



سایت ویژه ریاضیات www.riazisara.ir

درسنامه ها و جزوه های ریاضی

سوالات و پاسخنامه تشریحی کنکور

نمونه سوالات امتحانات ریاضی

نرم افزارهای ریاضیات

...

(@riazisara)

ریاضی سرا در تلگرام:

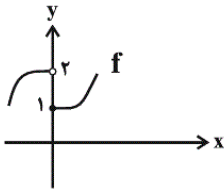


<https://t.me/riazisara>

(@riazisara.ir) ریاضی سرا در اینستاگرام:



<https://www.instagram.com/riazisara.ir>



۸۱- اگر نمودار تابع f بصورت مقابل باشد، حاصل $\lim_{x \rightarrow 2} (f(x-2) + f(2-x))$ کدام است؟

- (۱) صفر
(۲) ۲
(۳) ۳
(۴) وجود ندارد.

آزمون ۱۶ شهریور

۸۲- کدام یک از گزینه‌های زیر همواره درست است؟

- (۱) اگر f و g در x_0 حد نداشته باشند، آن‌گاه $f \times g$ در x_0 حد ندارد.
(۲) اگر f و g در x_0 حد داشته باشند، آن‌گاه $\frac{g}{f}$ در x_0 حد دارد.
(۳) اگر f و g در x_0 حد نداشته باشند، آن‌گاه $f + g$ نیز در x_0 حد ندارد.
(۴) اگر f در x_0 حد نداشته باشد و g در x_0 حد داشته باشد، آن‌گاه $f - g$ در x_0 حد ندارد.

آزمون ۱۶ شهریور

۸۳- مجموع حد چپ و راست تابع $y = [2x] + [-x]$ وقتی $x \rightarrow \frac{1}{4}$ کدام است؟ ([]، نماد جزء صحیح است.)

- (۱) ۱
(۲) -۱
(۳) -۲
(۴) صفر

آزمون ۱۶ شهریور

۸۴- اگر $f(x) = -x^2 + 4x + k - 4$ ($k \in \mathbb{Z}$) و $\lim_{x \rightarrow 2} [3f(x)] + \lim_{x \rightarrow 2} f(x) = 11$ باشد، مقدار k کدام است؟ ([]، نماد جزء صحیح است.)

- (۱) -۱
(۲) -۳
(۳) ۱
(۴) ۳

آزمون ۱۶ شهریور

۸۵- حاصل حد $\lim_{x \rightarrow 1^-} \frac{x-1}{|x-1|} + \lim_{x \rightarrow 1^+} \frac{[x-1]}{x-1}$ کدام است؟ ([] ، نماد جزء صحیح است.)

- (۱) ۱
(۲) -۱
(۳) ۲
(۴) وجود ندارد.

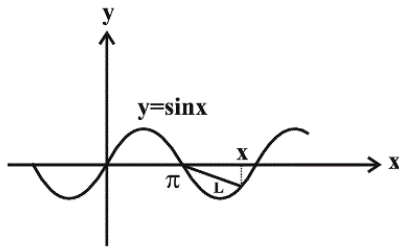
آزمون ۱۶ شهریور

۸۶- حاصل $\lim_{x \rightarrow 1} \frac{\sqrt{3x-2}-1}{\sqrt[3]{3x+5}-2}$ کدام است؟

- (۱) ۳
(۲) ۶
(۳) ۹
(۴) ۱۲

آزمون ۱۶ شهریور

۸۷- اگر $g(x)$ شیب پاره خط L در شکل زیر باشد، $\lim_{x \rightarrow \pi} g(x)$ کدام است؟ (پاره خط L دو نقطه $(\pi, 0)$ و نقطه دلخواه (x, y) روی نمودار شکل زیر را به هم وصل می کند.)



- (۱) -۱
(۲) -۲
(۳) $-\frac{1}{2}$
(۴) $-\frac{\sqrt{2}}{2}$

آزمون ۱۶ شهریور

۸۸- حاصل $\lim_{x \rightarrow \pi} \frac{1 + \cos^3 x}{\sin^2 x}$ کدام است؟

- (۱) $-\frac{3}{2}$
(۲) $\frac{3}{2}$
(۳) $\frac{1}{3}$
(۴) $-\frac{1}{3}$

آزمون ۱۶ شهریور

۸۹- کدام یک از گزینه های زیر نادرست است؟ ([] ، نماد جزء صحیح است.)

- (۱) تابع $y = \sqrt{x}$ روی بازه $[0, 2]$ پیوسته است.
(۲) تابع $y = \sqrt{x}$ در هر نقطه از $[0, 2]$ حد دارد.
(۳) تابع $y = [x]$ روی بازه $[0, 1]$ پیوسته نیست.
(۴) تابع $y = [x]$ روی بازه $(0, 1)$ حد دارد.
دانلود از سایت ریاضی سارا

۹۰- تابع $f(x) = a^2[x] - 3x + (2 - 3a)[x] + a$ روی \mathbb{R} پیوسته است. مجموع مربعات مقادیری که جای a می‌توانند قرار

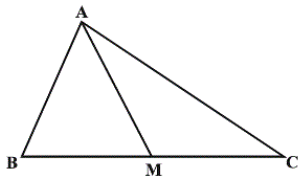
بگیرند، کدام است؟ ([] ، نماد جزء صحیح است.)

- (۱) ۳ (۲) ۴ (۳) ۵ (۴) ۶

هندسه ۲ - ۱۰ سوال

۹۱- در مثلث ABC ، اگر $BC = 12$ و $\hat{A} = 120^\circ$ باشد، مقدار شعاع دایره محیطی مثلث کدام است؟

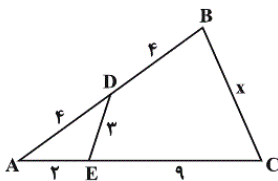
- (۱) $4\sqrt{3}$ (۲) $6\sqrt{3}$ (۳) $8\sqrt{3}$ (۴) $4\sqrt{2}$



۹۲- در شکل مقابل، اگر اندازه اضلاع مثلث به ترتیب برابر $AB = 4$ ، $AC = 6$ و $BC = 8$ باشد، اندازه

