



سایت ویژه ریاضیات [www.riazisara.ir](http://www.riazisara.ir)

**درسنامه ها و جزوه های ریاضی**

**سوالات و پاسخنامه تشریحی کنکور**

**نمونه سوالات امتحانات ریاضی**

**نرم افزارهای ریاضیات**

...

[@riazisara](https://t.me/riazisara)

ریاضی سرا در تلگرام:



<https://t.me/riazisara>

[@riazisara.ir](https://www.instagram.com/riazisara.ir) ریاضی سرا در اینستاگرام:



<https://www.instagram.com/riazisara.ir>

۴۱- با افزودن کدام عبارت زیر به عبارت  $2x^2 - 4x + 9$  حاصل مربع کامل نمی‌شود؟

(۲)  $-x^2 - 5$

(۱)  $-x^2 + 10x$

(۴)  $-x^2 - 2x$

(۳)  $2x^2 - 2x$

آزمون ۲۳ شهریور

۴۲- ساده شده عبارت تعریف شده  $\frac{x^3 - x^2}{x^2 - 4} \times \frac{x+2}{5x^2} \div \frac{x-1}{x}$  کدام است؟

(۲)  $\frac{x}{5x-10}$

(۱)  $\frac{x}{x-2}$

(۴)  $\frac{x}{5x+10}$

(۳)  $\frac{x}{x+2}$

آزمون ۲۳ شهریور

۴۳- اگر  $x = -1$  یکی از جواب‌های معادله  $x^2 - 8x - 2k = 0$  باشد، حاصل ضرب ریشه‌های معادله

کدام است؟  $\frac{x^2}{2} - \frac{x}{3} - \frac{k}{5} = 0$

(۴)  $-\frac{9}{30}$

(۳)  $-\frac{9}{20}$

(۲)  $-\frac{9}{7}$

(۱)  $-\frac{9}{5}$

۴۴- حوضی دو شیر آب دارد، شیر اول ۳۰ دقیقه زودتر از شیر دوم حوض را پر می‌کند. اگر دو شیر با هم باز شوند، ۱۰ دقیقه زودتر از این که شیر اول به تنهایی باز باشد، حوض پر می‌شود. شیر اول در چند دقیقه حوض را پر می‌کند؟

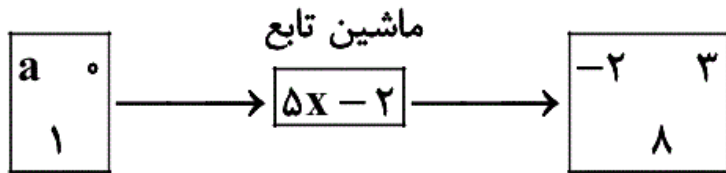
۱۰ (۴)

۳۰ (۳)

۲۰ (۲)

۶۰ (۱)

۴۵- طبق ماشین تابع شکل مقابل، مقدار  $a$  کدام است؟

 $\frac{6}{5}$  (۲)

-۲ (۱)

 $\frac{-6}{5}$  (۴)

۲ (۳)

۴۶- با ۲۰۰ متر نرده، یک زمین مستطیل شکل را محصور و با وصل کردن وسط طول‌ها با نرده آن را به

دو قسمت مساوی تقسیم کرده‌ایم. مساحت کل قسمت محصور شده به صورت تابعی از طول

مستطیل کدام است؟ (S مساحت کل و x طول است.)

$$S(x) = \frac{100 - 2x^2}{3} \quad (2)$$

$$S(x) = \frac{100x - 2x^2}{3} \quad (1)$$

$$S(x) = \frac{200x - 2x^2}{3} \quad (4)$$

$$S(x) = \frac{200 - 2x^2}{3} \quad (3)$$

آزمون ۲۳ شهریور

۴۷- بیش‌ترین مقدار تابع درجه دوم با ضابطه  $f(x) = ax^2 + 4x + 5$  برابر ۹ است، معادله محور

تقارن این تابع کدام است؟

$$x = 2 \quad (2)$$

$$x = 1 \quad (1)$$

$$x = 4 \quad (4)$$

$$x = 3 \quad (3)$$

آزمون ۲۳ شهریور

۴۸- چه تعداد از متغیرهای زیر، کمی و با مقیاس اندازه‌گیری نسبتی هستند؟

(آ) تعداد افراد غائب در کلاس

(ب) قد دانش‌آموزان یک کلاس

(پ) درجه حرارت شهرها

(ت) رتبه افراد در کنکور

(ث) طول عمر یک باتری

$$3 \quad (2)$$

$$4 \quad (1)$$

۴۹- میانگین سنی ۵ نفر شرکت‌کننده در یک مسابقه ورزشی ۲۳ است. با انصراف یکی از شرکت‌کنندگان حاضر در مسابقه، میانگین سنی افراد به  $21/5$  می‌رسد. سن فرد انصراف دهنده کدام است؟

- (۱)  $31/5$       (۲) ۲۶  
(۳) ۲۹      (۴)  $22/5$

۵۰- مجموع مربعات ۱۵ داده آماری مثبت برابر  $540$  و انحراف معیار آنها برابر صفر است. مد در این داده‌ها کدام است؟

- (۱) ۶      (۲) ۸  
(۳) ۱۲      (۴) ۱۶

## ریاضی و آمار ۲ - ۱۰ سوال

۵۱- در تعیین ارزش گزاره‌های شرطی در صورتی که ارزش تالی ... باشد، گزاره شرطی ... است، اگر مقدم ... باشد.

- (۱) درست - نادرست - نادرست      (۲) درست - نادرست - درست  
(۳) نادرست - درست - درست      (۴) نادرست - درست - نادرست

۵۲- چند مورد از گزاره‌های زیر درست هستند؟

(آ) نمودار  $y = -x^2 + 3$  از ربع سوم نمی‌گذرد.

(ب)  $a^3 - b^3 = (a - b)(a^2 + ab + b^2)$

(پ) میانه یک سری از داده‌ها همان چارک اول است.

(ت) عدد طبیعی ۱۶۰۰ مربع کامل نیست.

(ث) واریانس داده‌های ۱۰, ۱۰, ۱۰ برابر صفر است.

(۴) ۵

(۳) ۴

(۲) ۳

(۱) ۲

آزمون ۲۳ شهریور

۵۳- کدام هم‌ارزی درست است؟  $(Q, Z, R)$  به ترتیب معرف مجموعه‌های اعداد گویا، صحیح و

حقیقی‌اند.

$$(1) \sim (a \geq b) \equiv (a \leq b)$$

$$(2) \sim \left(\frac{\sqrt{3}}{2} \notin Q\right) \equiv \left(\frac{\sqrt{3}}{2} \notin Z\right)$$

(۳) (مربع هر عدد حقیقی منفی، عددی مثبت است.)  $\equiv$  (وزن افراد، متغیر کمی نسبتی است.)

$$(4) (Z \subseteq R) \equiv (Q \not\subseteq R)$$

آزمون ۲۳ شهریور

۵۴- نقیض گزاره  $(p \Rightarrow q) \Rightarrow p$  کدام یک از گزینه‌های زیر است؟

(۴)  $\sim q$

(۳)  $\sim p$

(۲)  $q$

(۱)  $p$

آزمون ۲۳ شهریور

۵۵- اگر ارزش  $(p \Rightarrow q) \vee (\sim p \wedge q)$  نادرست باشد، آنگاه جای علامت سؤال کدام یک از گزینه‌های

زیر می‌تواند قرار گیرد؟

$$(1) \Leftrightarrow (2) \vee$$

$$(3) \wedge (4) \text{ گزینه‌های } 2 \text{ و } 3 \text{ صحیح است.}$$

آزمون ۲۳ شهریور

۵۶- نماد ریاضی عبارت «۳۰ درصد قیمت فروش کالایی، برابر سود آن است.» کدام است؟ (قیمت

فروش کالا  $x$  و قیمت خرید آن  $y$  است.)

$$(1) \frac{30}{100}y = x \quad (2) \frac{30}{100}x = x - y$$

$$(3) \frac{1}{10}x = y \quad (4) \frac{70}{100} = x - y$$

آزمون ۲۳ شهریور

۵۷- کدام گزینه برای جای خالی زیر مناسب است؟

اگر تعداد کارخانه‌ها کم شود، آنگاه آلودگی هوا کاهش می‌یابد.

در اصفهان تعداد کارخانه‌ها کم شده است.

∴ .....

(۱) هوای اصفهان خیلی آلوده است.

