



سایت ویژه ریاضیات www.riazisara.ir

درسنامه ها و جزوه های ریاضی

سوالات و پاسخنامه تشریحی کنکور

نمونه سوالات امتحانات ریاضی

نرم افزارهای ریاضیات

...

[@riazisara](https://t.me/riazisara)

ریاضی سرا در تلگرام:



<https://t.me/riazisara>

[@riazisara.ir](https://www.instagram.com/riazisara.ir) ریاضی سرا در اینستاگرام:



<https://www.instagram.com/riazisara.ir>

۴۱- نسبت ریشه بزرگ‌تر به ریشه کوچک‌تر معادله $x^2 + 2\sqrt{3}x = 9$ کدام است؟

- (۱) ۳ (۲) -۳ (۳) $\frac{1}{3}$ (۴) $-\frac{1}{3}$

آزمون 23 شهریور

۴۲- عدد مثبت A ، ریشه چهارم عدد ۴ و عدد B ، ریشه سوم عدد $\sqrt{2}$ است. حاصل $\frac{A}{B}$ با کدام گزینه برابر است؟

- (۱) ریشه سوم عدد ۲ (۲) ریشه سوم عدد ۴
(۳) ریشه چهارم مثبت عدد ۲ (۴) ریشه چهارم مثبت عدد ۴

آزمون 23 شهریور

۴۳- اگر در یک دنباله حسابی $a_4 = 5$ و $a_5 - a_3 = 20$ باشد، نسبت جمله اول این دنباله به قدرنسبت آن کدام است؟

- (۱) $\frac{1}{4}$ (۲) $\frac{1}{2}$ (۳) ۲ (۴) ۴

آزمون 23 شهریور

۴۴- خط $y = ax + b$ ، محور x ها را در نقطه‌ای به طول -۲ قطع می‌کند و با جهت مثبت این محور زاویه ۴۵ درجه می‌سازد. $a + b$ کدام است؟

- (۱) ۳ (۲) ۱ (۳) -۱ (۴) -۳

آزمون 23 شهریور

۴۵- دو مجموعه A و B مفروض‌اند. اگر $n(A \cap B) = 4$ ، $n(A \cup B) = 13$ و $n(A - B) = 2n(B - A)$ باشد، مقدار $n(A)$ کدام است؟

- (۱) ۷ (۲) ۸ (۳) ۹ (۴) ۱۰

آزمون 23 شهریور

۴۶- نمودار سهمی $y = x^2 + x$ در بازه (a, b) پایین‌تر از خط $y = -2x$ قرار می‌گیرد، حداکثر $b - a$ کدام است؟

- (۱) ۳ (۲) ۲ (۳) $\frac{1}{5}$ (۴) ۱

آزمون 23 شهریور

۴۷- اگر رابطه $\{(1, a^2 - 1), (1, 3), (a + 3, 2), (b^2 - 3, a)\}$ یک تابع باشد، b چند مقدار صحیح را نمی‌تواند بپذیرد؟

- (۱) صفر (۲) ۱ (۳) ۲ (۴) بی‌شمار

آزمون 23 شهریور

۴۸- سهمی $y = -(x+2)^2 + 1$ را یک واحد به سمت چپ و سپس ۳ واحد به بالا می‌بریم. سهمی جدید محور x ها را در نقاط با کدام طول قطع می‌کند؟

- (۱) -۵, -۱ (۲) -۵, ۱ (۳) -۳, ۱ (۴) ۳, -۱

آزمون 23 شهریور

۴۹- اگر $\sin x \times \cos x = \frac{1}{2}$ باشد، حاصل $\tan^3 x + \cot^3 x$ کدام است؟

- (۱) ۲ (۲) ۴ (۳) ۶ (۴) ۸

آزمون 23 شهریور

۵۰- سه توپ قرمز به شماره‌های ۱ تا ۳ و پنج توپ سفید به شماره‌های ۱ تا ۵ در اختیار داریم. به چند طریق می‌توانیم این توپ‌ها را در یک ردیف کنار هم قرار دهیم، به طوری که هیچ دو توپ قرمزی کنار هم نباشند؟

- (۱) $\binom{6}{3}$ (۲) $\binom{6}{3} \times 8!$
 (۳) $\frac{\binom{6}{3} \times 8!}{3! \times 5!}$ (۴) $\binom{6}{3} \times 3! \times 5!$

آزمون 23 شهریور

حسابان 1-10 سوال

۵۱- مجموع جملات دوم و هشتم یک دنباله حسابی برابر صفر و جمله نهم آن برابر هشت است. مجموع بیست

جمله اول این دنباله کدام است؟

- (۱) ۱۱۰ (۲) ۱۲۰
 (۳) ۲۲۰ (۴) ۲۴۰

آزمون 23 شهریور

۵۲- اگر $x = 3$ یک جواب معادله $\frac{x-2}{x+k} + \frac{2x}{x-1} = \frac{13}{4}$ باشد، آن‌گاه جواب دیگر این معادله کدام است؟

- (۱) -۶ (۲) -۷
 (۳) -۸ (۴) -۹

آزمون 23 شهریور

۵۳- به ازای کدام مقدار m ، مجموع مربعات ریشه‌های حقیقی معادله $mx^2 - (m+1)x - 6 = 0$ ، برابر با ۱۶ است؟

(۱) فقط $m = 1$

(۲) فقط $m = \frac{-1}{10}$

(۳) $m = \frac{-1}{15}$ و $m = 1$

(۴) $m = \frac{1}{15}$ و $m = -1$

آزمون 23 شهریور

۵۴- در کدام گزینه، توابع داده شده برابر نیستند؟

(۱) $f(x) = |1-x|$ و $g(x) = \sqrt{x^2 - 2x + 1}$

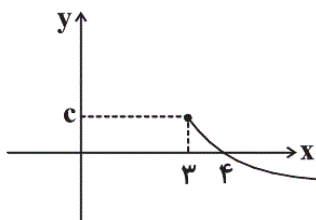
(۲) $f(x) = \frac{\sqrt{x^2}}{x}$ و $g(x) = \frac{x}{|x|}$

(۳) $f(x) = \sqrt{x^2 + 1} - x$ و $g(x) = \frac{1}{\sqrt{x^2 + 1} + x}$

(۴) $f(x) = \sqrt{x^2(x-1)}$ و $g(x) = |x|\sqrt{x-1}$

آزمون 23 شهریور

۵۵- اگر نمودار تابع $f(x) = a - \sqrt{x+b}$ به صورت روبه‌رو باشد، کدام نقطه زیر روی نمودار تابع f قرار دارد؟



(۱) $(28, -5)$

(۲) $(19, -4)$

(۳) $(39, -5)$

(۴) $(12, -4)$

آزمون 23 شهریور

۵۶- معادله سه ضلع مثلث ABC به صورت $AB: x+2y=0$ ، $AC: y=x+3$ ، و $BC: 3x+4y+k=0$ است. اگر اندازه ارتفاع AH برابر

با ۲ باشد، مقدار مثبت k کدام است؟

(۲) ۱۰

(۱) ۸

(۴) ۱۴

(۳) ۱۲

آزمون 23 شهریور

۵۷- اگر مجموع صفرهای تابع $f(x) = x^3 - kx^2 + 4x$ برابر ۵ باشد، آن گاه تابع $g(x) = kx^2 + 2kx + 2$ از کدام یک از نواحی محورهای

مختصات نمی‌گذرد؟

- (۱) اول
(۲) دوم
(۳) سوم
(۴) چهارم

آزمون 23 شهریور

۵۸- دامنه تابع $f(x) = 2x^2 - 6x + 2$ به بازه $I = [a, +\infty)$ محدود شده است تا تابع f وارون پذیر باشد و عدد a به گونه‌ای انتخاب شده که

بازه I بزرگ‌ترین بازه ممکن باشد. اگر وارون تابع f به صورت $f^{-1}(x) = \frac{\sqrt{bx+5} + c}{2}$ باشد، حاصل $2a + b + c$ کدام است؟

- (۱) ۸
(۲) ۹
(۳) ۱۰
(۴) ۱۱

آزمون 23 شهریور

۵۹- اگر $f = \{(2, -3), (-1, 2), (4, 0)\}$ باشد، کدام گزینه نشان دهنده تابع $g = f \circ f^{-1} + f^{-1} \circ f$ است؟

- (۱) $\{(2, 2)\}$
(۲) $\{(2, 4)\}$
(۳) $\{(-1, -2), (4, 8)\}$
(۴) $\{(2, 2), (-1, -1)\}$

آزمون 23 شهریور

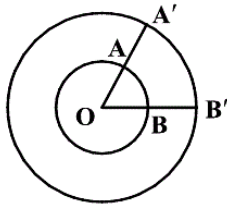
۶۰- نیمه عمر ماده‌ای ۲۰۰ سال و مقدار اولیه آن ۵۰۰ گرم است. پس از گذشت چند سال $437/5$ گرم از این ماده از بین می‌رود؟

- (۱) ۶۶/۶۶
(۲) ۴۸۰
(۳) ۶۰۰
(۴) ۲۳۳/۳۳

آزمون 23 شهریور

هندسه 2 - 10 سوال

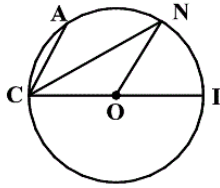
۸۱- مطابق شکل دو دایره هم‌مرکز مفروض‌اند. اگر مساحت قطاع $OA'B'$ ، ۹ برابر مساحت قطاع OAB باشد، اندازه $\widehat{A'B'}$ چند برابر اندازه \widehat{AB} است؟



- (۱) ۹
- (۲) ۳
- (۳) $\sqrt{3}$
- (۴) ۱

آزمون 23 شهریور

۸۲- در شکل مقابل، CI قطر دایره و $CA \parallel ON$. اگر $\widehat{AC} = 40^\circ$ باشد، آنگاه اندازه زاویه CNO کدام است؟ (O مرکز دایره است.)



- (۱) $27/5^\circ$
- (۲) 30°
- (۳) 35°
- (۴) $32/5^\circ$

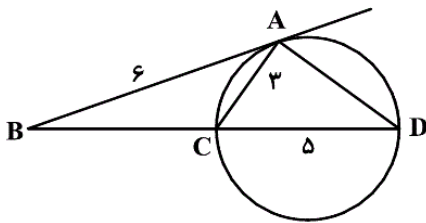
آزمون 23 شهریور

۸۳- کم‌ترین و بیش‌ترین فاصله نقطه M تا دایره‌ای به ترتیب ۲ و ۱۸ واحد است. اگر بتوانیم از این نقطه دو مماس بر دایره رسم کنیم، فاصله دو نقطه تماس از یکدیگر کدام است؟

- (۱) $4/8$
- (۲) ۵
- (۳) $9/6$
- (۴) ۱۰

آزمون 23 شهریور

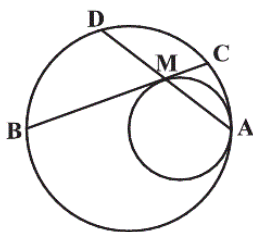
۸۴- در شکل مقابل، AB در نقطه A بر دایره مماس است. طول وتر AD کدام است؟



- (۱) ۴
- (۲) $4/5$
- (۳) ۵
- (۴) $5/5$

آزمون 23 شهریور

۸۵- در شکل زیر، دو دایره به شعاع‌های ۴ و ۸ در نقطه A مماس درون‌اند. اگر AB قطر دایره بزرگ‌تر و $\widehat{BD} = 60^\circ$ باشد، مقدار $MB \times MC$ کدام است؟

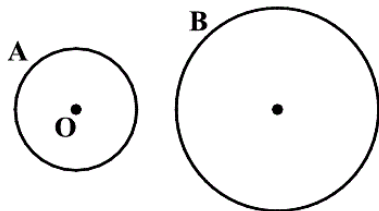


- (۱) ۴۰
- (۲) ۳۶
- (۳) ۴۸
- (۴) ۳۲

آزمون 23 شهریور

۸۶- نزدیک‌ترین و دورترین فاصله بین نقاط روی دو چرخ زیر برابر با ۲ و ۱۳ واحد می‌باشد. اگر شعاع چرخ کوچک برابر با ۱ واحد باشد، طول مماس

رسم شده از نقطه O (مرکز چرخ کوچک) بر چرخ بزرگ‌تر کدام است؟



- ۵ (۱)
- ۶ (۲)
- ۹ (۳)
- ۱۲ (۴)

آزمون 23 شهریور

۸۷- در دو دایره به شعاع‌های ۱ و ۳ واحد، اندازه مماس مشترک داخلی برابر با $4\sqrt{3}$ است. زاویه بین دو مماس مشترک داخلی آن‌ها کدام است؟

- ۳۰° (۱)
- ۴۵° (۲)
- ۶۰° (۳)
- ۹۰° (۴)

آزمون 23 شهریور

۸۸- شعاع دایره محاطی لوزی با قطرهای ۶ و ۸ کدام است؟

- ۳/۶ (۱)
- ۳ (۲)
- ۲/۴ (۳)
- ۲ (۴)

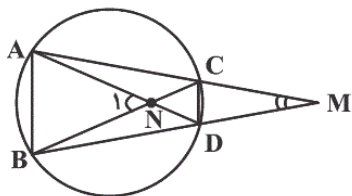
آزمون 23 شهریور

۸۹- دوزنقه‌ای متساوی‌الساقین به مساحت $6\sqrt{2}$ بر دایره‌ای به شعاع $\sqrt{2}$ محیط دوزنقه است. محیط دوزنقه کدام است؟

- ۱۲ (۱)
- ۱۶ (۲)
- ۲۰ (۳)
- ۲۴ (۴)

آزمون 23 شهریور

۹۰- در شکل مقابل، AB ضلع یک هشت‌ضلعی منتظم و CD ضلع یک دوازده ضلعی منتظم محاط در دایره می‌باشند. حاصل $|\hat{M} - \hat{N}|$ کدام است؟

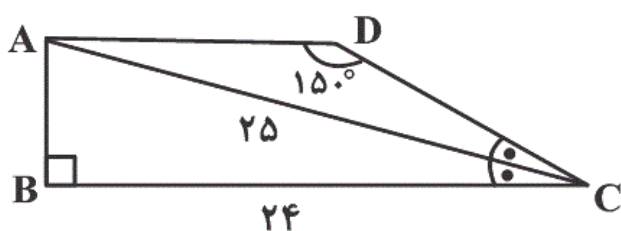


- ۴۵ درجه (۱)
- ۴۰ درجه (۲)
- ۳۵ درجه (۳)
- ۳۰ درجه (۴)

آزمون 23 شهریور

هندسه 1-10 سوال

۷۱- در شکل مقابل، قطر AC نیمساز زاویه C می‌باشد. طول AD کدام است؟



- ۸ (۱)
- ۱۰ (۲)
- ۱۲ (۳)
- ۱۴ (۴)

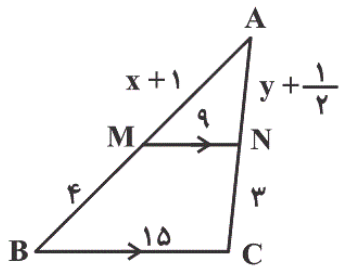
۷۲- عکس کدام قضیه شرطی، خود یک قضیه شرطی نیست؟

- (۱) در دو مثلث متشابه، اضلاع متناظر متناسب‌اند.
- (۲) در هر متوازی‌الاضلاع، قطرهای آن یکدیگر را نصف می‌کنند.
- (۳) در مستطیل، طول قطرهای آن با هم برابرند.
- (۴) در مثلثی با دو ضلع نابرابر، زاویه مقابل به ضلع بزرگ‌تر، بزرگ‌تر است از زاویه مقابل به ضلع کوچک‌تر.