طول میانه وارد بر ضلع BC چقدر می‌باشد؟

- (۱) ۴ (۲) ۳ (۳) $2\sqrt{2}$ (۴) $\sqrt{10}$



۹۳- در شکل مقابل، طول BC کدام است؟

- (۱) ۶ (۲) ۷ (۳) ۸ (۴) ۹

۹۴- مساحت مثلثی به طول اضلاع ۷، ۸ و ۹ کدام است؟

- (۱) $6\sqrt{5}$ (۲) $12\sqrt{5}$ (۳) $6\sqrt{15}$ (۴) $12\sqrt{15}$

۹۵- در مثلث قائم‌الزاویه‌ای، نیمساز نظیر یک ضلع قائم، قطعاتی با طول‌های ۳ و ۵ روی آن پدید می‌آورد. طول این نیمساز کدام است؟

- (۱) $3\sqrt{5}$ (۲) $2\sqrt{5}$ (۳) ۶ (۴) ۸

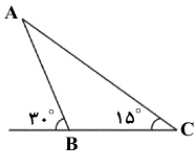
۹۶- در مثلث ABC ، $AC = 5$ و محیط مثلث برابر ۱۵ است. نیمساز زاویه B ، ضلع AC را در نقطه M قطع می‌کند. اگر $MC = \frac{3}{4}$

باشد، طول کوچکترین ضلع مثلث کدام است؟

- (۱) ۴ (۲) ۵ (۳) ۷ (۴) ۳

۹۷- در مثلث ABC، اگر $\hat{A} = 2\hat{B} = 30^\circ$ باشد، آنگاه طول ضلع AB، چند برابر طول ضلع BC است؟

- (۱) ۲ (۲) $\sqrt{2}$ (۳) $\sqrt{3}$ (۴) $1/5$



۹۸- در شکل مقابل، اندازه ضلع AC کدام است؟ ($BC = 1$)

- (۱) $2 + \sqrt{3}$ (۲) $\sqrt{2 + \sqrt{3}}$ (۳) $2 - \sqrt{3}$ (۴) $\sqrt{2 - \sqrt{3}}$

۹۹- در مثلثی به اضلاع ۲، ۳ و ۴ واحد، اندازه تصویر قائم کوچک ترین ضلع بر بزرگ ترین ضلع کدام است؟

- (۱) $\frac{11}{16}$ (۲) $\frac{11}{8}$ (۳) $\frac{29}{16}$ (۴) $\frac{29}{32}$

۱۰۰- اگر $S_{\Delta ABC} = 10\sqrt{3}$ ، $AB = 5$ و $AC = 8$ باشند، محیط مثلث ABC چقدر است؟ (زاویه A حاده است.)

- (۱) ۲۰ (۲) ۲۲ (۳) ۲۴ (۴) ۲۶

آمار و احتمال - ۱۰ سوال

۱۰۱- برای بررسی تعداد ساعاتی که دانش آموزان ایرانی به بازی های رایانه ای اختصاص می دهند، با ۱۰۰ دانش آموز مصاحبه شده است. در این پژوهش، هر دانش آموز، یک و ۱۰۰ دانش آموزی که در مصاحبه شرکت کرده اند، معرف یک است.

(۱) واحد آماری - جامعه آماری (۲) واحد آماری - نمونه

(۳) داده - نمونه (۴) داده - جامعه آماری

۱۰۲- چه تعداد از گزاره های زیر نادرست است؟

(الف) احتمال انتخاب واحدهای آماری در نمونه گیری طبقه ای برابر است.

(ب) احتمال انتخاب هر طبقه در نمونه گیری طبقه ای برابر است.

(پ) در نمونه گیری طبقه ای، طبقات کاملاً جدا از هم هستند.

(۱) هیچ (۲) ۱

(۳) ۲ (۴) ۳

۱۰۳- چه تعداد از گزاره‌های زیر درست است؟

الف) پارامترهای جامعه همیشه ثابت‌اند.

ب) آماره وابسته به نمونه است و ممکن است با تغییر نمونه، آماره نیز تغییر کند.

پ) از آماره‌ها برای تخمین پارامتر استفاده می‌شود.

هیچ (۱) ۱ (۲)

۲ (۳) ۳ (۴)

آزمون ۱۶ شهریور

۱۰۴- در چه صورتی برآورد بازه‌ای دقیق‌تر است؟

(۱) طول بازه کوچکتر - درصد اطمینان کمتر

(۲) طول بازه کوچکتر - درصد اطمینان بیشتر

(۳) طول بازه بزرگتر - درصد اطمینان کمتر

(۴) طول بازه بزرگتر - درصد اطمینان بیشتر

آزمون ۱۶ شهریور

۱۰۵- اگر واریانس جامعه‌ای برابر 0.01 باشد، انحراف معیار برآورد میانگین نمونه‌ای 100 عضوی از این جامعه کدام است؟

(۱) 0.001 (۲) 0.1

(۳) 0.01 (۴) 1

آزمون ۱۶ شهریور

۱۰۶- میانگین نمرات 25 دانش‌آموز در نمونه‌ای برابر 15 است. اگر انحراف معیار جامعه برابر 6 باشد، بازه برآورد با اطمینان بیش از 95

درصد برای میانگین نمرات کل این دانش‌آموزان کدام است؟

(۱) $(12/6, 17/4)$ (۲) $(12, 18)$

(۳) $(13/2, 16/8)$ (۴) $(12/4, 17/6)$

آزمون ۱۶ شهریور

۱۰۷- فرض کنید می‌خواهیم میانگین اعداد جامعه با شش داده به صورت $\{0, 1, 2, 3, 4, 5\}$ را برآورد نماییم. چه تعداد نمونه تصادفی

به اندازه 2 در این جامعه وجود دارد که مقدار پارامتر را به صورت دقیق برآورد نماید؟

(۱) 1 (۲) 2

(۳) 3 (۴) 4

آزمون ۱۶ شهریور

۱۰۸- اگر دو فاصله اطمینان ۹۵ درصدی برای میانگین جامعه‌ای با واریانس معلوم با استفاده از دو نمونه به صورت $(۱۲, ۱)$ و $(۱۳, ۹)$

به دست آمده باشند، نسبت اندازه نمونه اول به نمونه دوم کدام است؟

$$\frac{1}{4} \quad (۱)$$

$$۲ \quad (۳)$$

آزمون ۱۶ شهریور

۱۰۹- از بین ۱۰۰ نفر شرکت کننده در یک آزمون که در یک استان از کشور برگزار می‌شود، نصف آنها برای مرحله بعد انتخاب شده‌اند.

