینا ممبرپور)

ابتدا اعضای هر کدام از مجموعه‌ها را مشخص می‌کنیم:

$$A = \{a, b, c, d, e, f\}$$

$$B = \{e, f, g, h, k\}$$

از طرفی می‌دانیم:

$$A - B' = A \cap (B')' = A \cap B$$

بنابراین:

$$A - B' = \{a, b, c, d, e, f\} \cap \{e, f, g, h, k\} = \{e, f\}$$

(ریاضی ۱، مجموعه، الگو و دنباله، صفحه‌های ۸ و ۹)

۴

۳

۲

۱

آزمون ۲۳ شهریور

-۴۲

(مهدی ملازمفغانی)

$$\frac{t_7}{t_2} = \frac{t_1 r^6}{t_1 r} = r^5 = -32 \Rightarrow r = -2$$

$$t_3 = 4\sqrt{3} \Rightarrow t_1 \times (-2)^2 = 4\sqrt{3} \Rightarrow t_1 = \sqrt{3}$$

بنابراین دنباله هندسی برابر است با:

$$\sqrt{3}, -2\sqrt{3}, 4\sqrt{3}, \dots$$

$$t_{11} = t_1 r^{10} = (\sqrt{3})(-2)^{10} = 1024\sqrt{3}$$

(ریاضی ۱، مجموعه، الگو و دنباله، صفحه‌های ۲۵ تا ۲۷)

۴

۳

۲

۱

آزمون ۲۳ شهریور

(رضا ذاکر)

صورت و مخرج عبارت A را بر $\cos x$ تقسیم می‌کنیم تا عبارت A بر حسب $\tan x$ بدست آید:

$$A = \frac{-3 \sin x + \cos x}{\cos x + \sin x} = \frac{-\frac{3 \sin x}{\cos x} + \frac{\cos x}{\cos x}}{\frac{\cos x}{\cos x} + \frac{\sin x}{\cos x}}$$

$$= \frac{-3 \tan x + 1}{1 + \tan x}$$

$$A = \frac{-3 \left(\frac{3}{2} \right) + 1}{1 + \frac{3}{2}} = \frac{-\frac{9}{2} + \frac{2}{2}}{\frac{2}{2} + \frac{3}{2}} = \frac{-\frac{7}{2}}{\frac{5}{2}} = -\frac{7}{5}$$

۴

۳

۲✓

۱

آزمون ۲۳ شهریور

(فرنود فارسی‌بانی)

$$\sqrt[3]{4\sqrt{8}\sqrt[3]{4}} = \sqrt[3]{4\sqrt{2^3} \times 2^{\frac{2}{3}}} = \sqrt[3]{4\sqrt{2^{\frac{11}{3}}}}$$

$$= \sqrt[3]{4 \times 2^{\frac{11}{3}}} = \sqrt[3]{2^2 \times 2^{\frac{11}{3}}} = \sqrt[3]{2^{\frac{23}{3}}}$$

$$= 2^{\frac{23}{9}} = 2^{\frac{18}{9}} \sqrt[9]{2^5} = 2^{\frac{18}{9}} \sqrt[9]{32}$$

(ریاضی ۱، توان‌های گویا و عبارت‌های جبری، صفحه‌های ۵۳ تا ۶۱)

۴

۳

۲✓

۱

آزمون ۲۳ شهریور

(رفسا زاکر)

$$x^2 + \frac{1}{x^2} = 14 \Rightarrow \left(x + \frac{1}{x}\right)^2 - 2 = 14 \Rightarrow \left(x + \frac{1}{x}\right)^2 = 16$$

$$\xrightarrow{x > 0} x + \frac{1}{x} = 4$$

$$\Rightarrow x^3 + \frac{1}{x^3} = \left(x + \frac{1}{x}\right)^3 - 3\left(x + \frac{1}{x}\right)\left(x \times \frac{1}{x}\right)$$

$$= (4)^3 - 3 \times (4) = 64 - 12 = 52$$

(ریاضی ۱، توان‌های گویا و عبارات‌های جبری، صفحه‌های ۶۲ تا ۶۷)

۴ ✓

۳

۲

۱

آزمون ۲۳ شهریور

$$|x+1|(x^2 - 3x + 2) = 0 \Rightarrow \begin{cases} x+1=0 \Rightarrow x=-1 \\ x^2 - 3x + 2 = 0 \end{cases}$$

$$x^2 - 3x + 2 = 0 \Rightarrow (x-1)(x-2) = 0 \Rightarrow \begin{cases} x=1 \\ x=2 \end{cases}$$

x	$-\infty$	-1	1	2	3	$+\infty$
$(x-3)^3$	-	-	-	-	•	+
$(x-1)$	-	-	•	+	+	+
$ x+1 $	+	•	+	+	+	+
$x^2 - 3x + 2$	+	+	•	-	•	+
P	+	ت ن	ت ن	ت ن	-	+

با توجه به اینکه $[\sqrt{5}, 3]$ زیرمجموعه $(2, 3]$ است، پس گزینه (۲) جواب است.