۷۳- در یک ضلعی محدب، اندازه چهار زاویه داخلی 100° ، 110° ، 160° و 170° و اندازه سایر زاویه‌های داخلی 165° است. تعداد قطرهای این چندضلعی کدام است؟

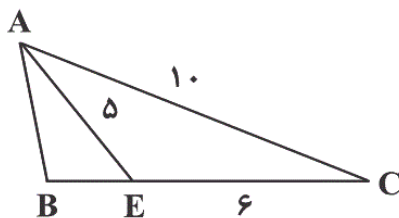
- (۱) ۱۰۲ (۲) ۱۰۴ (۳) ۱۰۶ (۴) ۱۰۸

۷۴- مطابق شکل در مثلث ABC داریم: $MN \parallel BC$ ، در این صورت $x+y$ کدام است؟



- (۱) ۷
(۲) ۸
(۳) ۹
(۴) ۱۰

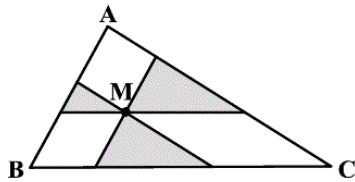
۷۵- در شکل مقابل، دو مثلث ABC و ABE متشابه‌اند. طول AB کدام است؟



- (۱) ۴
(۲) ۵
(۳) ۳
(۴) $\frac{9}{2}$

۷۶- از نقطه M داخل مثلث ABC، سه خط به موازات اضلاع مثلث رسم کرده‌ایم. مطابق شکل سه مثلث سایه زده شده به مساحت‌های ۱۲، ۲۷

و ۳ واحد مربع ایجاد شده است. در این صورت مساحت مثلث ABC کدام است؟



(۱) ۱۴۴

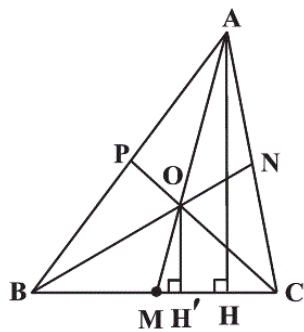
(۲) $81\sqrt{3}$

(۳) $72\sqrt{3}$

(۴) ۱۰۸

آزمون 23 شهریور

۷۷- در شکل مقابل، نقاط M، N و P وسط اضلاع مثلث ABC هستند و $BN = 3\sqrt{5}$ ، $CP = 3\sqrt{2}$ و $AH = 6$. حاصل $\frac{S_{\Delta OBC}}{S_{\Delta OMH'}}$ کدام است؟



است؟

(۱) ۳

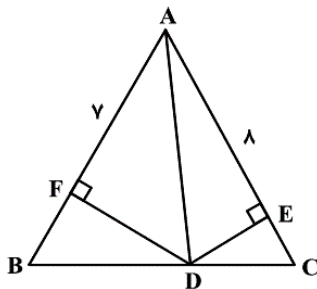
(۲) ۴

(۳) ۵

(۴) ۶

آزمون 23 شهریور

۷۸- در شکل مقابل، ABC متساوی‌الاضلاع است. مقدار $DE + DF$ کدام است؟



(۱) ۵

(۲) $5\sqrt{3}$

(۳) ۶

(۴) $6\sqrt{3}$

آزمون 23 شهریور

۷۹- در یک مکعب به ترتیب چند جفت وجه موازی و چند جفت وجه متقاطع وجود دارد؟

(۲) ۱۲-۳

(۱) ۱۰-۳

(۴) ۱۲-۴

(۳) ۱۰-۴

آزمون 23 شهریور

۸۰- کدام یک از گزینه‌های زیر همواره درست است؟

(۱) از سه نقطه همواره یک صفحه می‌گذرد.

(۲) از دو خط در فضا حداکثر یک صفحه می‌گذرد که هر دوی آن‌ها را شامل شود.

(۳) در صورتی که خط d با صفحه P موازی باشد آن‌گاه خط d با تمام خطوط صفحه P موازی است.

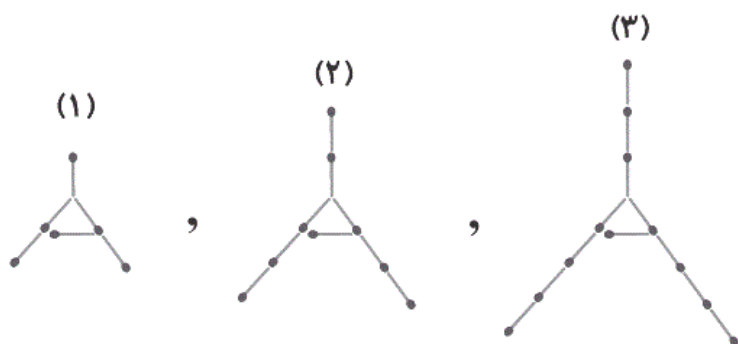
(۴) از نقطه A خارج صفحه P بی‌شمار صفحه موازی صفحه P می‌توان رسم کرد.

آزمون 23 شهریور

ریاضی 1- سوالات موازی - 10 سوال

۶۱- با استفاده از تعدادی چوب کبریت الگوی زیر ایجاد شده است. اگر همین الگو ادامه پیدا کند، تعداد چوب

کبریت‌های شکل ۹۸ام کدام است؟



(۱) ۲۹۱

(۲) ۲۹۴

(۳) ۲۹۷

(۴) ۳۰۰

آزمون 23 شهریور

۶۲- در یک دنباله هندسی، جمله پنجم، ۳۰ واحد از جمله سوم بیش‌تر و مجموع جملات چهارم و پنجم برابر ۲۰ است. نسبت جمله دوم به سوم این دنباله کدام است؟

(۴) $-\frac{1}{2}$

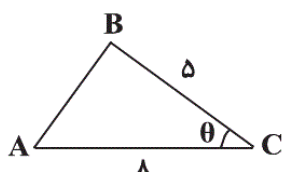
(۳) $\frac{1}{2}$

(۲) -۲

(۱) ۲

آزمون 23 شهریور

۶۳- اگر مساحت مثلث ABC برابر با ۱۲ باشد، مقدار $\tan \theta$ کدام است؟ (θ حاده است.)



(۲) $\frac{5}{4}$

(۱) $\frac{4}{5}$

(۴) $\frac{3}{4}$

(۳) $\frac{4}{3}$

آزمون 23 شهریور

۶۴- اگر $\frac{1 + \cot x}{\tan x + 1} = 2$ باشد، حاصل $\frac{2 \cos x - 3 \sin x}{\sin x + \cos^3 x}$ کدام است؟

(۴) $\frac{5}{13}$

(۳) $\frac{2}{12}$

(۲) $\frac{1}{10}$

(۱) $\frac{2}{5}$

آزمون 23 شهریور

۶۵- حاصل عبارت روبه‌رو به ازای $x = \sqrt[3]{10} - 3$ کدام است؟

$$A = (x+2)^3 + 3(x+2)^2 + 3(x+2) + 2$$

۱۲ (۴)

۱۱ (۳)

۱۰ (۲)

۹ (۱)

آزمون 23 شهریور

۶۶- خط $y = 5$ ، فقط در یک نقطه سهمی $y = x(x-6) + k$ را قطع می‌کند، مقدار k کدام است؟

-۱۴ (۴)

۱۴ (۳)

-۴ (۲)

۴ (۱)

آزمون 23 شهریور

۶۷- حداکثر مقدار طبیعی m به طوری که عبارت $y = x^2 + (m-1)x + m$ همواره مثبت باشد، کدام است؟

۶ (۴)

۵ (۳)

۴ (۲)

۳ (۱)

آزمون 23 شهریور

۶۸- دامنه و برد تابع خطی $f(x) = ax + b$ با شیب منفی به ترتیب $[-1, 5]$ و $[-4, 8]$ است. تابع f ، نمودار تابع همانی را در نقطه A قطع می‌کند. ضابطه تابع ثابتی که از نقطه A می‌گذرد، کدام است؟

$x = 3$ (۴)

$y = 3$ (۳)

$x = 2$ (۲)

$y = 2$ (۱)

آزمون 23 شهریور

۶۹- با حروف کلمه «اردیبهشت» چند کلمه ۸ حرفی می‌توان نوشت که با حرف «ر» شروع و به «د» ختم شوند و حروف کلمه «بهشت» در آن‌ها کنار یکدیگر باشند؟

$2! \times 3!$ (۴)

$2! \times 3! \times 4!$ (۳)

$3! \times 4!$ (۲)

$2! \times 4!$ (۱)

آزمون 23 شهریور

۷۰- کوچک‌ترین رقم یک عدد چهار رقمی ۴ است. چند عدد با این ویژگی وجود دارد؟

۱۲۹۶ (۴)

۶۲۵ (۳)

۶۷۱ (۲)

۷۶۱ (۱)

آزمون 23 شهریور

هندسه 1- سوالات موازی - 10 سوال

۱۰۱- در مثلث ABC ، $\hat{C} = 82^\circ$ و $BC > AC$ ، می‌باشد. بیش‌ترین مقدار ممکن و صحیح اندازه \hat{B} کدام است؟

81° (۴)

72° (۳)

49° (۲)

48° (۱)

آزمون 23 شهریور

۱۰۲- کدام یک از گزینه‌های زیر مثال نقض ندارد؟

(۱) هر دو مثلث که مساحت‌های برابر داشته باشند، هم‌نهشت هستند.

(۲) اگر مجموع زوایای داخلی یک چندضلعی محدب، 360° باشد آن گاه آن چندضلعی، یک چهارضلعی است.

(۳) اگر زوایای دو مثلث نظیر به نظیر با هم برابر باشند آن گاه آن دو مثلث هم‌نهشت هستند.

(۴) ارتفاع‌های هر مثلث همواره از کوچک‌ترین ضلع مثلث بزرگ‌تر هستند.

آزمون 23 شهریور

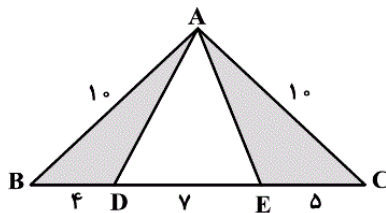
۱۰۳- نسبت مساحت مثلثی به طول اضلاع a ، $a+2$ و $a+3$ به مساحت مثلث متشابه دیگری که اندازه ضلع متوسط آن $\frac{16}{3}$ واحد است، برابر

$\frac{9}{4}$ می‌باشد. محیط مثلث دوم کدام است؟

- (۱) $\frac{40}{3}$ (۲) $\frac{44}{3}$ (۳) $\frac{46}{3}$ (۴) ۱۶

آزمون 23 شهریور

۱۰۴- در شکل مقابل، مجموع مساحت ناحیه‌های رنگی کدام است؟



(۱) ۲۷

(۲) ۳۰

(۳) ۳۳

(۴) ۳۶

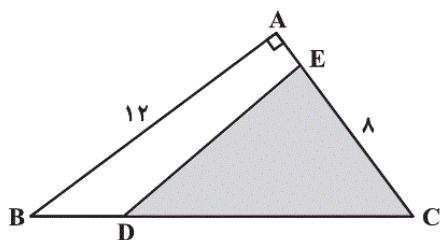
آزمون 23 شهریور

۱۰۵- در ذوزنقه قائم‌الزاویه‌ای به طول قاعده‌های ۲ و ۵، فاصله نقطه تلاقی دو قطر از ساق قائم کدام است؟

- (۱) $\frac{5}{2}$ (۲) $\frac{10}{7}$ (۳) $\frac{5}{4}$ (۴) $\frac{5}{7}$

آزمون 23 شهریور

۱۰۶- در شکل مقابل، $DC = 3BD$ است. مساحت مثلث DEC کدام است؟



(۱) ۴۲

(۲) ۴۰

(۳) ۳۸

(۴) ۳۶

آزمون 23 شهریور

۱۰۷- اگر در یک مثلث متساوی‌الاضلاع، فواصل نقطه M درون مثلث از سه ضلع، برابر ۲، ۴ و ۶ باشد، اندازه محیط مثلث کدام است؟

(۴) $12\sqrt{3}$

(۳) $24\sqrt{3}$

(۲) $4\sqrt{3}$

(۱) $8\sqrt{3}$

آزمون 23 شهریور

۱۰۸- در شکل زیر، فاصله افقی و عمودی بین نقاط شبکه برابر واحد است. مساحت ناحیه سایه زده شده چند واحد مربع است؟



(۱) $7/5$

(۲) $8/5$

(۳) ۷

(۴) ۸

آزمون 23 شهریور

۱۰۹- دو خط در نقطه A متقاطع‌اند و صفحه P شامل نقطه A است. اگر P شامل یکی از این دو خط باشد، نسبت به دیگری چه وضعی دارد؟

(۲) خط در صفحه واقع است.

(۱) متقاطع

(۴) متقاطع یا خط در صفحه واقع است.

(۳) موازی

آزمون 23 شهریور

۱۱۰- هفت نقطه در فضا که هیچ سه تایی از آنها در یک راستا نیستند، به ترتیب از راست به چپ چند خط و حداکثر چند صفحه را مشخص می‌کنند؟

(۴) $35 - 21$

(۳) $24 - 30$

(۲) $21 - 35$

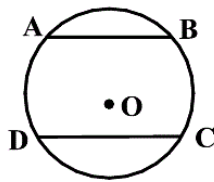
(۱) $30 - 24$

آزمون 23 شهریور

هندسه 2 - گواه - 10 سوال

۹۱- مطابق شکل زیر، در دایره به مرکز O و شعاع ۵ واحد، دو وتر موازی $AB = 6$ و $CD = 8$ در طرفین مرکز دایره رسم شده‌اند. مساحت

نوزنقه ABCD کدام است؟



(۱) ۵۶

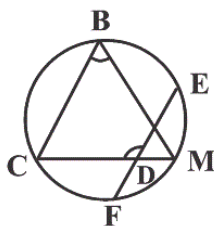
(۲) ۴۹

(۳) ۴۲

(۴) ۳۵

آزمون 23 شهریور

۹۲- در شکل مقابل، M وسط کمان EF و $\widehat{BC} = 50^\circ$ است. حاصل $\hat{B} + \hat{D}$ کدام است؟



(۱) 160°

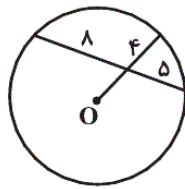
(۲) 175°

(۳) 180°

(۴) 230°

آزمون 23 شهریور

۹۳- در شکل زیر، O مرکز دایره است. شعاع دایره کدام است؟



- (۱) ۷
- (۲) $\frac{7}{5}$
- (۳) ۸
- (۴) $\frac{8}{5}$

آزمون 23 شهریور

۹۴- دو دایره به شعاع‌های ۴ و $\frac{10}{5}$ واحد، مماس برون‌اند. از مرکز دایره کوچک‌تر، مماسی بر دایره بزرگ‌تر رسم می‌کنیم. طول این قطعه مماس کدام است؟

- (۱) ۸
- (۲) $4\sqrt{5}$
- (۳) $4\sqrt{6}$
- (۴) ۱۰

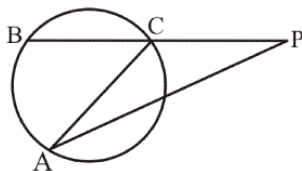
آزمون 23 شهریور

۹۵- اندازه مماس مشترک خارجی دو دایره به شعاع‌های ۱۴ و ۶ واحد، برابر ۱۵ واحد است. طول خط‌المركزین این دو دایره چند واحد است؟