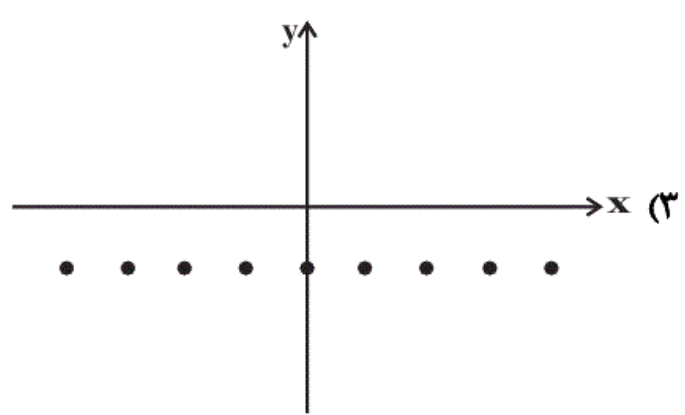
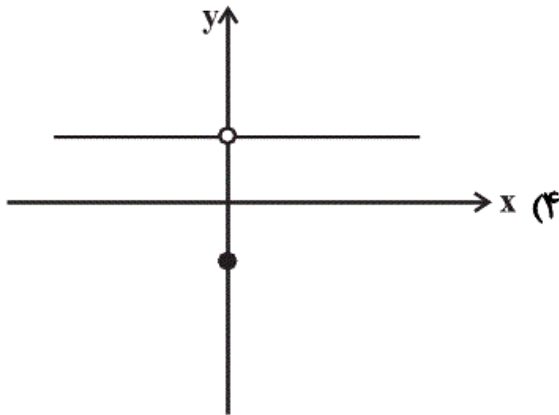
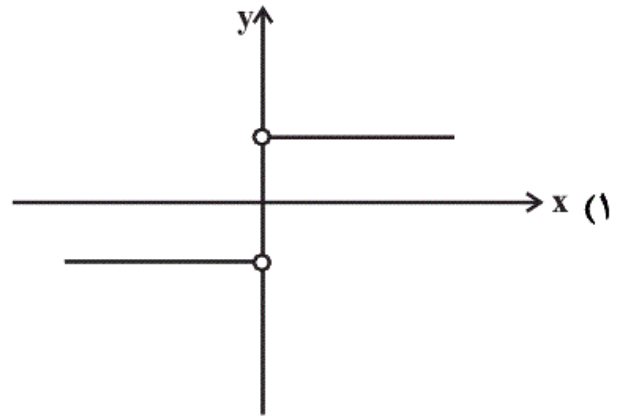
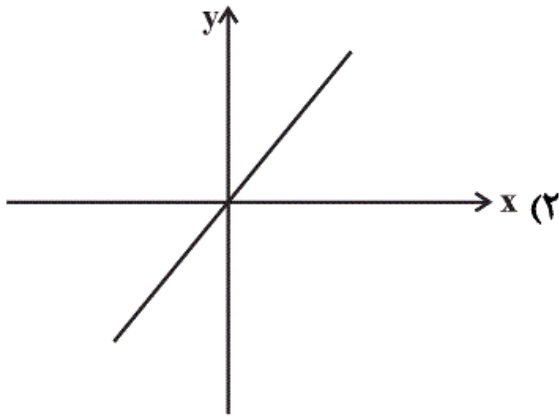
(۲) آلودگی هوای اصفهان افزایش می‌یابد.

(۳) آلودگی هوای اصفهان کاهش می‌یابد.

(۴) هوای اصفهان خیلی پاک است.

آزمون ۲۳ شهریور

۵۸- نمودار کدام یک از روابط زیر نشان‌دهنده یک تابع ثابت است؟



آزمون ۲۳ شهریور

۵۹- اگر در تابع  $f = \{(3, 2), (a, b - 2), (5, 2a - b)\}$  خروجی مستقل از ورودی باشد، حاصل

$a - b$  کدام است؟

(۴) -۲

(۳) ۲

(۲) -۱

(۱) ۱

آزمون ۲۳ شهریور

۶۰- در تابع ثابت  $f$ ، با دامنه  $\mathbb{R}$  داریم  $f(5) = 2$ . اگر  $g$  تابع همانی با دامنه  $\mathbb{R}$  باشد، حاصل

$f(3)g(3) + g(1)f(1)$  کدام است؟

(۴) ۱۰

(۳) ۸

(۲) ۵

(۱) ۷

آزمون ۲۳ شهریور

ریاضی و آمار ۲ - گواه - ۱۰ سوال



۶۱- در ترکیب عطفی ۴ گزاره تعداد حالت‌های نادرست آن کدام است؟

۱۶ (۴)

۱۵ (۳)

۸ (۲)

۷ (۱)

آزمون ۲۳ شهریور

۶۲- اگر  $p$  گزاره‌ای ... و  $q$  گزاره‌ای ... و  $r$  گزاره‌ای دلخواه باشد، در این صورت گزاره مرکب

$(\sim p \vee r) \wedge (\sim q \wedge r)$  دارای ارزش ... است.

(۲) درست - درست - درست

(۱) درست - نادرست - نادرست

(۴) نادرست - نادرست - درست

(۳) نادرست - درست - نادرست

آزمون ۲۳ شهریور

۶۳- نقیض گزاره شرطی  $(p \Rightarrow q)$  هم‌ارز کدام‌یک از گزاره‌های زیر است؟

$p \vee \sim q$  (۴)

$p \wedge \sim q$  (۳)

$\sim p \wedge q$  (۲)

$\sim p \vee q$  (۱)

آزمون ۲۳ شهریور

۶۴- اگر  $p$  گزاره‌ای درست و  $q$  گزاره‌ای نادرست و  $r$  گزاره‌ای دلخواه باشد، ارزش کدام یک از

گزاره‌های مرکب زیر با بقیه متفاوت است؟

$$(p \Leftrightarrow \sim q) \Leftrightarrow q \quad (۴)$$

$$r \Rightarrow (\sim p \Leftrightarrow q) \quad (۱)$$

$$(\sim p \Leftrightarrow q) \Leftrightarrow (p \vee r) \quad (۴)$$

$$(p \Leftrightarrow q) \Leftrightarrow \sim p \quad (۴)$$

آزمون ۲۳ شهریور

۶۵- ارزش گزاره  $(p \wedge (p \Rightarrow q)) \Rightarrow q$  همواره ...

(۲) نادرست است.

(۱) درست است.

(۴) به ارزش  $q$  بستگی دارد.

(۳) به ارزش  $p$  بستگی دارد.

آزمون ۲۳ شهریور

۶۶- حکم «اگر رابطه  $f$  تهی باشد، یعنی  $f = \{ \} = \emptyset$ ، آن‌گاه رابطه  $f$  یک تابع است.» را به کمک

کدام یک از گزاره‌های شرطی زیر می‌توان ثابت کرد؟

(۱) اگر رابطه  $f$  تهی نباشد، آن‌گاه رابطه  $f$  تابع نیست.

(۲) اگر رابطه  $f$  تهی نباشد، آن‌گاه رابطه  $f$  تابع است.

(۳) اگر رابطه  $f$  تابع باشد، آن‌گاه رابطه  $f$  تهی نیست.

(۴) اگر رابطه  $f$  تابع نباشد، آن‌گاه رابطه  $f$  تهی نیست.

آزمون ۲۳ شهریور

۶۷- دانش‌آموزی ادعا می‌کند که معادله  $x^2 + 2 = 0$  دو ریشه دارد و ریشه‌های آن  $x = \sqrt{-2}$

و  $x = -\sqrt{-2}$  است. استدلال او در زیر آمده است، ایراد اولیه این استدلال در کدام گام می‌باشد؟

گام اول:  $x^2 + 2 = 0$

گام دوم:  $x^2 - (-2) = 0$

گام سوم:  $(x^2) - (\sqrt{-2})^2 = 0$

گام چهارم:  $(x - \sqrt{-2})(x + \sqrt{-2}) = 0$

گام پنجم:  $x = \sqrt{-2}$  و  $x = -\sqrt{-2}$

(۴) گام پنجم

(۳) گام چهارم

(۲) گام سوم

(۱) گام دوم

آزمون ۲۳ شهریور

۶۸- اگر  $f(x) = k$  یک تابع ثابت و دامنه آن مجموعه اعداد حقیقی باشد و به ازای اعداد حقیقی

دلخواه  $a$  و  $b$  داشته باشیم،  $f(a) + f(b) = f(a)f(b)$ ، در این صورت  $k$  چه مقادیری را

می‌تواند اختیار کند؟

(۴) ۲ و -۲

(۳) ۱ و صفر

(۲) ۲ و صفر

(۱) -۱ و صفر

آزمون ۲۳ شهریور

۶۹- تابع  $f(x) = 4x + n - 2mx$  تابعی خطی و نمودار آن موازی محور  $x$  ها است. اگر نمودار آن از

نقطه  $(-5, 3)$  بگذرد، حاصل  $m^2 + n^2$  کدام است؟

(۴) ۲۵

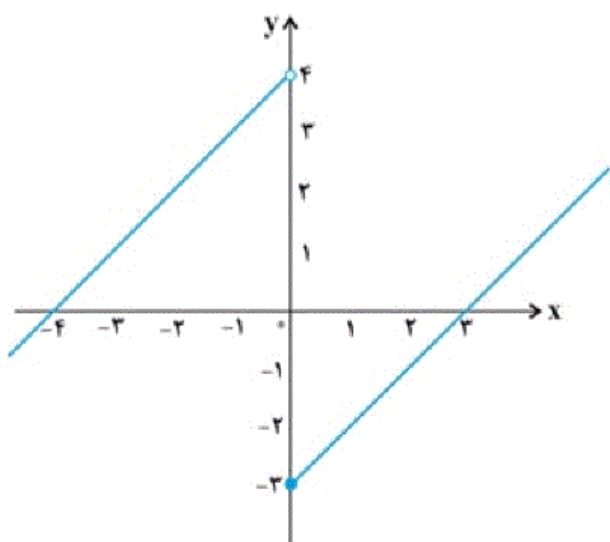
(۳) ۱۳

(۲) ۲۰

(۱) ۲۹

آزمون ۲۳ شهریور

۷۰- ضابطه تابع شکل روبه‌رو کدام است؟



$$f(x) = \begin{cases} x-3 & , x > 0 \\ x+4 & , x \leq 0 \end{cases} \quad (1)$$

$$f(x) = \begin{cases} x-3 & , x \geq 0 \\ x+4 & , x \leq 0 \end{cases} \quad (2)$$

$$f(x) = \begin{cases} x-3 & , x \geq 0 \\ x+4 & , x < 0 \end{cases} \quad (3)$$

$$f(x) = \begin{cases} x-3 & , x > 0 \\ x+4 & , x < 0 \end{cases} \quad (4)$$

آزمون ۲۳ شهریور

ریاضی و آمار-موازی - گواه - ۱۰ سوال

۸۱- عبارت  $3x^2 - 11x + 10$  به حاصل ضرب دو عبارت تجزیه شده است. یکی از عوامل تجزیه کدام است؟

