



سایت ویژه ریاضیات [www.riazisara.ir](http://www.riazisara.ir)

درسنامه ها و جزوه های ریاضی

سوالات و پاسخنامه تشریحی کنکور

نمونه سوالات امتحانات ریاضی

نرم افزارهای ریاضیات

...

(@riazisara)

ریاضی سرا در تلگرام:



<https://t.me/riazisara>

(@riazisara.ir) ریاضی سرا در اینستاگرام:



<https://www.instagram.com/riazisara.ir>

۱۴۱- نمودار تابع  $f(x) = |x| - 2x + 1$  از کدام ناحیهٔ محورهای مختصات عبور نمی‌کند؟

- (۱) اول (۲) دوم (۳) سوم (۴) چهارم

آزمون 16 شهریور

۱۴۲- اگر  $f$  یک تابع همانی،  $g$  یک تابع ثابت مثبت باشد و  $f(f(g(4)))^2 = f(1) - f(3)g(3)$ ، آنگاه حاصل  $f(-4)g(-4)$

کدام است؟

- (۱) ۱ (۲) -۱ (۳) ۴ (۴) -۴

آزمون 16 شهریور

۱۴۳- نمودار تابع‌های  $f(x) = (a-1)x + 1$  و  $g(x) = x^2 - ax + 5$  در نقطه‌ای به طول  $x=1$  متقاطع می‌باشند. عرض نقطهٔ

تقاطع دیگر کدام است؟

- (۱) ۴ (۲) ۵ (۳) ۹ (۴) ۱۰

آزمون 16 شهریور

۱۴۴- چند تابع از  $A = \{a, b, c, d\}$  به  $A$  وجود دارد که برد آن شامل  $c$  باشد ولی شامل  $d$  نباشد؟

- (۱) ۸۱ (۲) ۲۷ (۳) ۱۶ (۴) ۶۵

آزمون 16 شهریور

۱۴۵- در چند جایگشت سه حرفی از  $\{a, b, c, d, e, f\}$  حرف  $d$  وجود دارد؟

- (۱) ۶۴ (۲) ۵۶ (۳) ۵۴ (۴) ۶۰

آزمون 16 شهریور

۱۴۶- یک مدرسهٔ مقطع متوسطهٔ دوم در هر یک از پایه‌های دهم، یازدهم و دوازدهم فقط یک کلاس از هر یک از رشته‌های انسانی،

تجربی و ریاضی دارد و در هر کلاس ۱۰ دانش‌آموز عضو هستند. به چند طریق می‌توان یک شورای دانش‌آموزی ۳ نفره تشکیل

داد، به طوری که از هر رشته فقط یک نفر حضور داشته باشد؟

- (۱) ۲۷ (۲) ۹۰ (۳) ۹۰۰۰ (۴) ۲۷۰۰۰

آزمون 16 شهریور

۱۴۷- از بین ۳ گروه از تیم‌های فوتبال که در هر گروه ۴ تیم عضو هستند، ۲ تیم را به تصادف انتخاب می‌کنیم. احتمال این که این دو

تیم، تیم‌های اول و دوم یک گروه باشند، کدام است؟

- (۱)  $\frac{1}{66}$  (۲)  $\frac{5}{22}$  (۳)  $\frac{1}{22}$  (۴)  $\frac{1}{88}$

آزمون 16 شهریور

۱۴۸- در یک کلاس ۱۶ نفری که دانش‌آموزان روی ۴ نیمکت (هر نیمکت ۴ نفر) نشسته‌اند، دو نفر به تصادف فراخوانده می‌شوند. احتمال آن که هر دو از یک نیمکت باشند، کدام است؟

- (۱)  $\frac{1}{8}$  (۲)  $\frac{1}{4}$  (۳)  $\frac{1}{6}$  (۴)  $\frac{1}{5}$

آزمون 16 شهریور

۱۴۹- یک عدد ۵ رقمی با ارقام ۷، ۶، ۴، ۲ و ۱ می‌سازیم که هر رقم فقط یک بار استفاده شده باشد. احتمال آنکه دو رقم فرد کنار هم نباشند، کدام است؟