طول بازه نسبت شرکت کنندگان در این آزمون در کل استان که با اطمینان ۹۵ درصدی در این آزمون به مرحله بعد خواهند

رفت، کدام است؟

$$۰/۲۱ \quad (۱)$$

$$۰/۲ \quad (۳)$$

آزمون ۱۶ شهریور

۱۱۰- انحراف معیار برآورد میانگین داده‌های ۲, ۲, ۳, ۴, ۴, ۴, ۵, ۵, ۵, ۵, ۶ کدام است؟

$$۲ \quad (۲)$$

$$۰/۴ \quad (۳)$$

آزمون ۱۶ شهریور

آمار و احتمال - گواه - ۱۰ سوال

۱۱۱- «در هر سال تقریباً ۱۵٪ قبول شدگان کنکور از شهر A هستند.» در این گزارش جامعه آماری کدام است؟

(۱) دانش آموزان شهر A که در کنکور قبول می‌شوند.

(۲) دانش آموزان شهر A که در کنکور شرکت می‌کنند.

(۳) کل دانش آموزانی که در کنکور شرکت می‌کنند.

(۴) کل دانش آموزانی که در کنکور قبول می‌شوند.

آزمون ۱۶ شهریور

۱۱۲- در مورد نمونه‌گیری سامانمند یا سیستماتیک کدام گزینه نادرست است؟

(۱) نوعی نمونه‌گیری طبقه‌ای است.

(۲) در این روش نمونه‌گیری، اندازه طبقات با هم برابر است.

(۳) از طبقه اول، واحد آماری به تصادف انتخاب می‌شود.

(۴) در همه طبقات، هر یک از واحدهای آماری جداگانه به تصادف انتخاب می‌شوند.

آزمون ۱۶ شهریور

۱۱۳- کدام نمونه‌گیری نارایب است؟

(۱) بررسی میزان مطالعه غیردرسی دانش‌آموزان یک مدرسه با نمونه‌گیری از تعدادی دانش‌آموز حاضر در کتابخانه

(۲) بررسی آلاینده‌های خودروهای در حال تردد در شهر با نمونه‌گیری از خودروهای یک تعمیرگاه

(۳) بررسی تعداد اعضای خانواده با نمونه‌گیری از سرپرستان خانواده

(۴) بررسی میانگین درآمد افراد با نمونه‌گیری از کارمندان یک سازمان

آزمون ۱۶ شهریور

۱۱۴- کدام یک از گزینه‌های زیر نادرست است؟

(۱) به یک روش نمونه‌گیری که همه واحدهای آماری شانس معلوم برای انتخاب در نمونه داشته باشند، نمونه‌گیری احتمالی گفته می‌شود.

(۲) روش نمونه‌گیری تصادفی ساده یک نمونه‌گیری احتمالی است.

(۳) نمونه‌گیری به روشی که احتمال انتخاب شدن همه اعضای جامعه برابر باشد، نمونه‌گیری تصادفی ساده است.

(۴) روش نمونه‌گیری خوشه‌ای یک نمونه‌گیری غیراحتمالی است.

آزمون ۱۶ شهریور

۱۱۵- در کدام یک از گزینه‌های زیر، محدودیت روش آمارگیری به درستی عنوان نشده است؟

(۱) مشاهده: زمانی که به دقت زیادی نیاز داریم، مناسب نیست.

(۲) پرسش‌نامه: اگر تعداد واحدهای نمونه زیاد باشد، زمان بر است.

(۳) مصاحبه: اگر آمارگیر اطلاع کافی از تمامی پاسخ‌های ممکن را نداشته باشد، مناسب نیست.

(۴) دادگان: همیشه اطلاعات ثبتی در اختیار نیست.

آزمون ۱۶ شهریور

۱۱۶- کدام یک از اقدامات زیر، امکان نزدیک شدن برآورد به پارامتر جامعه را بیشتر می‌کند؟

(۲) نمونه‌گیری غیراحتمالی

(۱) نمونه‌گیری تصادفی ساده

(۴) آمارگیری با مشاهده

(۳) افزایش اندازه نمونه

آزمون ۱۶ شهریور

۱۱۷- اگر انحراف معیار برآورد میانگین جامعه $9/1$ باشد، اندازه نمونه را باید چند برابر کنیم تا این انحراف معیار $1/3$ شود؟

(۲) ۴۹

(۱) ۷

(۴) $\frac{1}{49}$

(۳) $\frac{1}{7}$

آزمون ۱۶ شهریور

۱۱۸- اگر برآورد از میانگین جامعه با اطمینان بیش از ۹۵٪، بازه (۸, ۱۴) باشد، اندازه نمونه را حداقل چند برابر کنیم تا با همین ضریب

اطمینان، برآورد ما از میانگین جامعه بزرگتر از ۱۰ باشد؟

(۲) ۳

(۱) ۲

(۴) ۹

(۳) ۴

آزمون ۱۶ شهریور

۱۱۹- انحراف معیار جامعه چه قدر باشد تا برآورد ما از میانگین جامعه با یک نمونه ۱۰۰ عضوی با اطمینان بیش از ۹۵٪ در بازه

(۵/۷۶, ۶/۸۸) قرار بگیرد؟

(۲) ۲/۸

(۱) ۱/۴

(۴) ۱/۱۲

(۳) ۵/۶

آزمون ۱۶ شهریور

۱۲۰- مدیر تولید یک کارخانه می‌خواهد نسبت محصولات معیوب در این کارخانه را بررسی کند. برای این منظور ۱۰۰ محصول به تصادف

انتخاب می‌کند که ۳۶ تا از آن‌ها نقص فنی دارند. برآورد بازه‌ای با اطمینان بیش از ۹۵٪ برای نسبت محصولات معیوب به کل

محصولات تولیدی کارخانه کدام است؟

(۱) (۰/۳۱۲, ۰/۴۰۸) (۲) (۰/۲۶۴, ۰/۴۵۶) (۳) (۰/۵۴۴, ۰/۷۳۶) (۴) (۰/۵۹۲, ۰/۶۸۸)