(۴)  $3x - 2$

(۳)  $3x + 2$

(۲)  $3x - 5$

(۱)  $3x + 5$

آزمون ۲۳ شهریور

۸۲- حاصل عبارت  $(\frac{x^2+1}{x+2} - 2) \div \frac{x+1}{x^2+2x}$  کدام است؟

(۴)  $x^2 + 3x$

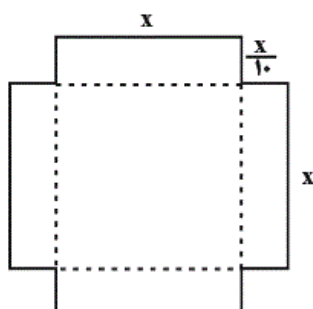
(۳)  $x^2 + x$

(۲)  $x^2 - x$

(۱)  $x^2 - 3x$

آزمون ۲۳ شهریور

۸۳- با استفاده از ورقی که به شکل زیر بریده شده است، حجمی مکعب مستطیل شکل می‌سازیم، اگر عدد مساحت ورق برابر عدد حجم مکعب مستطیل ساخته شده باشد، در این صورت مقدار  $x$  کدام است؟



(۱) ۸

(۲) ۱۰

(۳) ۱۲

(۴) ۱۴

آزمون ۲۳ شهریور

۸۴- به ازای چه مقدار  $a$ ، ریشه‌های معادله  $x^2 + 4x - a - 1 = 0$  مساوی‌اند؟

- (۱) -۵ (۲) -۳ (۳) ۱ (۴) ۲

آزمون ۲۳ شهریور

۸۵- اگر رابطه  $f = \{(n-1, m+n), (n-1, -1), (m, n-1), (m, 2n)\}$  تابع باشد، در این

صورت زوج مرتب‌های تابع  $f$  کدام است؟

- (۱)  $f = \{(-1, -2), (-2, 0)\}$  (۲)  $f = \{(0, -1), (-2, -2)\}$   
 (۳)  $f = \{(-2, -1), (0, -2)\}$  (۴)  $f = \{(-1, -2), (0, -2)\}$

آزمون ۲۳ شهریور

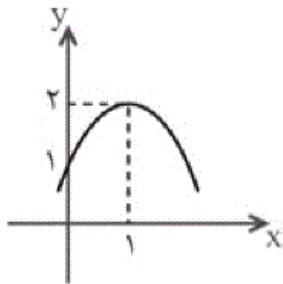
۸۶- اگر تابع خطی  $f$  محور  $x$  ها را در نقطه‌ای به طول  $\frac{3}{2}$  قطع کند و  $f(2) = 3$  باشد، در این

صورت کدام گزینه صحیح است؟

- (۱)  $f(-1) = 3$  (۲)  $f(1) = 3$  (۳)  $f(1) = -3$  (۴)  $f(-1) = -3$

آزمون ۲۳ شهریور

۸۷- نمودار زیر مربوط به کدام معادله است؟



(۱)  $y = -x^2 + 2x + 1$

(۲)  $y = x^2 - 2x + 1$

(۳)  $y = -\frac{1}{2}x^2 + x + 1$

(۴)  $y = x^2 - x + 2$

آزمون ۲۳ شهریور

۸۸- اگر میانگین موزون داده‌های آماری جدول زیر برابر ۶ باشد،  $a$  کدام است؟

داده‌ها	۴ / ۵	۵	۸	(۱) ۳
وزن (ضریب)	۲	$a+1$	$a$	(۲) ۴
				(۳) ۵
				(۴) ۶

آزمون ۲۳ شهریور

۸۹- در میان داده‌های زیر، چارک اول، چارک سوم و  $IQR$  به ترتیب از راست به چپ کدام‌اند؟

- (۱) ۱۲-۳۰-۱۸ (۲) ۲۲-۲۹-۷ (۳) ۴, ۵, ۱, ۲۶, ۱۸, ۱۷, ۱۷, ۱۸, ۴۱, ۳۶, ۲۷, ۲۸, ۲۹, ۷, ۳۱  
 (۴) ۱۷

۹۰- واریانس ۱۱ داده آماری صفر است. اگر داده‌های ۱۶,۲۴ و ۲۶ به آن‌ها اضافه شود، میانگین داده‌ها تغییر نمی‌کند، انحراف معیار ۱۴ داده حاصل کدام است؟

- (۱) ۰/۷۵ (۲) ۱/۲۵ (۳) ۱/۵ (۴) ۲

ریاضی و آمار-سوال ۱۰ موازی - سوال

۷۱- در تجزیه عبارت  $۱۶a^۵ - ۲a^۲$  کدام عامل وجود ندارد؟

- (۱)  $۲a - ۱$  (۲)  $۲a + ۱$   
(۳)  $۲a^۲$  (۴)  $۴a^۲ + ۲a + ۱$

۷۲- عبارت گویای  $y = \frac{۲x - k}{x + ۲m}$  به ازای  $x = -۲$  تعریف نشده است و به ازای  $x = ۴$  برابر  $\frac{۳}{۴}$

می‌باشد. مقدار  $k$  کدام است؟

- (۱)  $-۲/۵$  (۲)  $۲/۵$  (۳)  $۳/۵$  (۴)  $-۳/۵$

۷۳- در معادله درجه دوم  $۲x^۲ + (m + ۱)x - ۱۲ = ۰$  مجموع دو ریشه  $\frac{۵}{۲}$  می‌باشد، ریشه مثبت

معادله کدام است؟

- (۱) ۶ (۲)  $\frac{۳}{۲}$  (۳) ۳ (۴) ۴

۷۴- پدری تعدادی شکلات را بین خودش و اعضای خانواده‌اش به‌طور مساوی تقسیم می‌کند. اما برای

این‌که به هر نفر تعداد بیشتری شکلات برسد، سهم خودش را می‌بخشد و این‌بار همه شکلات‌ها را

بین اعضای خانواده‌اش به‌طور مساوی تقسیم می‌کند تا سهم هر نفر، به اندازه  $\frac{1}{6}$  کل شکلات‌ها،

بیش‌تر شود، تعداد اعضای خانواده به همراه پدر چند نفر است؟

۶ (۴)

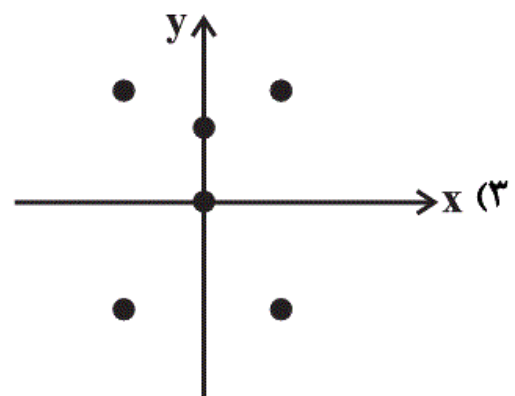
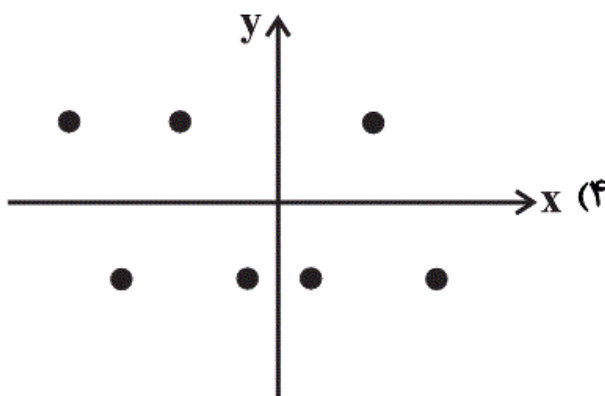
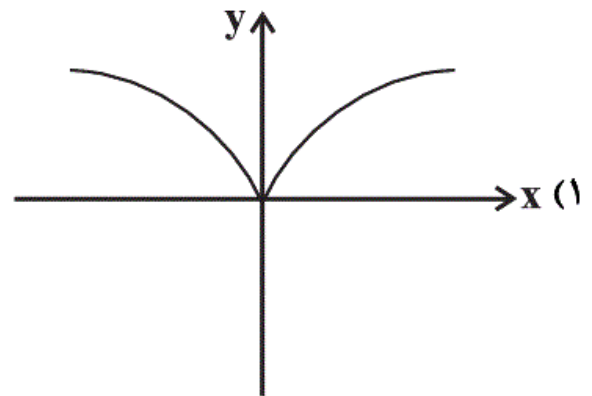
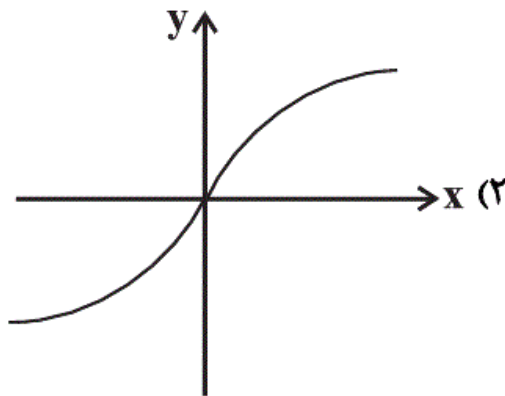
۵ (۳)