- (۱)  $\frac{1}{5}$  (۲)  $\frac{2}{5}$  (۳)  $\frac{3}{5}$  (۴)  $\frac{4}{5}$

آزمون 16 شهریور

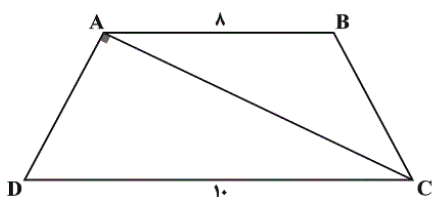
۱۵۰- کدام یک از متغیرهای زیر کمی پیوسته است؟

- (۱) انواع وضعیت هوا  
(۲) مدت زمان لازم برای رسیدن احسان به مدرسه  
(۳) رنگ موی دانش‌آموزان یک مدرسه  
(۴) تعداد مسافران یک قطار مسافرتی

آزمون 16 شهریور

هندسه 1-10 سوال

۱۵۱- مساحت دوزنقه متساوی‌الساقین شکل مقابل کدام است؟ ( $\widehat{DAC} = 90^\circ$ )



- (۱) ۱۸ (۲) ۲۷ (۳) ۳۶ (۴) ۴۵

آزمون 16 شهریور

۱۵۲- در مثلث متساوی‌الساقینی با طول ساق ۱۰ و طول قاعده ۱۶، مجموع فواصل هر نقطه روی قاعده از دو ساق آن کدام است؟

- (۱)  $\frac{9}{6}$  (۲)  $\frac{8}{4}$  (۳)  $\frac{7}{2}$  (۴)  $\frac{10}{2}$

آزمون 16 شهریور

۱۵۳- در مثلث ABC، AM میانه ضلع BC و O نقطه هم‌رسی میانه‌ها است. مساحت مثلث OMC، چه کسری از مساحت مثلث ABC است؟

- (۱)  $\frac{1}{9}$  (۲)  $\frac{1}{4}$  (۳)  $\frac{1}{12}$  (۴)  $\frac{1}{6}$

۱۵۴- در مثلث متساوی‌الاضلاع  $ABC$ ، ارتفاع  $AH$  توسط نقاط  $E$  و  $F$  به سه قسمت مساوی تقسیم شده است. اگر مساحت

مثلث  $BFE$  برابر  $6\sqrt{3}$  باشد، طول  $AH$  چقدر است؟

(۱)  $3\sqrt{3}$

(۲)  $6\sqrt{3}$

(۳) ۳

(۴) ۶

۱۵۵- خطی که تمام وجوه یک مکعب را قطع می‌کند، با چند یال از آن متنافر است؟

(۱) ۴

(۲) ۵

(۳) ۶

(۴) ۸

۱۵۶- در کدام یک از حالت‌های زیر همواره می‌توان یک صفحه یکتا رسم کرد؟

(۱) با داشتن سه نقطه

(۲) با داشتن دو خط

(۳) با داشتن یک نقطه و یک خط

(۴) با داشتن دو ضلع متمایز یک متوازی‌الاضلاع

۱۵۷- کدام یک از گزاره‌های زیر همواره صحیح است؟

(۱) اگر دو خط  $d$  و  $d'$  موازی صفحه  $P$  باشند، آن‌گاه  $d$  و  $d'$  موازی هستند.

(۲) اگر دو صفحه  $P$  و  $P'$  موازی خط  $d$  باشند، آن‌گاه دارای فصل مشترکی موازی  $d$  هستند.

(۳) تمامی صفحاتی که از نقطه  $A$  خارج از خط  $d$ ، موازی خط  $d$  رسم می‌شوند، از خطی موازی با  $d$  عبور می‌کنند.

(۴) هیچ صفحه‌ای وجود ندارد که با هر دو خط متنافر  $d$  و  $d'$ ، موازی باشد.

- (۱) اگر دو صفحه متقاطع بر یک صفحه عمود باشند، فصل مشترک آن‌ها نیز بر آن صفحه عمود است.
- (۲) اگر دو صفحه موازی باشند، هر صفحه که بر یکی از این دو صفحه عمود باشد، بر دیگری نیز عمود است.
- (۳) اگر یکی از دو صفحه متقاطع بر صفحه‌ای عمود باشد، دیگری نیز بر آن صفحه عمود است.
- (۴) اگر صفحه‌ای بر فصل مشترک دو صفحه متقاطع عمود باشد، بر هر دو صفحه عمود است.