آزمون ۱۶ شهریور

حد راست:

$$\lim_{x \rightarrow 2^+} (f(x-2) + f(2-x)) = f(0^+) + f(0^-) = 1 + 2 = 3$$

حد چپ:

$$\lim_{x \rightarrow 2^-} (f(x-2) + f(2-x)) = f(0^-) + f(0^+) = 2 + 1 = 3$$

$$\Rightarrow \lim_{x \rightarrow 2} (f(x-2) + f(2-x)) = 3$$

(مسئله ۱ - هر و پیوستگی: صفحه‌های ۱۲۳ تا ۱۲۹)

۴

۳ ✓

۲

۱

آزمون ۱۶ شهریور

مثال نقض گزینه «۱»: $f(x) = [x]$ و $g(x) = \frac{1}{[x]}$ ، هر دو در $x_0 = 2$

حد ندارند. اما $f(x) \times g(x)$ در $x_0 = 2$ حد دارد زیرا

$$f(x) \times g(x) = 1$$

مثال نقض گزینه «۲»: $f(x) = x$ و $g(x) = x^2 - 1$ ، هر دو در $x_0 = 0$

حد دارند. اما $\frac{g(x)}{f(x)} = \frac{x^2 - 1}{x}$ در $x_0 = 0$ حد ندارد. زیرا حد چپ و حد

راست در نقطه $x_0 = 0$ برابر نیست.

$$\lim_{x \rightarrow 0^+} \frac{g(x)}{f(x)} = -\infty \quad \text{و} \quad \lim_{x \rightarrow 0^-} \frac{g(x)}{f(x)} = +\infty$$

مثال نقض گزینه «۳»: $f(x) = [x]$ و $g(x) = -[x]$ ، هر دو در $x_0 = 2$

حد ندارند. اما $f(x) + g(x) = 0$ است، یعنی $f(x) + g(x)$ تابعی ثابت

است و در $x_0 = 2$ حد دارد.

پس با توجه به قضایای مطرح شده در کتاب در صفحه ۱۳۰ تا ۱۳۶ تنها

گزینه همواره درست گزینه «۴» است.

(مسئله ۱ - هر و پیوستگی: صفحه‌های ۱۳۰ تا ۱۳۶)

۴

۳

۲

۱

حد راست:

$$\lim_{x \rightarrow \left(\frac{1}{2}\right)^+} ([2x] + [-x]) = [1^+] + \left[\left(-\frac{1}{2}\right)^- \right] = +1 + (-1) = 0$$

حد چپ:

$$\lim_{x \rightarrow \left(\frac{1}{2}\right)^-} ([2x] + [-x]) = [1^-] + \left[\left(-\frac{1}{2}\right)^+ \right] = 0 + (-1) = -1$$

$$\text{مجموع حد چپ و راست} = 0 + (-1) = -1$$

(مسئله ۱ - هر و پیوستگی: صفحه‌های ۱۲۳ تا ۱۲۹)

۴

۳

۲ ✓

۱

آزمون ۱۶ شهریور

(جهانبفش نیکنام)

$$f(x) = -(x-2)^2 + k$$

$$\Rightarrow \lim_{x \rightarrow 2^-} [3f(x)] = \lim_{x \rightarrow 2^-} [-3(x-2)^2] + 3k = -1 + 3k$$

$$\lim_{x \rightarrow 2} f(x) = k$$

$$\lim_{x \rightarrow 2^-} [3f(x)] + \lim_{x \rightarrow 2} f(x) = 11$$

$$\Rightarrow -1 + 3k + k = 11 \Rightarrow k = 3$$

(مسئله ۱ - حد و پیوستگی: صفحه‌های ۱۱۴ تا ۱۳۴)

۴ ✓

۳

۲

۱

آزمون ۱۶ شهریور

(سعید مدیرفراسانی)

$$\lim_{x \rightarrow 1^-} \frac{x-1}{|x-1|} + \lim_{x \rightarrow 1^+} \frac{[x-1]}{x-1}$$

$$= \lim_{x \rightarrow 1^-} \frac{x-1}{-(x-1)} + \lim_{x \rightarrow 1^+} \frac{[0^+]}{0^+} = -1 + 0 = -1$$

(مسئله ۱ - حد و پیوستگی: صفحه‌های ۱۲۳ تا ۱۳۴)

۴

۳

۲ ✓

۱

آزمون ۱۶ شهریور

(سعید جعفری کافی آباد)

$$\lim_{x \rightarrow 1} \frac{\sqrt{3x-2}-1}{\sqrt[3]{3x+5}-2} = \frac{0}{0}$$

$$\lim_{x \rightarrow 1} \frac{\sqrt{3x-2}-1}{\sqrt[3]{3x+5}-2} \times \frac{\sqrt[3]{(3x+5)^2} + 2\sqrt[3]{3x+5} + 4}{\sqrt[3]{(3x+5)^2} + 2\sqrt[3]{3x+5} + 4} \times \frac{\sqrt{3x-2}+1}{\sqrt{3x-2}+1}$$

$$= \lim_{x \rightarrow 1} \frac{\sqrt[3]{(3x+5)^2} + 2\sqrt[3]{3x+5} + 4}{\sqrt{3x-2}+1} = \frac{12}{2} = 6$$

(مسئله ۱ - هر و پیوستگی: صفحه‌های ۱۴۱ تا ۱۴۴)

۴

۳

۲ ✓

۱

آزمون ۱۶ شهریور

(جوانبش نیکنام)

$$g(x) = \frac{\sin x - \sin \pi}{x - \pi} \Rightarrow g(x) = \frac{\sin x}{x - \pi}$$

$$x - \pi = t \Rightarrow x = \pi + t$$

$$\Rightarrow \lim_{x \rightarrow \pi} g(x) = \lim_{x \rightarrow \pi} \frac{\sin x}{x - \pi} = \lim_{t \rightarrow 0} \frac{\sin(\pi + t)}{t}$$

$$= \lim_{t \rightarrow 0} \frac{-\sin t}{t} = -1$$

(مسئله ۱ - هر و پیوستگی: صفحه‌های ۱۳۰ تا ۱۴۴)

۴

۳

۲

۱ ✓

آزمون ۱۶ شهریور

$$\sin^2 x = 1 - \cos^2 x$$

$$1 + \cos^3 x = (1 + \cos x)(1 - \cos x + \cos^2 x)$$

$$\lim_{x \rightarrow \pi} \frac{1 + \cos^3 x}{\sin^2 x} = \frac{0}{0} \text{ مبهم}$$

$$\longrightarrow \lim_{x \rightarrow \pi} \frac{(1 + \cos x)(1 - \cos x + \cos^2 x)}{1 - \cos^2 x}$$

۴

۳

۲ ✓

۱

آزمون ۱۶ شهریور

گزینه ۲: دامنه تابع $y = \sqrt{x}$ برابر است با $D_f = [0, +\infty)$ ، در نتیجه تابع

در نقطه $x = 0$ حد ندارد، زیرا حد چپ ندارد.