۴ (۲)

۳ (۱)

آزمون ۲۳ شهریور

۷۵- کدامیک از نمودارهای زیر بیانگر یک تابع نیست؟



آزمون ۲۳ شهریور

۷۶- نقطه  $A(-1, -4)$  رأس سهمی به معادله  $y = 3x^2 + ax + b$  است. این سهمی محور  $y$  ها را

با کدام عرض قطع می کند؟

(۲) -۲

(۱) -۳

(۴) -۱

(۳) ۲

آزمون ۲۳ شهریور

۷۷- روش جمع آوری داده ها در کدام گزینه درست انتخاب نشده است؟

(۱) تعداد کودکان دختر متولد شده در سال ۱۳۸۲ - دادگان

(۲) میزان بارندگی شهر تهران در سال ۱۳۹۶ - دادگان

(۳) سنجش میزان سرانه مطالعه در کشور - مشاهده

(۴) تعداد سرنشینان خودروهای سواری در یکی از محورهای خروجی شهر - مشاهده

آزمون ۲۳ شهریور



۷۸- کدام شاخص زیر همواره عضوی از داده‌هاست؟

(۲) چارک سوم

(۱) مد

(۴) دامنه تغییرات

(۳) میانه

آزمون ۲۳ شهریور

۷۹- اگر میانگین ۹ عدد ۲۰، ۹، ۱۸، ۱۶، ۱۱، ۱۴، ۱۰، ۷،  $a$  برابر ۱۳ باشد، میانه آن‌ها کدام است؟

(۴) ۱۴

(۳) ۱۳

(۲) ۱۲

(۱) ۱۱

آزمون ۲۳ شهریور

۸۰- اگر انحراف از میانگین داده‌هایی ۳، -۲، -۲، -۱، ۲، ۳، ۴، ۵ باشد، انحراف معیار این داده‌ها کدام

است؟

(۴) ۵

(۳) ۴

(۲) ۳

(۱) ۲

آزمون ۲۳ شهریور

-۴۱

(امیر مهوریان، چند اتحاد جبری و کاربردها، صفحه‌ی ۱۰ و ۱۱)

۱)  $2x^2 - 4x + 9 + (-x^2 + 10x) = x^2 + 6x + 9 = (x+3)^2$  مربع کامل

۲)  $2x^2 - 4x + 9 + (-x^2 - 5) = x^2 - 4x + 4 = (x-2)^2$  مربع کامل

۳)  $2x^2 - 4x + 9 + (2x^2 - 2x) = 4x^2 - 6x + 9$ . مربع کامل نیست.

۴)  $2x^2 - 4x + 9 + (-x^2 - 2x) = x^2 - 6x + 9 = (x-3)^2$  مربع کامل

۴

۳ ✓

۲

۱

آزمون ۲۳ شهریور

-۴۲

(فرداد روشنی، عبارتهای گویا، صفحه‌ی ۱۹ و ۲۰)

$$\frac{x^3 - x^2}{x^2 - 4} \times \frac{x+2}{5x^2} \div \frac{x-1}{x} = \frac{x^2(x-1)}{(x-2)(x+2)} \times \frac{x+2}{5x^2} \times \frac{x}{x-1} = \frac{x}{5x-10}$$

۴

۳

۲ ✓

۱

آزمون ۲۳ شهریور

-۴۳

(امیر زراندوز، حل معادله درجه ۲ و کاربردها، صفحه‌ی ۴۳ تا ۴۸)

$$x^2 - 8x - 2k = 0 \xrightarrow{x=-1} (-1)^2 - 8(-1) - 2k = 0$$

$$\Rightarrow 1 + 8 - 2k = 0 \Rightarrow 2k = 9 \Rightarrow k = \frac{9}{2}$$

$$\frac{x^2}{2} - \frac{x}{3} - \frac{9}{5} = 0 \Rightarrow \frac{x^2}{2} - \frac{x}{3} - \frac{9}{10} = 0$$

مقایسه با فرم استاندارد  $\left\{ \begin{array}{l} a = \frac{1}{2} \\ b = -\frac{1}{3} \\ c = -\frac{9}{10} \end{array} \right. \Rightarrow P = \frac{c}{a} = \frac{-\frac{9}{10}}{\frac{1}{2}} = -\frac{9}{5}$

۴

۳

۲

۱ ✓

آزمون ۲۳ شهریور

-۴۴

(فرداد روشنی، معادله‌های شامل عبارت‌های گویا، صفحه‌ی ۴۹ تا ۵۴)

اگر فرض کنیم شیر اول حوض را در  $x$  دقیقه پر کند، شیر دوم حوض را در  $x+30$  دقیقه پر می‌کند، حال اگر هر دو شیر هم‌زمان باز باشند حوض در  $x-10$  دقیقه پر می‌شود:

$$\frac{1}{x} + \frac{1}{x+30} = \frac{1}{x-10} \Rightarrow \frac{1}{x} + \frac{1}{x+30} - \frac{1}{x-10} = 0$$

$$\xrightarrow{\text{مخرج مشترک می‌گیریم}} \frac{(x+30)(x-10) + x(x-10) - x(x+30)}{x(x+30)(x-10)} = 0$$

$$\Rightarrow \frac{x^2 - 20x - 300}{x(x+30)(x-10)} = 0$$

حال معادله صورت را حل می‌کنیم:

$$x^2 - 20x - 300 = 0 \Rightarrow (x-30)(x+10) = 0 \Rightarrow \begin{cases} x-30=0 \Rightarrow x=30 & \text{ق ق} \\ x+10=0 \Rightarrow x=-10 & \text{غ ق} \end{cases}$$

پس شیر اول حوض را در ۳۰ دقیقه پر می‌کند.

۴

۳ ✓

۲

۱

آزمون ۲۳ شهریور

-۴۵

(فرداد روشنی، ضابطه جبری تابع، صفحه‌ی ۶۶ تا ۷۱)

با توجه به ماشین تابع داریم:

$x$	$f(x) = 5x - 2$
$0$	$f(0) = 5 \times 0 - 2 = -2$
$1$	$f(1) = 5 \times 1 - 2 = 3$
$a$	$f(a) = 5a - 2 = 8 \Rightarrow a = 2$

۴

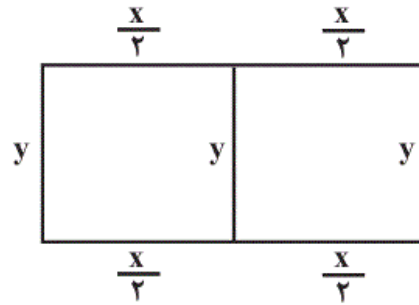
۳ ✓

۲

۱

آزمون ۲۳ شهریور

اگر طول و عرض مستطیل را  $x, y$  بنامیم، خواهیم داشت:



$$\Rightarrow \text{مجموع نرده‌ها} = 200$$

$$y + y + y + \frac{x}{2} + \frac{x}{2} + \frac{x}{2} + \frac{x}{2} = 200 \Rightarrow 3y + \frac{4x}{2} = 200$$

$$3y = 200 - 2x \Rightarrow y = \frac{200 - 2x}{3}$$

$$\Rightarrow S = xy = x \left( \frac{200 - 2x}{3} \right) = \frac{200x - 2x^2}{3}$$

 ۴ ✓

 ۳

 ۲

 ۱

آزمون ۲۳ شهریور

بیش‌ترین مقدار تابع در نقطه رأس سهمی می‌باشد، لذا ابتدا طول آن را می‌یابیم و در معادله سهمی قرار می‌دهیم:

$$\text{طول رأس سهمی: } x = \frac{-4}{2a} = \frac{-2}{a} \Rightarrow f\left(\frac{-2}{a}\right) = 9$$

$$\Rightarrow a\left(\frac{-2}{a}\right)^2 + 4\left(\frac{-2}{a}\right) + 5 = \frac{-4}{a} + 5 = 9 \Rightarrow a = -1$$

پس معادله محور تقارن سهمی، همان طول رأس سهمی می‌باشد، یعنی:

$$x = \frac{-4}{2 \times (-1)} = \frac{-4}{-2} = 2$$

 ۴

 ۳

 ۲

 ۱

آزمون ۲۳ شهریور

مورد «پ» متغیر کمی با مقیاس فاصله‌ای است و مورد «ت» متغیر کیفی با مقیاس ترتیبی است.

موارد «آ»، «ب» و «ث» متغیر کمی با مقیاس نسبتی هستند.