آزمون 16 شهریور

- ۱۵۹- محیط سطح مقطع حاصل از تقاطع یک صفحه با کره‌ای به شعاع  $R$  برابر  $6\pi$  است. اگر فاصله مرکز کره از این صفحه برابر ۴ باشد، مساحت کره کدام است؟

- (۱)  $36\pi$       (۲)  $64\pi$       (۳)  $84\pi$       (۴)  $100\pi$

آزمون 16 شهریور

- ۱۶۰- یک لوزی به طول قطرهای ۴ و ۸ را حول قطر بزرگش دوران می‌دهیم. حجم حاصل از این دوران کدام است؟

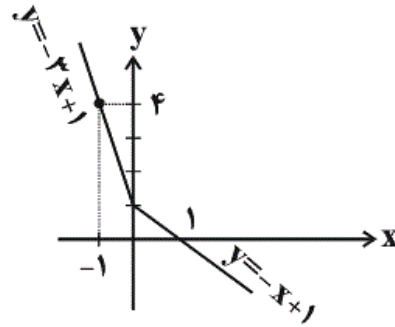
- (۱)  $\frac{4}{3}\pi$       (۲)  $\frac{8}{9}\pi$
- (۳)  $\frac{32}{3}\pi$       (۴)  $\frac{16}{9}\pi$

آزمون 16 شهریور

(سعید جعفری کافی آباد)

$$f(x) = |x| - 2x + 1 = \begin{cases} x - 2x + 1 & ; x \geq 0 \\ -x - 2x + 1 & ; x < 0 \end{cases}$$

$$\Rightarrow f(x) = \begin{cases} -x + 1 & ; x \geq 0 & y = -x + 1: \begin{array}{c|c} x & 0 \quad 1 \\ y & 1 \quad 0 \end{array} \\ -3x + 1 & ; x < 0 & y = -3x + 1: \begin{array}{c|c} x & -1 \quad 0 \\ y & 4 \quad 1 \end{array} \end{cases}$$



نمودار تابع از ناحیه سوم عبور نمی‌کند.

(ریاضی ۱- تابع: صفحه‌های ۱۰۹ تا ۱۱۷)

۴

۳ ✓

۲

۱

آزمون 16 شهریور

فرض کنیم  $g(x) = k$  و  $k > 0$ ، داریم:

$$4k^2 = 1 - 3k \Rightarrow 4k^2 + 3k - 1 = 0 \Rightarrow \begin{cases} k = -1 & \text{غ.ق.ق} \\ k = \frac{1}{4} & \text{ق.ق} \end{cases}$$

$$f(-4)g(-4) = -4\left(\frac{1}{4}\right) = -1$$

(ریاضی ۱- تابع: صفحه‌های ۱۰۹ تا ۱۱۷)

 ۴

 ۳

 ۲

 ۱

آزمون ۱۶ شهریور

نقطه تقاطع دیگر از حل معادله  $f(x) = g(x)$  حاصل می‌شود.

$$\Rightarrow x^2 - 3x + 5 = 2x + 1 \Rightarrow x^2 - 5x + 4 = 0$$

$$\Rightarrow \begin{cases} x = 1 \\ x = 4 \Rightarrow f(4) = g(4) = 9 \end{cases}$$

(ریاضی ۱- تابع: صفحه‌های ۱۰۹ تا ۱۱۷)

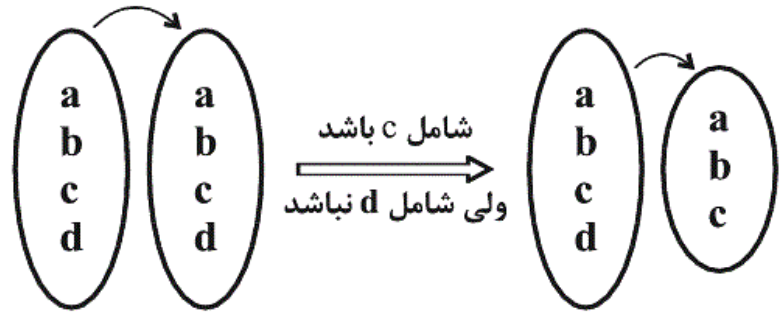
 ۴

 ۳

 ۲

 ۱

آزمون ۱۶ شهریور



از مجموعه  $\{a, b, c, d\}$  به مجموعه  $\{a, b, c\}$ ،  $3^4$  تابع وجود دارد که در

$2^4$  تا از آنها  $d$  جزء برد تابع نیست، بنابراین تعداد کل تابع‌های مورد نظر

سؤال  $3^4 - 2^4 = 65$  است.