- (۱) $12\sqrt{2}$
- (۲) $7\sqrt{6}$
- (۳) ۱۷
- (۴) ۱۸

آزمون 23 شهریور

۹۶- در شکل زیر، اگر $\hat{P} = 32^\circ$ و مثلث ACP متساوی‌الساقین باشد ($AC = CP$)، کمان AB چند درجه است؟



- (۱) ۶۹
- (۲) ۷۴
- (۳) ۸۶
- (۴) ۱۲۸

آزمون 23 شهریور

۹۷- شعاع دایره محاطی درونی مثلث قائم‌الزاویه‌ای که طول وتر آن برابر ۷ و محیط آن برابر ۱۵ می‌باشد، کدام است؟

- (۱) $\frac{1}{2}$
- (۲) $\frac{3}{2}$
- (۳) $\frac{2}{3}$
- (۴) $\frac{3}{4}$

آزمون 23 شهریور

۹۸- در مثلث متساوی الساقین، اندازه ارتفاع وارد بر قاعده ۸ و شعاع دایره محاطی داخلی آن ۳ واحد است. طول قاعده این مثلث کدام است؟

۱۲ (۲)

۱۰ (۱)

۱۶ (۴)

۱۴ (۳)

آزمون 23 شهریور

۹۹- در یک دوزنقه محیط بر دایره، طول خط واصل بین وسطهای دو ساق آن ۱۲ واحد است. محیط دوزنقه کدام است؟

۴۴ (۲)

۳۶ (۱)

۴۸ (۴)

۴۶ (۳)

آزمون 23 شهریور

۱۰۰- نسبت شعاع دایره محاطی یک شش ضلعی منتظم به شعاع دایره محیطی آن، کدام است؟

$\frac{1}{2}$ (۲)

$\frac{\sqrt{3}}{2}$ (۱)

$\sin 15^\circ$ (۴)

$\cos 15^\circ$ (۳)

آزمون 23 شهریور

هندسه 1- گواه - 10 سوال

۱۱۱- در مثلث متساوی الساقین ABC داریم $AB = AC$ و $\hat{A} = 80^\circ$. عمود منصفهای ساقها هم دیگر را در نقطه O قطع می کنند. کوچک ترین زاویه مثلث OBC چند درجه است؟

۲۵ (۴)

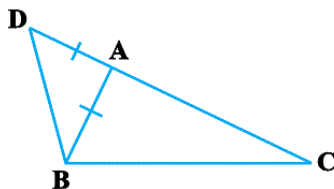
۲۰ (۳)

۱۵ (۲)

۱۰ (۱)

آزمون 23 شهریور

۱۱۲- مطابق شکل ضلع AC از مثلث ABC را به اندازه ضلع AB ادامه داده ایم تا به نقطه D برسیم. کدام گزینه لزوماً صحیح است؟



$AC > AB$ (۱)

$BC > AC$ (۲)

$BC > AB$ (۳)

$DC > BC$ (۴)

آزمون 23 شهریور

۱۱۳- کدام گزینه مثال نقض دارد؟

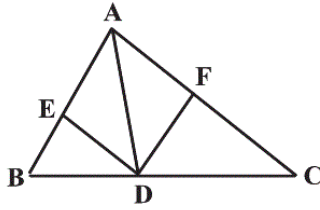
(۱) مجذور هر عدد بین صفر و یک، کوچک تر از خود عدد است.

(۲) برای هر دو مجموعه A و B داریم $A \subseteq B$ یا $B \subseteq A$.

(۳) هر دو مثلث هم نهشت، هم مساحت هستند.

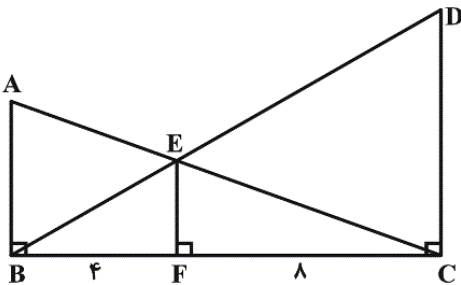
(۴) در هر مثلث که همه زوایای آن کوچک تر از 90° باشد، محل برخورد ارتفاعها داخل مثلث است.

۱۱۴- در شکل مقابل $2AE = 2BE$ و $DC = 2BD$. اگر دو مثلث ADE و ADF هم‌مساحت باشند، نسبت $\frac{AF}{FC}$ کدام است؟



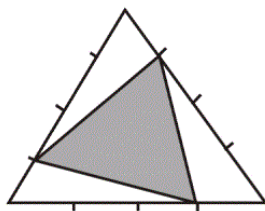
- (۱) $\frac{3}{10}$
- (۲) $\frac{2}{5}$
- (۳) $\frac{2}{7}$
- (۴) ۱

۱۱۵- در شکل زیر عمودهای رسم شده در نقاط B و C بر BC، امتدادهای اضلاع CE و BE را به ترتیب در A و D قطع می‌کنند. نسبت AB به CD کدام است؟



- (۱) $\frac{2}{4}$
- (۲) $\frac{1}{3}$
- (۳) $\frac{2}{3}$
- (۴) $\frac{1}{2}$

۱۱۶- هر ضلع مثلث متساوی‌الاضلاع، به ۴ قسمت مساوی تقسیم شده است. مساحت مثلث سایه‌زده چند برابر مساحت مثلث متساوی‌الاضلاع است؟



- (۱) $\frac{1}{3}$
- (۲) $\frac{3}{8}$
- (۳) $\frac{7}{16}$
- (۴) $\frac{5}{8}$

۱۱۷- اگر در یک مثلث قائم‌الزاویه، یک زاویه 15° و ارتفاع وارد بر وتر یک واحد باشد، مساحت مثلث چه قدر است؟

- (۱) ۱
- (۲) ۲
- (۳) ۳
- (۴) ۴

۱۱۸- مثلث قائم الزاویه متساوی الساقین ABC ($\hat{A} = 90^\circ$) با طول ساق ۳ مفروض است. از نقطه M روی وتر BC عمودهایی بر دو ساق مثلث رسم می‌کنیم. اگر قدرمطلق تفاضل طول دو عمود رسم شده برابر یک باشد، فاصله نقطه M از رأس A کدام است؟

- (۱) $\sqrt{6}$
 (۲) $\frac{3\sqrt{2}}{2}$
 (۳) ۲
 (۴) $\sqrt{5}$

آزمون 23 شهریور

۱۱۹- دو صفحه P_1 و P_2 متقاطع‌اند. اگر خط d_1 متعلق به صفحه P_1 و خط d_2 متعلق به صفحه P_2 باشد، به طوری که $d_1 \cap P_2 = \emptyset$ و $d_2 \cap P_1 = \emptyset$ ، وضعیت دو خط d_1 و d_2 کدام است؟

- (۱) موازی
 (۲) متقاطع
 (۳) متنافر
 (۴) موازی یا متقاطع

آزمون 23 شهریور

۱۲۰- چه تعداد از عبارتهای زیر همواره درست است؟

- (الف) اگر دو صفحه موازی باشند، هر خط واقع بر یکی از صفحه‌ها با هر خط صفحه دیگر موازی است.
 (ب) اگر دو صفحه موازی باشند، هر خط واقع بر یکی از صفحه‌ها با صفحه دیگر موازی است.
 (پ) اگر دو صفحه موازی باشند، هر خط واقع بر یکی از صفحه‌ها حداقل با یک خط از صفحه دیگر موازی است.
- (۱) صفر
 (۲) ۱
 (۳) ۲
 (۴) ۳

آزمون 23 شهریور

-۴۱

(مهم‌مصطفی ابراهیمی)

$$x^2 + 2\sqrt{3}x - 9 = 0$$

$$\Delta = b^2 - 4ac = (2\sqrt{3})^2 - 4(1)(-9) = 12 + 36 = 48$$

$$x = \frac{-b \pm \sqrt{\Delta}}{2a} = \frac{-2\sqrt{3} \pm 4\sqrt{3}}{2} \Rightarrow \begin{cases} x_1 = -3\sqrt{3} \\ x_2 = \sqrt{3} \end{cases}$$

$$x_2 > x_1 \Rightarrow \frac{x_2}{x_1} = \frac{\sqrt{3}}{-3\sqrt{3}} = \frac{-1}{3}$$

(ریاضی ۱- معادله‌ها و نامعادله‌ها- صفحه‌های ۷۰ تا ۷۷)

۴

۳

۲

۱

آزمون 23 شهریور

-۴۲

(علی‌اکبر اسکندری)

$$A = 4 \text{ ریشهٔ چهارم عدد } \xrightarrow{A > 0} A = \sqrt[4]{4} = 4^{\frac{1}{4}} = (2^2)^{\frac{1}{4}} = 2^{\frac{1}{2}}$$

$$\sqrt{2} \text{ ریشهٔ سوم عدد } \Rightarrow B = \sqrt[3]{\sqrt{2}} = \sqrt[6]{2} = 2^{\frac{1}{6}}$$

$$\frac{A}{B} = \frac{2^{\frac{1}{2}}}{2^{\frac{1}{6}}} = 2^{\left(\frac{1}{2} - \frac{1}{6}\right)} = 2^{\frac{1}{3}} = \sqrt[3]{2} = 2 \text{ ریشهٔ سوم عدد}$$

(ریاضی ۱- توان‌های گویا و عبارت‌های بی‌پایه - صفحه‌های ۴۸ تا ۶۱)

۴

۳

۲

۱

آزمون 23 شهریور

ابتدا $a_5^2 - a_3^2$ را ساده می‌کنیم:

$$a_5^2 - a_3^2 = (a_5 - a_3)(a_5 + a_3) = 20$$

با کمک جمله عمومی یعنی $a_n = a_1 + (n-1)d$ جملات سوم، چهارم و پنجم را محاسبه می‌کنیم و در عبارت فوق جای‌گذاری می‌نماییم:

$$a_3 = a_1 + 2d$$

$$a_4 = a_1 + 3d$$

$$a_5 = a_1 + 4d$$

$$a_5^2 - a_3^2 = \left(\frac{a_5 - a_3}{2d} \right) \left(\frac{a_5 + a_3}{2a_1 + 6d} \right) = 20 \Rightarrow 2d \times (2a_1 + 6d) = 20$$

$$\Rightarrow 2d \times 2(a_1 + 3d) = 20 \Rightarrow 4d \times a_4 = 20 \Rightarrow 4d \times 5 = 20 \Rightarrow d = 1$$

$$a_4 = a_1 + 3d = 5 \Rightarrow a_1 = 2 \Rightarrow \frac{a_1}{d} = \frac{2}{1} = 2$$

(ریاضی ۱- مجموعه، الگو و دنباله - صفحه‌های ۲۱ تا ۲۴)

۴

۳ ✓

۲

۱

آزمون 23 شهریور

(فرشاد فرامرزی)

شیب خط برابر است با \tan زاویه‌ای که خط با جهت مثبت محور x ها می‌سازد:

$$a = \tan 45^\circ = 1$$

از آنجا که خط محور x ها را در نقطه‌ای به طول ۲- قطع می‌کند، پس از نقطه $(-2, 0)$ می‌گذرد:

$$0 = 1 \times (-2) + b \Rightarrow b = 2 \Rightarrow a + b = 3$$

(ریاضی ۱- مثلثات - صفحه‌های ۳۰ و ۳۱)

۴

۳

۲

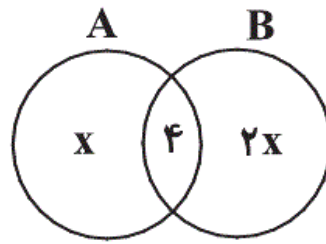
۱ ✓

آزمون 23 شهریور

(علی شهرابی)

تعداد اعضای $A - B$ را x و تعداد اعضای $B - A$ را $2x$ می‌گیریم،

پس:



$$x + 4 + 2x = 13 \Rightarrow x = 3$$

بنابراین:

$$n(A) = x + 4 = 3 + 4 = 7$$

(ریاضی ۱- مجموعه، الگو و دنباله - صفحه‌های ۸ تا ۱۳)

۴

۳

۲

۱ ✓

آزمون 23 شهریور

(مهرداد اسپیکار)

برای پیدا کردن بازه‌ای که در آن نمودار سهمی $y = x^2 + x$ پایین‌تر از خط $y = -2x$ قرار می‌گیرد، باید نامعادله $x^2 + x < -2x$ را حل کنیم.

$$x^2 + x < -2x \Rightarrow x^2 + 3x < 0$$

| | | | |
|------------|---|------|-----|
| x | | -3 | 0 |
| $x^2 + 3x$ | + | 0 | - |

با توجه به جدول، بازه $(-3, 0)$ قابل قبول است. پس حداکثر $b - a$ برابر با ۳ است.

(ریاضی ۱- معادله‌ها و نامعادله‌ها - صفحه‌های ۸۳ تا ۹۱)

۴

۳

۲

۱ ✓

آزمون 23 شهریور

$$a = -2 \Rightarrow R = \{(1, 3), (1, 2), (b^2 - 3, -2)\}$$

این رابطه به علت داشتن زوج‌های مرتب $(1, 2)$ و $(1, 3)$ تابع نیست.

$$a = 2 \Rightarrow R = \{(1, 3), (5, 2), (b^2 - 3, 2)\}$$

در این رابطه، با توجه به حضور زوج‌های مرتب $(b^2 - 3, 2)$ و $(1, 3)$

که مؤلفهٔ دومشان متفاوت است، باید مؤلفهٔ اول آنها نیز متفاوت باشد تا

قطعاً رابطه معرف یک تابع شود:

$$b^2 - 3 \neq 1 \Rightarrow b^2 \neq 4 \Rightarrow b \neq \pm 2$$

یعنی b فقط دو مقدار صحیح را نمی‌تواند بپذیرد.

(ریاضی ۱- تابع - صفحه‌های ۹۵ تا ۱۰۰)

 ۴

 ۳

 ۲

 ۱

آزمون 23 شهریور

-۴۸

(علی شهرابی)

$$y = -(x+2)^2 + 1 \xrightarrow[\text{واحد به چپ}]{x \rightarrow x+1} y = -(x+1+2)^2 + 1$$

$$y = -(x+2)^2 + 1 \xrightarrow[\text{واحد به بالا}]{f \rightarrow f+3} y = -(x+2)^2 + 1 + 3$$

$$\Rightarrow y = -(x+2)^2 + 4$$

حالا طول نقاط برخورد این سهمی با محور x ها را حساب می‌کنیم:

$$y = 0 \Rightarrow -(x+2)^2 + 4 = 0 \Rightarrow (x+2)^2 = 4$$

$$\Rightarrow x+2 = \pm 2 \Rightarrow \begin{cases} x+2 = 2 \Rightarrow x = 0 \\ x+2 = -2 \Rightarrow x = -4 \end{cases}$$

(ریاضی ۱- ترکیبی - صفحه‌های ۷۰ تا ۷۷ و ۱۱۳ تا ۱۱۷)

 ۴

 ۳

 ۲

 ۱

آزمون 23 شهریور

حال طرفین رابطه $\tan x + \cot x = 2$ را به توان ۳ می‌رسانیم:

$$\tan x + \cot x = 2 \xrightarrow{\text{توان ۳}} (\tan x + \cot x)^3 = 2^3$$

$$\Rightarrow \tan^3 x + \cot^3 x + 3 \tan x \cot x (\tan x + \cot x) = 8$$

$$\frac{\tan x \cot x = 1}{\tan x + \cot x = 2} \rightarrow \tan^3 x + \cot^3 x = 8 - 6 = 2$$

(ریاضی ۱- ترکیبی - صفحه‌های ۴۲ تا ۴۵ و ۶۲ تا ۶۵)

۴

۳

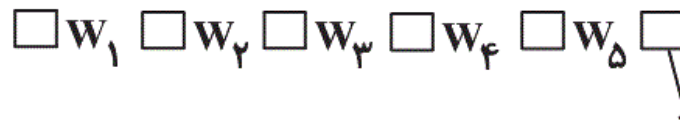
۲

۱ ✓

آزمون 23 شهریور

توپ‌های قرمز را با R و توپ‌های سفید را با W نشان می‌دهیم. برای آن که هیچ دو توپ قرمزی کنار هم قرار نگیرند مطابق شکل زیر توپ‌های سفید را با فاصله کنار هم قرار می‌دهیم که در بین و اطراف آن‌ها ۶ فضای خالی ایجاد می‌شود کافی است ۳ فضای خالی را برای قرارگیری توپ‌های قرمز انتخاب کرده و توپ‌های قرمز را در آن‌ها قرار دهیم. همچنین چون توپ‌های قرمز و نیز توپ‌های سفید متمایز هستند پس جایگشت آن‌ها به‌طور جداگانه دارای اهمیت می‌باشد که جواب

برابر $\binom{6}{3} \times 5! \times 3!$ می‌شود.