 ۴

 ۳

 ۲

 ۱

آزمون ۲۳ شهریور

(فرداد روشنی، معیارهای گرایش به مرکز، صفحه‌ی ۱۰۱ و ۱۰۲)

ابتدا با توجه به رابطه میانگین، مجموع سن هر ۵ نفر را می‌یابیم:

$$\frac{x_1 + x_2 + x_3 + x_4 + x_5}{5} = 23 \Rightarrow x_1 + x_2 + x_3 + x_4 + x_5 = 115$$

حال اگر یکی از داده‌ها را حذف کنیم، طبق رابطه میانگین داریم:

$$\frac{x_1 + x_2 + x_3 + x_4}{4} = 21/5 \Rightarrow x_1 + x_2 + x_3 + x_4 = 86$$

پس تفاضل این دو مقادیر، سن فردی است که در مسابقه حاضر نشده است.

$$x_5 = 115 - 86 = 29$$

۴

۳ ✓

۲

۱

آزمون ۲۳ شهریور

(فرداد روشنی، معیارهای پراکندگی، صفحه‌ی ۱۰۵ تا ۱۰۷)

چون انحراف معیار داده‌ها صفر است، پس همه داده‌ها با یکدیگر برابرند، لذا داریم:

$$x_1 = x_2 = \dots = x_{15} = x$$

مجموع مربعات داده‌ها:

$$\Rightarrow 15x^2 = 540 \Rightarrow x^2 = 36 \xrightarrow{x>0} x = 6$$

همه داده‌ها با یکدیگر برابرند و مد در این حالت برابر با یکی از داده‌هاست.

$$\text{مد} = 6$$

۴

۳

۲

۱ ✓

آزمون ۲۳ شهریور

(امیرورکیانی، گزاره‌ها و ترکیب گزاره‌ها، صفحه‌ی ۶ و ۷)

تشریح گزینه‌های «۱ و ۲»: در صورتی که ارزش تالی درست باشد، نتیجه شرط همواره درست است.

تشریح گزینه‌های «۳ و ۴»: در صورتی که ارزش تالی نادرست باشد، نتیجه شرط درست است، اگر مقدم نادرست باشد، پس گزینه‌ی «۴» درست است.

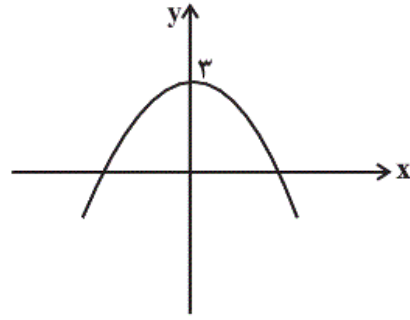
۴ ✓

۳

۲

۱

آزمون ۲۳ شهریور



نمودار  $y = -x^2 + 3$  از همه نواحی محورهای مختصات می‌گذرد، پس گزاره «آ» نادرست است.

گزاره‌های «ب» و «ت» ارزش درست دارند، چون گزاره «ب» همان اتحاد تفاضل مکعبات دو جمله است و همچنین می‌دانید اگر داده‌ها مساوی باشند، واریانس و انحراف معیار آن‌ها صفر است. گزاره‌های «پ» و «ت» ارزش نادرست دارند. زیرا میانه همان چارک دوم است و عدد ۱۶۰۰ جذر کامل دارد، پس مربع کامل است.

$$(\sqrt{1600} = 40)$$

۴

۳

۲

۱ ✓

آزمون ۲۳ شهریور

می‌توانیم تغییرات زیر را انجام دهیم تا هم‌ارزی‌های مربوط به گزینه‌های ۱، ۲ و ۴ درست شوند:

$$\sim (a \geq b) \equiv (a < b)$$

$$\sim \left( \frac{\sqrt{3}}{2} \notin \mathbb{Q} \right) \equiv \left( \frac{\sqrt{3}}{2} \in \mathbb{Q} \right) \equiv \left( \frac{\sqrt{3}}{2} \in \mathbb{Z} \right)$$

$$(Z \subseteq R) \equiv (Q \subseteq R)$$

۴

۳ ✓

۲

۱

آزمون ۲۳ شهریور

می‌دانیم  $p \Rightarrow q \equiv \sim p \vee q$  است، حال داریم:

$$(p \Rightarrow q) \Rightarrow p \equiv (\sim p \vee q) \Rightarrow p \equiv \sim(\sim p \vee q) \vee p$$

$$\equiv (p \wedge \sim q) \vee p \equiv p$$

پس نقیض گزاره صورت سؤال معادل  $\sim p$  است.

۴

۳ ✓

۲

۱

آزمون ۲۳ شهریور

-۵۵

(امیر ورکیانی، گزاره‌ها و ترکیب گزاره‌ها، صفحه‌ی ۲ تا ۱۱)

در ترکیب فصلی دو گزاره، ارزش ترکیب هنگامی نادرست است که دو گزاره ترکیب فصلی نادرست باشند. پس داریم:

$p \Rightarrow q$  نادرست است، اگر  $p$  درست و  $q$  نادرست باشد، پس در نتیجه  $\sim p$  دارای ارزش نادرست است.

حال چه ترکیبی از دو گزاره  $\sim p$  که نادرست است و  $q$  که نادرست می‌باشد، باید داشته باشیم تا نتیجه  $(\sim p \wedge q)$  نادرست شود.

(۱) در ترکیب دوشروطی هنگامی که دو طرف ترکیب نادرست باشند، نتیجه درست خواهد بود.

 ۴ ✓

 ۳

 ۲

 ۱

آزمون ۲۳ شهریور

-۵۶

(فرداد روشنی، استدلال ریاضی، صفحه‌ی ۱۲ و ۱۳)

اگر  $x$  قیمت فروش کالا و  $y$  قیمت خرید آن باشد، در این صورت سود برابر  $x - y$

خواهد بود. همچنین طبق صورت سؤال  $\frac{30}{100}x$  برابر سود حاصل از فروش می‌باشد،

پس داریم:

$$\frac{30}{100}x = x - y$$

 ۴

 ۳

 ۲ ✓

 ۱

آزمون ۲۳ شهریور

-۵۷

(فرداد روشنی، استدلال ریاضی، صفحه‌ی ۱۴ و ۱۵)

نتیجه این استدلال با استفاده از استدلال قیاس استثنایی این است که آلودگی هوای اصفهان کاهش می‌یابد.

 ۴

 ۳ ✓

 ۲

 ۱

آزمون ۲۳ شهریور

-۵۸

(ممید زرین کفش، توابع ثابت، چند ضابطه‌ای و همانی، صفحه‌ی ۲۶ و ۲۷)

تنها نمودار تابع ثابت گزینه‌ی «۳» می‌باشد که به‌ازای ورودی‌های مختلف همواره یک مقدار خروجی دارد.

 ۴

 ۳ ✓

 ۲

 ۱

آزمون ۲۳ شهریور

(فرداد روشنی، توابع ثابت، چند ضابطه‌ای و همانی، صفحه‌های ۲۶ و ۲۷)

چون خروجی مستقل از ورودی است، پس این تابع یک تابع ثابت است. در نتیجه تمام مؤلفه‌های دوم زوج مرتب‌های آن با یکدیگر برابرند، داریم:

$$f = \{(3, 2), (a, b - 2), (5, 2a - b)\}$$

$$\Rightarrow \begin{cases} b - 2 = 2 \Rightarrow b = 4 & (1) \\ 2a - b = 2 \xrightarrow{(1)} 2a - 4 = 2 \Rightarrow 2a = 6 \Rightarrow a = 3 \end{cases}$$

$$a - b = 3 - 4 = -1$$

 ۴

 ۳

 ۲

 ۱

آزمون ۲۳ شهریور

(فرداد روشنی، توابع ثابت، چند ضابطه‌ای و همانی، صفحه‌های ۲۶، ۲۷ و ۳۰)

$f(x)$  یک تابع ثابت است؛ پس به‌ازای همه مقادیر ورودی، خروجی ۲ را می‌پذیرد، یعنی  $f(x) = 2$  ضابطه تابع همانی  $g(x) = x$  می‌باشد، لذا داریم:

$$f(3)g(3) + g(1)f(1) = 2 \times 3 + 1 \times 2 = 6 + 2 = 8$$

 ۴

 ۳

 ۲

 ۱

آزمون ۲۳ شهریور

(کتاب آبی، گزاره‌ها و ترکیب گزاره‌ها، صفحه‌های ۳ و ۵ کتاب درسی)

در ترکیب عطفی  $n$  گزاره، اگر حداقل یکی از گزاره‌ها نادرست باشد، ترکیب عطفی آنها نادرست است و تنها در صورتی ترکیب عطفی آنها درست است که همه گزاره‌ها صحیح باشند.

پس در ترکیب عطفی  $n$  گزاره تعداد حالات نادرست آن  $2^n - 1$  است، داریم:

$$2^4 - 1 = 16 - 1 = 15 \quad \text{تعداد حالت‌های نادرست ترکیب عطفی ۴ گزاره}$$

 ۴

 ۳

 ۲

 ۱

آزمون ۲۳ شهریور



(کتاب آبی، گزاره‌ها و ترکیب گزاره‌ها، صفحه‌ی ۲ تا ۶ کتاب درسی)

با توجه به جدول ارزش گزاره‌ها داریم:

p	q	$\sim p$	$\sim q$	$\sim p \vee r$
د	د	ن	ن	نامعلوم
د	ن	ن	د	نامعلوم
ن	د	د	ن	د
ن	ن	د	د	د

$\sim q \wedge r$	$(\sim p \vee r) \wedge (\sim q \wedge r)$
ن	ن
نامعلوم	نامعلوم
ن	ن
نامعلوم	نامعلوم

که با توجه به جدول بالا و گزینه‌ها، اگر  $p$  گزاره‌ای نادرست و  $q$  گزاره‌ای درست باشد، آنگاه گزاره مرکب مورد نظر دارای ارزش نادرست است.

