



سایت ویژه ریاضیات www.riazisara.ir

درسنامه ها و جزوه های ریاضی

سوالات و پاسخنامه تشریحی کنکور

نمونه سوالات امتحانات ریاضی

نرم افزارهای ریاضیات

و...

(@riazisara)

ریاضی سرا در تلگرام:



<https://t.me/riazisara>

(@riazisara.ir) ریاضی سرا در اینستاگرام:



<https://www.instagram.com/riazisara.ir>

۵۱- کدام عبارت، گویا نیست؟

$$\frac{3xy^2}{-\sqrt{7}y + 5x^3} \quad (2)$$

$$\frac{4x^2 + 5}{3x^3 - 12x + 2} \quad (1)$$

$$\frac{\sqrt{x^2 - 2x + 3}}{2x + 5} \quad (4)$$

$$\frac{\sqrt{3}x^2 - \sqrt{5}y}{\sqrt{10}x} \quad (3)$$

آزمون ۱۶ شهریور

۵۲- ساده شده عبارت $p(x) = \frac{x + \frac{1}{x} - 2}{x - \frac{1}{x}}$ کدام است و این عبارت به ازای چه مجموعه x هایی

تعریف نشده است؟

$$\{0, 1\}, \frac{x+1}{x-1} \quad (2)$$

$$\{0, \pm 1\}, \frac{x+1}{1-x} \quad (1)$$

$$\{0, \pm 1\}, \frac{x-1}{x+1} \quad (4)$$

$$\{0\}, \frac{1-x}{x+1} \quad (3)$$

آزمون ۱۶ شهریور

۵۳- ساده شده عبارت $A = \left(\frac{x}{x+1} + \frac{x}{x-1}\right) \div \left(1 - \frac{4}{x+1}\right)$ کدام است؟

$$\frac{2x^2}{x^2 - 3x + 4} \quad (2)$$

$$\frac{x^2}{2x^2 + x - 4} \quad (1)$$

$$\frac{2x^2}{x^2 - 4x + 3} \quad (4)$$

$$\frac{x^2}{2x^2 - 5x - 4} \quad (3)$$

آزمون ۱۶ شهریور

۵۴- خطی که از دو نقطه $A(2, 5)$ و $B(-4, 1)$ می‌گذرد، محور x ها را با کدام طول قطع می‌کند؟

$$-6/5 \quad (4)$$

$$-6 \quad (3)$$

$$-5/5 \quad (2)$$

$$-5 \quad (1)$$

آزمون ۱۶ شهریور

۵۵- کدام تساوی در حالت کلی برقرار نیست؟ (عبارت‌ها تعریف شده هستند.)

$$\frac{a^2 + b^2}{a + b} = a - b \quad (2)$$

$$\frac{x}{x+y} + \frac{y}{x-y} = \frac{x^2 + y^2}{x^2 - y^2} \quad (1)$$

$$\frac{x^{13}y^2}{x^{15}y^{-3}} = \frac{y^5}{x^2} \quad (4)$$

$$\frac{\frac{a}{b}}{\frac{a}{c}} = \frac{c}{b} \quad (3)$$

آزمون ۱۶ شهریور

۵۶- حاصل عبارت تعریف شده $A = \frac{4x^3y + y^3x + 4x^2y^2}{x^2 + \frac{y^2}{4} + xy}$ کدام است؟

- (۱) $\frac{xy}{4}$ (۲) $\frac{xy}{2}$ (۳) $4xy$ (۴) $2xy$

آزمون ۱۶ شهریور

۵۷- اگر $x - \frac{xy}{x+y} = 3$ و $\frac{xy}{x+y} - y = -2$ باشد، حاصل عبارت $\frac{x(x-5)}{y(y-5)}$ کدام است؟ (همه)

عبارت‌ها تعریف شده‌اند.

- (۱) ۱ (۲) -۱ (۳) ۵ (۴) -۵

آزمون ۱۶ شهریور

۵۸- خطی که از دو نقطه $A = \begin{bmatrix} a \\ 1 \end{bmatrix}$ و $B = \begin{bmatrix} 1 \\ a \end{bmatrix}$ می‌گذرد بر خطی که از دو نقطه $C = \begin{bmatrix} b \\ b \end{bmatrix}$ و

$D = \begin{bmatrix} 0 \\ b-1 \end{bmatrix}$ می‌گذرد، منطبق است. حاصل $a+b$ کدام است؟ ($a \neq 1, b \neq 0$)

- (۱) ۴ (۲) -۴ (۳) ۲ (۴) -۲

آزمون ۱۶ شهریور

۵۹- هزینه ثابت کرایه اتومبیل در شرکتی ۵۰۰۰ تومان و به ازای هر ساعت استفاده از آن، ۱۳۰۰۰

تومان است. شرکت دیگری هزینه ثابت ۶۰۰۰ تومان و هزینه هر ساعت استفاده از آن را ۱۲۵۰۰

تومان را برای مشتریانش قرار داده است. برای کرایه اتومبیل به مدت ۱۰ ساعت، به کدام شرکت

برویم به صرفه‌تر است؟ هزینه پرداخت شده به این دو شرکت، طی چند ساعت کرایه، برابر خواهد

شد؟

(۲) دومی، ۱

(۱) اولی، ۲

(۴) دومی، ۲

(۳) اولی، ۳

آزمون ۱۶ شهریور

۶۰- جواب دستگاه معادله‌های خطی زیر کدام است؟

$$\begin{cases} (x - y) + 4(y + 2x) = 0 \\ -2(x - y) + 3(y + 2x) = 11 \end{cases}$$

$$\begin{bmatrix} -1 \\ 3 \end{bmatrix} \quad (۲)$$

$$\begin{bmatrix} -2 \\ 3 \end{bmatrix} \quad (۱)$$

$$\begin{bmatrix} 1 \\ -3 \end{bmatrix} \quad (۴)$$

$$\begin{bmatrix} 3 \\ -1 \end{bmatrix} \quad (۳)$$

آزمون ۱۶ شهریور

ریاضی و آمار ۱ - ۱۰ سوال

۶۱- اگر $x = y + 4$ و $x^2 + y^2 = 24$ باشد، حاصل $x^3 - y^3$ کدام است؟

۱۲۸ (۲)

۹۲ (۱)

۸۰ (۴)

۱۱۲ (۳)

آزمون ۱۶ شهریور

۶۲- حاصل عبارت $(x-1)(x^2-x+1)(x+1)(x^2+x+1)$ به ازای $x = \sqrt[3]{3}$ کدام است؟

۲۸ (۲)

۲۶ (۱)

۸ (۴)

۱۰ (۳)

آزمون ۱۶ شهریور

۶۳- در تجزیه عبارت $x^6 - 625x^2$ کدام عبارت وجود ندارد؟

$x - 5$ (۴)

$x^2 + 25$ (۳)

$x^3 + 25$ (۲)

x^2 (۱)

آزمون ۱۶ شهریور

۶۴- کدام عبارت گویا به‌ازای همهٔ مقادیر اعداد حقیقی تعریف شده است؟

$$y = \frac{2x^2 + 1}{x^2 + 9} \quad (2)$$

$$y = \frac{3x - 1}{x^2 + x} \quad (1)$$

$$y = \frac{x + 5}{x^3 - 4x} \quad (4)$$

$$y = \frac{x + 1}{x^2 - 1} \quad (3)$$

آزمون ۱۶ شهریور

۶۵- حاصل عبارت تعریف شدهٔ $A = \frac{x^4 - x}{x^3 + x^2 + x}$ کدام است؟

$$x - 1 \quad (4)$$

$$x + 1 \quad (3)$$

$$x^2 + 1 \quad (2)$$

$$x^2 - 1 \quad (1)$$

آزمون ۱۶ شهریور

۶۶- حاصل عبارت تعریف شدهٔ $A = \frac{x+1}{x^2 - x} - \frac{x+3}{x^2 - 1}$ کدام است؟

$$\frac{-1}{x^2 - 1} \quad (4)$$

$$\frac{-1}{x(x+1)} \quad (3)$$

$$\frac{-1}{x(x-1)} \quad (2)$$

$$\frac{1}{x^2 - 1} \quad (1)$$

آزمون ۱۶ شهریور

۶۷- مجموع پنج عدد فرد متوالی برابر با ۹۵ است. مجموع عدد اول و چهارم کدام است؟

۳۲ (۴)

۳۴ (۳)

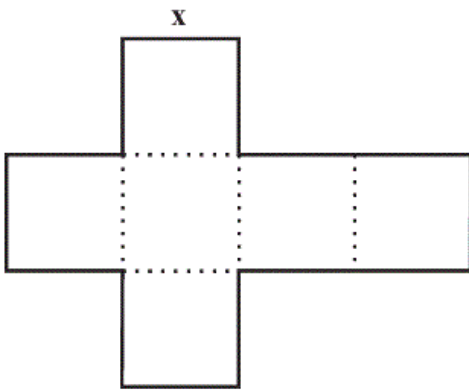
۳۶ (۲)