(ریاضی ۱، معادله‌ها و نامعادله‌ها، صفحه‌های ۸۳ تا ۹۳)

۴

۳

۲ ✓

۱

آزمون ۲۳ شهریور

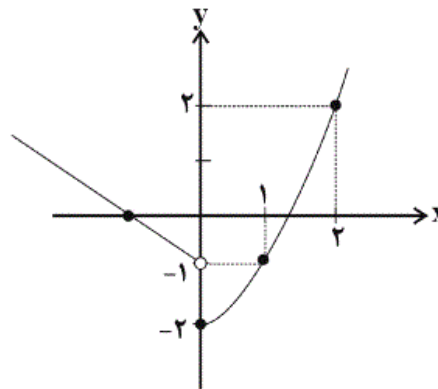
(معمد بگیریایی)

$$f(x) = \begin{cases} x^2 - 2, & x \geq 0 \\ -x - 1, & x < 0 \end{cases}$$

x	۰	۱	۲
y	-۲	-۱	۲

x	۰	-۱
y	-۱	۰

دقت کنید که در ضابطه دوم نقطه $(0, -1)$ توخالی رسم می‌شود.
با توجه به نمودار تابع، برد تابع بازه $[-2, +\infty)$ است.



(ریاضی ۱، تابع، صفحه‌های ۱۰۱ تا ۱۱۳)

۴

۳ ✓

۲

۱

آزمون ۲۳ شهریور

(مهری ملارمضانی)

تابع g ثابت است، بنابراین: $g(x) = k$
تابع f تابعی همانی است و داریم: $f(x) = x$
با توجه به رابطه داده شده داریم:

$$f(3) \times g(4) + (f(2))^2 \times g(1) = 10 + g(-1)$$

$$\Rightarrow 3k + 4k = 10 + k$$

$$\Rightarrow 6k = 10 \Rightarrow k = \frac{10}{6}$$

۴

۳ ✓

۲

۱

آزمون ۲۳ شهریور

(مهرداد قایمی)

تعداد حالت‌هایی که حداقل یکی از دو رقم ۲ و ۳ در جایگاه کنونی خود باشند را محاسبه و از تعداد کل حالات کسر می‌کنیم.

$$\underline{\quad} \times \underline{\quad} \times \underline{\quad} \times \underline{\quad} \times \underline{\quad} = 4! = 24 \quad \text{تعداد حالت‌ها}$$

$$\underline{\quad} \times \underline{\quad} \times \underline{\quad} \times \underline{\quad} \times \underline{\quad} = 4! = 24 \quad \text{تعداد حالت‌ها}$$

اما تعداد حالت‌هایی که ۲ در دهگان و ۳ در صدگان باشد را در هر دو مورد فوق شمردیم که باید کم شوند.

$$\underline{\quad} \times \underline{\quad} \times \underline{\quad} \times \underline{\quad} \times \underline{\quad} = 3! = 6 \quad \text{تعداد حالت‌ها}$$

$$78 = 5! - (24 + 24 - 6) = \text{تعداد حالت‌های مطلوب}$$

(ریاضی ۱، شمارش بدون شمردن، صفحه‌های ۱۲۷ تا ۱۳۲)

۴

۳

۲ ✓

۱

آزمون ۲۳ شهریور

(نیما سلطانی)