۴

۳ ✓

۲

۱

آزمون ۲۳ شهریور

(کتاب آبی، گزاره‌ها و ترکیب گزاره‌ها، صفحه‌ی ۶ و ۷ کتاب درسی)

با توجه به جدول ارزش گزاره‌ها داریم:

p	q	$\sim p$	$\sim q$	$p \Rightarrow q$	$\sim (p \Rightarrow q)$
د	د	ن	ن	د	ن
د	ن	ن	د	ن	د
ن	د	د	ن	د	ن
ن	ن	د	د	د	ن

$\sim p \vee q$	$\sim p \wedge q$	$p \wedge \sim q$	$p \vee \sim q$
د	ن	ن	د
ن	ن	د	د
د	د	ن	ن
د	ن	ن	د

همان طور که از جدول بالا مشاهده می‌کنید نقیض گزاره شرطی  $(p \Rightarrow q)$  هم‌ارز  $(p \wedge \sim q)$  است.

$$\sim (p \Rightarrow q) \equiv p \wedge \sim q$$

۴

۳ ✓

۲

۱

(کتاب آبی، گزاره‌ها و ترکیب گزاره‌ها، صفحه‌ی ۴ تا ۱۱ کتاب درسی)

ابتدا ارزش هر یک از گزاره‌ها را می‌یابیم:

گزینه‌ی «۱»:

p	q	r	$\sim p$	$\sim p \Leftrightarrow q$	$r \Rightarrow (\sim p \Leftrightarrow q)$
د	ن	گزاره دلخواه	ن	د	د

گزینه‌ی «۲»:

p	q	$\sim q$	$(p \Leftrightarrow \sim q)$	$(p \Leftrightarrow \sim q) \Leftrightarrow q$
د	ن	د	د	ن

گزینه‌ی «۳»:

p	q	$\sim p$	$p \Leftrightarrow q$	$(p \Leftrightarrow q) \Leftrightarrow \sim p$
د	ن	ن	ن	د

گزینه‌ی «۴»:

p	q	$\sim p$	r	$\sim p \Leftrightarrow q$
د	ن	ن	گزاره دلخواه	د

$p \vee r$	$(p \Leftrightarrow q) \Leftrightarrow (p \vee r)$
د	د

در نتیجه ارزش درستی گزاره‌ی گزینه‌ی «۲» با دیگر گزینه‌ها متفاوت است.

۴

۳

۲ ✓

۱

روش اول: با توجه به جدول ارزش گزاره‌ها داریم:

p	q	$p \Rightarrow q$	$p \wedge (p \Rightarrow q)$	$(p \wedge (p \Rightarrow q)) \Rightarrow q$
د	د	د	د	د
د	ن	ن	ن	د
ن	د	د	ن	د
ن	ن	د	ن	د

پس ارزش گزاره مورد نظر همواره درست است.

روش دوم: با استفاده از هم‌ارز گزاره شرطی  $p \Rightarrow q$  به صورت  $(\sim p \vee q)$  داریم:

$$(p \wedge (p \Rightarrow q)) \Rightarrow q \equiv (p \wedge (\sim p \vee q)) \Rightarrow q$$

حال با استفاده از توزیع «و» روی «یا» داریم:

$$(p \wedge (\sim p \vee q)) \Rightarrow q \equiv \underbrace{((p \wedge \sim p) \vee (p \wedge q))}_{\text{نادرست}} \Rightarrow q$$

ترکیب عطفی یک گزاره و نقیض آن همواره نادرست است و ترکیب فصلی یک گزاره نامعلوم و یک گزاره نادرست به ارزش گزاره نامعلوم بستگی دارد.

$$((p \wedge \sim p) \vee (p \wedge q)) \Rightarrow q \equiv (p \wedge q) \Rightarrow q$$

حال مجدداً با استفاده از نکته ذکر شده در بالا داریم:

$$(p \wedge q) \Rightarrow q \equiv \sim (p \wedge q) \vee q \equiv \sim p \vee \underbrace{\sim q \vee q}_T$$

$$\equiv \sim p \vee T \equiv T$$

۴

۳

۲

۱ ✓

آزمون ۲۳ شهریور

هرگاه گزاره شرطی  $p \Rightarrow q$  درست باشد و اثبات آن، کار دشواری باشد به جای آن می‌توان ثابت کرد  $\sim q \Rightarrow \sim p$  درست است. در این حالت می‌گوییم عکس نقیض گزاره اصلی را ثابت کرده‌ایم. در این مسأله می‌توان گفت اگر رابطه  $f$  تابع نباشد، آنگاه رابطه  $f$  تهی نیست زیرا اگر رابطه‌ای تابع نباشد می‌بایست حداقل دو زوج مرتب متمایز دارای مؤلفه‌های اول یکسان در آن وجود داشته باشد که در این حالت دیگر رابطه  $f$  تهی نخواهد بود. پس حکم اثبات شد. در نتیجه چون عکس نقیض گزاره شرطی درست است، پس خود گزاره شرطی نیز درست است.

۴ ✓

۳

۲

۱

-۶۷

(کتاب آبی، استدلال ریاضی، صفحه‌ی ۱۶ تا ۱۸ کتاب درسی)

خطای این استدلال در گام سوم رخ داده است، زیرا از یک عدد منفی نمی‌توان جذر گرفت، یعنی عدد  $\sqrt{-۲}$  تعریف نشده و غلط است و خطای این مرحله باعث شده است که به یک پاسخ غلط برسیم.

دقت کنید معادله درجه دوم  $x^2 + ۲ = ۰$  ریشه ندارد.

۴

۳

۲ ✓

۱

-۶۸

(کتاب آبی، توابع ثابت، چند ضابطه‌ای و همانی، صفحه‌ی ۲۶ و ۲۷ کتاب درسی)

در تابع ثابت مقدار تابع به ازای هر عدد همواره مقداری ثابت است، در نتیجه داریم:

$$f(a) + f(b) = f(a)f(b) \Rightarrow k + k = k \times k$$

$$۲k = k^2 \Rightarrow k^2 - ۲k = ۰ \Rightarrow k(k - ۲) = ۰$$

$$\Rightarrow \begin{cases} k = ۰ \\ k - ۲ = ۰ \Rightarrow k = ۲ \end{cases}$$

در نتیجه  $k$  می‌تواند مقادیر  $\{۰, ۲\}$  را اختیار کند و در کل دو تابع ثابت با این شرط وجود دارد.

۴

۳

۲ ✓

۱

(کتاب آبی، توابع ثابت، چند ضابطه‌ای و همانی، صفحه‌ی ۲۶ و ۲۷ کتاب درسی)

از آنجایی که تابع  $f$  خطی و موازی محور  $x$  ها است، پس تابعی ثابت است. داریم:

$$f(x) = 4x + n - 2mx \Rightarrow f(x) = (4 - 2m)x + n$$

$$\xrightarrow{\text{شیب خط} = \text{صفر}} 4 - 2m = 0 \Rightarrow m = 2$$

$$\Rightarrow f(x) = n \xrightarrow{(3, -5) \in f} n = -5$$

$$\Rightarrow m^2 + n^2 = 2^2 + (-5)^2 = 4 + 25 = 29$$

۴

۳

۲

۱ ✓

آزمون ۲۳ شهریور

-۷۰

(کتاب آبی، توابع ثابت، چند ضابطه‌ای و همانی، صفحه‌ی ۲۷ تا ۲۹ کتاب درسی)

برای به دست آوردن ضابطه تابع دقت کنید که نمودار از دو قسمت تشکیل شده است،

پس نمودار مربوط به یک تابع دو ضابطه‌ای است. به ازای  $x \geq 0$  نمودار تابع به صورت

خطی است که از دو نقطه  $(3, 0)$  و  $(0, -3)$  می‌گذرد. و به ازای  $x < 0$  نمودار تابع

به صورت خطی است که از دو نقطه  $(-4, 0)$  و  $(0, 4)$  می‌گذرد و حال داریم: (البته

دقت کنید که نقطه  $(0, 4)$  توخالی است.)

$$x \geq 0 \Rightarrow A(3, 0), B(0, -3)$$

$$m_{AB} = \frac{y_B - y_A}{x_B - x_A} \Rightarrow m_{AB} = \frac{-3 - 0}{0 - 3} = +1$$

$$y - y_A = m_{AB}(x - x_A) \Rightarrow y - 0 = 1 \times (x - 3)$$

$$\Rightarrow y = x - 3 \quad \text{ضابطه اول}$$

$$x < 0 \Rightarrow C(-4, 0), D(0, 4)$$

$$m_{CD} = \frac{y_D - y_C}{x_D - x_C} \Rightarrow m_{CD} = \frac{4 - 0}{0 - (-4)} = 1$$

$$y - y_C = m_{CD}(x - x_C) \Rightarrow y - 0 = 1 \times (x - (-4))$$

$$\Rightarrow y = x + 4 \quad \text{ضابطه دوم}$$

$$\Rightarrow f(x) = \begin{cases} x - 3 & , x \geq 0 \\ x + 4 & , x < 0 \end{cases}$$