نکته: تعداد توابع از یک مجموعه  $m$  عضوی به یک مجموعه  $n$  عضوی،

$n^m$  است.

(ریاضی ۱- تابع: صفحه‌های ۹۴ تا ۱۰۸)

 ۴ ✓

 ۳

 ۲

 ۱



چون حرف d باید باشد، کفایت که دو حرف دیگر انتخاب شوند.

$$\binom{5}{2} = \frac{5!}{2!3!} = 10$$

که این دو حرف انتخاب شده و حرف d، به ۳! طریق جایگشت دارند، لذا:

$$\text{جواب} = \binom{5}{2} \times 3! = 10 \times 6 = 60$$

(ریاضی ۱- شمارش، بدون شمردن: صفحه‌های ۱۲۷ تا ۱۴۰)

 ۴

 ۳

 ۲

 ۱

آزمون 16 شهریور

یک نفر رشته تجربی، یک نفر رشته ریاضی و یک نفر رشته انسانی، در نتیجه

با توجه به اینکه ۳ مقطع داریم، خواهیم داشت:

$$\Rightarrow \underbrace{\binom{3}{1} \times \binom{10}{1}}_{\text{تجربی}} \times \underbrace{\binom{3}{1} \times \binom{10}{1}}_{\text{ریاضی}} \times \underbrace{\binom{3}{1} \times \binom{10}{1}}_{\text{انسانی}}$$

$$= 3 \times 10 \times 3 \times 10 \times 3 \times 10 = 27000$$

(ریاضی ۱- شمارش بدون شمردن: صفحه‌های ۱۱۹ تا ۱۲۶ و ۱۳۳ تا ۱۴۰)

 ۴

 ۳

 ۲

 ۱

آزمون 16 شهریور

سه گروه ۴ تیمی داریم، در نتیجه:

$$n(S) = \binom{12}{2}$$

اما تیم‌های اول هر گروه ۳ تیم هستند که به  $\binom{3}{1}$  طریق می‌توان یکی از

آنها را انتخاب کرد و چون قرار است تیم دوم از همان گروه باشد که تیم

اول انتخاب شده است، لذا انتخاب آن حتمی است. پس:

$$n(A) = \binom{3}{1} \times 1 = 3 \Rightarrow P(A) = \frac{3}{\binom{12}{2}} = \frac{3}{66} = \frac{1}{22}$$

(ریاضی ۱- آمار و احتمال: صفحه‌های ۱۴۲ تا ۱۴۷)

 ۴

 ۳

 ۲

 ۱

آزمون 16 شهریور

$$n(A) = \binom{4}{1} \binom{4}{2} = 24$$

$$P(A) = \frac{n(A)}{n(S)} = \frac{24}{8 \times 15} = \frac{1}{5}$$

(ریاضی ۱- آمار و احتمال: صفحه‌های ۱۴۲ تا ۱۴۷)

(سعید بعفری کافی آباد)

$$n(S) = \begin{matrix} \square & \square & \square & \square & \square \\ 5 & 4 & 3 & 2 & 1 \end{matrix} = 5! = 120$$

$$A' : \rightarrow \begin{matrix} \square, \square & \square & \square \\ 2 & 4 & 6 \end{matrix}$$

۲! طریق جایگشت  $\square, \square$  و ۴! طریق جایگشت ۲، ۴، ۶ و  $\square, \square$ ، لذا:

$$n(A') = 2 \times 4! = 48 \Rightarrow n(A) = n(S) - n(A') = 120 - 48 = 72$$

$$\Rightarrow P \text{ (دو رقم فرد کنار هم نباشند)} = P(A) = \frac{72}{120} = \frac{3}{5}$$