فضای خالی برای قرارگیری توپ‌های قرمز

۳! : جایگشت توپ‌های قرمز با هم

۵! : جایگشت توپ‌های سفید با هم

$\binom{6}{3}$: انتخاب ۳ فضای خالی برای قرارگیری توپ‌های قرمز

$$\text{جواب} = \binom{6}{3} \times 5! \times 3!$$

(ریاضی ۱- شمارش، بدون شمردن- صفحه‌های ۱۱۹ تا ۱۴۰)

۴ ✓

۳

۲

۱

(ابراهیم نجفی)

$$\Rightarrow a_n = a_1 + (n-1)d$$

$$a_7 + a_8 = 0 \Rightarrow a_1 + d + a_1 + 7d = 0$$

$$\Rightarrow 2a_1 + 8d = 0 \Rightarrow a_1 + 4d = 0 \quad (1)$$

$$a_9 = 8 \Rightarrow a_1 + 8d = 8 \quad (2)$$

$$\Rightarrow \begin{cases} a_1 + 4d = 0 \\ a_1 + 8d = 8 \end{cases} \Rightarrow d = 2, \quad a_1 = -8$$

$$S_n = \frac{n}{2}(2a_1 + (n-1)d) \rightarrow S_{20} = 10 \cdot \underbrace{(2 \times (-8) + 19 \times 2)}_{22} = 220$$

(مسئله ۱- پیر و معادله - صفحه‌های ۲ تا ۴)

۴

۳ ✓

۲

۱

آزمون 23 شهریور

(مهرداد اسپیدکار)

$x = 3$ یک جواب معادله است پس در معادله صدق می‌کند. بنابراین مقدار k را می‌توانیم به دست آوریم:

$$x = 3 \xrightarrow{\text{در معادله}} \frac{3-2}{3+k} + \frac{2 \times 3}{3-1} = \frac{13}{4}$$

$$\Rightarrow \frac{1}{3+k} + \frac{6}{2} = \frac{13}{4} \Rightarrow \frac{1}{3+k} = \frac{1}{4} \Rightarrow k = 1$$

حال معادله را حل می‌کنیم تا جواب دیگر آن به دست آید:

$$\frac{x-2}{x+1} + \frac{2x}{x-1} = \frac{13}{4} \Rightarrow \frac{(x-2)(x-1) + 2x(x+1)}{(x+1)(x-1)} = \frac{13}{4}$$

$$\frac{x^2 - 3x + 2 + 2x^2 + 2x}{x^2 - 1} = \frac{13}{4} \xrightarrow{\text{طرفین وسطین}}$$

$$13x^2 - 13 = 4x^2 - 12x + 8 + 8x^2 + 8x \Rightarrow x^2 + 4x - 21 = 0$$

$$\Rightarrow (x+7)(x-3) = 0 \Rightarrow \begin{cases} x = -7 \\ x = 3 \end{cases}$$

البته پس از محاسبه k می‌توانستیم گزینه‌ها را امتحان کنیم، یعنی جواب دیگر معادله را با کمک امتحان گزینه‌ها به دست آوریم.

(مسئله ۱- پیر و معادله - صفحه‌های ۱۷ تا ۱۹)

۴

۳

۲ ✓

۱

آزمون 23 شهریور

$$\begin{aligned} & \xrightarrow{\times m^2} m^2 + 2m + 1 + 12m = 16m^2 \Rightarrow 15m^2 - 14m - 1 = 0 \\ & \xrightarrow{a+b+c=0} \begin{cases} m = 1 \\ m = \frac{c}{a} = \frac{-1}{15} \end{cases} \end{aligned}$$

به ازای $m = \frac{-1}{15}$ ، دلتای معادله منفی می‌شود، پس معادله ریشه حقیقی

ندارد و در نتیجه $m = \frac{-1}{15}$ قابل قبول نیست.

(مسئله ۱- پیر و معادله - صفحه‌های ۷ تا ۹)

۴

۳

۲

۱ ✓

آزمون 23 شهریور

گزینه‌ها را بررسی می‌کنیم، در همهٔ گزینه‌ها دو شرط برابر بودن ضابطه‌ها و تساوی دامنه‌ها باید چک شود:
گزینهٔ «۱»:

$$\left. \begin{aligned} f(x) &= |1-x| = |x-1| \\ g(x) &= \sqrt{x^2 - 2x + 1} = \sqrt{(x-1)^2} = |x-1| \end{aligned} \right\} \Rightarrow \text{ضابطه‌ها برابرند} \checkmark$$

$$D_f = D_g = \mathbb{R}$$

گزینهٔ «۲»:

$$\left. \begin{aligned} f(x) &= \frac{\sqrt{x^2}}{x} = \frac{|x|}{x} = \begin{cases} 1 & x > 0 \\ -1 & x < 0 \end{cases} \\ g(x) &= \frac{x}{|x|} = \begin{cases} 1 & x > 0 \\ -1 & x < 0 \end{cases} \end{aligned} \right\} \Rightarrow \text{ضابطه‌ها برابرند} \checkmark$$

$$D_f = D_g = \mathbb{R} - \{0\}$$

گزینهٔ «۳»:

$$\left. \begin{aligned} f(x) &= \sqrt{x^2 + 1} - x \\ g(x) &= \frac{1}{\sqrt{x^2 + 1} + x} \times \frac{\sqrt{x^2 + 1} - x}{\sqrt{x^2 + 1} - x} \\ &= \frac{\sqrt{x^2 + 1} - x}{x^2 + 1 - x^2} = \sqrt{x^2 + 1} - x \end{aligned} \right\} \Rightarrow \text{ضابطه‌ها برابرند} \checkmark$$

$$D_f = D_g = \mathbb{R}$$

گزینهٔ «۴»:

$$\left. \begin{aligned} f(x) &= \sqrt{x^2(x-1)} = \sqrt{x^2} \times \sqrt{x-1} \\ &= |x| \sqrt{x-1} \\ g(x) &= |x| \sqrt{x-1} \end{aligned} \right\} \Rightarrow \text{ضابطه‌ها برابرند} \checkmark$$

$$\left. \begin{aligned} D_f &= \{0\} \cup [1, +\infty) \\ D_g &= [1, +\infty) \end{aligned} \right\} \Rightarrow D_f \neq D_g$$

در گزینهٔ «۴»، دامنهٔ دو تابع با هم برابر نیست، پس توابع f و g برابر نیستند.

(مسئله ۱- تابع - صفحه‌های ۴۱ تا ۴۸)

۴ ✓

۳

۲

۱

دامنه تابع f را حساب می کنیم:

$$x + b \geq 0 \Rightarrow x \geq -b$$

با توجه به نمودار، دامنه f به صورت $x \geq 3$ است، پس: $b = -3$.
تا اینجا ضابطه f به صورت $f(x) = a - \sqrt{x-3}$ به دست آمده است.
تابع f از نقطه $(4, 0)$ می گذرد، پس:

$$f(4) = 0 \Rightarrow a - 1 = 0 \Rightarrow a = 1$$

ضابطه f به شکل $f(x) = 1 - \sqrt{x-3}$ می باشد، در بین گزینه ها، فقط
نقطه $(-5, 39)$ روی f قرار دارد.

(مسائل ۱- تابع - صفحه های ۴۶ تا ۴۸)

 ۴

 ۳

 ۲

 ۱

آزمون 23 شهریور

(علی شهبازی)

نقطه برخورد دو ضلع AB و AC ، رأس A است:

$$\begin{cases} x + 2y = 0 \\ -x + y = 3 \end{cases} \Rightarrow x = -2, y = 1$$

حالا فاصله رأس $A(-2, 1)$ را از ضلع BC به
معادله $3x + 4y + k = 0$ حساب کرده و آن را برابر ۲ قرار می دهیم:

$$\frac{|3(-2) + 4(1) + k|}{\sqrt{3^2 + 4^2}} = 2 \Rightarrow |k - 2| = 10$$

$$\Rightarrow \begin{cases} k - 2 = 10 \Rightarrow k = 12 \\ k - 2 = -10 \Rightarrow k = -8 \end{cases}$$

پس مقدار مثبت k برابر با ۱۲ است.

(مسائل ۱- پیر و معادله - صفحه های ۳۳ و ۳۴)

 ۴

 ۳

 ۲

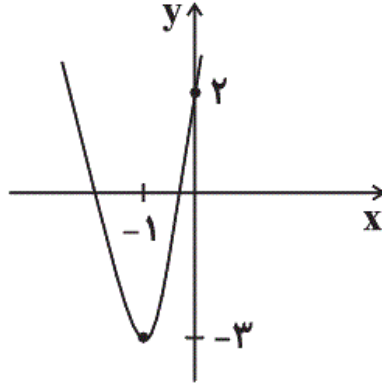
 ۱

آزمون 23 شهریور

(موردی ملا، مضانی)

$$f(x) = x^3 - kx^2 + 4x = 0 \Rightarrow x(x^2 - kx + 4) = 0$$

$$\Rightarrow \begin{cases} x = 0 \\ x^2 - kx + 4 = 0 \end{cases} \xrightarrow[\text{برابر ۵ است.}]{\text{مجموع جوابها}} \frac{-(-k)}{1} = 5 \Rightarrow k = 5$$

با رسم تابع $g(x) = 5x^2 + 10x + 2$ داریم:

$$x_s = \frac{-10}{2 \times (5)} = -1$$

$$y_s = 5 \times (-1)^2 + 10 \times (-1) + 2 = -3$$

$$g(0) = 2$$

بنابراین، تابع مورد نظر از ناحیه چهارم نمی‌گذرد.

(مسئله ۱- پیر و معارله - صفحه‌های ۷ تا ۱۳)

۴ ✓

۳

۲

۱

آزمون 23 شهریور

(امیر هوشنگ فمسه)

بزرگ‌ترین بازه‌هایی که یک تابع درجه دوم در آن‌ها وارون پذیر است، بازه‌های $(-\infty, x_S]$ یا $[x_S, +\infty)$ هستند. پس a برابر با x_S است:

$$a = \frac{-(-6)}{2 \times (2)} = \frac{3}{2}$$

حالا وارون f را حساب می‌کنیم:

$$y = 2x^2 - 6x + 2 \Rightarrow y = 2\left(x^2 - 3x + \frac{9}{4}\right) - \frac{9}{2} + 2$$

$$\Rightarrow y = 2\left(x - \frac{3}{2}\right)^2 - \frac{5}{2} \Rightarrow \frac{y + \frac{5}{2}}{2} = \left(x - \frac{3}{2}\right)^2$$

$$\Rightarrow \frac{2y + 5}{4} = \left(x - \frac{3}{2}\right)^2 \xrightarrow{x \geq \frac{3}{2}} \sqrt{\frac{2y + 5}{4}} = x - \frac{3}{2}$$

$$\Rightarrow x = \frac{\sqrt{2y + 5}}{2} + \frac{3}{2} \Rightarrow x = \frac{\sqrt{2y + 5} + 3}{2}$$

$$\xrightarrow{\text{عوض کردن جای } y, x} y = \frac{\sqrt{2x + 5} + 3}{2}$$

پس: $f^{-1}(x) = \frac{\sqrt{2x + 5} + 3}{2}$ است در نتیجه: $b = 2$ و $c = 3$.

مقدار عبارت خواسته شده را حساب می‌کنیم:

$$2a + b + c = 2 \times \left(\frac{3}{2}\right) + 2 + 3 = 8$$

(مسئله ۱- تابع - صفحه‌های ۵۴ تا ۶۲)

۴

۳

۲

۱ ✓

آزمون 23 شهریور

(مهمرمصطفی ابراهیمی)

$$f = \{(2, -3), (-1, 2), (4, 0)\}$$

$$\Rightarrow f^{-1} = \{(-3, 2), (2, -1), (0, 4)\}$$

$$\left. \begin{array}{l} (f \circ f^{-1})(x) = x \\ D_{f \circ f^{-1}} = D_{f^{-1}} \end{array} \right\} \Rightarrow f \circ f^{-1} = \{(-3, -3), (2, 2), (0, 0)\}$$

$$\left. \begin{array}{l} (f^{-1} \circ f)(x) = x \\ D_{f^{-1} \circ f} = D_f \end{array} \right\} \Rightarrow f^{-1} \circ f = \{(2, 2), (-1, -1), (4, 4)\}$$

$$D_{f \circ f^{-1} + f^{-1} \circ f} = D_{f \circ f^{-1}} \cap D_{f^{-1} \circ f} = D_{f^{-1}} \cap D_f = \{2\}$$

$$g = f \circ f^{-1} + f^{-1} \circ f = \{(2, 2 + 2)\} = \{(2, 4)\}$$

(مسئله ۱- تابع - صفحه‌های ۵۴ تا ۷۰)

۴

۳

۲ ✓

۱

آزمون 23 شهریور

(امیر هوشنگ فمسه)

مقدار باقی مانده پس از t سال $\frac{۶۲}{۵} = \frac{۴۳۷}{۵} - ۵۰۰$ گرم می باشد.
با توجه به رابطه نیمه عمر داریم:

$$A = B\left(\frac{1}{2}\right)^{\frac{t}{۲۰۰}}$$

$$\Rightarrow \frac{۶۲}{۵} = ۵۰۰ \times \left(\frac{1}{2}\right)^{\frac{t}{۲۰۰}} \Rightarrow \frac{1}{8} = \left(\frac{1}{2}\right)^{\frac{t}{۲۰۰}} \Rightarrow \left(\frac{1}{2}\right)^3 = \left(\frac{1}{2}\right)^{\frac{t}{۲۰۰}}$$

$$\Rightarrow \frac{t}{۲۰۰} = 3 \Rightarrow t = ۶۰۰ \text{ سال}$$

(حسابان ۱- توابع نمایی و لگاریتمی - صفحه های ۷۲ تا ۷۹)

۴

۳ ✓

۲

۱

آزمون 23 شهریور

(علی وزیری)

طبق متن کتاب، اندازه کمان های AB و $A'B'$ برابر زاویه مرکزی روبه روی آنها می باشد. پس اندازه آنها برابر است.