۳۸ (۱)

آزمون ۱۶ شهریور

۶۸- شکل زیر باز شده یک مکعب است، اگر عدد مساحت شکل و عدد محیط شکل برابر باشند، در این

صورت مقدار x کدام است؟



$\frac{2}{9}$ (۲)

$\frac{3}{7}$ (۱)

$\frac{9}{2}$ (۴)

$\frac{7}{3}$ (۳)

آزمون ۱۶ شهریور

۶۹- در معادله $-100 = (3x - 2)^2 - 19$ دو برابر قدرمطلق تفاضل ریشه‌ها کدام است؟

۶ (۲)

۱۰ (۱)

۱۸ (۴)

۱۲ (۳)

۷۰- برای حل معادله $x^2 - 5x = 7$ به روش مربع کامل، کدام عدد باید به طرفین معادله اضافه شود؟

$$\frac{49}{4} \quad (۴)$$

$$49 \quad (۳)$$

$$\frac{25}{4} \quad (۲)$$

$$25 \quad (۱)$$

ریاضی نهم - سوالات موازی - ۱۰ سوال

۸۱- کدام گزینه مجموعه اعدادی را نشان می‌دهد که به‌ازای آن‌ها هیچ یک از سه عبارت A ، B و C تعریف نمی‌شود؟

$$A = \frac{x-1}{x^3 + x^2 - 6x}$$

$$B = \frac{x^2 + 4x + 3}{x^2 + 5x - 14}$$

$$C = \frac{13}{x^4 + 3x^3 - 10x^2}$$

$$\{-3, 0, 2\} \quad (۴)$$

$$\{0, 2\} \quad (۳)$$

$$\{2\} \quad (۲)$$

$$\{2, -5\} \quad (۱)$$

۸۲- معادله خطی که با خط گذرا از دو نقطه $\begin{bmatrix} 3 \\ 1 \end{bmatrix}$ و $\begin{bmatrix} 5 \\ 0 \end{bmatrix}$ موازی بوده و از نقطه $\begin{bmatrix} -2 \\ -1 \end{bmatrix}$ بگذرد،

کدام است؟

$$2y - x = -4 \quad (۲)$$

$$2y + x = -4 \quad (۱)$$

$$3y - 2x = 1 \quad (۴)$$

$$5x + 10y = -18 \quad (۳)$$

۸۳- کدام یک از تساوی‌های زیر در حالت کلی برقرار است؟ (عبارت‌ها تعریف شده هستند).

$$\frac{2x^2 + 7x - 15}{2x + 3} = x - 5 \quad (2)$$

$$\frac{5a^2 - 3b^2}{a^3} = \frac{5 - 3b^2}{a} \quad (1)$$

$$\frac{a^2}{c^2} + \frac{b^2}{d^2} = \frac{a^2 + b^2}{c^2 + d^2} \quad (4)$$

$$\frac{x}{x+y} - \frac{y}{x^2 - y^2} = \frac{x^2 - y(x+1)}{x^2 - y^2} \quad (3)$$

آزمون ۱۶ شهریور

۸۴- حاصل عبارت زیر کدام است؟

$$\frac{x^2 - 5x + 4}{4x^2y - 16xy} \div \frac{x^2 + x - 6}{4x + 12} = ?$$

$$\frac{x-1}{x^2y - 2xy} \quad (2)$$

$$\frac{x+1}{x^2y + 2xy} \quad (1)$$

$$\frac{x-2}{x^2y - xy} \quad (4)$$

$$\frac{x+2}{x^2y + xy} \quad (3)$$

آزمون ۱۶ شهریور

۸۵- ساده شده عبارت $A = \frac{(x^2 - 3x - 10)(x^2 - 25)(x + 3)}{x^2 - 10x + 25}$ کدام است؟

$$(x-2)(x+3)(x+5) \quad (2)$$

$$(x+2)(x+3)(x+5) \quad (1)$$

$$(x+2)(x+3) \quad (4)$$

$$(x-2)(x+3)(x-5) \quad (3)$$

آزمون ۱۶ شهریور

۸۶- اگر $ab = 1$ باشد، حاصل عبارت $\frac{a^4 - \frac{1}{a^4}}{b^2 - \frac{1}{b^2}}$ کدام است؟ ($b \neq \pm 1$)

(۲) $2 - (a + b)^2$

(۱) $(a + b)^2 - 2$

(۴) $-(a + b)^2$

(۳) $(a + b)^2$

آزمون ۱۶ شهریور

۸۷- اگر $64 = \frac{(\frac{x}{y})^{-6} (\frac{y^2}{x^2 + y^2})^{-3}}{(x^{-2} + y^{-2})^3}$ باشد، مقدار مثبت y کدام است؟ ($x \neq 0, y \neq 0$)

(۴) ۶

(۳) $\frac{1}{2}$

(۲) ۲

(۱) ۱

آزمون ۱۶ شهریور

۸۸- اگر سه نقطه $A = \begin{bmatrix} a \\ b \end{bmatrix}$ ، $B = \begin{bmatrix} b \\ c \end{bmatrix}$ و $C = \begin{bmatrix} c \\ d \end{bmatrix}$ روی خط به معادله $y = 2x + 1$ باشند،

شیب خط $(d + 1)y + (a + 1)x = 1$ کدام است؟ ($b \neq d, a \neq -1$)

(۴) $-\frac{1}{8}$

(۳) -۸

(۲) $-\frac{1}{4}$

(۱) -۴

آزمون ۱۶ شهریور

۸۹- اگر عرض از مبدأ خط $ax + by = 10$ دو برابر شیب آن باشد و همچنین نقطه $(1, 3)$ در آن

صدق کند، $a + b$ کدام است؟ ($b \neq 0$)

(۴) صفر

(۳) ۵

(۲) -۱

(۱) -۵

آزمون ۱۶ شهریور

۹۰- در یک کلاس، اگر ۲۵ درصد دانش آموزان که داخل کلاس هستند، بیرون کلاس بروند و همزمان

۲۵ درصد دانش آموزانی که بیرون کلاس هستند، داخل بیایند، آن گاه پس از این تغییرات ۷۰

درصد کل دانش آموزان بیرون کلاس هستند. در ابتدا چند درصد دانش آموزان، بیرون کلاس

بوده‌اند؟

(۴) ۹۵

(۳) ۹۰

(۲) ۸۰

(۱) ۷۵

آزمون ۱۶ شهریور

ریاضی و آمار ۱ - گواه - ۱۰ سوال

۷۱- اگر $a + 2b = 3$ باشد، حاصل $a(a + 2) + 4b(b + 1) + 4ab$ کدام است؟

(۴) ۱۸

(۳) ۱۷

(۲) ۱۶

(۱) ۱۵

آزمون ۱۶ شهریور

۷۲- در تجزیه عبارت $4x^2 - 4x - 24$ کدام عامل وجود دارد؟

(۴) $x + 3$

(۳) $x + 2$

(۲) $x - 2$

(۱) $x - 6$

آزمون ۱۶ شهریور

۷۳- از مستطیلی به ابعاد $x+3$ و $x+5$ یک مستطیل دیگر به ابعاد $x-1$ و $x+4$ را حذف کرده‌ایم، مساحت باقی‌مانده کدام است؟

- (۱) $4x+17$ (۲) $5x+17$ (۳) $4x+19$ (۴) $5x+19$

آزمون ۱۶ شهریور

۷۴- عبارت گویای $y = \frac{\frac{x}{x-5}}{\frac{x-1}{x-4}}$ به‌ازای چه مقادیری از x تعریف شده است؟

- (۱) $R - \{1, 5\}$ (۲) $R - \{1, 4, 5\}$ (۳) $R - \{4, 5\}$ (۴) R

آزمون ۱۶ شهریور

۷۵- حاصل عبارت $\frac{x^2-9}{x^2-4} \times \frac{x^2-3x+2}{x^2-4x+3} \times \frac{x^2+x-2}{x^2+4x+3}$ کدام است؟

- (۱) $\frac{x+2}{x-2}$ (۲) $\frac{x-2}{x+2}$ (۳) $\frac{x+2}{x-1}$ (۴) $\frac{x-1}{x+1}$

آزمون ۱۶ شهریور

۷۶- خلاصه‌شده عبارت $\left(x - \frac{x+6}{x-4}\right) \left(\frac{x^2+9}{x+1} - 5\right)$ کدام است؟