اما گزینه‌های دیگر درست هستند، زیرا:

گزینه ۱: درست است، زیرا تابع $y = \sqrt{x}$ در $(0, 2)$ پیوسته و در $x = 0$

پیوستگی راست و در $x = 2$ پیوستگی چپ دارد.

گزینه ۳: درست است، زیرا این تابع در $x = 1$ پیوستگی چپ ندارد، زیرا

$$\lim_{x \rightarrow 1^-} [x] = 0 \text{ و } f(1) = 1$$

گزینه ۴: درست است، زیرا تابع $y = [x]$ در هر نقطه $(0, 1)$ حدش برابر

صفر می‌شود.

(مسئله ۱ - هر و پیوستگی: صفحه‌های ۱۱۸ تا ۱۲۹ و ۱۴۵ تا ۱۵۱)

 ۴

 ۳

 ۲

 ۱

(جهانبفش نیکنام)

تابع f را به صورت $f(x) = (a^2 - 3a + 2)[x] - 3x + a$ مرتب

می‌کنیم. می‌دانیم $[x]$ در نقاط صحیح ناپیوسته است. برای اینکه تابع f در

تمام نقاط \mathbb{R} پیوسته باشد، ضریب $[x]$ یعنی $(a^2 - 3a + 2)$ باید صفر

شود.

$$a^2 - 3a + 2 = 0 \Rightarrow \begin{cases} a=1 \\ a=2 \end{cases} \rightarrow \text{مجموع مربعات} = 1^2 + 2^2 = 5$$

(مسئله ۱ - هر دو پیوستگی: صفحه‌های ۱۴۵ تا ۱۵۱)

۴

۳ ✓

۲

۱

آزمون ۱۶ شهریور

(سعید جعفری کافی آباد)

$$\sin 12^\circ = \sin 6^\circ = \frac{\sqrt{3}}{2}$$

$$\frac{a}{\sin A} = 2R \Rightarrow \frac{12}{\sin 12^\circ} = 2R$$

$$\Rightarrow 2R = \frac{12}{\frac{\sqrt{3}}{2}} \Rightarrow R = 4\sqrt{3}$$

(هندسه ۲ - روابط طولی در مثلث: صفحه‌های ۶۲ تا ۶۵)

۴

۳

۲

۱ ✓

آزمون ۱۶ شهریور

با توجه به رابطه اثبات شده قضیه میانه‌ها داریم:

$$b^2 + c^2 = 2AM^2 + \frac{a^2}{2}$$

$$\Rightarrow 6^2 + 4^2 = 2AM^2 + \frac{8^2}{2} \Rightarrow 2AM^2 = 20$$

$$\Rightarrow AM^2 = 10 \Rightarrow AM = \sqrt{10}$$

(هندسه ۲ - روابط طولی در مثلث: صفحه ۶۹)

 ۴ ✓

 ۳

 ۲

 ۱

آزمون ۱۶ شهریور

بنا به قضیه کسینوس‌ها داریم:

$$\Delta ADE: 3^2 = 2^2 + 4^2 - 2 \times 2 \times 4 \cos A \Rightarrow \cos A = \frac{11}{16}$$

$$\Delta ABC: x^2 = 8^2 + 11^2 - 2 \times 8 \times 11 \times \frac{11}{16} \Rightarrow x^2 = 8^2 \Rightarrow x = 8$$

(هندسه ۲ - روابط طولی در مثلث: صفحه‌های ۶۶ تا ۶۹)

 ۴

 ۳ ✓

 ۲

 ۱

آزمون ۱۶ شهریور

$$S = \sqrt{P(P-a)(P-b)(P-c)} = \sqrt{12(12-7)(12-8)(12-9)}$$

$$= \sqrt{12 \times 5 \times 4 \times 3} = 12\sqrt{5}$$

(هندسه ۲ - روابط طولی در مثلث: صفحه‌های ۷۳ تا ۷۵)

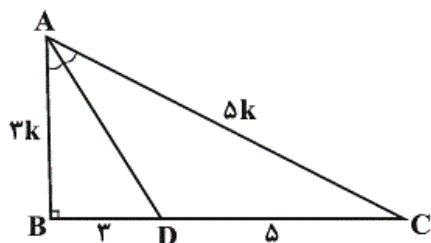
 ۴

 ۳

 ۲ ✓

 ۱

آزمون ۱۶ شهریور



بنا به قضیه نیمسازهای زوایای داخلی داریم:

$$\frac{AB}{AC} = \frac{BD}{DC} \Rightarrow \frac{AB}{AC} = \frac{3}{5}$$

$$\Rightarrow AB = 3k \text{ و } AC = 5k$$

حال بنا به قضیه فیثاغورس داریم:

$$AC^2 = AB^2 + BC^2 \Rightarrow 25k^2 = 9k^2 + 64$$

$$\Rightarrow 16k^2 = 64 \Rightarrow k^2 = 4 \Rightarrow k = 2 \Rightarrow \begin{cases} AC = 10 \\ AB = 6 \end{cases}$$

و در نتیجه:

$$AD^2 = AB \cdot AC - BD \cdot DC = 6 \times 10 - 3 \times 5 = 45 \Rightarrow AD = 3\sqrt{5}$$

(هندسه ۲ - روابط طولی در مثلث: صفحه‌های ۷۰ تا ۷۲)

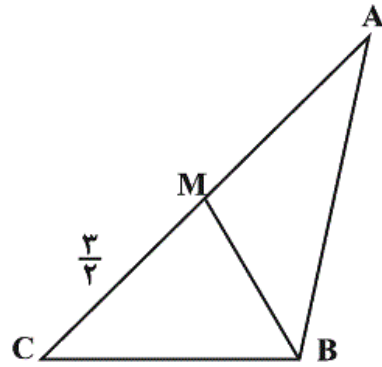
 ۴

 ۳

 ۲

 ۱

$$a + b + c = 15 \xrightarrow{b=5} a + c = 10$$



طبق قضیه نیمسازهای زوایای داخلی داریم:

$$\frac{CM}{MA} = \frac{BC}{AB} \Rightarrow \frac{\frac{3}{2}}{\frac{7}{2}} = \frac{a}{c} \Rightarrow \frac{a}{c} = \frac{3}{7}$$

$$\Rightarrow \frac{a}{a+c} = \frac{3}{10} \xrightarrow{a+c=10} \begin{cases} a=3 \\ c=7 \end{cases}$$

پس طول کوچکترین ضلع مثلث، برابر ۳ است.