بین زن و شوهر باید سه نفر قرار گیرند که یک نفر آنها فرزندشان است (باید حتماً باشد) لذا زن و شوهر را قرار داده و از بین ۵ نفر باقیمانده سه نفر را انتخاب می‌کنیم به گونه‌ای که حتماً فرزند آنها باشد. پس در واقع فرزند را کنار می‌گذاریم و از بین ۴ نفر ۲ نفر انتخاب می‌کنیم که به همراه فرزند ۳ نفر شوند و بین زن و شوهر قرارشان می‌دهیم. سپس زن و شوهر و نفرات بین آنها را یک دسته کرده و به همراه دو نفری که بیرون قرار می‌گیرند جایگشت می‌دهیم (باید دقت کرد در داخل بسته زن و شوهر به ۲! و ۳ نفر بین آنها به ۳! جایگشت دارند). جایگشت نفرات بیرونی با بسته هم می‌شود ۳!.

$$\boxed{\bullet \text{---} \bullet} \boxed{\quad} \boxed{\quad} \Rightarrow \text{تعداد حالات} = \binom{4}{2} \times 2! \times 3! \times 3!$$

$$= 6 \times 2 \times 6 \times 6 = 2 \times 216 = 432$$

(ریاضی ۱، شمارش بدون شمردن، صفحه‌های ۱۲۷ تا ۱۴۰)

۴

۳

۲

۱ ✓

آزمون ۲۳ شهریور

به ازای $a=1$ دو خط L_1 و L_2 با هم موازی خواهند بود که با فرض سوال مغایر است.

$$a = \frac{3}{5} \Rightarrow \begin{cases} x - \frac{3}{5}y = 2 \\ \frac{3}{5}x - y = 1 \end{cases} \Rightarrow x = \frac{35}{16}, y = \frac{5}{16}$$

پس نقطه $\left(\frac{35}{16}, \frac{5}{16}\right)$ نقطه تقاطع دو خط L_1 و L_2 است که

فاصله آن از نقطه $A\left(2, \frac{1}{2}\right)$ برابر است با:

$$d = \sqrt{\left(\frac{35}{16} - 2\right)^2 + \left(\frac{5}{16} - \frac{1}{2}\right)^2} = \sqrt{\left(\frac{3}{16}\right)^2 + \left(\frac{-3}{16}\right)^2} = \frac{3\sqrt{2}}{16}$$

(ریاضی ۲، هندسه تحلیلی و پیر و هندسه، صفحه‌های ۲ تا ۱۰ و ۲۸)

۴

۳

۲

۱

آزمون ۲۳ شهریور

-۵۲

(مهری ملارمضانی)

با توجه به برابری عرض نقاط داده شده، معادله محور تقارن سهمی برابر است با:

$$x_s = \frac{-3+2}{2} = -\frac{1}{2} = \frac{-b}{2a} \Rightarrow 2b = 2a \Rightarrow b = a$$

از طرفی مجموع طول نقاطی که سهمی محور x ها را قطع می‌کند برابر $-\frac{b}{a}$ است. بنابراین:

$$\frac{-b}{a} = \frac{b}{-1}$$

(ریاضی ۲، هندسه تحلیلی و پیر، صفحه‌های ۱۱ تا ۱۸)

۴

۳

۲

۱

آزمون ۲۳ شهریور

(نیما سلطانی)

 α و β ریشه‌های معادله هستند. پس در معادله صدق می‌کنند و داریم:

$$x = \alpha \Rightarrow \alpha^2 - \alpha - 9 = 0 \Rightarrow \alpha^2 - 9 = \alpha$$

حال به جای $\alpha^2 - 9$ مقدار α را قرار می‌دهیم و داریم:

$$(\alpha^2 - 9)^3 + \beta^3 = (\alpha)^3 + \beta^3$$

$$= (\alpha + \beta)^3 - 3\alpha\beta(\alpha + \beta) = S^3 - 3PS$$

$$x^2 - x - 9 = 0 \Rightarrow \begin{cases} S = \frac{-(-1)}{1} = 1 \\ P = \frac{-9}{1} = -9 \end{cases}$$

$$\Rightarrow S^3 - 3PS = (1)^3 - 3 \times (-9) \times (1) = 28$$

(ریاضی ۲، هندسه تحلیلی و جبر، صفحه‌های ۱۱ تا ۱۸)

۴

۳

۲✓

۱

آزمون ۲۳ شهریور

(ایمان نفستین)

$$\sqrt{x-2} + \frac{4}{\sqrt{x-2}+1} = 3$$

$$\xrightarrow{+1} \sqrt{x-2} + 1 + \frac{4}{\sqrt{x-2}+1} = 4$$

فرض می‌کنیم: $\sqrt{x-2} + 1 = t$

$$\Rightarrow t + \frac{4}{t} = 4 \Rightarrow t^2 + 4 = 4t \Rightarrow t^2 - 4t + 4 = 0$$

$$\Rightarrow (t-2)^2 = 0 \Rightarrow t = 2$$

$$\Rightarrow \sqrt{x-2} + 1 = 2 \Rightarrow \sqrt{x-2} = 1 \Rightarrow x-2 = 1$$

$$\Rightarrow x = 3$$

معادله یک جواب قابل قبول دارد.