- (۱) x^2+3x-4 (۲) x^2-3x+4 (۳) x^2+5x+6 (۴) x^2-7x+6

آزمون ۱۶ شهریور

۷۷- با افزایش $12/5$ درصد به قیمت کالا، کالایی را به مبلغ ۹۴۵ ریال خریداری کرده‌ایم. قیمت کالا قبل از افزایش چه‌قدر بوده است؟

- (۱) ۸۱۰ (۲) ۸۲۰ (۳) ۸۴۰ (۴) ۸۶۰

آزمون ۱۶ شهریور

۷۸- علی $\frac{2}{7}$ پولش را به رضا و نصف باقی مانده پول خود را به حسن داد. اگر پولی که حسن دریافت

کرده ۲۰۰ تومان از رضا بیشتر باشد، کل پول علی چند تومان بوده است؟

- (۱) ۷۰۰ (۲) ۱۴۰۰ (۳) ۲۸۰۰ (۴) ۴۲۰۰

آزمون ۱۶ شهریور

۷۹- نسبت دو عدد مثبت برابر $\frac{3}{4}$ و مجموع مربع‌های آن دو عدد ۵۲ است. مجموع دو عدد کدام

است؟

- (۱) ۱۰ (۲) ۲۴ (۳) ۶ (۴) ۵

آزمون ۱۶ شهریور

۸۰- اگر در معادله درجه دوم $ax^2 - 12x + 9 = 0$ تفاضل دو ریشه برابر صفر باشد، یک ریشه این

معادله کدام است؟

- (۱) $-\frac{3}{4}$ (۲) $\frac{3}{4}$ (۳) $\frac{3}{2}$ (۴) ۳

آزمون ۱۶ شهریور

ریاضی نهم - موازی - گواه - ۱۰ سوال

۹۱- در عبارت $\frac{x^3 - 9x}{\square} = \frac{x - 3}{x + 5}$ ، به جای $\square$ کدام عبارت زیر را قرار دهیم تا تساوی همواره

برقرار باشد؟

- (۱) $x^2 + 8x + 15$ (۲) $x^3 + 8x^2 + 15x$
(۳) $x^3 - 25x$ (۴) $x^3 + 2x^2 - 15x$

آزمون ۱۶ شهریور

۹۲- اگر $abc = 2$ باشد، حاصل $\frac{b+6}{3ac+1}$ ، برابر است با:

- (۱) b (۲) a (۳) c (۴) abc

آزمون ۱۶ شهریور

۹۳- خلاصه شده‌ی عبارت $(1 - \frac{1}{x+2}) \div (x - 5 + \frac{6}{x+2})$ کدام است؟ $(x \neq -2, -1)$

(۲) $x - 3$

(۱) $x + 3$

(۴) $x - 6$

(۳) $x - 4$

آزمون ۱۶ شهریور

۹۴- اگر $\frac{ax^2 - ax}{4x} \times \frac{3x + 6}{x^2 + x - 2} = 6$ باشد، عدد a کدام است؟ $(x \neq 0, 1, -2)$

(۴) ۳

(۳) ۴

(۲) ۶

(۱) ۸

آزمون ۱۶ شهریور

۹۵- اگر $A = x^2 + \frac{1}{x^2}$ و $B = x + \frac{1}{x}$ و $C = x - \frac{1}{x}$ ، حاصل $\frac{A}{B^2 + C^2}$ کدام است؟ $(x \neq 0)$

(۴) ۴

(۳) $\frac{1}{4}$

(۲) ۲

(۱) $\frac{1}{2}$

آزمون ۱۶ شهریور

۹۶- مقدار a چقدر باشد تا خط گذرنده از نقاط $\begin{bmatrix} 3a-2 \\ 2a+1 \end{bmatrix}$ و $\begin{bmatrix} 7 \\ -3 \end{bmatrix}$ موازی محور عرض‌ها باشد؟

(۴) ۲

(۳) -۲

(۲) ۳

(۱) -۳

آزمون ۱۶ شهریور

۹۷- به ازای کدام مقدار m ، خط به معادله $y = (m-1)x + 2 - m$ ، از ناحیه اول محورهای مختصات نمی‌گذرد؟

(۲) $1 < m < 2$

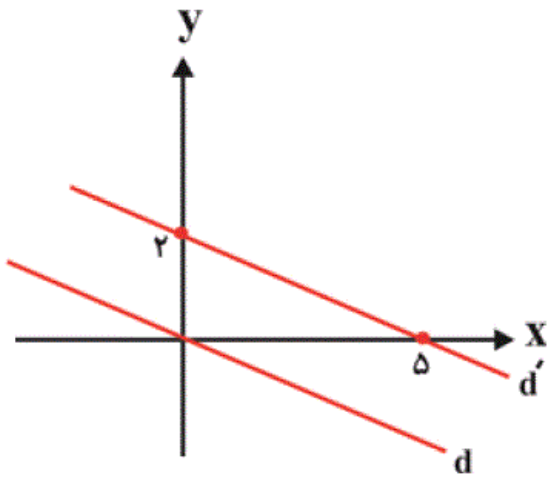
(۱) $m > 1$

(۴) هیچ مقدار m

(۳) هر مقدار m

آزمون ۱۶ شهریور

۹۸- دو خط d و d' موازی هستند. معادله خط d کدام است؟



$$y = -\frac{5}{2}x \quad (1)$$

$$y = -\frac{2}{5}x \quad (2)$$

$$y = -\frac{2}{5}x + 1 \quad (3)$$

$$y = \frac{5}{2}x \quad (4)$$

آزمون ۱۶ شهریور

۹۹- در مثلث قائم الزاویه‌ای، نسبت دو زاویه تند آن ۳ به ۲ است. تفاضل این دو زاویه چند درجه است؟

۳۰ (۴)

۲۵ (۳)

۲۰ (۲)

۱۸ (۱)

آزمون ۱۶ شهریور

۱۰۰- مقدار m برابر کدام گزینه باشد تا دو خط $2x - 3y = 15$ و $x + (m - 3)y = -3$ هم‌دیگر

را روی نیمساز ربع دوم و چهارم قطع کنند؟ (ناحیه مختصاتی به صورت است.)

-۵ (۲)

۵ (۱)

-۱ (۴)

۱ (۳)

آزمون ۱۶ شهریور

۵۱-

«هانیه ساعی یکتا»

با توجه به تعریف عبارت گویا، گزینه‌های «۱» تا «۳» گویا هستند ولی در گزینه «۴» یک چندجمله‌ای زیر رادیکال است، پس عبارت گویا نیست.

(صفحه‌های ۱۱۴ و ۱۱۵ کتاب درسی) (عبارت‌های گویا)

☒ ۴

☐ ۳

☐ ۲

☐ ۱

آزمون ۱۶ شهریور

۵۲-

«هانیه ساعی یکتا»

مخرج کسرهای داده شده باید مخالف صفر باشند:

$$\frac{1}{x} \Rightarrow x \neq 0$$

$$x - \frac{1}{x} \neq 0 \Rightarrow \frac{x^2 - 1}{x} \neq 0 \Rightarrow x^2 \neq 1 \Rightarrow x \neq \pm 1$$

$$P(x) = \frac{x + \frac{1}{x} - 2}{x - \frac{1}{x}} = \frac{\frac{x^2 + 1 - 2x}{x}}{\frac{x^2 - 1}{x}} = \frac{(x-1)^2}{(x+1)(x-1)} = \frac{x-1}{x+1}$$

(صفحه‌های ۱۱۵ تا ۱۲۵ کتاب درسی) (عبارت‌های گویا)

☒ ۴

☐ ۳

☐ ۲

☐ ۱

آزمون ۱۶ شهریور

ابتدا هر یک از عبارت‌های داخل پرانتز را ساده می‌کنیم:

$$\left(\frac{x}{x+1} + \frac{x}{x-1}\right) = \frac{x^2 - x + x^2 + x}{x^2 - 1} = \frac{2x^2}{x^2 - 1}$$

$$\left(1 - \frac{4}{x+1}\right) = \frac{x+1-4}{x+1} = \frac{x-3}{x+1}$$

$$\Rightarrow A = \frac{2x^2}{x^2 - 1} \times \frac{x+1}{x-3}$$

$$= \frac{2x^2}{(x-1)(x+1)} \times \frac{x+1}{x-3} = \frac{2x^2}{x^2 - 4x + 3}$$

(صفحه‌های ۱۱۶ تا ۱۲۵ کتاب درسی) (عبارت‌های گویا)

۴ ✓

۳

۲

۱

آزمون ۱۶ شهریور

ابتدا شیب خطی که از این دو نقطه می‌گذرد را به دست می‌آوریم:

$$m = \frac{y_2 - y_1}{x_2 - x_1} = \frac{5 - 1}{2 - (-4)} = \frac{4}{6} = \frac{2}{3}$$

$$y = mx + b \Rightarrow y = \frac{2}{3}x + b \xrightarrow{A(2,5)} 5 = \frac{4}{3} + b$$

$$\Rightarrow b = \frac{15}{3} - \frac{4}{3} = \frac{11}{3}$$

پس معادله خط برابر با $y = \frac{2}{3}x + \frac{11}{3}$ است. در نقطه برخورد با محور طول‌ها $y = 0$