(هنر سه ۲- صفحه های ۱۰ تا ۱۲)

۴ ✓

۳

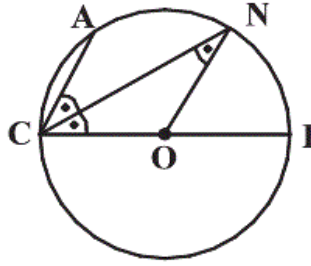
۲

۱

آزمون 23 شهریور

(شروین سیاح‌نیا)

می‌دانیم اندازه هر زاویه محاطی برابر با نصف اندازه کمان مقابلش است، بنابراین داریم:



$$\widehat{AC} + \widehat{ANI} = 180^\circ \Rightarrow \widehat{ANI} = 140^\circ \Rightarrow \widehat{ACI} = \frac{140^\circ}{2} = 70^\circ$$

از طرفی:

$$\left. \begin{array}{l} AC \parallel ON \\ \text{مورب } CN \end{array} \right\} \Rightarrow \widehat{ACN} = \widehat{CNO} \quad (*)$$

$$ON = OC \Rightarrow \widehat{CNO} = \widehat{OCN} \quad (**)$$

با مقایسه روابط (*) و (**) نتیجه می‌گیریم:

$$\widehat{CNO} = \widehat{ACN} = \widehat{OCN} = \frac{\widehat{ACI}}{2} = 35^\circ$$

(هنر سه ۲- صفحه‌های ۱۱ تا ۱۷)

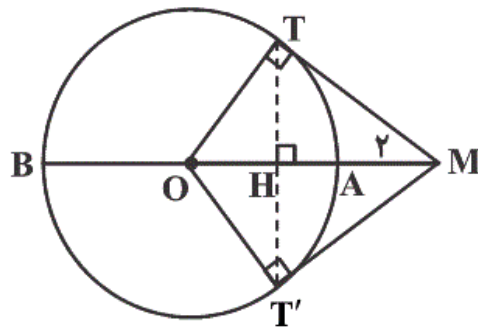
۴

۳ ✓

۲

۱

(ابراهیم نبفی)



$$MT^2 = MA \times MB = 2 \times 18 = 36 \Rightarrow MT = 6$$

$$\text{شعاع دایره } r = OT = OA = 8 \Rightarrow \text{قطر دایره} = 18 - 2 = 16$$

در مثلث قائم‌الزاویه $\triangle OTM$:

$$OM = OA + AM = 10$$

$$TH \times OM = OT \times MT \Rightarrow TH = \frac{OT \times MT}{OM}$$

$$\Rightarrow TH = \frac{8 \times 6}{10} = 4.8$$

$$\Rightarrow TT' = 2TH = 2 \times 4.8 = 9.6$$

(هندسه ۲ - صفحه‌های ۱۸ و ۱۹)

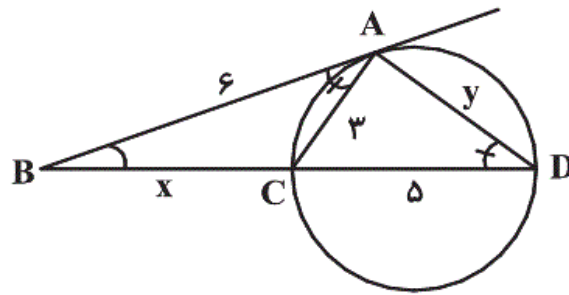
۴

۳ ✓

۲

۱

آزمون 23 شهریور



$$\left. \begin{array}{l} \hat{B} = \hat{B} \\ \hat{BAC} = \hat{D} = \frac{\widehat{AC}}{2} \end{array} \right\} \Rightarrow \triangle ACB \sim \triangle DAB$$

$$\Rightarrow \frac{AB}{BD} = \frac{AC}{AD} = \frac{BC}{AB} \Rightarrow \frac{6}{x+5} = \frac{3}{y} = \frac{x}{6}$$

$$\Rightarrow \frac{x}{6} = \frac{6}{x+5} \Rightarrow x^2 + 5x - 36 = 0 \Rightarrow (x+9)(x-4) = 0 \Rightarrow x = 4$$

$$\frac{3}{y} = \frac{x}{6} \Rightarrow y = \frac{18}{4} = \frac{9}{2} = 4.5$$

(هندسه ۲- صفحه‌های ۱۰ تا ۱۹)

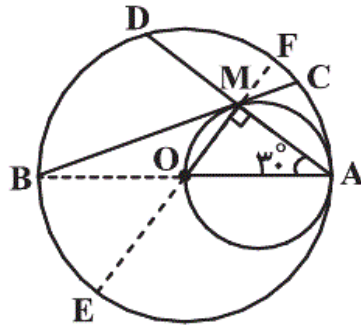
 ۴

 ۳

 ۲

 ۱

آزمون 23 شهریور



از آنجا که شعاع دایره کوچک تر، نصف شعاع دایره بزرگ تر است، پس محل تقاطع قطر AB با دایره کوچک تر، همان مرکز دایره بزرگ تر است. بنابراین:

$$\widehat{BAD} = \frac{1}{2} \widehat{BD} = 3^\circ$$

$$MB \times MC = ME \times MF$$

$$MO = \frac{1}{2} OA = 4 \Rightarrow ME = MO + OE = 12, MF = 4$$

$$\Rightarrow MB \times MC = 48$$

(هنر سه ۲- صفحه های ۱۸ تا ۲۳)

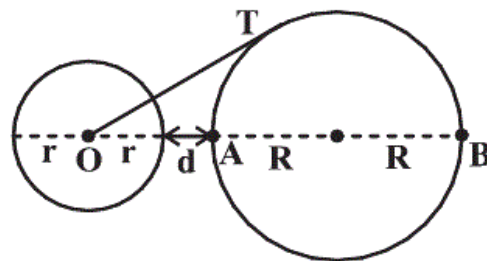
۴

۳ ✓

۲

۱

آزمون 23 شهریور



$$\left. \begin{array}{l} r = 1 \\ d = 2 \\ 2r + d + 2R = 13 \end{array} \right\} \Rightarrow 2 + 2 + 2R = 13 \Rightarrow 2R = 9 \Rightarrow R = 4/5$$

در نتیجه:

$$OA \times OB = OT^2$$

$$\Rightarrow (r + d)(r + d + 2R) = OT^2 \Rightarrow 3 \times (12) = OT^2 \Rightarrow OT = 6$$

(هنر سه ۲- صفحه های ۹ تا ۲۳)

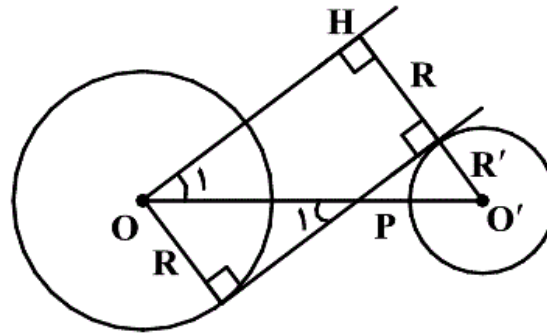
۴

۳

۲ ✓

۱

آزمون 23 شهریور



خط‌المركزين دو دایره، نیمساز زاویه بین دو مماس مشترک داخلی است.

پس اگر زاویه بین آن‌ها θ باشد، $\hat{P}_1 = \frac{\theta}{2}$. بنابراین با توجه به تساوی دو

زاویه O_1 و P_1 داریم:

$$\Delta OO'H : \tan(O_1) = \frac{R+R'}{OH} = \frac{1+3}{4\sqrt{3}} = \frac{1}{\sqrt{3}} \Rightarrow \hat{O}_1 = 30^\circ \Rightarrow \theta = 60^\circ$$

(هندسه ۲ - صفحه‌های ۲۰ تا ۲۳)

۴

۳ ✓

۲

۱

آزمون 23 شهریور

$$S = \frac{1}{2} AC \times BD = \frac{1}{2} \times 8 \times 6 = 24$$

$$2p = 4 \times 5 \Rightarrow p = 10$$

و در نتیجه:

$$r = \frac{S}{p} = \frac{24}{10} = \frac{12}{5} = 2.4$$

روش دوم:

$$S_{ABCD} = HH' \cdot AB = \frac{1}{2} AC \cdot BD \xrightarrow{HH'=2r}$$

$$(2r) \times 5 = 24 \Rightarrow r = \frac{12}{5} = 2.4$$

(هندسه ۲ - صفحه‌های ۲۴ تا ۲۸)

۴

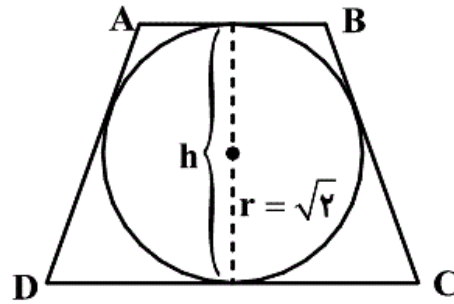
۳ ✓

۲

۱

آزمون 23 شهریور

(ابراهیم نبفی)



$$r = \sqrt{2} \Rightarrow 2r = 2\sqrt{2} \xrightarrow{h=2r} h = 2\sqrt{2}$$

$$S = \frac{\text{ارتفاع} \times \text{مجموع دو قاعده}}{2} = \text{دوزنقه}$$

$$6\sqrt{2} = \frac{(AB + CD) \times 2\sqrt{2}}{2} \Rightarrow AB + CD = 6$$

می‌دانیم اگر چهارضلعی ABCD محیطی باشد، خواهیم داشت:

$$AB + CD = AD + BC = 6$$

در نتیجه محیط دوزنقه برابر است با:

$$\underbrace{AB + CD}_6 + \underbrace{AD + BC}_6 = 12$$

(هندسه ۲ - صفحه‌های ۲۷ تا ۳۰)

 ۴

 ۳

 ۲

 ۱

آزمون 23 شهریور

$$\hat{M} = \frac{\widehat{AB} - \widehat{CD}}{2} = \frac{45 - 30}{2} = 7/5^\circ$$

$$\hat{N}_1 = \frac{\widehat{AB} + \widehat{CD}}{2} = \frac{45 + 30}{2} = 37/5^\circ$$

$$\Rightarrow |\hat{M} - \hat{N}_1| = |7/5^\circ - 37/5^\circ| = 30^\circ$$

(هندسه ۲ - صفحه‌های ۲۷ تا ۳۱)

 ۴

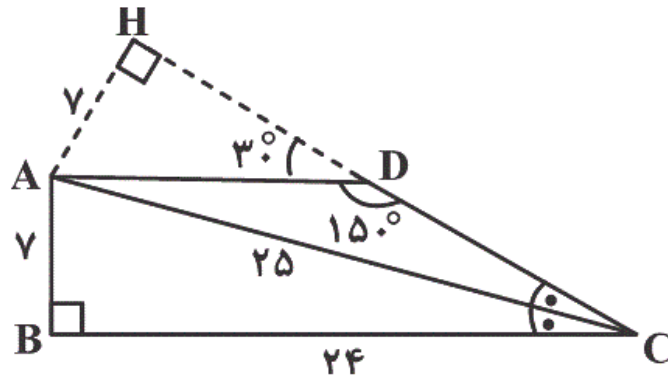
 ۳

 ۲

 ۱

آزمون 23 شهریور

بنا به قضیه فیثاغورس در مثلث ABC نتیجه می گیریم: $AB = 7$
 از A بر امتداد DC عمود می کنیم، با توجه به ویژگی نیمساز
 $AH = AB = 7$ خواهد بود. حال از آنجایی که مثلث ADH یک مثلث
 قائم الزویه است. بنابراین:



$$AH = \frac{1}{2} AD \Rightarrow AD = 14$$

(هندسه ۱- ترکیبی- صفحه‌های ۱۰ تا ۱۶ و ۶۴)

۴

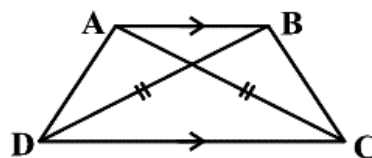
۳

۲

۱

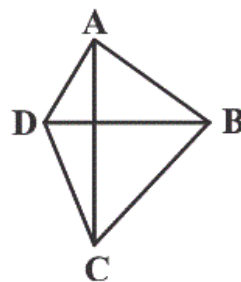
آزمون 23 شهریور

عکس قضیه شرطی گزینه «۳»: اگر در یک چهارضلعی دو قطر آن با هم
 برابر باشند، چهارضلعی مستطیل است. (نادرست)
 مثال نقض: دوزنقه متساوی الساقین



مستطیل نیست $AC = BD$, $ABCD$

یا:



مستطیل نیست. $AC = BD$, $ABCD$

گزینه‌های دیگر در واقع قضایای دو شرطی محسوب می‌شوند.

(هندسه ۱- ترکیبی- صفحه‌های ۱۷ تا ۲۷ و ۵۲ تا ۶۴)

۴

۳

۲

۱

آزمون 23 شهریور

با توجه به اینکه زاویه‌های داخل Ω ضلعی به صورت زیر هستند:

$$\underbrace{۱۶۵^\circ, \dots, ۱۶۵^\circ}_{\text{تا } k}, ۱۷۰^\circ, ۱۶۰^\circ, ۱۱۰^\circ, ۱۰۰^\circ$$

اندازه زاویه‌های خارجی آن برابر است با:

$$\underbrace{۱۵^\circ, \dots, ۱۵^\circ}_{\text{تا } k}, ۱۰^\circ, ۲۰^\circ, ۷۰^\circ, ۸۰^\circ$$

از آنجا که مجموع زوایای خارجی Ω ضلعی محدب برابر ۳۶۰° است، داریم:

$$۸۰^\circ + ۷۰^\circ + ۲۰^\circ + ۱۰^\circ + \underbrace{۱۵^\circ + \dots + ۱۵^\circ}_{\text{تا } k} = ۳۶۰^\circ$$

$$۱۸۰^\circ + ۱۵^\circ \times k = ۳۶۰^\circ \Rightarrow ۱۵^\circ \times k = ۱۸۰^\circ \Rightarrow k = \frac{۱۸۰^\circ}{۱۵^\circ} = ۱۲$$

$$۱۲ + ۴ = ۱۶$$

تعداد اضلاع:

 ۴

 ۳

 ۲

 ۱

آزمون 23 شهریور

$$MN \parallel BC \Rightarrow \frac{AM}{BM} = \frac{AN}{NC} \Rightarrow \frac{x+1}{4} = \frac{y+\frac{1}{2}}{3}$$

$$\Rightarrow 3x + 3 = 4y + 2 \Rightarrow 4y - 3x = 1 \quad (*)$$

$$MN \parallel BC \Rightarrow \frac{AM}{AB} = \frac{MN}{BC} \Rightarrow \frac{x+1}{x+5} = \frac{9}{15} = \frac{3}{5}$$

$$\Rightarrow 5x + 5 = 3x + 15 \Rightarrow 2x = 10 \Rightarrow x = 5 \xrightarrow{(*)} y = 4$$

$$\Rightarrow x + y = 9$$

(هندسه ۱- قضیه تالس، تشابه و کاربردهای آن - صفحه‌های ۳۰ تا ۳۷)

 ۴

 ۳

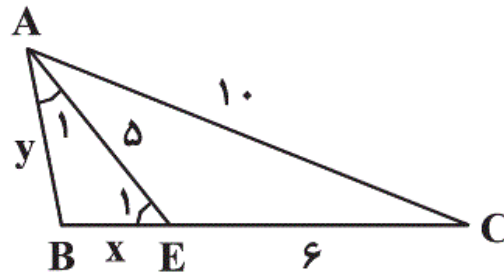
 ۲

 ۱

آزمون 23 شهریور

(علی فتح‌آباری)

با توجه به تشابه دو مثلث ABE و ABC، زوایای متناظر را پیدا می‌کنیم.