(ریاضی ۲، هندسه تحلیلی و جبر، صفحه‌های ۱۹ تا ۲۴)

۴

۳

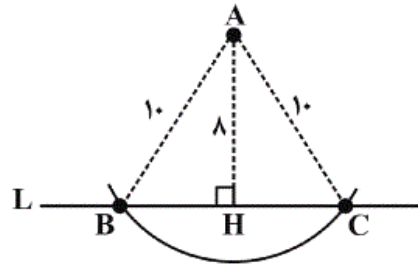
۲✓

۱

آزمون ۲۳ شهریور

(سینا ممبرپور)

از آنجایی که $AB = AC$ می‌باشد، لذا مثلث BAC یک مثلث متساوی‌الساقین بوده و در نتیجه ارتفاع مرسوم از نقطه A بر ضلع BC ، میانه این ضلع نیز محسوب می‌شود. لذا: $BH = CH$



حال در مثلث قائم‌الزاویه AHB داریم:

$$AH^2 + BH^2 = AB^2 \Rightarrow 8^2 + BH^2 = 10^2$$

$$\Rightarrow BH = 6 \Rightarrow CH = 6 \Rightarrow BC = 12$$

بنابراین:

$$S_{\Delta BAC} = \frac{1}{2} AH \cdot BC = \frac{1}{2} \times 8 \times 12 = 48$$

(ریاضی ۲، هندسه، صفحه‌های ۲۶ تا ۳۰)

۴

۳

۲

۱

آزمون ۲۳ شهریور

دو مثلث DEM و DAB متشابهند و نسبت تشابه آنها $\frac{2}{3}$ است. بنابراین:

$$EH = DH' = \frac{2}{3}DH'' \quad (1) \quad , EM = \frac{2}{3}AB \quad (2)$$

$$\frac{BF}{FC} = \frac{1}{2} \xrightarrow{\text{ترکیب نسبت در مخرج}} \frac{BF}{BC} = \frac{1}{3}$$

دو مثلث BMF و BDC با نسبت $\frac{1}{3}$ متشابهند. بنابراین:

$$MF = \frac{1}{3}DC \xrightarrow{DC=2AB} MF = \frac{2AB}{3} \quad (3)$$

$$EF = EM + MF \xrightarrow{(2),(3)} EF = \frac{4AB}{3} \quad (4)$$

$$\frac{S_{\text{مستطیل}}}{S_{\text{ذوزنقه}}} = \frac{EH \cdot EF}{\left(\frac{AB+DC}{2}\right)DH''} = \frac{EH}{DH''} \cdot \frac{EF}{\frac{3}{2}AB}$$

$$\xrightarrow{(1),(4)} \frac{S_{\text{مستطیل}}}{S_{\text{ذوزنقه}}} = \frac{2}{3} \times \frac{2}{3} \times \frac{4}{3} = \frac{16}{27}$$

(ریاضی ۲، هندسه، صفحه‌های ۳۱ تا ۳۶)

۴ ✓

۳

۲

۱

آزمون ۲۳ شهریور

-۵۷

(فرشاد فرامرزی)

$$\left. \begin{array}{l} \hat{C} = \hat{C} \quad \text{مشترک} \\ \hat{A} = \hat{D}_1 \quad \text{فرض} \end{array} \right\} \Rightarrow \triangle CDE \sim \triangle ABC$$

$$\Rightarrow \frac{CD}{AC} = \frac{CE}{BC} = \frac{ED}{AB}$$

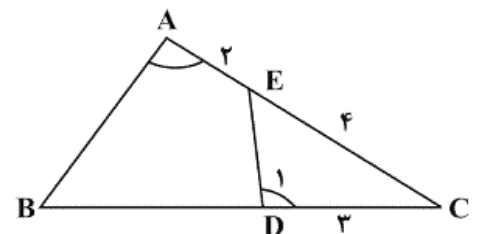
$$\Rightarrow k = \frac{CD}{AC} = \frac{3}{6} = \frac{1}{2} \quad (\text{نسبت تشابه})$$

$$\Rightarrow \frac{S_{CDE}}{S_{ABC}} = k^2 = \left(\frac{1}{2}\right)^2 = \frac{1}{4}$$

$$\Rightarrow S_{ABC} = 4S_{CDE}$$

$$\Rightarrow S_{ABDE} = 3S_{CDE}$$

(ریاضی ۲، هندسه، صفحه‌های ۴۲ تا ۴۶)