است، پس:

$$\xrightarrow{y=0} \frac{2}{3}x + \frac{11}{3} = 0 \Rightarrow \frac{2}{3}x = -\frac{11}{3}$$

$$\Rightarrow x = -\frac{11}{2} = -5.5$$

(صفحه‌های ۱۰۲ تا ۱۰۷ کتاب درسی) (فقط و معادله‌های فخطی)

۴

۳

۲ ✓

۱

آزمون ۱۶ شهریور

بررسی گزینه‌ها:

گزینه «۱»:

$$\frac{x}{x+y} + \frac{y}{x-y} = \frac{x(x-y) + y(x+y)}{(x+y)(x-y)}$$

$$= \frac{x^2 - xy + xy + y^2}{x^2 - y^2} = \frac{x^2 + y^2}{x^2 - y^2} \quad \text{درست}$$

گزینه «۲»:

$$\frac{a^2 + b^2}{a + b} = a - b$$

$$\Rightarrow a^2 + b^2 \neq (a - b)(a + b) = a^2 - b^2 \quad \text{نادرست}$$

گزینه «۳»:

$$\frac{\frac{a}{b}}{\frac{a}{c}} = \frac{ac}{ab} = \frac{c}{b} \quad \text{درست}$$

گزینه «۴»:

$$\frac{x^{13}y^2}{x^{15}y^{-3}} = \frac{1}{x^2} \times y^2 \times y^3 = \frac{y^5}{x^2} \quad \text{درست}$$

(صفحه‌های ۱۱۹ تا ۱۲۵ کتاب درسی) (عبارت‌های گویا)

۴

۳

۲ ✓

۱

آزمون ۱۶ شهریور

«مهرداد فاضلی»

$$\begin{cases} 4x^3y + y^3x + 4x^2y^2 = xy(4x^2 + y^2 + 4xy) = xy(2x + y)^2 \\ x^2 + \frac{y^2}{4} + xy = \frac{4x^2 + y^2 + 4xy}{4} = \frac{(2x + y)^2}{4} \end{cases}$$

$$A = \frac{4x^3y + y^3x + 4x^2y^2}{x^2 + \frac{y^2}{4} + xy} = \frac{xy(2x + y)^2}{\frac{(2x + y)^2}{4}} = 4xy$$

(صفحه‌های ۱۱۶ تا ۱۱۸ کتاب درسی) (عبارت‌های گویا)

۴

۳ ✓

۲

۱

آزمون ۱۶ شهریور

$$\xrightarrow{(-1) \times} \begin{cases} x - \frac{xy}{x+y} = 3 \\ \frac{xy}{x+y} - y = -2 \end{cases}$$

$$\Rightarrow x + y - \frac{2xy}{x+y} = 5 \Rightarrow \frac{(x+y)^2 - 2xy}{x+y} = 5$$

$$\frac{x^2 + y^2}{x+y} = \frac{5}{1} \Rightarrow x^2 + y^2 = 5(x+y) \Rightarrow x^2 - 5x = 5y - y^2$$

$$\frac{x^2 - 5x}{y^2 - 5y} = -1 \Rightarrow \frac{x(x-5)}{y(y-5)} = -1$$

(صفحه‌های ۱۱۴ تا ۱۱۸، ۱۲۰ و ۱۲۱ کتاب درسی) (عبارت‌های گویا)

۴

۳

۲✓

۱

آزمون ۱۶ شهریور

دو خطی که بر هم منطبق هستند، معادلات یکسانی دارند.

$$\begin{cases} A = \begin{bmatrix} a \\ 1 \end{bmatrix} \\ B = \begin{bmatrix} 1 \\ a \end{bmatrix} \end{cases} \Rightarrow m = \frac{a-1}{1-a} = -1$$

$$(1) \quad (y-1) = (-1)(x-a) \Rightarrow y = -x + a + 1$$

$$\begin{cases} C = \begin{bmatrix} b \\ b \end{bmatrix} \\ D = \begin{bmatrix} \circ \\ b-1 \end{bmatrix} \end{cases} \Rightarrow m = \frac{b-(b-1)}{b-\circ} = \frac{1}{b}$$

$$(2) \quad (y-b) = \frac{1}{b}(x-b) \Rightarrow y = \frac{1}{b}x + b - 1$$

$$\xrightarrow{(1), (2)} -x + a + 1 = \frac{1}{b}x + b - 1$$

$$\begin{cases} a+1 = b-1 \\ \frac{1}{b} = -1 \end{cases} \Rightarrow b = -1, a = -3$$

$$a + b = -4$$

(صفحه‌های ۱۰۲ تا ۱۰۷ کتاب درسی) (قط و معادله‌های قطی)

۴

۳

۲✓

۱

آزمون ۱۶ شهریور

از دستگاه معادلات خطی برای حل این مسئله کمک می‌گیریم:

$$y_1 = 5000 + 13000x$$

$$y_2 = 6000 + 12500x$$

به ازای $x = 10$ داریم:

$$y_1 = 5000 + 13000 \times 10 = 135000$$

$$y_2 = 6000 + 12500 \times 10 = 131000$$

برای ۱۰ ساعت به صرفه‌تر است از شرکت دوم اتومبیل کرایه کنیم.

برای این که هزینه‌ها برابر شوند، y ها را مساوی قرار می‌دهیم.

$$\begin{cases} 5000 + 13000x = y \\ 6000 + 12500x = y \end{cases}$$

$$\Rightarrow -1000 + 500x = 0 \Rightarrow x = 2$$

هزینه پرداخت شده برای مدت ۲ ساعت کرایه، به این دو شرکت برابر خواهد بود.

(صفحه‌های ۱۰۸ تا ۱۱۲ کتاب درسی) (فقط و معادله‌های فخطی)

۴ ✓

۳

۲

۱

آزمون ۱۶ شهریور

$$(x - y) + 4(y + 2x) = 0$$

$$\Rightarrow x - y + 4y + 8x = 0 \Rightarrow 9x + 3y = 0$$

$$\Rightarrow -3x = y$$

$$-2(x - y) + 3(y + 2x) = 11$$

$$\Rightarrow -2x + 2y + 3y + 6x = 11$$

$$\Rightarrow 4x + 5y = 11 \xrightarrow{y = -3x}$$

$$4x - 15x = 11 \Rightarrow -11x = 11 \Rightarrow x = -1$$

$$\Rightarrow y = -3 \times (-1) = 3$$

جواب دستگاه: $\begin{bmatrix} -1 \\ 3 \end{bmatrix}$

(صفحه‌های ۱۰۸ تا ۱۱۲ کتاب درسی) (فقط و معادله‌های فخطی)

۴

۳

۲ ✓

۱

آزمون ۱۶ شهریور

$$x = y + 4 \Rightarrow x - y = 4 \xrightarrow{\text{به توان ۲ می‌رسانیم}} (x - y)^2 = 4^2$$

$$\Rightarrow x^2 - 2xy + y^2 = 16$$

$$\xrightarrow{x^2 + y^2 = 24} 24 - 2xy = 16$$

$$\Rightarrow 2xy = 24 - 16 \Rightarrow 2xy = 8 \Rightarrow xy = 4$$

از اتحاد تفاضل مکعب دوجمله‌ای داریم:

$$x^3 - y^3 = (x - y)(x^2 + xy + y^2)$$

$$\Rightarrow x^3 - y^3 = 4 \times (24 + 4) = 4 \times 28 = 112$$

۴

۳ ✓

۲

۱

آزمون ۱۶ شهریور

با دقت در عبارت داده شده که همان اتحاد مجموع و تفاضل مکعب دوجمله‌ای است، می‌توان نوشت:

$$(x - 1)(x^2 - x + 1)(x + 1)(x^2 + x + 1)$$

$$= \underbrace{(x - 1)(x^2 + x + 1)}_{(x^3 - 1)} \underbrace{(x + 1)(x^2 - x + 1)}_{(x^3 + 1)} = (x^3 - 1)(x^3 + 1)$$

عبارت $(x^3 - 1)(x^3 + 1)$ نیز اتحاد مزدوج است که می‌توان نوشت:

$$(x^3 - 1)(x^3 + 1) = (x^3)^2 - (1)^2 = x^6 - 1$$

حال اگر $x = \sqrt[3]{3}$ باشد.

$$x^6 - 1 \xrightarrow{x = \sqrt[3]{3}} (\sqrt[3]{3})^6 - 1 = 3^2 - 1 = 9 - 1 = 8$$