(ریاضی ۱- آمار و احتمال: صفحه‌های ۱۴۲ تا ۱۵۱)

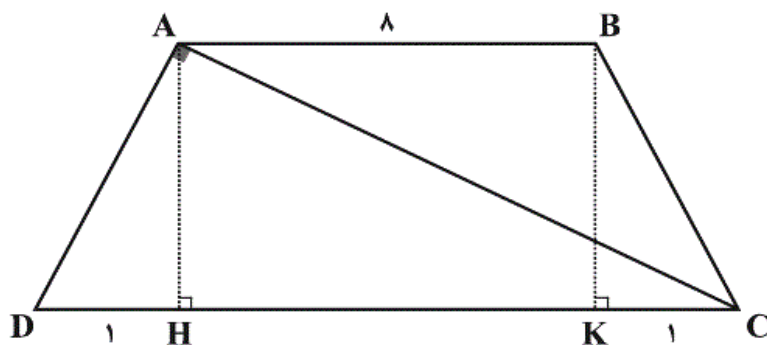
 ۴ ۳ ۲ ۱

(سعید بعفری کافی آباد)

مدت زمان لازم برای رسیدن احسان به مدرسه متغیر کمی پیوسته است.

(ریاضی ۱- آمار و احتمال: صفحه‌های ۱۵۹ تا ۱۷۰)

 ۴ ۳ ۲ ۱



از A و B بر DC عمود می‌کنیم، بنا به روابط طولی در مثلث قائم‌الزاویه

ADC داریم:

$$AH^2 = DH \cdot HC \Rightarrow AH^2 = 1 \times 9 \Rightarrow AH = 3$$

$$S_{ABCD} = \frac{1}{2} AH (AB + DC) = \frac{1}{2} \times 3 (8 + 10) = 27$$

(هندسه ۱ - پنضلعی‌ها: صفحه ۶۵)

 ۴

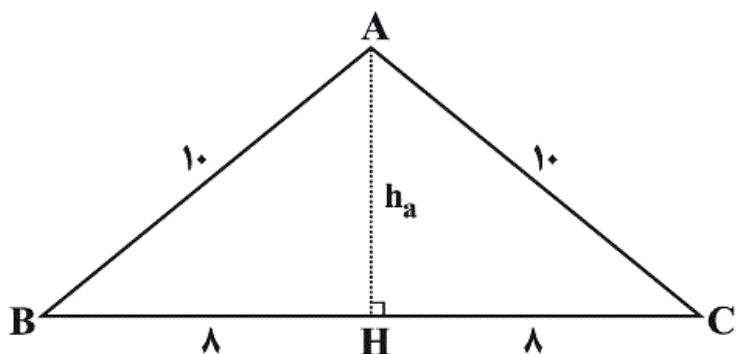
 ۳

 ۲

 ۱

آزمون 16 شهریور

ارتفاع نظیر قاعده را رسم می‌کنیم، داریم:



$$\triangle AHC : h_a^2 = 10^2 - 8^2 = 36 \Rightarrow h_a = 6$$

می‌دانیم مجموع فواصل هر نقطه روی قاعدهٔ یک مثلث متساوی‌الساقین از دو ساق

آن برابر است با طول ارتفاع وارد بر ساق مثلث. داریم:

$$ah_a = bh_b \Rightarrow 16 \times 6 = h_b \times 10 \Rightarrow h_b = 9.6$$

(هندسه ۱- هندسه‌های: صفحه‌های ۶۵ و ۶۸)

 ۴

 ۳

 ۲

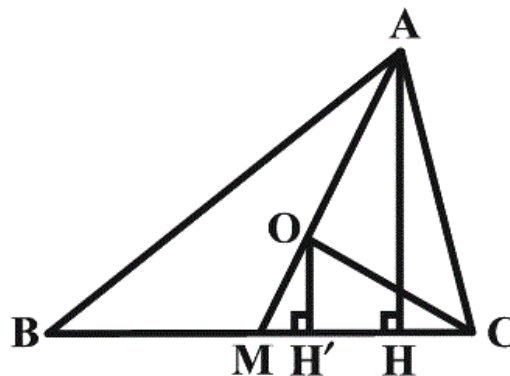
 ۱

آزمون 16 شهریور

O نقطه همرسی میانه های مثلث ABC، هر میانه را به نسبت ۱ به ۲

تقسیم می کند، یعنی  $\frac{OM}{AM} = \frac{1}{3}$ . اگر ارتفاع مثلث ABC و  $OH'$

ارتفاع مثلث OMC باشد:



$$OH' \parallel AH \Rightarrow \frac{OH'}{AH} = \frac{OM}{AM} = \frac{1}{3}$$

$$\Rightarrow OH' = \frac{1}{3}AH, \quad MC = \frac{1}{2}BC$$

$$S_{\Delta OMC} = \frac{1}{2}MC \cdot OH'$$

$$= \frac{1}{2} \left( \frac{1}{2}BC \cdot \frac{1}{3}AH \right) = \frac{1}{6} \left( \frac{1}{2}BC \cdot AH \right) = \frac{1}{6} (S_{\Delta ABC})$$

(هندسه ۱ - پندرضلعی ها: صفحه های ۶۶ و ۶۷)

 ۴ ✓

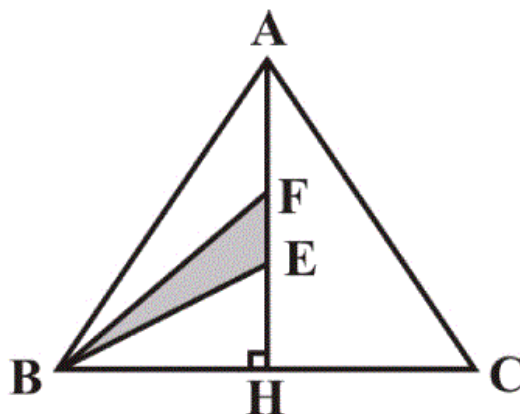
 ۳

 ۲

 ۱

$$S_{\triangle BEF} = \frac{1}{3} S_{\triangle ABH} = \frac{1}{3} \times \frac{S_{\triangle ABC}}{2} = \frac{1}{6} S_{\triangle ABC}$$

$$\Rightarrow S_{\triangle ABC} = 6 \times 6\sqrt{3} = 36\sqrt{3}$$



اگر  $a$  طول ضلع مثلث متساوی الاضلاع  $ABC$  باشد، آنگاه:

$$\frac{\sqrt{3}}{4} a^2 = 36\sqrt{3} \Rightarrow a = 12$$

$$AH = \frac{\sqrt{3}}{2} a = \frac{\sqrt{3}}{2} \times 12 = 6\sqrt{3}$$

(هنر سه ۱ - پنر ضلعی ها: صفحه های ۶۵ و ۶۶)

 ۴

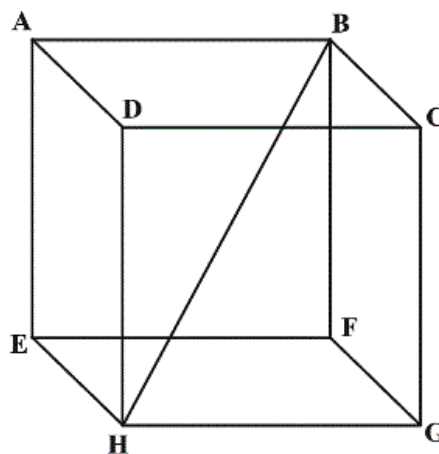
 ۳

 ۲

 ۱

یک خط زمانی تمام وجوه یک مکعب را قطع می‌کند که از دو رأس متقابل آن بگذرد. در این حالت خط با یال‌هایی که از آن دو رأس متقابل می‌گذرند (۶ یال) متقاطع و با ۶ یال دیگر متناظر است.

به عنوان مثال در شکل زیر، قطر  $BH$  که تمام وجه‌های مکعب را قطع می‌کند با یال‌های  $AD$ ،  $CD$ ،  $AE$ ،  $EF$ ،  $CG$  و  $FG$  متناظر است.



(هندسه ۱ - تجسم فضایی: صفحه‌های ۷۹ و ۸۰)

 ۴

 ۳

 ۲

 ۱

آزمون ۱۶ شهریور



برای هر یک از گزینه‌های ۱، ۲ و ۳، مثال نقض داریم:

(۱) اگر سه نقطه متمایز روی یک خط باشند، بی‌شمار صفحه می‌توان رسم کرد.