$$\begin{cases} \hat{B} = \hat{B} \text{ (مشترک)} \\ \hat{A}_1 = \hat{C} \\ \hat{E}_1 = \hat{A} \end{cases} \Rightarrow \frac{AE}{AC} = \frac{BE}{AB} = \frac{AB}{BC}$$

$$\Rightarrow \frac{5}{10} = \frac{x}{y} = \frac{y}{6+x} \Rightarrow \begin{cases} y = 2x \\ 2y = 6+x \end{cases}$$

$$\Rightarrow x = 2, y = 4 \Rightarrow AB = 4$$

(هندسه ۱- قضیه تالس، تشابه و کاربردهای آن - صفحه‌های ۳۸ تا ۴۴)

۴

۳

۲

۱ ✓

آزمون 23 شهریور

$$\left. \begin{aligned} \frac{\sqrt{S_1}}{\sqrt{S}} &= \frac{a}{a+b+c} \\ \frac{\sqrt{S_2}}{\sqrt{S}} &= \frac{b}{a+b+c} \\ \frac{\sqrt{S_3}}{\sqrt{S}} &= \frac{c}{a+b+c} \end{aligned} \right\} \Rightarrow \frac{\sqrt{S_1}}{\sqrt{S}} + \frac{\sqrt{S_2}}{\sqrt{S}} + \frac{\sqrt{S_3}}{\sqrt{S}} = 1$$

بنابراین:

$$\sqrt{S} = \sqrt{S_1} + \sqrt{S_2} + \sqrt{S_3}$$

$$\Rightarrow S = (\sqrt{3} + \sqrt{27} + \sqrt{12})^2 = (6\sqrt{3})^2 = 36 \times 3 = 108$$

(هندسه ۱- قضیه تالس، تشابه و کاربردهای آن - صفحه‌های ۳۸ تا ۴۹)

۴ ✓

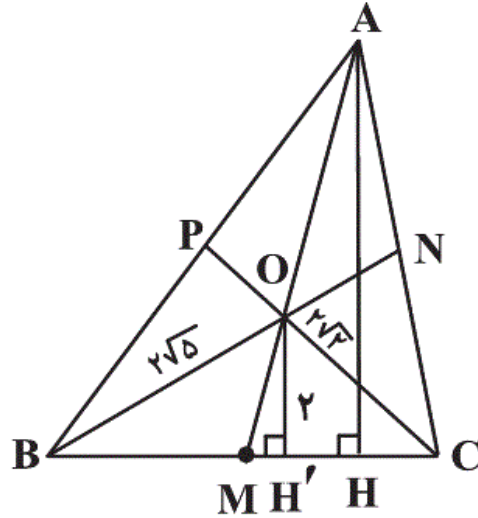
۳

۲

۱

آزمون 23 شهریور

می‌دانیم سه میانه هر مثلث در نقطه‌ای درون آن مثلث هم‌رساند به طوری که فاصله این نقطه تا وسط هر ضلع برابر $\frac{1}{3}$ اندازه میانه نظیر این ضلع و فاصله‌اش از هر رأس $\frac{2}{3}$ اندازه میانه نظیر آن رأس است.



در مثلث AMC:

$$AH \parallel OH' \xrightarrow{\text{طبق تالس}} \frac{MO}{AM} = \frac{OH'}{AH} \Rightarrow \frac{1}{3} = \frac{OH'}{6} \Rightarrow OH' = 2$$

در مثلث قائم‌الزاویه OBH' :

$$BH'^2 = OB^2 - OH'^2 = (2\sqrt{5})^2 - (2)^2 = 20 - 4 = 16 \Rightarrow BH' = 4$$

در مثلث قائم‌الزاویه OCH' :

$$CH'^2 = CO^2 - OH'^2 = (2\sqrt{2})^2 - (2)^2 = 8 - 4 = 4 \Rightarrow CH' = 2$$

در نتیجه:

$$BC = BH' + CH' = 6$$

$$\Rightarrow BM = CM = 3 \xrightarrow{CH'=2} MH' = 1$$

$$\Rightarrow \frac{S_{\Delta OBC}}{S_{\Delta OMH'}} = \frac{BC}{MH'} = 6$$

(هندسه ۱- پند ضلعی‌ها - صفحه‌های ۶۵ تا ۶۹)

۴ ✓

۳

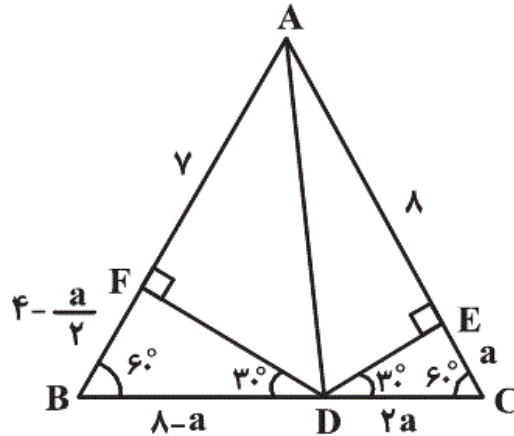
۲

۱

(رضا عباسی اصل)

فرض کنیم $EC = a$ ، حال از آنجایی که هر یک از مثلث‌های قائم‌الزاویه

DEC و DFB یک زاویه 30° دارند، بنابراین:



$$\Delta DEC : EC = \frac{1}{2}DC \Rightarrow DC = 2a$$

$$AC = BC \Rightarrow BC = 10 \Rightarrow BD = 8 - a$$

$$\Delta BFD : FB = \frac{1}{2}BD \Rightarrow FB = 4 - \frac{a}{2}$$

پس:

$$AC = AB \Rightarrow 10 + a = 10 + 4 - \frac{a}{2} \Rightarrow a = 2 \Rightarrow AB = AC = BC = 10$$

$$DE + DF = \frac{\sqrt{3}}{2} \times 10 = 5\sqrt{3}$$

و در نتیجه:

(هندسه ۱- چندضلعی‌ها - صفحه‌های ۶۵ تا ۶۹)

۴

۳

۲

۱

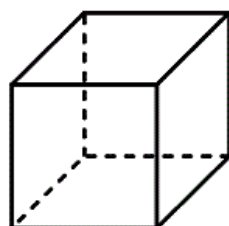
آزمون 23 شهریور

(علی ارجمند)

در هر مکعب مطابق شکل زیر، هر وجه با یک وجه موازی و با ۴ وجه متقاطع است.

بنابراین $\frac{6 \times 1}{2} = 3$ جفت وجه موازی و $\frac{6 \times 4}{2} = 12$ جفت وجه متقاطع در

یک مکعب وجود دارد.



(هندسه ۱- تجسم فضایی - صفحه‌های ۷۸ تا ۸۲)

۴

۳

۲

۱

(سید سروش کریمی مداحی)

گزینه‌ها را بررسی می‌کنیم:

گزینه «۱»: نادرست است؛ از هر سه نقطه غیرهمراستا همواره یک صفحه می‌گذرد.

گزینه «۲»: درست است.

گزینه «۳»: نادرست است؛ در صورتی که خط d با صفحه P موازی باشد، آن‌گاه خط d نسبت به خطوط صفحه P موازی یا متناظر است.گزینه «۴»: نادرست است؛ از نقطه A خارج صفحه P ، تنها یک صفحه موازی صفحه P می‌توان رسم کرد.

(هندسه ۱- تقسیم فضایی - صفحه‌های ۷۸ تا ۸۲)

۴

۳

۲ ✓

۱

مطابق شکل زیر در هر مرحله ۳ چوب کبریت به شکل قبلی اضافه می‌شود:



شکل (۱)

شکل (۲)

پس الگوی فوق یک الگوی خطی است. می‌دانیم جمله عمومی هر الگوی خطی به صورت $a_n = \alpha n + \beta$ است. با توجه به شکل، تعداد چوب کبریت‌های شکل (۱) برابر ۶ و تعداد چوب کبریت‌های شکل (۲) برابر ۹ است. پس:

$$\begin{cases} a_1 = \alpha + \beta = 6 \\ a_2 = 2\alpha + \beta = 9 \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} \alpha + \beta = 6 \\ 2\alpha + \beta = 9 \end{cases} \Rightarrow \alpha = 3 \Rightarrow \beta = 3$$

پس $a_n = 3n + 3$ است و تعداد چوب کبریت‌های شکل ۹۸ ام برابر است با:

$$a_{98} = 3 \times 98 + 3 = 3 \times (98 + 1) = 3 \times 99 = 297$$

(ریاضی ۱- مجموعه، الگو و دنباله - صفحه‌های ۱۴ تا ۱۸)

 ۴

 ۳

 ۲

 ۱

(سینا معمدرپور)

$$a_5 - a_3 = 30 \Rightarrow a_1 q^4 - a_1 q^2 = 30 \Rightarrow a_1 q^2 (q^2 - 1) = 30 \quad (I)$$

$$a_4 + a_5 = 20 \Rightarrow a_1 q^3 + a_1 q^4 = 20 \Rightarrow a_1 q^3 (1 + q) = 20 \quad (II)$$

با تقسیم رابطه I به II داریم:

$$\frac{a_1 q^2 (q^2 - 1)}{a_1 q^3 (q + 1)} = \frac{30}{20} \Rightarrow \frac{(q - 1)(q + 1)}{q(q + 1)} = \frac{3}{2}$$

$$\Rightarrow \frac{q - 1}{q} = \frac{3}{2} \Rightarrow 2q = 3q - 2 \Rightarrow q = -2$$

پس:

$$\frac{a_2}{a_3} = \frac{a_1 q}{a_1 q^2} = \frac{1}{q} = -\frac{1}{2}$$

(ریاضی ۱- مجموعه، الگو و دنباله- صفحه‌های ۲۵ تا ۲۷)

۴ ✓

۳

۲

۱

آزمون 23 شهریور

$$S = \frac{1}{2} ab \sin \theta \Rightarrow 12 = \frac{1}{2} (5)(8) \sin \theta$$

$$\Rightarrow 12 = 20 \sin \theta \Rightarrow \sin \theta = \frac{3}{5}$$

با استفاده از اتحاد $\sin^2 \theta + \cos^2 \theta = 1$ ، مقدار $\cos \theta$ را حساب

می‌کنیم:

$$\cos^2 \theta = 1 - \sin^2 \theta = 1 - \left(\frac{3}{5}\right)^2 = \frac{16}{25}$$

$$\xrightarrow{\theta \text{ حاده است.}} \cos \theta = \frac{4}{5}$$

پس:

$$\tan \theta = \frac{\sin \theta}{\cos \theta} = \frac{\frac{3}{5}}{\frac{4}{5}} = \frac{3}{4}$$

(ریاضی ۱- مثلثات- صفحه‌های ۲۹ تا ۳۵ و ۴۲ تا ۴۶)

۴ ✓

۳

۲

۱

آزمون 23 شهریور

$$\frac{1 + \cot x}{\tan x + 1} = \frac{1 + \frac{1}{\tan x}}{\tan x + 1} = \frac{1 + \tan x}{\tan x} = \frac{1}{\tan x} = 2 \Rightarrow \tan x = \frac{1}{2}$$

حالا صورت و مخرج کسر مطلوب تست را بر $\cos x$ تقسیم می‌کنیم:

$$\frac{2 - 3 \tan x}{\tan x + \cos^2 x} = \frac{2 - \frac{3}{2}}{\frac{1}{2} + \cos^2 x} \quad (1)$$

برای $\cos^2 x$ هم داریم:

$$\cos^2 x = \frac{1}{1 + \tan^2 x} = \frac{1}{1 + \left(\frac{1}{2}\right)^2} = \frac{4}{5}$$

که با جای گذاری در عبارت (۱)، حاصل کسر برابر $\frac{5}{13}$ می‌شود.

(ریاضی ۱- مثلثات - صفحه‌های ۴۲ تا ۴۶)

 ۴

 ۳

 ۲

 ۱

آزمون 23 شهریور

$$A = \underbrace{(x+2)^3 + 3(x+2)^2 + 3(x+2) + 1 + 1}_{\text{اتحاد مکعب مجموع دو جمله}}$$

$$= ((x+2)+1)^3 + 1 \Rightarrow A = (x+3)^3 + 1$$

با جای گذاری $x = \sqrt[3]{10} - 3$ ، داریم:

$$A = (\sqrt[3]{10} - 3 + 3)^3 + 1 = 10 + 1 = 11$$

(ریاضی ۱- توان‌های گویا و عبارت‌های پی‌ری - صفحه‌های ۶۲ تا ۶۵)

 ۴

 ۳

 ۲

 ۱

آزمون 23 شهریور

چون خط افقی $y = 5$ ، فقط در یک نقطه سهمی $y = x^2 - 6x + k$ را قطع می‌کند، پس عرض رأس سهمی ۵ است.

$$y_s = 5 \Rightarrow -\frac{\Delta}{4a} = 5 \Rightarrow -\Delta = 20a$$

$$\Rightarrow -((-6)^2 - 4(1)(k)) = 20(1) \Rightarrow -(36 - 4k) = 20$$

$$\Rightarrow 4k = 56 \Rightarrow k = 14$$

(ریاضی ۱- معادله‌ها و نامعادله‌ها- صفحه‌های ۷۸ تا ۸۲)

۴

۳✓

۲

۱

آزمون 23 شهریور

شرط آن که تابع درجه دوم $y = ax^2 + bx + c$ مثبت باشد آن است که

$$\Delta < 0 \\ a > 0 \text{ باشد.}$$

$$a = 1 > 0$$

$$\Delta = (m-1)^2 - 4m < 0 \Rightarrow m^2 - 6m + 1 < 0$$

$$\Rightarrow m^2 - 6m + 9 - 8 < 0 \Rightarrow (m-3)^2 - 8 < 0$$

حداکثر مقدار طبیعی m برای برقراری نامعادله آخر به ازای $m = 5$

حاصل می‌شود.

(ریاضی ۱- معادله‌ها و نامعادله‌ها- صفحه‌های ۸۳ تا ۹۱)

۴

۳✓

۲

۱

آزمون 23 شهریور

$$m = \frac{8 - (-4)}{-1 - 5} = \frac{12}{-6} = -2$$

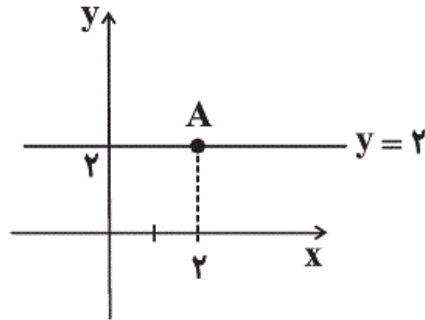
$$y - 8 = -2(x + 1) \Rightarrow y = -2x + 6 \Rightarrow f(x) = -2x + 6$$

حالا f را با تابع همانی $y = x$ قطع می‌دهیم:

$$-2x + 6 = x \Rightarrow x = 2$$

پس مختصات A به صورت $A(2, 2)$ است. ضابطه تابع ثابتی که از A

می‌گذرد به صورت $y = 2$ است.



(ریاضی ۱- تابع - صفحه‌های ۱۰۱ تا ۱۱۳)

 ۴

 ۳

 ۲

 ۱

آزمون 23 شهریور

-۶۹

(فرشار فرامرزی)

ر د

حروف «ر» و «د» در ابتدا و انتهای کلمه قرار دارند؛ پس برای هر کدام یک انتخاب داریم.