۴

۳ ✓

۲

۱ ✓

(کتاب آبی، چند اتحاد جبری و کاربردها، صفحه‌ی ۱۰ تا ۱۶ کتاب درسی)

برای تجزیه عباراتی که مربع جمله مشترک در عبارت وجود ندارد، ابتدا عبارت را برابر  $A$  قرار داده و سپس طرفین عبارت را در ضرب  $x^2$  ضرب می‌کنیم تا مربع جمله مشترک به وجود بیاید؛ سپس عبارت را به روش اتحاد جمله مشترک تجزیه می‌کنیم:

$$A = 3x^2 - 11x + 10 \xrightarrow{\text{طرفین در ۳ ضرب}} 3A = 3(3x^2 - 11x + 10)$$

حال طرف راست تساوی را تجزیه می‌کنیم:

$$\Rightarrow 3A = 9x^2 - 33x + 30$$

$$\Rightarrow 3A = (3x)^2 - 11(3x) + 30$$

$$\Rightarrow 3A = (3x)^2 + (-6 - 5)(3x) + (-6)(-5)$$

$$\Rightarrow 3A = (3x - 6)(3x - 5) \Rightarrow 3A = 3(x - 2)(3x - 5)$$

حال طرفین عبارت را به ۳ تقسیم می‌کنیم:

$$A = (x - 2)(3x - 5)$$

پس تجزیه عبارت مورد نظر به صورت  $(x - 2)(3x - 5)$  می‌باشد.

۴

۳

۲ ✓

۱

(کتاب آبی، عبارتهای گویا، صفحه‌ی ۱۹ تا ۲۴ کتاب درسی)

ابتدا حاصل هر پرانتز را می‌یابیم:

$$\frac{x^2 + 1}{x + 2} - 2 = \frac{x^2 + 1}{x + 2} - \frac{2(x + 2)}{x + 2} = \frac{x^2 + 1 - 2x - 4}{x + 2}$$

$$= \frac{x^2 - 2x - 3}{x + 2} = \frac{(x - 3)(x + 1)}{x + 2}$$

حال تقسیم را به ضرب تبدیل کرده و عبارت را ساده‌تر می‌کنیم:

$$\left(\frac{x^2 + 1}{x + 2} - 2\right) \div \frac{x + 1}{x^2 + 2x} = \frac{(x - 3)(x + 1)}{x + 2} \div \frac{x + 1}{x(x + 2)}$$

$$= \frac{(x - 3)(x + 1)}{x + 2} \times \frac{x(x + 2)}{x + 1} = x(x - 3) = x^2 - 3x$$

۴

۳

۲

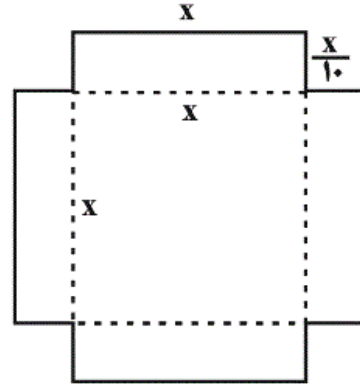
۱ ✓

(کتاب آبی، معادله و مسائل توصیفی، صفحه‌ی ۲۶ تا ۳۴ کتاب درسی)

با توجه به شکل داریم:

$$\text{مساحت ورق} = 4 \times x \times \frac{x}{10} + (x)(x) = 1/4x^2$$

$$\text{حجم مکعب مستطیل حاصل} = (x)(x)\left(\frac{x}{10}\right) = \frac{x^3}{10}$$



$$\Rightarrow \text{مقدار مساحت ورق} = \text{مقدار حجم مکعب مستطیل} \Rightarrow 1/4x^2 = \frac{x^3}{10}$$

$$\Rightarrow \frac{x^3}{10} - 1/4x^2 = 0 \Rightarrow x^2 \left( \frac{x}{10} - 1/4 \right) = 0 \Rightarrow \begin{cases} x^2 = 0 \Rightarrow x = 0 \\ \left( \frac{x}{10} - 1/4 \right) = 0 \end{cases}$$

$$\Rightarrow \frac{x}{10} = 1/4 \Rightarrow x = 10 \times 1/4 = 2.5$$

۴ ✓

۳

۲

۱

آزمون ۲۳ شهریور

(کتاب آبی، حل معادله درجه ۲ و کاربردها، صفحه‌ی ۴۳ تا ۴۸ کتاب درسی)

معادله درجه دوم هنگامی دو ریشه مساوی دارد که مبین معادله یا  $\Delta = 0$  باشد،

داریم:

$$x^2 + 4x - a - 1 = 0 \xrightarrow{\text{مقایسه با فرم استاندارد}} a'x^2 + b'x + c' = 0$$

$$\begin{cases} a' = 1 \\ b' = 4 \\ c' = -a - 1 \end{cases} \Rightarrow \Delta = b'^2 - 4a'c' = (4)^2 - 4(1)(-a - 1)$$

$$\Rightarrow \Delta = 16 - 4(-a - 1) = 0 \Rightarrow \Delta = 16 + 4a + 4 = 0$$

$$\Rightarrow \Delta = 4a + 20 = 0 \Rightarrow a = -\frac{20}{4} = -5$$

۴

۳

۲

۱ ✓

آزمون ۲۳ شهریور

(کتاب آبی، مفهوم تابع، صفحه‌ی ۵۶ تا ۶۵ کتاب درسی)

برای اینکه رابطه  $f$  تابع باشد، زوج مرتب‌هایی که دارای مؤلفه اول یکسان می‌باشند، باید مؤلفه دوم یکسان نیز داشته باشند.

$$f = \{(n-1, m+n), (n-1, -1), (m, n-1), (m, 2n)\}$$

$$\Rightarrow (n-1, m+n) = (n-1, -1) \Rightarrow m+n = -1 \quad (1)$$

$$(m, n-1) = (m, 2n) \Rightarrow n-1 = 2n \quad (2)$$

$$\xrightarrow{(2), (1)} \begin{cases} n-1 = 2n \Rightarrow n = -1 \\ m+n = -1 \xrightarrow{n=-1} m-1 = -1 \Rightarrow m = 0 \end{cases}$$

$$\xrightarrow[\begin{smallmatrix} m=0 \\ n=-1 \end{smallmatrix}]{\quad} f = \{(-2, -1), (-2, -1), (0, -2), (0, -2)\}$$

$$= \{(-2, -1), (0, -2)\}$$

۴

۳ ✓

۲

۱

آزمون ۲۳ شهریور

(کتاب آبی، نمودار تابع خطی، صفحه‌ی ۷۲ تا ۷۸ کتاب درسی)

$$f(x) = mx + h \Rightarrow \begin{cases} f\left(\frac{3}{2}\right) = 0 \Rightarrow \frac{3}{2}m + h = 0 & (1) \\ f(2) = 3 \Rightarrow 2m + h = 3 & (2) \end{cases}$$

$$\xrightarrow{(2), (1)} m = 6, h = -9$$

$$f(x) = 6x - 9 \Rightarrow f(1) = 6 - 9 = -3$$

۴

۳ ✓

۲

۱

آزمون ۲۳ شهریور



(کتاب آبی، نمودار تابع درجه ۲، صفحه ۱۰۴ تا ۱۰۶ کتاب درسی)

اگر فرض کنیم ضابطه تابع  $y = ax^2 + bx + c$  باشد، به ازای  $x = 0$  مقدار  $y = 1$  می‌باشد.

$$x = 0 \Rightarrow y = a \times (0)^2 + b(0) + c = 1 \Rightarrow c = 1$$

مختصات رأس سهمی نیز  $(1, 2)$  می‌باشد، پس داریم:

$$y = ax^2 + bx + 1 \Rightarrow x_v = -\frac{b}{2a} = 1 \Rightarrow -b = 2a$$

$$\Rightarrow b + 2a = 0 \quad (1)$$

$$x = 1 \Rightarrow y_v = a \times (1)^2 + b(1) + 1 = 2 \Rightarrow a + b = 1 \quad (2)$$

$$\xrightarrow{(2), (1)} \begin{cases} b + 2a = 0 \\ a + b = 1 \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} b + 2a = 0 \\ -a - b = -1 \\ b + 2a - a - b = -1 \end{cases}$$

$$a = -1 \xrightarrow{(1)} b + 2 \times (-1) = 0 \Rightarrow b = 2$$

پس معادله تابع به فرم  $y = -x^2 + 2x + 1$  می‌باشد.