۴ ✓

۳

۲

۱

آزمون ۱۶ شهریور

$$\underbrace{x^6 - 625x^2}_{x^2} = x^2(x^4 - 625) = x^2((x^2)^2 - (25)^2)$$

اتحاد مزدوج فاکتورگیری از x^2

$$= x^2 \underbrace{(x^2 - 25)}_{\text{اتحاد مزدوج}} (x^2 + 25) = x^2(x - 5)(x + 5)(x^2 + 25)$$

۴

۳

۲ ✓

۱

آزمون ۱۶ شهریور

عبارت گویا به‌ازای ریشه‌های مخرج تعریف نشده است، لذا به بررسی گزینه‌ها می‌پردازیم:

$$۱) y = \frac{3x-1}{x^2+x} \Rightarrow x^2+x=0 \Rightarrow x(x+1)=0 \Rightarrow \begin{cases} x=0 \\ x+1=0 \Rightarrow x=-1 \end{cases}$$

پس عبارت گویا به‌ازای $R - \{0, -1\}$ تعریف شده است.

$$۲) y = \frac{2x^2+1}{x^2+9} \Rightarrow x^2+9=0 \Rightarrow x^2=-9$$

جواب ندارد

پس عبارت گویا به‌ازای همهٔ مقادیر اعداد حقیقی تعریف شده است.

$$۳) y = \frac{x+1}{x^2-1} \Rightarrow x^2-1=0 \Rightarrow (x-1)(x+1)=0 \Rightarrow \begin{cases} x-1=0 \Rightarrow x=1 \\ x+1=0 \Rightarrow x=-1 \end{cases}$$

پس عبارت گویا به‌ازای $R - \{-1, 1\}$ تعریف شده است.

$$۴) y = \frac{x+5}{x^3-4x} \Rightarrow x^3-4x=0 \Rightarrow x(x^2-4)=0$$

$$\Rightarrow x(x-2)(x+2)=0 \Rightarrow \begin{cases} x=0 \\ x-2=0 \Rightarrow x=2 \\ x+2=0 \Rightarrow x=-2 \end{cases}$$

پس عبارت گویا به‌ازای $R - \{0, -2, 2\}$ تعریف شده است.

۴

۳

۲✓

۱

آزمون ۱۶ شهریور

$$A = \frac{x^4-x}{x^3+x^2+x} = \frac{x(x^3-1)}{x(x^2+x+1)} = \frac{(x-1)(x^2+x+1)}{x^2+x+1} = x-1$$

۴✓

۳

۲

۱

آزمون ۱۶ شهریور

ابتدا مخرج مشترک عبارت را به دست می‌آوریم:

$$\begin{cases} x^2 - x = x(x-1) \\ x^2 - 1 = (x-1)(x+1) \end{cases} \Rightarrow \text{مخرج مشترک} = x(x-1)(x+1)$$

$$A = \frac{x+1}{x^2-x} - \frac{x+3}{x^2-1} = \frac{x+1}{x(x-1)} - \frac{x+3}{(x-1)(x+1)}$$

$$= \frac{(x+1)(x+1)}{x(x-1)(x+1)} - \frac{x(x+3)}{x(x-1)(x+1)} = \frac{(x+1)^2 - x(x+3)}{x(x-1)(x+1)}$$

$$= \frac{x^2 + 2x + 1 - x^2 - 3x}{x(x-1)(x+1)} = \frac{-x+1}{x(x-1)(x+1)} = \frac{-(x-1)}{x(x-1)(x+1)} = \frac{-1}{x(x+1)}$$

۴

۳✓

۲

۱

آزمون ۱۶ شهریور

اگر عدد وسط (عدد سوم) را x در نظر بگیریم، اعداد به صورت زیر خواهند بود:

$$x-4, x-2, x, x+2, x+4$$

$$\Rightarrow (x-4) + (x-2) + (x) + (x+2) + (x+4) = 95 \Rightarrow 5x = 95 \Rightarrow x = 19$$

عدد سوم ۱۹ است. پس اعداد به صورت زیر هستند:

$$15, 17, 19, 21, 23$$

$$15 + 21 = 36$$

مجموع عدد اول و چهارم:

۴

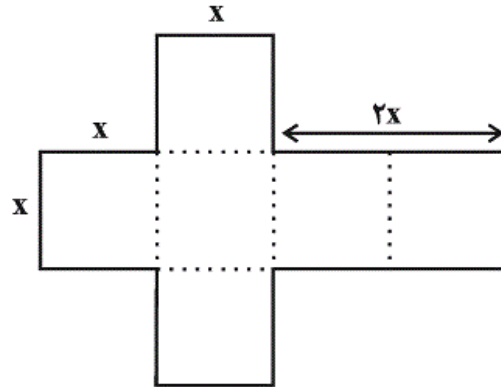
۳

۲✓

۱

آزمون ۱۶ شهریور

اگر طول ضلع مکعب را x فرض کنیم، طول تمام اضلاع کوچک x و طول اضلاع بزرگ $2x$ می‌باشد. برای محیط و مساحت شکل داریم:



$$\text{محیط شکل} = 10x + 2 \times 2x = 10x + 4x = 14x$$

$$\text{مساحت شکل} = 6 \times x^2 = 6x^2$$

$$\Rightarrow \begin{cases} x=0 & \text{غ ق ق} \\ x=\frac{14}{6}=\frac{7}{3} & \text{ق ق} \end{cases} \Rightarrow 14x = 6x^2 \Rightarrow \text{عدد مساحت شکل} = \text{عدد محیط شکل}$$

۴

۳✓

۲

۱

آزمون ۱۶ شهریور

$$(3x-2)^2 - 100 = -19 \Rightarrow (3x-2)^2 = 100 - 19$$

$$\Rightarrow (3x-2)^2 = 81 \xrightarrow{\text{ریشه‌گیری}} 3x-2 = \pm 9 \Rightarrow \begin{cases} 3x-2=9 \Rightarrow x=\frac{11}{3} \\ 3x-2=-9 \Rightarrow x=\frac{-7}{3} \end{cases}$$

$$\Rightarrow 2 \left| \frac{11}{3} - \left(\frac{-7}{3} \right) \right| = 2 \times \frac{18}{3} = 12$$

۴

۳✓

۲

۱

آزمون ۱۶ شهریور

برای حل معادله درجه دوم به روش مربع کامل، هنگامی که عدد ثابت در طرف راست تساوی و ضریب x^2 یک است، کافی است مربع نصف ضریب x را به طرفین معادله اضافه کنیم:

$$x^2 - 5x = 7 \xrightarrow{\text{اضافه کردن مربع نصف ضریب } x} x^2 - 5x + \left(\frac{1}{2} \times (-5)\right)^2$$

$$= \left(\frac{1}{2} \times (-5)\right)^2 + 7 \Rightarrow x^2 - 5x + \left(-\frac{5}{2}\right)^2 = \left(-\frac{5}{2}\right)^2 + 7$$

$$\Rightarrow x^2 - 5x + \frac{25}{4} = \frac{25}{4} + 7 \Rightarrow \left(x - \frac{5}{2}\right)^2 = \frac{53}{4}$$

پس کافی است عدد $\frac{25}{4}$ را به طرفین معادله اضافه کنیم.

۴

۳

۲ ✓

۱

مقادیری که به ازای آنها یک عبارت گویا تعریف نشده است، همان ریشه‌های مخرج هستند.

$$A = \frac{x-1}{x^3+x^2-6x} \Rightarrow x^3+x^2-6x=0$$

$$\Rightarrow x(x^2+x-6) = x(x-2)(x+3) = 0$$

$$\text{ریشه‌ها: } \{0, 2, -3\}$$

$$B = \frac{x^2+4x+3}{x^2+5x-14} \Rightarrow x^2+5x-14=0$$

$$\Rightarrow (x+7)(x-2) = 0$$

$$\text{ریشه‌ها: } \{2, -7\}$$

$$C = \frac{13}{x^4+3x^3-10x^2}$$

$$\Rightarrow x^4+3x^3-10x^2=0$$

$$\Rightarrow x^2(x^2+3x-10) = x^2(x+5)(x-2) = 0$$

$$\text{ریشه‌ها: } \{0, 2, -5\}$$

پس هر سه عبارت به ازای $x=2$ تعریف نمی‌شوند.