ی ا ب ه ش ت

حروف کلمه «بهشت» و حروف «ی» و «ا»، ۳! جایگشت دارند و حروف «ب»، «ه»، «ش» و «ت» نیز در کنار هم ۴! جایگشت دارند. پس:

$$۴! \times ۳! = \text{تعداد کل حالت‌ها}$$

(ریاضی ۱- شمارش، بدون شمردن - صفحه‌های ۱۱۹ تا ۱۳۲)

 ۴

 ۳

 ۲

 ۱

آزمون 23 شهریور

(امیر هوشنگ فمسه)

در حقیقت می‌خواهیم اعداد چهار رقمی با ارقام ۴، ۵، ۶، ۷، ۸ و ۹ بنویسیم که حتماً شامل ۴ باشد. کافی است از کل اعداد ۴ رقمی ساخته شده با ارقام فوق، اعداد فاقد رقم ۴ را حذف کنیم. توجه کنید که تکرار ارقام مجاز است.

$$6 \times 6 \times 6 \times 6 - 5 \times 5 \times 5 \times 5 = 1296 - 625 = 671$$

(ریاضی ۱- شمارش، بدون شمردن- صفحه‌های ۱۱۹ تا ۱۲۶)

۴

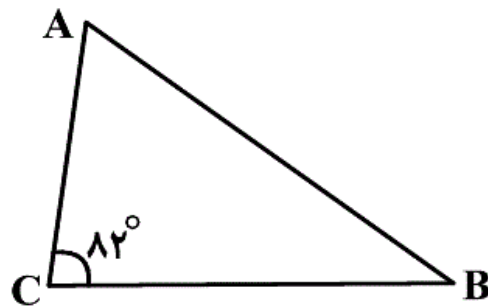
۳

۲ ✓

۱

آزمون 23 شهریور

(رضا عباسی اصل)



$$\hat{A} + \hat{B} + \hat{C} = 180^\circ \xrightarrow{\hat{C} = 82^\circ}$$

$$\Rightarrow \hat{A} + \hat{B} = 98^\circ$$

$$BC > AC \Rightarrow \hat{A} > \hat{B} \xrightarrow{+\hat{B}}$$

$$\Rightarrow \hat{A} + \hat{B} > 2\hat{B} \Rightarrow 98^\circ > 2\hat{B} \Rightarrow \hat{B} < 49^\circ \xrightarrow{\hat{B} \in \mathbb{Z}}$$

$$\max(\hat{B}) = 48^\circ$$

(هندسه ۱- ترسیم‌های هندسی و استدلال- صفحه‌های ۱۷ تا ۲۷)

۴

۳

۲

۱ ✓

آزمون 23 شهریور

(رہیم مشتاق نظم)

همه گزینه‌های «۱»، «۳» و «۴» دارای مثال نقض هستند و در حالت کلی درست نمی‌باشند ولی گزینه «۲» همواره درست است. زیرا مجموع زوایای داخلی هر n ضلعی محدب برابر $180^\circ \times (n - 2)$ می‌باشد. پس:

$$(n - 2) \times 180^\circ = 360^\circ \Rightarrow n - 2 = 2 \Rightarrow n = 4$$

(هندسه ۱- ترکیبی- صفحه‌های ۱۷ تا ۲۷ و ۵۴ تا ۶۴)

۴

۳

۲ ✓

۱

آزمون 23 شهریور

(ابراهیم نفی)

$k = \text{نسبت تشابه} \Rightarrow k^2 = \text{نسبت مساحت‌ها}$

$$k^2 = \frac{9}{4} = \left(\frac{3}{2}\right)^2 \Rightarrow k = \frac{3}{2}$$

$$a, \underbrace{a+2}_{\text{ضلع متوسط}}, a+3 \Rightarrow \frac{a+2}{\frac{16}{3}} = \frac{3}{2} \Rightarrow a+2 = \frac{16}{3} \times \frac{3}{2} = 8$$

$$\Rightarrow a=6, a+2=8, a+3=9$$

بنابراین:

$$\text{محیط مثلث اول} = 6 + 8 + 9 = 23 \Rightarrow \text{محیط مثلث دوم} = \frac{2}{3} \times 23 = \frac{46}{3}$$

(هندسه ۱- قضیه تالس، تشابه و کاربردهای آن- صفحه‌های ۳۸ تا ۵۲)

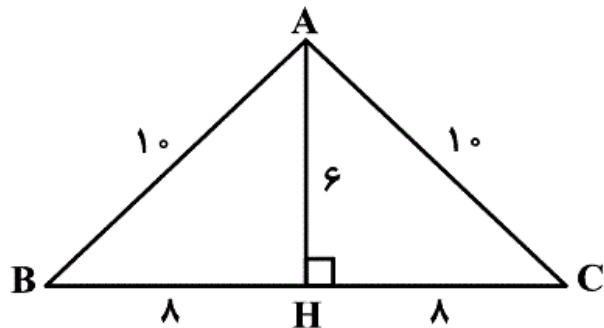
۴

۳ ✓

۲

۱

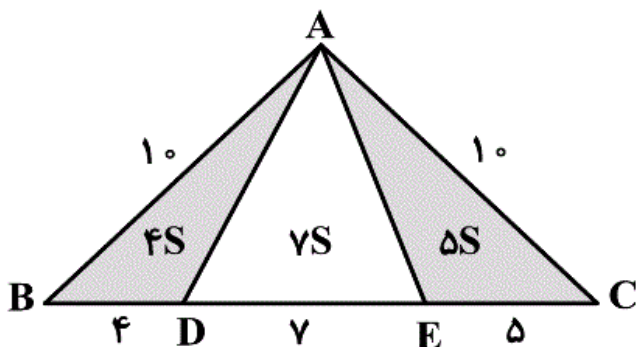
آزمون 23 شهریور



حال بنا به قضیه فیثاغورس در $\triangle AHB$ یا $\triangle AHC$ طول AH برابر ۶ خواهد بود و در نتیجه:

$$S_{ABC} = \frac{1}{2} AH \cdot BC = \frac{1}{2} \times 6 \times 16 = 48$$

از طرفی بنا به نتیجه ۱ صفحه ۳۱ کتاب درسی، شکل زیر را خواهیم داشت و با توجه به آن داریم:



$$S_{ABC} = 48 \Rightarrow 16S = 48 \Rightarrow S = 3$$

$$\text{مساحت ناحیه رنگی} = 9S = 9 \times 3 = 27$$

(هندسه ۱- ترکیبی- صفحه‌های ۳۰ تا ۳۳، ۶۵ و ۶۶)

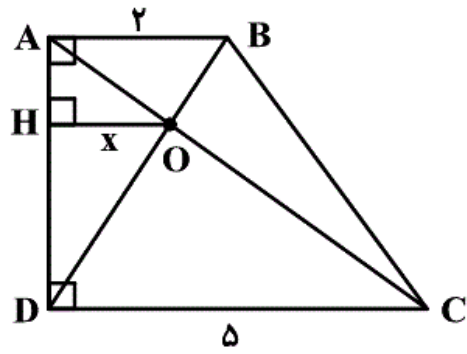
۴

۳

۲

۱ ✓

(علی فتح آباری)



در مثلث ABD داریم:

$$OH \parallel AB \Rightarrow \frac{OH}{AB} = \frac{DH}{AD} \Rightarrow \frac{x}{2} = \frac{DH}{AD} \quad (1)$$

در مثلث ADC داریم:

$$OH \parallel DC \Rightarrow \frac{OH}{CD} = \frac{AH}{AD} \Rightarrow \frac{x}{5} = \frac{AH}{AD} \quad (2)$$

از جمع روابط (۱) و (۲) داریم:

$$\frac{x}{2} + \frac{x}{5} = \frac{DH + AH}{AD} \Rightarrow \frac{5x + 2x}{10} = \frac{AD}{AD} = 1$$

$$\Rightarrow 7x = 10 \Rightarrow x = \frac{10}{7}$$

(هندسه ۱- ترکیبی - صفحه‌های ۳۰ تا ۳۷ و ۶۱ تا ۶۳)

۴

۳

۲ ✓

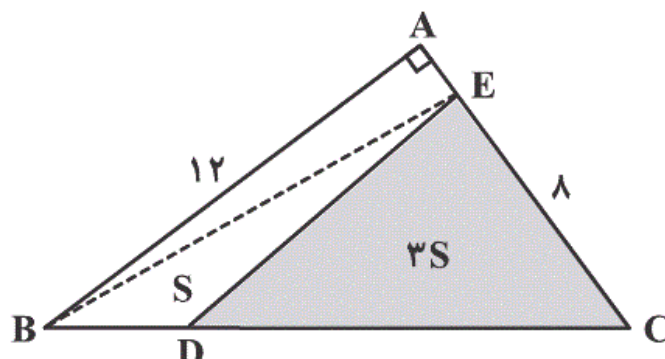
۱

آزمون 23 شهریور

(رضا عباسی اصل)

از E به B وصل می‌کنیم، فرض کنیم $S_{BED} = S$ باشد، با توجه به این که
پس: $DC = 3BD$

$$S_{DEC} = 3S_{BED} = 3S$$



حال:

$$S_{BEC} = \frac{1}{2} AB \cdot EC \Rightarrow 4S = \frac{1}{2} \times 12 \times 8$$

$$\Rightarrow S = 12 \Rightarrow S_{DEC} = 3 \times 12 = 36$$

(هندسه ۱- پنر ضلعی‌ها - صفحه‌های ۶۵ و ۶۶)

۴ ✓

۳

۲

۱

آزمون 23 شهریور

(مهم پور احمدی)

نکته: مجموع فاصله‌های هر نقطه درون مثلث متساوی‌الاضلاع از سه ضلع
برابر ارتفاع وارد بر یکی از اضلاع آن است.
لذا اگر طول ضلع مثلث را a بگیریم، داریم:

$$2 + 4 + 6 = \frac{a\sqrt{3}}{2} \Rightarrow a\sqrt{3} = 24 \Rightarrow a = \frac{24}{\sqrt{3}} \times \frac{\sqrt{3}}{\sqrt{3}} \Rightarrow a = 8\sqrt{3}$$

بنابراین:

$$\text{محیط مثلث} = 3a = 24\sqrt{3}$$

(هندسه ۱- پنر ضلعی‌ها - صفحه‌های ۶۶ تا ۶۹)

۴

۳ ✓

۲

۱

آزمون 23 شهریور

می‌دانیم با توجه به فرمول پیک، $S = \frac{b}{2} + i - 1$ که در آن تعداد نقاط مرزی b و تعداد نقاط درونی i است. پس:

$$b = 17, i = 1$$

$$S = \frac{17}{2} + 1 - 1 \Rightarrow S = 8 / 5$$

(هندسه ۱- چندضلعی‌ها - صفحه‌های ۶۹ تا ۷۳)

۴

۳

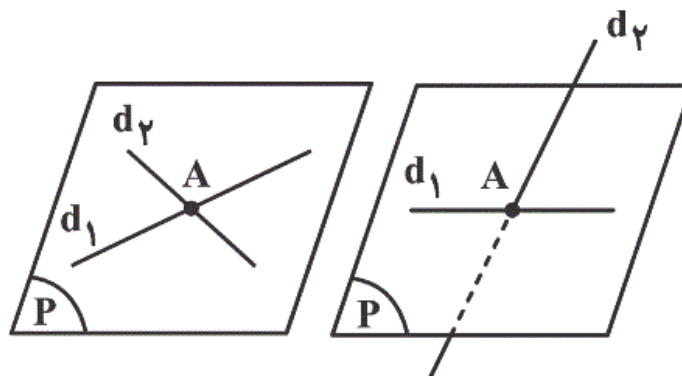
۲ ✓

۱

آزمون 23 شهریور

(علی ارجمند)

با توجه به شکل زیر، صفحه P دو حالت زیر را نسبت به d_2 می‌تواند داشته باشد.



(هندسه ۱- تقسیم فضایی - صفحه‌های ۷۸ تا ۸۲)

۴ ✓

۳

۲

۱

آزمون 23 شهریور

(سینا ممبرپور)

می‌دانیم هر دو نقطه در فضا یک خط (و فقط یک خط) را مشخص می‌کنند. پس کفایت تعداد راه‌های انتخاب ۲ نقطه از این هفت نقطه را محاسبه کنیم.

$$\text{تعداد خط‌ها: } \binom{7}{2} = 21$$

از طرفی روشن است، با هر سه نقطه که در یک راستا نمی‌باشند، یک صفحه مشخص می‌شود. پس حداکثر تعداد صفحات تشکیل شده برابر است با:

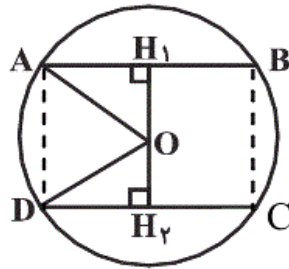
$$\binom{7}{3} = 35$$

(هندسه ۱- تقسیم فضایی - صفحه‌های ۷۸ تا ۸۲)

 ۴ ۳ ۲ ۱

آزمون 23 شهریور

(کتاب آبی)



$$OH_1 = \sqrt{OA^2 - AH_1^2} = \sqrt{5^2 - \left(\frac{6}{2}\right)^2} = 4$$

$$OH_2 = \sqrt{OD^2 - DH_2^2} = \sqrt{5^2 - \left(\frac{8}{2}\right)^2} = 3$$

$$\Rightarrow H_1H_2 = OH_1 + OH_2 = 4 + 3 = 7$$

مساحت ذوزنقه ABCD برابر است با:

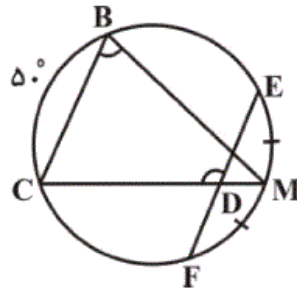
$$S_{ABCD} = \frac{H_1H_2 \times (AB + CD)}{2} = \frac{7 \times (6 + 8)}{2} = 49$$

(هندسه ۲- صفحه‌های ۹ تا ۱۷)

 ۴ ۳ ۲ ۱

آزمون 23 شهریور

طبق فرض، M وسط EF است، پس، $\widehat{ME} = \widehat{MF}$ ، لذا:



$$\hat{B} = \frac{\widehat{MC}}{2} = \frac{\widehat{CF} + \widehat{MF}}{2}$$

$$\hat{D} = \frac{\widehat{CBE} + \widehat{MF}}{2} = \frac{\widehat{BC} + \widehat{BE} + \widehat{ME}}{2}$$

$$\hat{B} + \hat{D} = \frac{\widehat{CF} + \widehat{MF} + \widehat{BC} + \widehat{BE} + \widehat{ME}}{2} = \frac{360^\circ}{2} = 180^\circ$$

(هندسه ۲- صفحه‌های ۱۱ تا ۱۷)

 ۴

 ۳

 ۲

 ۱

آزمون 23 شهریور

فرض می‌کنیم امتداد BO، دایره را در نقطه E قطع کند، با فرض $OD = x$ داریم:

$$OE = OB = x + 4$$

حال بنا به رابطه طولی در دایره داریم:

$$DA \cdot DC = DB \cdot DE \Rightarrow 8 \times 5 = 4(2x + 4) \Rightarrow x = 3$$

و در نتیجه:

$$R = OE = x + 4 = 3 + 4 = 7$$

(هندسه ۲- صفحه‌های ۱۸ و ۱۹)

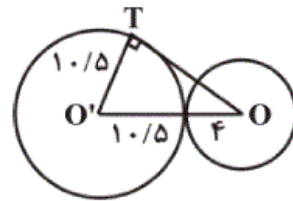
 ۴

 ۳

 ۲

 ۱

آزمون 23 شهریور



دو دایره، مماس برون هستند پس طول خط‌المركزین آن‌ها برابر است با مجموع طول شعاع‌های دو دایره. پس:

$$\Delta OO'T : OT^2 = OO'^2 - O'T^2 = (14/5)^2 - (10/5)^2$$

$$\Rightarrow OT^2 = (14/5 + 10/5)(14/5 - 10/5) = 25 \times 4 = 100$$

$$\Rightarrow OT = 10$$

(هنر سه ۲ - صفحه‌های ۱۹ تا ۲۳)