(هنر سه ۲ - روابط طولی در مثلث: صفحه‌های ۷۰ تا ۷۲)

 ۴

 ۳

 ۲

 ۱

آزمون ۱۶ شهریور

(ایمان پینی فروشان)

$$\hat{C} = 180^\circ - (\hat{A} + \hat{B}) = 180^\circ - (30^\circ + 15^\circ) = 135^\circ$$

$$\frac{a}{\sin A} = \frac{c}{\sin C} \Rightarrow \frac{a}{\frac{1}{2}} = \frac{c}{\frac{\sqrt{2}}{2}} \Rightarrow \frac{c}{a} = \sqrt{2} \Rightarrow \frac{AB}{BC} = \sqrt{2}$$

(هنر سه ۲ - روابط طولی در مثلث: صفحه‌های ۶۲ تا ۶۵)

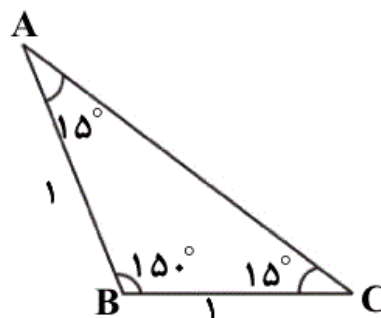
 ۴

 ۳

 ۲

 ۱

آزمون ۱۶ شهریور



با توجه به زاویه‌های به دست آمده در شکل، مثلث ABC متساوی‌الساقین است، در

نتیجه:

$$AB = 1$$

$$AC^2 = AB^2 + BC^2 - 2 \times AB \times BC \times \cos 150^\circ$$

$$\Rightarrow AC^2 = 1^2 + 1^2 - 2 \times 1 \times 1 \times \underbrace{\cos(180^\circ - 30^\circ)}_{-\cos 30^\circ}$$

$$= 2 - 2 \times \left(-\frac{\sqrt{3}}{2}\right) = 2 + \sqrt{3} \Rightarrow AC = \sqrt{2 + \sqrt{3}}$$

(هندسه ۲ - روابط طولی در مثلث: صفحه‌های ۶۶ تا ۶۹)

 ۴

 ۳

 ۲

 ۱

آزمون ۱۶ شهریور

$$b^2 = a^2 + c^2 - 2ac \cos \theta$$

$$\Rightarrow 9 = 4 + 16 - 16 \cos \theta \Rightarrow 11 = 16 \cos \theta$$

$$\Rightarrow \cos \theta = \frac{11}{16}$$

x اندازه تصویر قائم ضلع BC بر ضلع AB می باشد، بنابراین در مثلث

$$\cos \theta = \frac{x}{BC} = \frac{x}{2} \Rightarrow \frac{x}{2} = \frac{11}{16} \Rightarrow x = \frac{11}{8} \quad \text{قائم الزاویه BCH داریم:}$$

(هندسه ۲ - روابط طولی در مثلث: صفحه های ۶۶ تا ۶۹)

۴

۳

۲ ✓

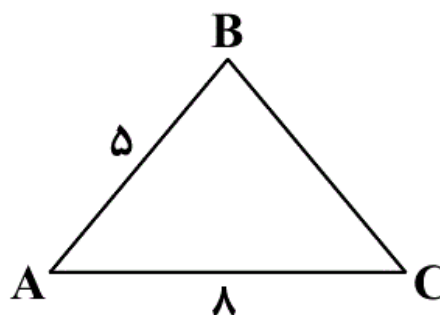
۱

آزمون ۱۶ شهریور

$$S_{ABC} = \frac{1}{2} AB \times AC \times \sin \hat{A}$$

$$10\sqrt{3} = \frac{1}{2} \times 5 \times 8 \times \sin \hat{A} \Rightarrow 10\sqrt{3} = 20 \sin \hat{A}$$

$$\Rightarrow \sin \hat{A} = \frac{\sqrt{3}}{2} \Rightarrow \hat{A} = 60^\circ$$



از طرفی طبق قضیه کسینوس ها داریم:

$$BC^2 = AB^2 + AC^2 - 2AB \times AC \times \cos \hat{A}$$

$$BC^2 = 25 + 64 - 2(5)(8) \times \cos 60^\circ$$

$$\Rightarrow BC^2 = 89 - 40 = 49 \Rightarrow BC = 7$$

$$\text{محیط مثلث} = 5 + 8 + 7 = 20$$

(هنر سه ۲ - روابط طولی در مثلث: صفحه‌های ۶۶ تا ۶۹ و ۷۳ تا ۷۶)

۴

۳

۲

۱ ✓

آزمون ۱۶ شهریور

در این پژوهش، هر دانش‌آموز، یک واحد آماری و ۱۰۰ دانش‌آموز شرکت‌کننده در مصاحبه، یک نمونه از جامعه آماری تمام دانش‌آموزان ایران است.

(آمار و احتمال - آمار استنباطی؛ صفحه ۱۰۴)

 ۴

 ۳

 ۲

 ۱

آزمون ۱۶ شهریور

(سیدوفید زوالفقاری)

با توجه به این که در نمونه‌گیری طبقه‌ای از هر طبقه که مجزا از یکدیگرند، یک نمونه تصادفی انتخاب می‌شود، پس احتمال انتخاب هر طبقه برابر است. اما چون تعداد اعضای طبقات و تعداد نمونه‌های انتخاب شده در هر طبقه لزوماً برابر نیست، پس احتمال انتخاب واحدهای آماری در این روش برابر نیست. بنابراین تنها گزاره «الف» نادرست است.