(صفحه‌های ۱۱۴ تا ۱۱۸ کتاب درسی) (عبارت‌های گویا)

۴

۳

۲✓

۱

آزمون ۱۶ شهریور

ابتدا شیب معادله خطی که از دو نقطه $\begin{bmatrix} 3 \\ 1 \end{bmatrix}$ و $\begin{bmatrix} 5 \\ 0 \end{bmatrix}$ می‌گذرد را به دست می‌آوریم.

$$\text{شیب خط} = \frac{y_2 - y_1}{x_2 - x_1} = \frac{0 - 1}{5 - 3} = -\frac{1}{2}$$

چون دو خط موازی هستند، بنابراین شیب دو خط برابر است.

$$y - y_1 = m(x - x_1) \Rightarrow y - (-1) = -\frac{1}{2}(x - (-2))$$

$$\Rightarrow y + 1 = -\frac{1}{2}(x + 2) \Rightarrow y = -\frac{1}{2}x - 2$$

$$\Rightarrow 2y + x = -4$$

(صفحه‌های ۱۰۲ تا ۱۰۷ کتاب درسی) (خط و معادله‌های خطی)

۴

۳

۲

۱ ✓

آزمون ۱۶ شهریور

در گزینه «۳» داریم:

$$\frac{x}{x+y} - \frac{y}{x^2-y^2} = \frac{x(x-y)}{(x+y)(x-y)} - \frac{y}{x^2-y^2}$$

$$= \frac{x^2-xy-y}{x^2-y^2} = \frac{x^2-y(x+1)}{x^2-y^2}$$

بررسی گزینه‌های دیگر:

گزینه «۱»:

$$\frac{5a^2-3b^2}{a^3} = \frac{5a^2}{a^3} - \frac{3b^2}{a^3} = \frac{5}{a} - \frac{3b^2}{a^3} \quad (1)$$

عبارت (۱) با $\frac{5-3b^2}{a}$ برابر نیست.

گزینه «۲»:

$$\frac{2x^2+7x-15}{2x+3} - (x-5) = 0$$

$$\Rightarrow \frac{2x^2+7x-15-2x^2-3x+10x+15}{2x+3} = 0$$

$$\Rightarrow \frac{14x}{2x+3} = 0$$

به‌طور کلی برقرار نیست.

گزینه «۴»:

$$\frac{a^2}{c^2} + \frac{b^2}{d^2} = \frac{a^2d^2+b^2c^2}{c^2d^2} \quad (2)$$

عبارت (۲) با $\frac{a^2+b^2}{c^2+d^2}$ برابر نیست.

(صفحه‌های ۱۲۰ تا ۱۲۳ کتاب درسی) (عبارت‌های گویا)

۴

۳✓

۲

۱

«علی ارجمند»

$$\frac{x^2 - 5x + 4}{4x^2y - 16xy} \div \frac{x^2 + x - 6}{4x + 12} = \frac{(x-1)(x-4)}{4xy(x-4)} \times \frac{4(x+3)}{(x+3)(x-2)}$$

$$= \frac{(x-1)}{xy(x-2)} = \frac{x-1}{x^2y - 2xy}$$

(صفحه‌های ۱۱۶ تا ۱۲۵ کتاب درسی) (عبارت‌های گویا)

۴

۳

۲✓

۱

«هانیه ساعی یکتا»

$$x^2 - 3x - 10 \xrightarrow{\text{اتحاد جمله مشترک}}$$

$$x^2 + (2-5)x + (2 \times (-5)) = (x-5)(x+2)$$

$$x^2 - 25 \xrightarrow{\text{اتحاد مزدوج}} (x-5)(x+5)$$

$$x^2 - 10x + 25 \xrightarrow{\text{اتحاد مربع دو جمله ای}} (x-5)^2$$

$$\Rightarrow A = \frac{(x-5)(x+2)(x-5)(x+5)(x+3)}{(x-5)^2}$$

$$= (x+2)(x+3)(x+5)$$

(صفحه‌های ۱۱۶ تا ۱۱۸ کتاب درسی) (عبارت‌های گویا)

۴

۳

۲

۱✓

طبق صورت سؤال داریم:

$$ab = 1 \Rightarrow \begin{cases} a = \frac{1}{b} & (1) \\ b = \frac{1}{a} & (2) \end{cases}$$

با استفاده از اتحادهای مزدوج و مربع مجموع دو جمله‌ای، داریم:

$$\frac{a^4 - \frac{1}{a^4}}{b^2 - \frac{1}{b^2}} = \frac{a^4 - b^4}{b^2 - a^2} = \frac{(a^2 - b^2)(a^2 + b^2)}{-(a^2 - b^2)}$$

$$= -(a^2 + b^2) = 2ab - (a + b)^2 \stackrel{ab=1}{=} 2 - (a + b)^2$$

(صفحه‌های ۱۱۶ تا ۱۱۸ کتاب درسی) (عبارت‌های گویا)

۴

۳

۲✓

۱

آزمون ۱۶ شهریور

$$\left(\frac{x^{-6}}{y^{-6}}\right) = \left(\frac{y}{x}\right)^6 = \frac{y^6}{x^6}$$

$$\left(\frac{y^2}{x^2 + y^2}\right)^{-3} = \left(\frac{x^2 + y^2}{y^2}\right)^3 = \frac{(x^2 + y^2)^3}{y^6}$$

$$(x^{-2} + y^{-2})^3 = \left(\frac{1}{x^2} + \frac{1}{y^2}\right)^3 = \left(\frac{x^2 + y^2}{x^2 y^2}\right)^3 = \frac{(x^2 + y^2)^3}{x^6 y^6}$$

$$\frac{\left(\frac{y^6}{x^6}\right) \left(\frac{(x^2 + y^2)^3}{y^6}\right)}{\frac{(x^2 + y^2)^3}{x^6 y^6}} = \frac{x^6 y^6 (x^2 + y^2)^3}{x^6 (x^2 + y^2)^3} = y^6 = 64$$

$$\Rightarrow y^6 = 64 \xrightarrow{y>0} y = 2$$

(صفحه‌های ۱۱۶ تا ۱۲۵ کتاب درسی) (عبارت‌های گویا)

۴

۳

۲✓

۱

آزمون ۱۶ شهریور

مختصات سه نقطه A ، B و C در معادله خط $y = 2x + 1$ صدق می‌کند.

$$\begin{cases} b = 2a + 1 \\ c = 2b + 1 \end{cases} \Rightarrow c = 4a + 3$$

$$\begin{cases} c = 4a + 3 \\ d = 2c + 1 \end{cases} \Rightarrow d = 8a + 7$$

شیب خط به معادله $(d+1)y + (a+1)x = 1$ برابر است با:

$$\frac{-(a+1)}{d+1} = \frac{-(a+1)}{8a+8} = \frac{-(a+1)}{8(a+1)} = -\frac{1}{8}$$

(صفحه‌های ۱۰۲ تا ۱۰۷ کتاب درسی) (خط و معادله‌های فطی)

☒ ۴

☐ ۳

☐ ۲

☐ ۱

آزمون ۱۶ شهریور

«هائیه ساعی یکتا»

$$ax + by = 10 \Rightarrow by = -ax + 10$$

$$\Rightarrow y = \underbrace{-\frac{a}{b}}_{\text{شیب خط}} x + \underbrace{\frac{10}{b}}_{\text{عرض از مبدأ}}$$

$$\Rightarrow \frac{10}{b} = -2 \frac{a}{b} \Rightarrow \text{شیب خط } 2 \times \text{عرض از مبدأ}$$

$$\Rightarrow \frac{10}{b} = -2 \frac{a}{b} \xrightarrow{b \neq 0} a = -5$$

$$ax + by = 10 \xrightarrow{(1,3)} a + 3b = 10 \Rightarrow -5 + 3b = 10$$

$$\Rightarrow 3b = 15 \Rightarrow b = 5$$

$$\Rightarrow a + b = -5 + 5 = 0$$

(صفحه‌های ۱۰۲ تا ۱۰۷ کتاب درسی) (خط و معادله‌های فطی)

☒ ۴

☐ ۳

☐ ۲

☐ ۱

آزمون ۱۶ شهریور

x : تعداد افراد درون کلاس $\Rightarrow x + y = \text{کل افراد}$
 y : تعداد افراد بیرون کلاس

$$\frac{25}{100}x + y - \frac{25}{100}y = \frac{70}{100}(x + y)$$

$$\xrightarrow{\times 100} 25x + 100y - 25y = 70x + 70y$$

$$\Rightarrow 45x = 5y \Rightarrow y = 9x \Rightarrow x + y = 10x$$

$$\Rightarrow \frac{y}{x+y} \times 100 = \frac{9x}{10x} \times 100 = 90\%$$

(صفحه‌های ۱۰۸ تا ۱۱۲ کتاب درسی) (فقط و معادله‌های فطی)

۴

۳✓

۲

۱

آزمون ۱۶ شهریور

(کتاب آبی، چند اتحاد جبری و کاربردها، صفحه‌ی ۱۰ و ۱۱ کتاب درسی)