۴

۳

۲

۱

آزمون ۲۳ شهریور

می‌دانیم اندازه مماس مشترک خارجی دو دایره $C(O, R)$ و $C'(O', R')$ (در صورت وجود) برابر است با: $\sqrt{OO'^2 - (R - R')^2}$. برای این دو دایره داریم:

$$\sqrt{OO'^2 - (14 - 6)^2} = 15 \Rightarrow OO'^2 - 64 = 225$$

$$\Rightarrow OO'^2 = 289 \Rightarrow OO' = 17$$

(هنر سه ۲ - صفحه‌های ۲۰ تا ۲۳)

۴

۳

۲

۱

آزمون ۲۳ شهریور

از طرفی \hat{C}_1 زاویه خارجی این مثلث و برابر است با $\hat{C}_1 = 32^\circ + 32^\circ = 64^\circ$. لذا:

$$\hat{C}_1 = \frac{\widehat{AB}}{2} \Rightarrow 64^\circ = \frac{\widehat{AB}}{2} \Rightarrow \widehat{AB} = 128^\circ$$

(هنر سه ۲ - صفحه‌های ۱۱ تا ۱۷)

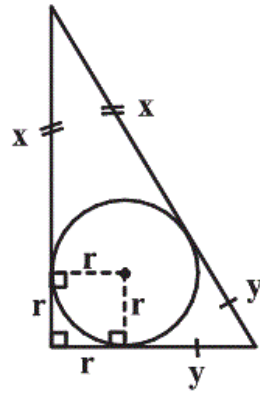
۴

۳

۲

۱

(کتاب آبی)



می‌دانیم طول مماس‌های مرسوم از هر نقطه بیرون یک دایره بر آن دایره، با یکدیگر برابرند. پس با توجه به شکل فوق داریم:

$$\text{محیط} = 2x + 2y + 2r = 15 \Rightarrow 2(x + y) + 2r = 15$$

$$\Rightarrow 2 \times 7 + 2r = 15 \Rightarrow r = \frac{1}{2}$$

(هندسه ۲ - صفحه‌های ۲۵ و ۲۶)

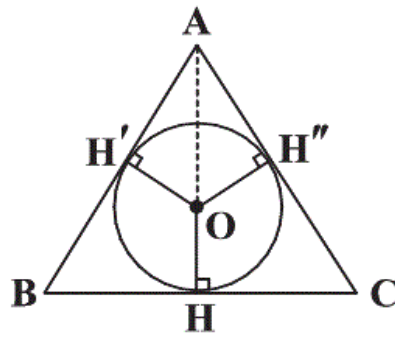
۴

۳

۲

۱ ✓

مطابق شکل $OH = OH' = OH'' = ۳$ و در نتیجه $OA = ۵$ است.



$$\Delta OAH' : AH'^2 = OA^2 - OH'^2 = 25 - 9$$

$$\Rightarrow AH'^2 = 16 \Rightarrow AH' = 4$$

حال اگر فرض شود $BH = HC = x$ ، با توجه به آن که مماس‌های رسم شده از یک نقطه بر دایره با یکدیگر برابرند، داریم:

$$AH'' = AH' = 4$$

$$BH' = BH = CH = CH'' = x$$

اگر S مساحت و p نصف محیط مثلث باشد، آن‌گاه:

$$r = \frac{S}{p} \Rightarrow 3 = \frac{\frac{1}{2} \times 8 \times 2x}{4 + 2x}$$

$$\Rightarrow 12 + 6x = 8x \Rightarrow 2x = 12$$

بنابراین طول قاعدهٔ مثلث متساوی‌الساقین ABC ، برابر با ۱۲ است.

(هندسه ۲ - صفحه‌های ۲۵ و ۲۶)

 ۴

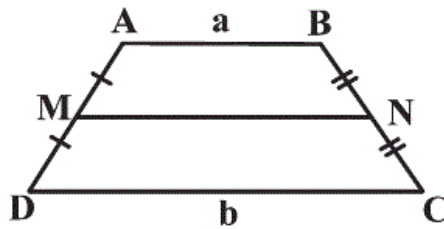
 ۳

 ۲

 ۱

طول پاره‌خطی که وسط‌های دو ساق یک ذوزنقه را به هم وصل می‌کند،

میانگین طول‌های دو قاعده ذوزنقه است. یعنی در شکل زیر: $MN = \frac{a+b}{2}$



طبق فرض:

$$MN = 12 \Rightarrow \frac{a+b}{2} = 12 \Rightarrow a+b = 24 \quad (*)$$

اما طبق فرض سؤال ذوزنقه ABCD محیطی است، می‌دانیم که در هر چهارضلعی محیطی مجموع ضلع‌های روبه‌رو با هم برابر است، یعنی در ذوزنقه محیطی ABCD داریم: $AB + CD = AD + BC$. پس:

$$\text{محیط } ABCD = AB + CD + AD + BC$$

$$= a + b + a + b = 2(a + b)$$

$$\xrightarrow{(*)} \text{محیط } ABCD = 2 \times 24 = 48$$

(هنر سه ۲ - صفحه‌های ۲۷ تا ۳۰)

۴

۳

۲

۱

$$\widehat{AOB} = \frac{360^\circ}{6} = 60^\circ \Rightarrow \widehat{AOH} = 30^\circ$$



اگر مطابق شکل، شش ضلعی منتظمی را درون دایره‌ای به شعاع R محاط کنیم و از مرکز دایره، عمودی بر هر یک از ضلع‌های این شش ضلعی منتظم وارد کنیم، طول این عمود، برابر شعاع دایره محاطی شش ضلعی منتظم است، بنابراین:

$$\Delta AOH : \cos(\widehat{AOH}) = \frac{OH}{OA} \Rightarrow \cos 30^\circ = \frac{r}{R} = \frac{\sqrt{3}}{2}$$

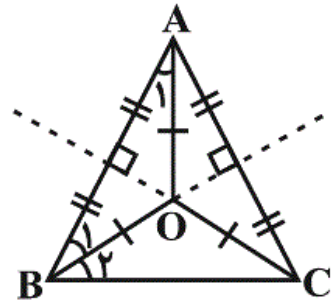
(هندسه ۲ - صفحه‌های ۲۷ تا ۳۱)

۴

۳

۲

۱ ✓



اگر از O به A وصل کنیم، به علت آن که O روی عمودمنصف AB واقع است، $OA = OB$ و از آنجا که O روی عمودمنصف AC نیز قرار دارد، $OA = OC$ پس $OB = OC$ و مثلث‌های OAB و OAC، OBC و OAC متساوی‌الساقین هستند. از طرفی با توجه به همنهشتی مثلث‌های AOB و AOC به حالت تساوی سه ضلع، نتیجه می‌گیریم AO نیمساز زاویه A می‌باشد. داریم:

$$\Delta OAB: \hat{B}_1 = \hat{A}_1 = \frac{\hat{A}}{2} = 40^\circ$$

$$\Delta ABC: \hat{A}BC = \frac{180^\circ - \hat{B}AC}{2} = \frac{180^\circ - 80^\circ}{2} = 50^\circ$$

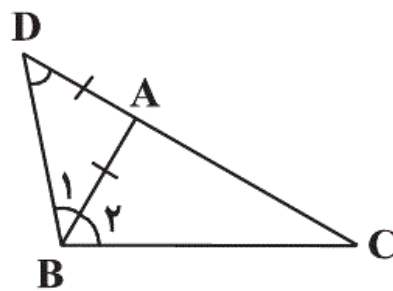
□ ۴

□ ۳

□ ۲

□ ۱ ✓

آزمون 23 شهریور



$$AD = AB \Rightarrow \hat{D} = \hat{B}_1$$

$$\Rightarrow \hat{D} < \hat{B}_1 + \hat{B}_2 \Rightarrow \hat{D} < \hat{B} \Rightarrow BC < DC$$

(هندسه ۱- ترسیم‌های هندسی و استدلال - صفحه‌های ۱۷ تا ۲۷)

□ ۴ ✓

□ ۳

□ ۲

□ ۱

آزمون 23 شهریور

(کتاب آبی)

$$A = \{1, 2\}$$

$$B = \{3, 4\}$$

$$A \not\subseteq B, B \not\subseteq A$$

سایر گزینه‌ها همواره درست هستند.

(هندسه ۱- ترسیم‌های هندسی و استرلا - صفحه‌های ۱۰ تا ۲۷)

۴

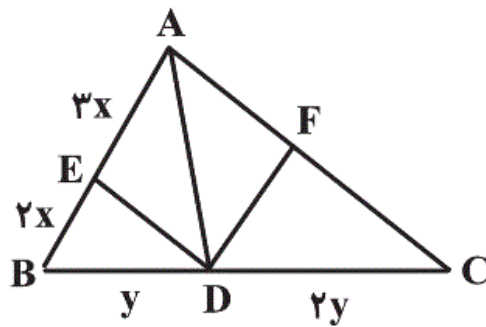
۳

۲ ✓

۱

آزمون 23 شهریور

(کتاب آبی)



$$\frac{S(\triangle ADE)}{S(\triangle ABD)} = \frac{AE}{AB} = \frac{3x}{5x} \Rightarrow \frac{S(\triangle ADE)}{\frac{1}{3}S(\triangle ABC)} = \frac{3}{5}$$

$$\Rightarrow S(\triangle ADE) = \frac{1}{5}S(\triangle ABC)$$

۴

۳ ✓

۲

۱

آزمون 23 شهریور

AB، EF و DC، هر سه بر BC عمودند پس با هم موازیند. در نتیجه:

$$\Delta ABC : EF \parallel AB \xrightarrow{\text{تالس}} \frac{FC}{BC} = \frac{EF}{AB} \Rightarrow \frac{EF}{AB} = \frac{8}{12} \quad (1)$$

$$\Delta BCD : EF \parallel DC \xrightarrow{\text{تالس}} \frac{BF}{BC} = \frac{EF}{DC} \Rightarrow \frac{EF}{DC} = \frac{4}{12} \quad (2)$$

از تقسیم طرفین روابط (۱) و (۲) داریم:

$$\frac{\frac{EF}{AB}}{\frac{EF}{DC}} = \frac{\frac{8}{12}}{\frac{4}{12}} \Rightarrow \frac{DC}{AB} = 2 \Rightarrow \frac{AB}{DC} = \frac{1}{2}$$

(هندسه ۱- قضیه تالس، تشابه و کاربردهای آن - صفحه‌های ۳۰ تا ۳۷)

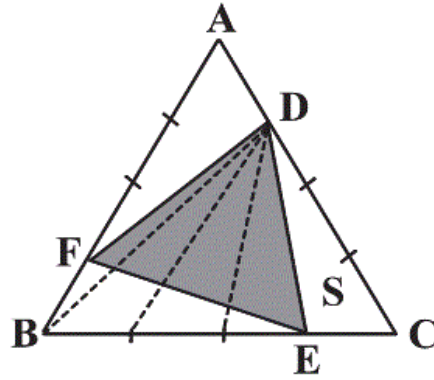
 ۴ ✓

 ۳

 ۲

 ۱

آزمون 23 شهریور



اگر مساحت مثلث DEC را S فرض کنیم، داریم:

$$\frac{S_{DEC}}{S_{ABC}} = \frac{S_{DEC}}{S_{BDC}} \times \frac{S_{BDC}}{S_{ABC}} = \frac{1}{4} \times \frac{3}{4} = \frac{3}{16} \Rightarrow S_{DEC} = \frac{3}{16} S_{ABC}$$

بنابراین مجموع مساحت سه مثلث سفید برابر است با:

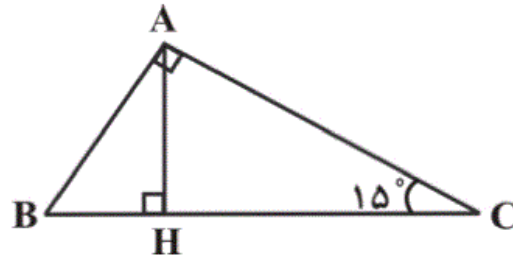
$$3 \times \frac{3}{16} S_{ABC} = \frac{9}{16} S_{ABC}$$

 ۴

 ۳

 ۲

 ۱



با توجه به تمرین صفحه ۶۴ کتاب درسی، در مثلث قائم‌الزاویه‌ای که یک

زاویه حاده آن 15° باشد، ارتفاع وارد بر وتر، $\frac{1}{4}$ وتر است. پس طول وتر

این مثلث ۴ واحد است.

$$AH = \frac{1}{4}BC \Rightarrow 1 = \frac{1}{4}BC \Rightarrow BC = 4$$

$$S(\triangle ABC) = \frac{1}{2}AH \times BC = \frac{1}{2} \times 1 \times 4 = 2$$

(هندسه ۱- پنر ضلعی‌ها- صفحه ۶۴)

 ۴

 ۳

 ۲

 ۱

آزمون 23 شهریور

$$\xrightarrow{(*), (**)} MH = 2, MH' = 1$$

طبق قضیه فیثاغورس در مثلث قائم‌الزاویه AHM داریم:

$$\begin{cases} AM^2 = AH^2 + MH^2 \\ AH = MH' = 1 \end{cases} \Rightarrow AM^2 = 1^2 + 2^2 = 5 \Rightarrow AM = \sqrt{5}$$

(هندسه ۱- پنر ضلعی‌ها- صفحه‌های ۶۶ تا ۶۹)

 ۴

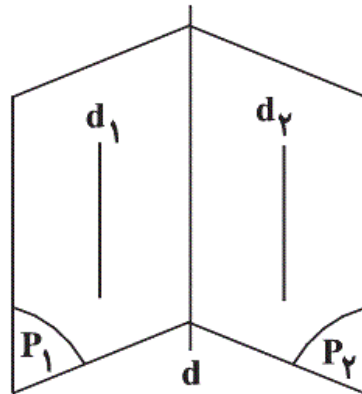
 ۳

 ۲

 ۱

آزمون 23 شهریور

فصل مشترک دو صفحه P_1 و P_2 را d می‌نامیم. خط d هم در صفحه P_1 است و هم در صفحه P_2 ، چون d_1 و P_2 اشتراکی ندارند، پس d_1 با خط d هیچ نقطهٔ مشترکی ندارد و از آنجا که هر دو خط d و d_1 در صفحه P_1 هستند؛ پس $d_1 \parallel d$. به طریق مشابه $d_2 \parallel d$ و در نتیجه دو خط d_1 و d_2 با هم موازی‌اند.



(هندسه ۱- تجسم فضایی- صفحه‌های ۷۸ تا ۸۲)

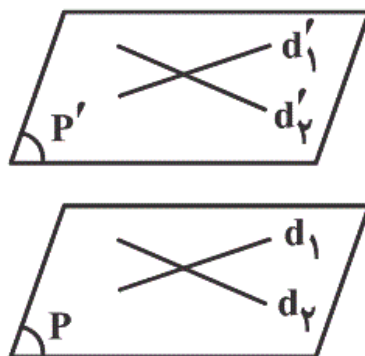
۴

۳

۲

۱ ✓

در شکل زیر، دو صفحه P و P' با هم موازی هستند ولی دو خط d_1 و d'_1 متنافر می‌باشند. بنابراین مورد «الف» درست نیست، مورد «ب» و «پ» به ترتیب جزء تعاریف دو صفحه موازی و توازی خط با صفحه هستند و همواره درست‌اند.



(هندسه ۱- تجسم فضایی- صفحه‌های ۷۸ تا ۸۲)

 ۴

 ۳

 ۲

 ۱