(آمار و احتمال - آمار استنباطی؛ صفحه‌های ۱۰۶ و ۱۰۷)

 ۴

 ۳

 ۲

 ۱

آزمون ۱۶ شهریور

(سیدوفید زوالفقاری)

طبق تعاریف مربوط به پارامتر جامعه و آماره نمونه، هر سه گزاره «الف»،

«ب» و «پ» صحیح هستند.

(آمار و احتمال - آمار استنباطی: صفحه ۱۱۵)

 ۴

 ۳

 ۲

 ۱

آزمون ۱۶ شهریور

(عزیزاله علی اصغری)

هرچه طول بازه کوچکتر باشد و درصد اطمینان ذکر شده بیشتر، برآورد

دقیق تر است.

(آمار و احتمال - آمار استنباطی: صفحه ۱۲۱)

 ۴

 ۳

 ۲

 ۱

آزمون ۱۶ شهریور

$$\sigma^2 = 0/01 \Rightarrow \sigma = 0/1$$

در نتیجه انحراف معیار برآورد میانگین جامعه برابر است با:

$$\sigma_{\bar{x}} = \frac{\sigma}{\sqrt{n}} = \frac{0/1}{\sqrt{100}} = \frac{0/1}{10} = 0/01$$

(آمار و احتمال - آمار استنباطی: صفحه ۱۲۱)

 ۴

 ۳

 ۲

 ۱

آزمون ۱۶ شهریور

$$\left(\bar{x} - \frac{2\sigma}{\sqrt{n}}, \bar{x} + \frac{2\sigma}{\sqrt{n}} \right) = \left(15 - \frac{2 \times 6}{\sqrt{25}}, 15 + \frac{2 \times 6}{\sqrt{25}} \right)$$

$$= (15 - 2/5, 15 + 2/5) = (12/5, 17/5)$$

(آمار و احتمال - آمار استنباطی: صفحه ۱۲۲)

 ۴

 ۳

 ۲

 ۱

آزمون ۱۶ شهریور

پارامتر جامعه میانگین می‌باشد که مقدار آن برابر است با:

$$\frac{0+1+2+3+4+5}{6} = 2/5$$

پس نمونه‌های تصادفی دو تایی باید انتخاب نمایم که میانگین آن ۲/۵

باشد، یعنی مجموع آنها باید برابر ۵ شود. نمونه‌های تصادفی مطلوب

عبارت‌اند از:

$$\{0,5\}, \{1,4\}, \{2,3\}$$

(آمار و احتمال - آمار استنباطی: صفحه‌های ۱۱۹ و ۱۲۰)

 ۴

 ۳

 ۲

 ۱

آزمون ۱۶ شهریور

اگر فاصله اطمینان ۹۵ درصدی برای میانگین جامعه به صورت (L, U)

باشد. آن گاه:

$$U - L = \frac{4\sigma}{\sqrt{n}}$$

$$12 - 10 = \frac{4\sigma}{\sqrt{n_1}} \Rightarrow \frac{4\sigma}{\sqrt{n_1}} = 2$$

و برای بازه (۹,۱۳) با نمونه n_2 تایی داریم:

$$13 - 9 = \frac{4\sigma}{\sqrt{n_2}} \Rightarrow \frac{4\sigma}{\sqrt{n_2}} = 4$$

$$\frac{\frac{4\sigma}{\sqrt{n_2}}}{\frac{4\sigma}{\sqrt{n_1}}} = \frac{4}{2} \Rightarrow \frac{\sqrt{n_1}}{\sqrt{n_2}} = 2 \Rightarrow \frac{n_1}{n_2} = 4$$

(آمار و احتمال - آمار استنباطی: صفحه ۱۲۲)

۴

۳

۲ ✓

۱

آزمون ۱۶ شهریور

$$2\sqrt{\frac{p(1-p)}{100}} = 2\sqrt{\frac{\frac{1}{2}\left(1-\frac{1}{2}\right)}{100}} = 2\frac{\frac{1}{2}}{10} = \frac{1}{5}$$

بنابراین بازه نسبت شرکت کنندگان در آزمون که با اطمینان ۹۵ درصد به

مرحله بعد راه خواهند یافت، عبارت است از:

$$\left(\frac{1}{2} - \frac{1}{10}, \frac{1}{2} + \frac{1}{10}\right) = \left(\frac{4}{10}, \frac{6}{10}\right)$$

$$\Rightarrow \text{طول بازه} = \frac{6}{10} - \frac{4}{10} = \frac{2}{10}$$

(آمار و احتمال - آمار استنباطی: صفحه‌های ۱۲۳ و ۱۲۴)

۴

۳ ✓

۲

۱

آزمون ۱۶ شهریور

(سعید جعفری کافی آباد)

$$\bar{x} = \frac{\sum x_i}{n} = \frac{40}{10} = 4$$

$$\Rightarrow \sigma = \sqrt{\frac{\sum (x_i - \bar{x})^2}{n}} = \sqrt{\frac{4+4+1+0+0+0+1+1+1+4}{10}}$$

$$= \sqrt{\frac{16}{10}} = \frac{4}{\sqrt{10}}$$

$$\Rightarrow \sigma_{\bar{x}} = \frac{\sigma}{\sqrt{n}} = \frac{\frac{4}{\sqrt{10}}}{\frac{\sqrt{10}}{1}} = \frac{4}{10} = 0.4$$

(آمار و احتمال - آمار استنباطی: صفحه ۱۲۱)

۴

۳ ✓

۲

۱

آزمون ۱۶ شهریور

مجموعه دانش‌آموزانی که در کنکور قبول شده‌اند، جامعه آماری است.

(آمار و احتمال - آمار استنباطی؛ صفحه ۱۰۴)

 ۱

 ۲

 ۳

 ۴

آزمون ۱۶ شهریور

(کتاب آبی آمار و احتمال - سؤال ۶۱۵)

در نمونه‌گیری سامانمند فقط از طبقه اول، واحد آماری به تصادف انتخاب

می‌شود و با همان رویه از طبقات دیگر نیز واحد آماری انتخاب می‌شود. مثلاً

اگر از طبقه اول، عضو دوم انتخاب شود، در سایر طبقات هم عضو دوم انتخاب

می‌شود.