(علی بعفری)

$$0 < x < 1 \Rightarrow 0 < x^2 < 1 \Rightarrow -1 < x^2 - 1 < 0$$

$$\xrightarrow{\div(-2)} 0 < \frac{x^2 - 1}{-2} < \frac{1}{2} \Rightarrow \left[\frac{x^2 - 1}{-2} \right] = 0$$

$$0 < x < 1 \Rightarrow -1 < -x < 0 \Rightarrow -\frac{1}{2} < -\frac{x}{2} < 0$$

$$\Rightarrow -1 - \frac{1}{2} < -1 - \frac{x}{2} < -1$$

□۴

□۳

□۲✓

□۱

(علی بعفری)

فرض می‌کنیم $f^{-1}(9) = a$. پس $(9, a)$ عضو f^{-1} می‌باشد. در نتیجه $(a, 9)$ عضو f می‌باشد. با قرار دادن در رابطه تابع $f(x)$ داریم:

$$9 = g(2a - 6)$$

پس $(2a - 6, 9)$ عضو g می‌باشد. در نتیجه $(9, 2a - 6)$ عضو

$$2a - 6 = 9 \Rightarrow 2a = 15 \Rightarrow a = 7/5 \quad \text{داریم: } g^{-1}(x)$$

$$\text{پس: } f^{-1}(9) = 7/5$$

(ریاضی ۲، تابع، صفحه‌های ۵۷ تا ۶۴)

□۴✓

□۳

□۲

□۱

می‌دانیم دامنه تابع $\frac{f}{g}$ برابر است با $D_f \cap D_g - \{x \mid g(x) = 0\}$.

پس تابع $g(x)$ در نقاط $\pm \frac{\sqrt{3}}{3}$ باید برابر با صفر شود. داریم:

$$g\left(\pm \frac{\sqrt{3}}{3}\right) = 0 \Rightarrow 1 - \frac{a}{2} \left(\frac{1}{3} - 1\right) = 0$$

$$\Rightarrow \frac{a}{2} \left(-\frac{2}{3}\right) = 1 \Rightarrow a = -3$$

$$f^2(-3+1) = f^2(-2) = (f(-2))^2 = ((-2)^3 - 2)^2 \\ = (-8 - 2)^2 = (-10)^2 = 100$$

(ریاضی ۲، تابع، صفحه‌های ۶۵ تا ۷۰)

 ۴

 ۳

 ۲

 ۱

آزمون ۲۳ شهریور

$$\text{تعداد کل افراد} = 40 + 70 + m + n = 200 \Rightarrow m + n = 90$$

از طرفی $m = 2n$ ، در نتیجه:

$$2n + n = 90 \Rightarrow 3n = 90 \Rightarrow n = 30 \Rightarrow m = 60$$

بنابراین تعداد افرادی که فقط به موسیقی پاپ یا فقط به موسیقی سنتی علاقه‌مند هستند، برابر است با:

$$n(A \cup B) - n(A \cap B) = 40 + 60 = 100$$

(ریاضی ۱، مجموعه، الگو و دنباله، صفحه‌های ۸ تا ۱۳)

 ۴

 ۳

 ۲

 ۱

آزمون ۲۳ شهریور

(معمد بصیرایی)

$$t_n = t_1 + (n-1)d$$

$$2d = t_n - t_{n-2} \Rightarrow 2d = \frac{29}{15} - \frac{3}{5} = \frac{29-9}{15} = \frac{20}{15} \Rightarrow d = \frac{2}{3}$$

$$t_{10} = t_1 + (10-1) \times d \Rightarrow t_{10} = \frac{3}{5} + 9 \times \frac{2}{3} = \frac{3}{5} + 6$$

$$= \frac{3+30}{5} = \frac{33}{5}$$

$$t_{11} = \frac{3}{5} + 10 \times \frac{2}{3} = \frac{3}{5} + \frac{20}{3} = \frac{9+100}{15} = \frac{109}{15}$$

$$\Rightarrow t_{11} + t_{10} = \frac{109}{15} + \frac{33}{5} = \frac{109+99}{15} = \frac{208}{15}$$