 ۴

 ۳

 ۲

 ۱

آزمون ۲۳ شهریور

(کتاب آبی، معادله‌های گرایش به مرکز، صفحه ۱۰۱ تا ۱۰۴ کتاب درسی)

با توجه به جدول برای به دست آوردن میانگین وزن دار داریم:

داده‌ها	۴/۵	۵	۸
وزن (ضریب)	۲	a+1	a

$$\bar{x} = \frac{4/5 \times 2 + 5 \times (a+1) + 8 \times a}{2 + a + 1 + a} \Rightarrow \bar{x} = \frac{9 + 5a + 5 + 8a}{2a + 3}$$

$$\Rightarrow 12a + 18 = 14 + 13a \Rightarrow a = 4$$

 ۴

 ۳

 ۲

 ۱

آزمون ۲۳ شهریور

(کتاب آبی، معیارهای پراکندگی، صفحه‌ی ۱۱۰ و ۱۱۱ کتاب درسی)

برای تعیین میانه و چارک‌ها ابتدا داده‌ها را به ترتیب صعودی مرتب می‌کنیم:

$$\begin{array}{ccc}
 Q_1 & & Q_2 \\
 \downarrow & & \downarrow \\
 1, 4, 5, \boxed{7}, 17, 17, 18, \boxed{18}, 26, 27, 28, \boxed{29}, 31, 36, 41
 \end{array}$$

اکنون با توجه به این که تعداد اعداد ۱۵ تاست، عدد ۸ ام، چارک دوم (میانه) است. حال در هر دو طرف میانه، چارک اول و سوم را مشخص می‌کنیم. اختلاف بین  $Q_1$  و  $Q_3$  (IQR) را تشکیل می‌دهند.

$$IQR = Q_3 - Q_1 = 29 - 7 = 22$$

 ۴

 ۳

 ۲

 ۱

آزمون ۲۳ شهریور

(کتاب آبی، معیارهای پراکندگی، صفحه‌ی ۱۰۵ تا ۱۰۷ کتاب درسی)

واریانس ۱۱ داده آماری برابر صفر است، پس داده‌ها برابرند.

فرض کنید هر ۱۱ داده آماری برابر  $a$  هستند، پس:

$$\bar{x}_1 = a$$

$$\bar{x}_2 = \frac{11 \times a + 16 + 24 + 26}{14} = \frac{11a + 66}{14}$$

$$\bar{x}_2 = \bar{x}_1 \Rightarrow \frac{11a + 66}{14} = a \Rightarrow a = 22$$

$$\sigma_2^2 = \frac{(16 - 22)^2 + (24 - 22)^2 + (26 - 22)^2}{14} = \frac{56}{14} = 4 \Rightarrow \sigma_2 = 2$$

 ۴

 ۳

 ۲

 ۱

آزمون ۲۳ شهریور

(امیر زراندوز، چند اتحاد جبری و کاربردها، صفحه‌ی ۱۰ تا ۱۶)

$$16a^5 - 2a^2 = 2a^2(8a^3 - 1) = 2a^2(2a - 1)(4a^2 + 2a + 1)$$

تجزیه به کمک اتحاد تفاضل مکعب دو جمله‌ای

پس عامل  $(2a + 1)$  در تجزیه شده عبارت، وجود ندارد.

$$a^3 - b^3 = (a - b)(a^2 + ab + b^2) \quad \text{در تجزیه به کمک اتحاد تفاضل مکعب دو جمله از رابطه}$$

استفاده می‌کنیم.

 ۴

 ۳

 ۲

 ۱

آزمون ۲۳ شهریور

عبارت گویا به‌ازای ریشهٔ مخرج تعریف نشده است، لذا داریم:

$$\text{مخرج} = 0 \Rightarrow x + 2m = 0 \xrightarrow{x=-2} -2 + 2m = 0 \Rightarrow m = 1$$

$$y = \frac{2x - k}{x + 2(1)} \xrightarrow{x=4} \frac{2(4) - k}{4 + 2} = \frac{3}{4} \Rightarrow$$

$$32 - 4k = 18 \Rightarrow 4k = 14 \Rightarrow k = \frac{14}{4} = \frac{7}{2} = 3 \frac{1}{2}$$

□۴

□۳✓

□۲

□۱

آزمون ۲۳ شهریور

در معادلهٔ درجهٔ دوم  $ax^2 + bx + c = 0$  مجموع ریشه‌ها از رابطهٔ  $-\frac{b}{a}$  به دست

می‌آید، لذا داریم:

$$2x^2 + (m+1)x - 12 = 0 \Rightarrow \text{مجموع ریشه‌ها} = \frac{-(m+1)}{2} = \frac{5}{2}$$

$$\Rightarrow m+1 = -5 \Rightarrow m = -6$$

پس معادلهٔ درجهٔ دوم به صورت  $2x^2 - 5x - 12 = 0$  می‌باشد، حال این معادله را از

روش  $\Delta$  حل می‌کنیم:

$$\Delta = (-5)^2 - 4 \times (2) \times (-12) = 25 + 96 = 121$$

$$x_1 = \frac{-b + \sqrt{\Delta}}{2a} \Rightarrow x_1 = \frac{-(-5) + \sqrt{121}}{2 \times 2} = \frac{5 + 11}{4} = \frac{16}{4} = 4$$

$$x_2 = \frac{-b - \sqrt{\Delta}}{2a} \Rightarrow x_2 = \frac{-(-5) - \sqrt{121}}{2 \times 2} = \frac{5 - 11}{4} = \frac{-6}{4} = \frac{-3}{2}$$

پس ریشهٔ مثبت معادله  $x = 4$  می‌باشد.

□۴✓

□۳

□۲

□۱

آزمون ۲۳ شهریور

(امیر زراندوز، معادله‌های شامل عبارتهای گویا، صفحه‌ی ۴۹ تا ۵۴)

تعداد کل اعضای این خانواده را  $n$  فرض می‌کنیم و با توجه به اطلاعات متن سؤال، چنین می‌نویسیم که:

$$\frac{1}{n-1} - \frac{1}{n} = \frac{1}{6} \Rightarrow \frac{n - (n-1)}{n(n-1)} = \frac{1}{6}$$

$$\Rightarrow \frac{1}{n(n-1)} = \frac{1}{6} \xrightarrow{\text{طرفین وسطین}} n^2 - n = 6$$

$$\underbrace{n^2 - n - 6 = 0}_{\text{اتحاد جمله مشترک}} \Rightarrow (n-3)(n+2) = 0 \Rightarrow \begin{cases} n = -2 & \text{غ ق ق} \\ n = 3 & \text{ق ق} \end{cases}$$

۴

۳

۲

۱ ✓

آزمون ۲۳ شهریور

(عمید زرین‌کفش، مفهوم تابع، صفحه‌ی ۵۶ تا ۶۵)

زیرا خطوطی موازی محور  $y$  ها وجود دارد که نمودار را در دو نقطه قطع می‌کند که شرط تابع بودن را نقض می‌کنند.

۴

۳ ✓

۲

۱

آزمون ۲۳ شهریور

(فرداد روشنی، نمودار تابع درجه ۲، صفحه‌ی ۷۹ تا ۸۶)

با توجه به نقطه رأس سهمی داریم:

$$A(-1, -4)$$

$$y = 3x^2 + ax + b$$

$$x_S = \frac{-a}{2 \times 3} = -\frac{a}{6} \xrightarrow{x_S = -1} -\frac{a}{6} = -1 \Rightarrow a = 6$$

با قرار دادن طول رأس سهمی در معادله سهمی، عرض رأس آن به دست می‌آید:

$$y_S = 3 \times (-1)^2 + 6 \times (-1) + b \xrightarrow{y_S = -4}$$

$$3 - 6 + b = -4 \Rightarrow b = -1$$

پس معادله سهمی به صورت  $y = 3x^2 + 6x - 1$  است و با قرار دادن  $x = 0$  عرض نقطه برخورد با محور  $y$  ها به دست می‌آید:

$$y = 3 \times (0)^2 + 6 \times (0) - 1 = -1$$

۴ ✓

۳

۲

۱

آزمون ۲۳ شهریور

-۷۷

(فرداد روشنی، گردآوری داده‌ها، صفحه‌ی ۹۲ و ۹۳)

سنجش میزان سرانه مطالعه در کشور از طریق مصاحبه یا پرسش‌نامه قابل دسترسی است.

1

2

3 ✓

4

آزمون ۲۳ شهریور

-۷۸

(فرداد روشنی، معیارهای گرایش به مرکز و معیارهای پراکندگی، صفحه‌ی ۱۰۲ و ۱۱۰)

مد همواره عضوی از داده‌ها است، در حالی که مقادیر میانه، چارک سوم و دامنه تغییرات می‌توانند عضوی از داده‌ها نباشند.

1 ✓

2

3

4

آزمون ۲۳ شهریور

-۷۹

(مهمد بفرایی، معیارهای گرایش به مرکز، صفحه‌ی ۱۰۱ و ۱۰۲)

ابتدا با استفاده از رابطه میانگین داریم:

$$\frac{a+7+10+14+11+16+18+9+20}{9} = 13 \Rightarrow \frac{105+a}{9} = 13$$

$$a = 117 - 105 = 12$$

حال داده‌ها را از کوچک به بزرگ مرتب می‌کنیم. چون تعداد داده‌ها فرد است، میانه برابر داده وسط است.

7, 9, 10, 11, 12, 14, 16, 18, 20

↓  
میانه

4

3

2 ✓

1

آزمون ۲۳ شهریور

-۸۰

(فرداد روشنی، معیارهای پراکندگی، صفحه‌ی ۱۰۵ تا ۱۰۷)

در این سؤال انحراف از میانگین را داده، پس طبق فرمول داریم:

$$\sigma = \sqrt{\frac{(x_1 - \bar{x})^2 + \dots + (x_n - \bar{x})^2}{n}}$$

$$\Rightarrow \sigma^2 = \frac{25+16+9+4+1+4+4+9}{8} = 9 \Rightarrow \sigma = 3$$

4

3

2 ✓

1

آزمون ۲۳ شهریور