(آمار و احتمال - آمار استنباطی؛ صفحه ۱۰۷)

 ۱

 ۲

 ۳

 ۴

آزمون ۱۶ شهریور

در گزینه «۱» نمونه‌گیری به سمت کتاب‌خوان‌ها انحراف دارد و در گزینه

«۲» نمونه‌گیری به خودروهای معیوب انحراف دارد و در گزینه «۴»

نمونه‌گیری به کارمندان شاغل در آن سازمان انحراف دارد.

(آمار و احتمال - آمار استنباطی: صفحه ۱۱۰)

 ۴

 ۳

 ۲

 ۱

آزمون ۱۶ شهریور

هر چهار روش نمونه‌گیری تصادفی ساده، خوشه‌ای، طبقه‌ای و سامانمند،

احتمالی هستند.

(آمار و احتمال - آمار استنباطی: صفحه‌های ۱۰۵ و ۱۰۸)

 ۴

 ۳

 ۲

 ۱

آزمون ۱۶ شهریور

از مصاحبه بیشتر زمانی استفاده می‌شود که آمارگیر اطلاع کافی از تمامی

پاسخ‌های ممکن را ندارد.

(آمار و احتمال - آمار استنباطی: صفحه‌های ۱۱۳ و ۱۱۴)

 ۴

 ۳

 ۲

 ۱

آزمون ۱۶ شهریور

اگر اندازه نمونه را بیشتر کنیم، امکان نزدیک شدن بر آورد به پارامتر بیشتر

می‌شود.

(آمار و احتمال - آمار استنباطی: صفحه ۱۲۱)

 ۴

 ۳

 ۲

 ۱

آزمون ۱۶ شهریور

اگر اندازه نمونه اولیه را n و اندازه نمونه ثانویه را m در نظر بگیریم،

داریم:

$$\left. \begin{array}{l} 9/1 = \frac{\sigma}{\sqrt{n}} \\ 1/3 = \frac{\sigma}{\sqrt{m}} \end{array} \right\} \Rightarrow \frac{9/1}{1/3} = \frac{\frac{\sigma}{\sqrt{n}}}{\frac{\sigma}{\sqrt{m}}}$$

$$\Rightarrow 7 = \frac{\sqrt{m}}{\sqrt{n}} \Rightarrow 49 = \frac{m}{n} \Rightarrow m = 49n$$

پس باید اندازه نمونه را ۴۹ برابر کنیم.

(آمار و احتمال - آمار استنباطی: صفحه ۱۲۱)

 ۴

 ۳

 ۲

 ۱

آزمون ۱۶ شهریور

با توجه به این که با اطمینان بیش از ۹۵ درصد، برآورد ما از میانگین در

بازه $(\bar{x} - \frac{2\sigma}{\sqrt{n}}, \bar{x} + \frac{2\sigma}{\sqrt{n}})$ قرار دارد، داریم:

$$\left. \begin{array}{l} \bar{x} - \frac{2\sigma}{\sqrt{n}} = 8 \\ \bar{x} + \frac{2\sigma}{\sqrt{n}} = 14 \end{array} \right\} \Rightarrow \bar{x} = 11, \frac{2\sigma}{\sqrt{n}} = 3$$

حال که می‌خواهیم برآورد ما با همان اطمینان ۹۵ درصد از ۱۰ بزرگتر

باشد، اندازه نمونه جدید را m فرض می‌کنیم. باید داشته باشیم:

$$10 < \bar{x} - \frac{2\sigma}{\sqrt{m}} \Rightarrow \frac{2\sigma}{\sqrt{m}} < 11 - 10 \Rightarrow \frac{2\sigma}{\sqrt{m}} < 1$$

و می‌دانیم $\frac{2\sigma}{\sqrt{n}} = 3$ ، پس داریم:

$$\frac{2\sigma}{\sqrt{n}} = 3 \Rightarrow 2\sigma = 3\sqrt{n} \Rightarrow \frac{3\sqrt{n}}{\sqrt{m}} < 1 \Rightarrow \frac{\sqrt{m}}{\sqrt{n}} > 3$$

$$\Rightarrow \frac{m}{n} > 9 \Rightarrow m > 9n$$

 ۴

 ۳

 ۲

 ۱

می‌دانیم بر آورد از میانگین جامعه با اطمینان بیش از ۹۵ درصد در بازه

$$\left(\bar{x} - \frac{2\sigma}{\sqrt{n}}, \bar{x} + \frac{2\sigma}{\sqrt{n}}\right)$$

قرار دارد. حال می‌خواهیم این بازه برابر

(۵/۷۶, ۶/۸۸) باشد. پس داریم:

$$\left. \begin{array}{l} \bar{x} - \frac{2\sigma}{\sqrt{n}} = 5/76 \\ \bar{x} + \frac{2\sigma}{\sqrt{n}} = 6/88 \end{array} \right\} \Rightarrow \frac{4\sigma}{\sqrt{n}} = 6/88 - 5/76 = 1/12$$

$$\Rightarrow \frac{\sigma}{\sqrt{n}} = 0/28 \xrightarrow{n=100} \frac{\sigma}{\sqrt{100}} = 0/28 \Rightarrow \sigma = 2/8$$

(آمار و احتمال - آمار استنباطی؛ صفحه ۱۳۲)

 ۴

 ۳

 ۲

 ۱

آزمون ۱۶ شهریور

برای برآورد بازه‌ای نسبت باید از بازه

$$\left(p - 2\sqrt{\frac{p(1-p)}{n}}, p + 2\sqrt{\frac{p(1-p)}{n}} \right)$$

استفاده کرد. بدین منظور داریم:

$$p = \frac{m}{n} = \frac{36}{100} \Rightarrow 2\sqrt{\frac{p(1-p)}{n}} = 2\sqrt{\frac{\frac{36}{100} \times \frac{64}{100}}{100}}$$

$$= 2\sqrt{\frac{36 \times 64}{(100)^3}} = 2 \times \frac{6 \times 8}{1000} = \frac{96}{1000} = 0.096$$

پس بازه مورد نظر برابر است با:

$$(0.36 - 0.096, 0.36 + 0.096) = (0.264, 0.456)$$

(آمار و احتمال - آمار استنباطی؛ صفحه‌های ۱۲۳ و ۱۲۴)

 ۴

 ۳

 ۲

 ۱