ابتدا عبارت مورد نظر را ساده می‌کنیم، سپس با استفاده از اتحاد مربع دو جمله‌ای داریم:

$$a(a+2) + 4b(b+1) + 4ab = a^2 + 2a + 4b^2 + 4b + 4ab$$

$$= a^2 + 4ab + 4b^2 + 2a + 4b = (a+2b)^2 + 2(a+2b)$$

$$\xrightarrow{a+2b=3} 3^2 + 2 \times (3) = 9 + 6 = 15$$

۴

۳

۲

۱✓

آزمون ۱۶ شهریور

(کتاب آبی، چند اتحاد جبری و کاربردها، صفحه‌ی ۱۰ و ۱۱ کتاب درسی)

با استفاده از اتحاد جمله مشترک داریم:

$$4x^2 - 4x - 24 = 4(x^2 - x - 6) = 4(x^2 + (-3+2)x + (-3)(2))$$

$$= 4(x-3)(x+2)$$

۴

۳✓

۲

۱

آزمون ۱۶ شهریور

(کتاب آبی، چند اتحاد جبری و کاربردها، صفحه‌ی ۱۰ و ۱۱ کتاب درسی)

با استفاده از اتحاد جمله مشترک داریم:

مساحت مستطیل کسر شده - مساحت مستطیل اولیه = مساحت باقیمانده

$$\text{مساحت باقیمانده} = (x+3)(x+5) - (x-1)(x+4)$$

$$= x^2 + (3+5)x + (3)(5) - (x^2 + (4-1)x + (4)(-1))$$

$$= x^2 + 8x + 15 - (x^2 + 3x - 4)$$

$$= x^2 + 8x + 15 - x^2 - 3x + 4 = 5x + 19$$

☐ ۴ ✓

☐ ۳

☐ ۲

☐ ۱

آزمون ۱۶ شهریور

(کتاب آبی، عبارت‌های گویا، صفحه‌ی ۱۸ و ۱۹ کتاب درسی)

ابتدا مخرج کسرهای $\frac{x-4}{x-5}$ و $\frac{x}{x-1}$ را مساوی صفر قرار می‌دهیم، لذا:

$$x-1=0 \Rightarrow x=1, \quad x-5=0 \Rightarrow x=5$$

حالا دور در دور و نزدیک در نزدیک انجام می‌دهیم؛ عبارت به شکل

$$y = \frac{x(x-5)}{(x-1)(x-4)} \text{ تبدیل می‌شود. در مخرج این کسر، عبارت } (x-4) \text{ هم مشاهده}$$

می‌شود، پس:

$$x-4=0 \Rightarrow x=4 \Rightarrow x \in \mathbb{R} - \{1, 4, 5\}$$

☐ ۴

☐ ۳

☒ ۲

☐ ۱

آزمون ۱۶ شهریور

(کتاب آبی، عبارت‌های گویا، صفحه‌ی ۱۹ و ۲۰ کتاب درسی)

با استفاده از اتحاد مزدوج و اتحاد جمله مشترک عبارت‌ها را تجزیه و سپس عبارت

صورت سؤال را ساده می‌کنیم:

$$\frac{x^2-9}{x^2-4} \times \frac{x^2-3x+2}{x^2-4x+3} \times \frac{x^2+x-2}{x^2+4x+3}$$

$$= \frac{(x-3)(x+3)}{(x-2)(x+2)} \times \frac{(x-1)(x-2)}{(x-1)(x-3)} \times \frac{(x+2)(x-1)}{(x+1)(x+3)} = \frac{x-1}{x+1}$$

☐ ۴ ✓

☐ ۳

☐ ۲

☐ ۱

آزمون ۱۶ شهریور

ابتدا حاصل هر پرانتز را جداگانه ساده می‌کنیم و سپس حاصل عبارت را می‌یابیم:

$$x - \frac{x+6}{x-4} = \frac{x(x-4)}{x-4} - \frac{x+6}{x-4} = \frac{x^2-4x}{x-4} - \frac{x+6}{x-4} = \frac{x^2-4x-x-6}{x-4}$$

$$= \frac{x^2-5x-6}{x-4} = \frac{(x-6)(x+1)}{x-4}, \quad \frac{x^2+9}{x+1} - 5 = \frac{x^2+9}{x+1} - \frac{5(x+1)}{x+1}$$

$$= \frac{x^2+9-5x-5}{x+1} = \frac{x^2-5x+4}{x+1} = \frac{(x-1)(x-4)}{x+1}$$

$$\left(x - \frac{x+6}{x-4}\right) \left(\frac{x^2+9}{x+1} - 5\right) = \frac{(x-6)(x+1)}{x-4} \times \frac{(x-1)(x-4)}{x+1}$$

$$= (x-6)(x-1) = x^2 - 7x + 6$$

☐ ۴ ✓

☐ ۳

☐ ۲

☐ ۱

آزمون ۱۶ شهریور

(کتاب آبی، معادله و مسائل توصیفی، صفحه‌ی ۲۶ تا ۳۴ کتاب درسی)

اگر قیمت اولیه کالا را x فرض کنیم، $۱۲/۵$ درصد به قیمت کالا اضافه شده یعنی

قیمت کالا برابر $x + \frac{۱۲/۵}{۱۰۰}x$ شده است، داریم:

$$x + \frac{۱۲/۵}{۱۰۰}x = ۹۴۵ \Rightarrow \frac{۱۰۰۰x + ۱۲۵x}{۱۰۰۰} = ۹۴۵$$

$$\Rightarrow \frac{۱۱۲۵}{۱۰۰۰}x = ۹۴۵ \Rightarrow x = \frac{۹۴۵ \times ۱۰۰۰}{۱۱۲۵} = ۸۴۰$$

☐ ۴

☒ ۳ ✓

☐ ۲

☐ ۱

آزمون ۱۶ شهریور

(کتاب آبی، معادله و مسائل توصیفی، صفحه‌ی ۲۶ تا ۳۴ کتاب درسی)

اگر در ابتدا فرض کنیم کل پول علی x باشد، علی $\frac{2}{7}x$ را به رضا و $\frac{1}{2}(x - \frac{2}{7}x)$ را به حسن داده است. پس داریم:

$$\frac{1}{2}(x - \frac{2}{7}x) - \frac{2}{7}x = 200$$

$$\Rightarrow \frac{x}{2} - \frac{x}{7} - \frac{2x}{7} = 200 \Rightarrow \frac{x}{2} - \frac{3x}{7} = 200$$

$$\Rightarrow \frac{7x}{14} - \frac{6x}{14} = 200 \Rightarrow \frac{x}{14} = 200 \Rightarrow x = 2800$$

۴

۳✓

۲

۱

آزمون ۱۶ شهریور

(کتاب آبی، حل معادله درجه ۲ و کاربردها، صفحه‌ی ۳۵ تا ۳۸ کتاب درسی)

اگر دو عدد را x و y در نظر بگیریم، داریم:

$$\frac{x}{y} = \frac{3}{2} \Rightarrow x = \frac{3}{2}y \quad (1)$$

$$x^2 + y^2 = 52 \xrightarrow{(1)} (\frac{3}{2}y)^2 + y^2 = 52 \Rightarrow \frac{9}{4}y^2 + y^2 = 52$$

$$\Rightarrow \frac{9y^2 + 4y^2}{4} = 52 \Rightarrow \frac{13y^2}{4} = 52$$

$$\Rightarrow y^2 = \frac{4 \times 52}{13} = \frac{4 \times 4 \times 13}{13} = 16$$

با استفاده از روش ریشه‌گیری معادله را حل می‌کنیم، داریم:

$$\Rightarrow y^2 = 16 \Rightarrow y = 4 \text{ یا } y = -4$$

چون دو عدد مثبت در نظر گرفته شده‌اند، پس $y = 4$ قابل قبول است که در این حالت از معادله (۱) داریم:

$$x = \frac{3}{2} \times 4 = 6 \Rightarrow x + y = 6 + 4 = 10$$

۴

۳

۲

۱✓

آزمون ۱۶ شهریور

(کتاب آبی، حل معادله درجه ۲ و کاربردها، صفحه‌ی ۴۳ تا ۴۵ کتاب درسی)

در معادله درجه دوم هنگامی که تفاضل دو ریشه برابر صفر است، ریشه‌های معادله با یکدیگر برابرند، در این حالت معادله دارای ریشه مضاعف است و Δ معادله برابر صفر است، داریم:

$$ax^2 - 12x + 9 = 0 \xrightarrow{\text{مقایسه با فرم استاندارد}} a'x^2 + b'x + c' = 0$$

$$\begin{cases} a' = a \\ b' = -12 \Rightarrow \Delta = b'^2 - 4a'c' = (-12)^2 - 4(a)(9) = 0 \\ c' = 9 \end{cases}$$

$$\Rightarrow \Delta = 144 - 36a = 0 \Rightarrow 36a = 144 \Rightarrow a = \frac{144}{36} = 4$$