(ریاضی ۱، مجموعه، الگو و دنباله، صفحه‌های ۲۱ تا ۲۴)

۴

۳

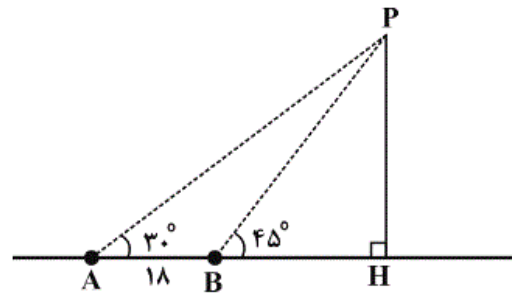
۲ ✓

۱

آزمون ۲۳ شهریور

(سینا معمردور)

با استفاده از نسبت‌های مثلثاتی در مثلث‌های قائم‌الزاویه PHA و PHB داریم:



$$\Delta PHA: \frac{AH}{PH} = \cot 30^\circ \Rightarrow AH = PH \cot 30^\circ$$

$$\Delta PHB: \frac{BH}{PH} = \cot 45^\circ \Rightarrow BH = PH \cot 45^\circ$$

۴

۳

۲ ✓

۱

آزمون ۲۳ شهریور

ابتدا $2\sqrt{8}$ را به صورت $2 \times 2^{\frac{3}{2}}$ یعنی $2^{\frac{5}{2}}$ می‌نویسیم:

$$\begin{aligned} & \frac{5}{2} = \frac{1}{2} + \frac{1}{2} + \frac{1}{2} + \frac{1}{2} + \frac{1}{2} \\ & (((((2^2)^6)^5)^4)^3)^2 = 2^2 \times 6 \times 5 \times 4 \times 3 = 2144 \\ & = 144\sqrt{2} = \sqrt[3]{2} \Rightarrow x = 144 \end{aligned}$$

حال حاصل عبارت خواسته شده را به دست می‌آوریم:

$$\begin{aligned} \frac{\sqrt[3]{81 \times 144}}{\sqrt{144}} &= \frac{\sqrt[3]{3^4 \times 3^2 \times 4^2}}{12} \\ &= \frac{\sqrt[3]{3^6 \times 2^4}}{12} = \frac{3^2 \times 2\sqrt[3]{2}}{12} = \frac{3\sqrt[3]{2}}{2} \end{aligned}$$

(ریاضی ۱، توان‌های گویا و عبارت‌های جبری، صفحه‌های ۵۴ تا ۶۱)

 ۴

 ۳

 ۲

 ۱

آزمون ۲۳ شهریور

$$\begin{aligned} A &= \frac{1}{\sqrt{x}-1} - \frac{3\sqrt{x}-x}{x-1} + \frac{2}{\sqrt{x}+1} \\ A &= \frac{\sqrt{x}+1-3\sqrt{x}+x+2\sqrt{x}-2}{x-1} \\ &= \frac{3\sqrt{x}-3\sqrt{x}+x-1}{x-1} = \frac{x-1}{x-1} = 1 \end{aligned}$$

(ریاضی ۱، توان‌های گویا و عبارت‌های جبری، صفحه‌های ۶۲ تا ۶۷)

 ۴

 ۳

 ۲

 ۱

آزمون ۲۳ شهریور

$$\begin{cases} -9a - k = -2 \\ 36a + k = 29 \end{cases} \Rightarrow 27a = 27 \Rightarrow a = 1$$

$$\xrightarrow{-9a - k = -2} -9 - k = -2 \Rightarrow k = -7$$

ضابطه سهمی: $y = (x + 3)^2 - 7$

$$\xrightarrow{\text{عرض نقطه‌ای به طول 2}} y = (2 + 3)^2 - 7 = 25 - 7 = 18$$

(ریاضی، معادله‌ها و نامعادله‌ها، صفحه‌های ۷۸ تا ۸۲)