(۲) اگر دو خط متناظر باشند، صفحه‌ای قابل رسم نمی‌باشد.

(۳) اگر نقطه روی خط قرار داشته باشد، بی‌شمار صفحه قابل رسم است.

دو ضلع متمایز یک متوازی‌الاضلاع، یا موازی‌اند یا متقاطع و در هر کدام از این دو حالت، یک صفحه یکتا، قابل رسم است.

(هندسه ۱ - تجسم فضایی؛ صفحه‌های ۷۸ تا ۸۲)

 ۴

 ۳

 ۲

 ۱

آزمون 16 شهریور

اگر نقطه  $A$  خارج خط  $d$  باشد، تمامی صفحاتی که از  $A$  می‌گذرند و موازی خط  $d$  هستند، همگی از خطی مانند  $L$  می‌گذرند که از نقطه  $A$  عبور کرده و موازی با خط  $d$  است.

تذکر: فصل مشترک هر دو صفحه متقاطع و موازی با یک خط، همواره با آن خط موازی است.

(هندسه ۱ - تجسم فضایی؛ صفحه‌های ۷۸ تا ۸۲)

 ۴

 ۳

 ۲

 ۱

آزمون 16 شهریور

اگر دو صفحه متقاطع باشند، در صورتی هر دو بر صفحه‌ای عمودند که فصل مشترکشان بر آن صفحه عمود باشد.

(هندسه ۱ - تجسم فضایی؛ صفحه‌های ۸۳ تا ۸۶)

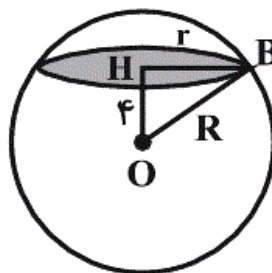
□ ۱

□ ۲

□ ۳ ✓

□ ۴

آزمون ۱۶ شهریور



شعاع دایره سطح مقطع را  $r$  می‌نامیم، داریم:

$$\text{محیط سطح مقطع} = 2\pi r$$

$$\Rightarrow 6\pi = 2\pi r \Rightarrow r = 3$$

بنابه قضیه فیثاغورس در مثلث  $OBH$  داریم:

$$R^2 = r^2 + OH^2 \Rightarrow R^2 = 9 + 16 = 25 \Rightarrow R = 5$$

$$S = 4\pi R^2 = 4\pi \times 5^2 = 100\pi$$

حال:

(هندسه ۱ - تجسم فضایی؛ صفحه‌های ۹۲ تا ۹۴)

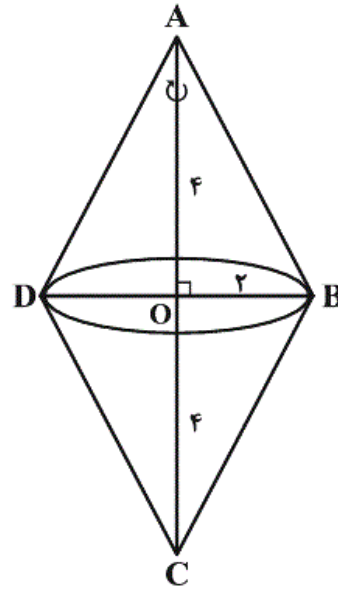
□ ۱

□ ۲

□ ۳

□ ۴ ✓

آزمون ۱۶ شهریور



مطابق شکل، از آن جا که در لوزی قطرهای یکدیگر را نصف می کنند، از دوران قطر بزرگ لوزی دو مخروط که شعاع قاعده هر دو برابر  $r = 2$  و ارتفاع هر دو برابر  $h = 4$  است، تشکیل می شود. در نتیجه حجم شکل حاصل برابر است با:

$$V = 2 \left( \frac{1}{3} \pi r^2 h \right) = 2 \left( \frac{1}{3} \pi (2)^2 \times (4) \right) = \frac{32}{3} \pi$$

(هندسه ۱ - تجسم فضایی؛ صفحه های ۹۵ و ۹۶)

 ۴

 ۳

 ۲

 ۱