پس معادله به فرم $4x^2 - 12x + 9 = 0$ می‌باشد که ریشه مضاعف آن از رابطه زیر به دست می‌آید:

$$x = \frac{-b'}{2a'} = \frac{-(-12)}{2 \times 4} = \frac{12}{8} = \frac{3}{2}$$

۴

۳

 ✓

۲

۱

$$\frac{x^2 - 9x}{\square} = \frac{x - 3}{x + 5}$$

$$\Rightarrow \frac{x(x^2 - 9)}{\square} = \frac{x - 3}{x + 5} \Rightarrow \frac{x(x + 3)(x - 3)}{\square} = \frac{x - 3}{x + 5}$$

بنابراین صورت کسر دوم در $x(x + 3)$ ضرب شده است پس مخرج نیز در همان ضرب

می‌شود. عبارتی که بجای مربع قرار می‌گیرد برابر است با:

$$(x + 5) \times (x(x + 3)) = x(x + 3)(x + 5)$$

$$= x(x^2 + 8x + 15) = x^3 + 8x^2 + 15x$$

(صفحه‌های ۱۱۴ تا ۱۱۸ کتاب درسی) (عبارت‌های گویا)

۴

۳

۲✓

۱

آزمون ۱۶ شهریور

$$abc = 2$$

$$\frac{b + 6}{3ac + 1} = \frac{b + 3 \times 2}{3ac + 1} = \frac{b + 3abc}{1 + 3ac} = \frac{b(1 + 3ac)}{(1 + 3ac)} = b$$

(صفحه‌های ۱۱۶ تا ۱۲۵ کتاب درسی) (عبارت‌های گویا)

۴

۳

۲

۱✓

آزمون ۱۶ شهریور

$$\begin{aligned}
 & \left(x - 5 + \frac{6}{x+2}\right) \div \left(1 - \frac{1}{x+2}\right) \\
 &= \frac{x^2 - 3x - 10 + 6}{x+2} \div \frac{x+2-1}{x+2} \\
 &= \frac{x^2 - 3x - 4}{x+2} \div \frac{x+1}{x+2} = \frac{(x-4)(x+1)}{x+2} \times \frac{x+2}{x+1} = x-4
 \end{aligned}$$

(صفحه‌های ۱۱۶ تا ۱۲۵ کتاب درسی) (عبارت‌های گویا)

۴

۳✓

۲

۱

آزمون ۱۶ شهریور

$$\begin{aligned}
 & \frac{ax^2 - ax}{4x} \times \frac{3x+6}{x^2+x-2} = 6 \\
 & \frac{ax(x-1)}{4x} \times \frac{3(x+2)}{(x+2)(x-1)} = 6 \\
 & \Rightarrow \frac{3a}{4} = 6 \Rightarrow 3a = 24 \Rightarrow a = 8
 \end{aligned}$$

(صفحه‌های ۱۱۶ تا ۱۲۵ کتاب درسی) (عبارت‌های گویا)

۴

۳

۲

۱✓

آزمون ۱۶ شهریور

$$A = x^2 + \frac{1}{x^2}, \quad B = x + \frac{1}{x}, \quad C = x - \frac{1}{x}$$

$$\frac{A}{B^2 + C^2} = \frac{x^2 + \frac{1}{x^2}}{(x + \frac{1}{x})^2 + (x - \frac{1}{x})^2}$$

$$= \frac{x^2 + \frac{1}{x^2}}{x^2 + 2 + \frac{1}{x^2} + x^2 - 2 + \frac{1}{x^2}} = \frac{x^2 + \frac{1}{x^2}}{2(x^2 + \frac{1}{x^2})} = \frac{1}{2}$$

(صفحه‌های ۱۱۶ تا ۱۲۵ کتاب درسی) (عبارت‌های گویا)

۴

۳

۲

۱ ✓

آزمون ۱۶ شهریور

برای آن که خطی که از دو نقطه می‌گذرد موازی محور y ها باشد، باید طول دو نقطه با هم مساوی باشند.

$$3a - 2 = 7$$

$$\Rightarrow 3a = 7 + 2 \Rightarrow 3a = 9 \Rightarrow a = 3$$

(صفحه‌های ۱۰۲ تا ۱۰۷ کتاب درسی) (فقط و معادله‌های فخطی)

۴

۳

۲ ✓

۱

آزمون ۱۶ شهریور

نکته: خطی که از ناحیه اول نمی‌گذرد باید شیب نامثبت و عرض از مبدأ نامثبت باشد.

$$y = (m - 1)x + 2 - m$$

$$\Rightarrow m - 1 \leq 0 \rightarrow \boxed{m \leq 1}, \quad 2 - m \leq 0 \rightarrow \boxed{m \geq 2}$$

اشتراک این دو نامعادله تهی است، پس هیچ مقداری برای m وجود ندارد.

(صفحه‌های ۱۰۲ تا ۱۰۷ کتاب درسی) (فقط و معادله‌های فخطی)

۴ ✓

۳

۲

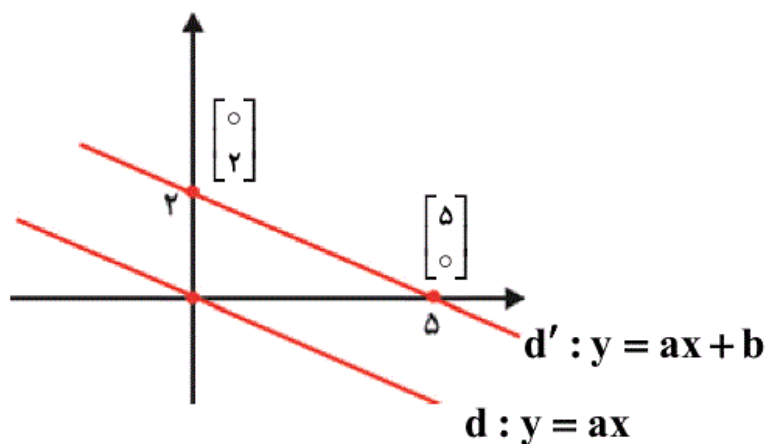
۱

«کتاب آبی»

$$d' \text{ شیب خط} = \frac{y_2 - y_1}{x_2 - x_1} = \frac{0 - 2}{5 - 0} = -\frac{2}{5}$$

خط d از مبدأ می‌گذرد، پس معادله آن به صورت زیر است:

$$y = ax \xrightarrow{d \text{ و } d' \text{ موازی‌اند.}} y = -\frac{2}{5}x$$



(صفحه‌های ۱۰۲ تا ۱۰۷ کتاب درسی) (فقط و معادله‌های فطی)

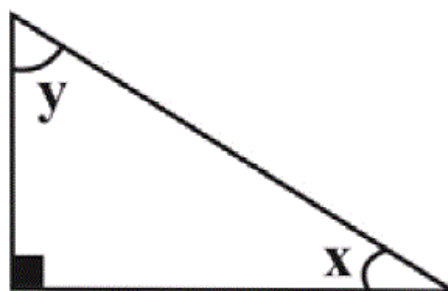
۴

۳

۲✓

۱

«کتاب آبی»



$$\frac{x}{y} = \frac{2}{3} \Rightarrow 3x = 2y \Rightarrow 3x - 2y = 0$$

$$(+2) \times \begin{cases} x + y = 90^\circ \\ 3x - 2y = 0 \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} 2x + 2y = 180^\circ \\ 3x - 2y = 0 \end{cases}$$

$$5x = 180^\circ \Rightarrow x = 36^\circ$$

$$x + y = 90 \Rightarrow 36^\circ + y = 90^\circ \Rightarrow y = 54^\circ$$

$$y - x = 54^\circ - 36^\circ = 18^\circ$$

(صفحه‌های ۱۰۸ تا ۱۱۲ کتاب درسی) (فقط و معادله‌های فطی)

۴

۳

۲

۱✓

$$\begin{cases} 2x - 3y = 15 \\ x + (m - 3)y = -3 \end{cases}$$

چون این دو خط روی خط $y = -x$ (نیمساز ربع دوم و چهارم) هم‌دیگر را قطع می‌کنند، بنابراین در معادله اول جای y ، $-x$ را قرار می‌دهیم.

$$2x - 3(-x) = 15 \Rightarrow 5x = 15 \Rightarrow x = 3, y = -3$$

حال در معادله دوم مقادیر x و y را جای‌گذاری می‌کنیم.

$$x + (m - 3)y = -3 \Rightarrow 3 + (m - 3)(-3) = -3$$

$$\Rightarrow -3m + 9 = -6$$

$$\Rightarrow -3m = -15 \Rightarrow m = 5$$

(صفحه‌های ۱۰۸ تا ۱۱۲ کتاب درسی) (فقط و معادله‌های فطی)

۴

۳

۲

۱ ✓

آزمون ۱۶ شهریور