۴

۳

۲

۱

آزمون ۲۳ شهریور

-۶۷

(معمد بمیرایی)

$$f(x) = mx + h$$

$$\xrightarrow{f(2)=3} 3 = 2m + h$$

$$f(1) + 2f(2) = 1 \Rightarrow f(1) + 2 \times 3 = 1 \Rightarrow f(1) = -5$$

$$\xrightarrow{f(1)=-5} -5 = m + h$$

$$\begin{cases} 2m + h = 3 \\ -m - h = 5 \end{cases}$$

$$\Rightarrow m = 8, h = -13$$

$$\Rightarrow f(x) = 8x - 13$$

$$\begin{cases} f(-2) = -16 - 13 = -29 \\ f(4) = 32 - 13 = 19 \end{cases} \Rightarrow f \text{ برد تابع} = [-29, 19]$$

(ریاضی، تابع، صفحه‌های ۱۰۸ تا ۱۰۸)

۴

۳

۲

۱

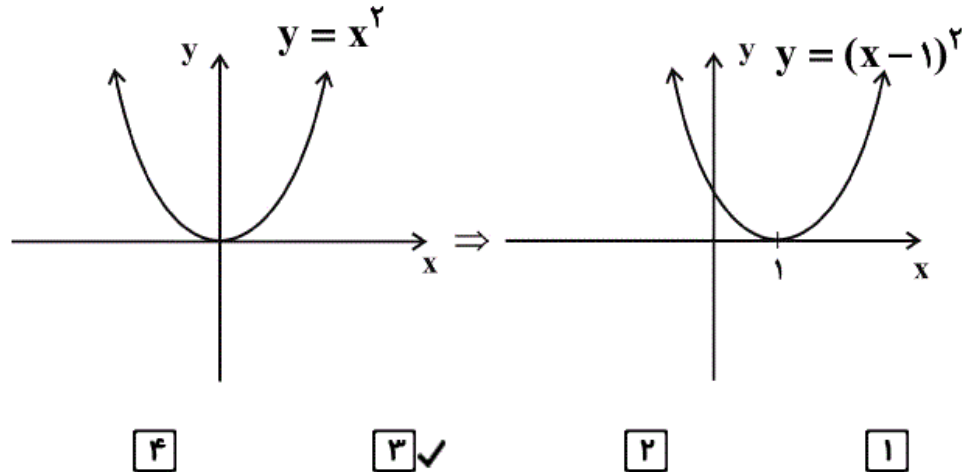
آزمون ۲۳ شهریور

(علی بعفری)

$$f(x) = -x^2 + 2x - 1 + 1 = -(x^2 - 2x + 1) + 1$$

$$= -(x-1)^2 + 1$$

می‌توانیم نمودار تابع $f(x)$ را با استفاده از نمودار تابع $y = x^2$ رسم کنیم. داریم:



آزمون ۲۳ شهریور

(مهرداد قاجری)

می‌دانیم ارقام یک عدد از مجموعه $\{0, 1, 2, \dots, 9\}$ انتخاب می‌شوند.

۳	سایر ارقام	۰
۶		۲
۹		۴
		۸

$$3 \times 6 \times 2 \times 4 = 144$$

۳	سایر ارقام	۹	سایر ارقام به جز صفر	۶
		۳		
		۶		

$$6 \times 2 \times 6 \times 1 = 72$$

$$\text{تعداد کل حالتها} = 144 + 72 = 216$$

(ریاضی ۱، شمارش بدون شمردن، صفحه‌های ۱۱۹ تا ۱۳۲)

۴ ۳ ۲ ۱

آزمون ۲۳ شهریور

(ابراهیم نبفی)

می‌دانیم تعداد زیرمجموعه‌های k عضوی از یک مجموعه n عضوی

$$\text{برابر } C(n, k) = \binom{n}{k} \text{ می‌باشد.}$$

برای آنکه تعداد زیرمجموعه‌های سه عضوی از مجموعه $\{1, 2, \dots, 9\}$ را که

حداقل یکی از اعضای آن زوج باشد بیابیم به صورت زیر عمل می‌کنیم:

= تعداد زیرمجموعه‌های سه عضوی دارای حداقل یک عضو زوج

تعداد زیرمجموعه‌های سه عضوی که عضو زوج ندارند - تعداد زیرمجموعه‌های سه عضوی

(یعنی هر سه عضو آن فرد هستند و از بین اعضای ۹، ۷، ۵، ۳ و ۱

انتخاب می‌شوند.)

$$= \binom{9}{3} - \binom{5}{3} = 84 - 10 = 74$$

(ریاضی ۱، شمارش بدون شمردن، صفحه‌های ۱۳۳ تا ۱۴۰)

 ۴ ۳ ۲ ۱

آزمون ۲۳ شهریور