ریاضي ۱ - ۱۰ سوال

۴۱- اگر f تابعی همانی و $f(۳-a)+f(۲)=۶$ باشد، مقدار $f(۱-a)$ کدام است؟

۱) صفر ۲) ۱ ۳) ۲ ۴) ۳

آزمون ۱۶ شهریور

۴۲- نمودار سهمی $y=x^۲-۳x-۱۰$ را حداقل چند واحد به سمت چپ انتقال دهیم تا محور xها را با طول مثبت قطع نکند؟

۱) ۲ ۲) ۳ ۳) ۴ ۴) ۵

آزمون ۱۶ شهریور

۴۳- نمودار تابع $y=|-x+۱|+۱$ را ۲ واحد به سمت راست و سپس ۲ واحد به پایین می‌بریم. این تابع محورهای مختصات را در سه نقطهٔ A، B و C قطع می‌کند. مساحت مثلث ABC کدام است؟

۱) $\frac{۳}{۲}$ ۲) ۲ ۳) $\frac{۵}{۲}$ ۴) ۱

آزمون ۱۶ شهریور

۴۴- با ارقام ۱، ۲، ۳، ۴ و ۵ چند عدد سه رقمی بدون تکرار ارقام می‌توان نوشت که رقم ۴ حتماً در آن‌ها استفاده شده باشد؟

۱) ۲۴ ۲) ۳۰ ۳) ۳۶ ۴) ۴۸

آزمون ۱۶ شهریور

۴۵- به چند طریق می‌توان ۳ کتاب از ۵ کتاب متمایز سال اول و ۴ کتاب از ۶ کتاب متمایز سال دوم را یکی در میان، در قفسه‌ای چید؟

۱) $\binom{۱۱}{۷}\times ۴!\times ۳!$ ۲) $\binom{۱۱}{۷}\times ۴!\times ۳!\times ۲$

۳) $\binom{۶}{۴}\binom{۵}{۳}\times ۴!\times ۳!$ ۴) $\binom{۶}{۴}\binom{۵}{۳}\times ۴!\times ۳!\times ۲$

آزمون ۱۶ شهریور

۴۶- سه نفر به چند طریق در ۵ صندلی کنار هم می‌توانند بنشینند، به‌طوری که هیچ دو نفری کنار هم نباشند؟

۱) ۶ ۲) ۸ ۳) ۲۴ ۴) ۶۰

آزمون ۱۶ شهریور

۴۷- چند کلمهٔ ۵ حرفی با حروف کلمهٔ «Computer» می‌توان نوشت که فقط حرف اول آن‌ها صدادار باشد؟ (تکرار حروف جایز نیست.)

۱) ۱۵ ۲) ۴۵ ۳) ۱۲۰ ۴) ۳۶۰

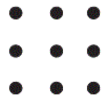
آزمون ۱۶ شهریور

۴۸- به چند طریق می‌توان ۱۲ نفر را به سه گروه ۲ تایی، ۴ تایی و ۶ تایی تقسیم کرد؟

۱) ۵۰۴۰ ۲) ۱۳۸۶۰ ۳) ۱۲۸۰۰ ۴) ۶۷۲۰

آزمون ۱۶ شهریور

۴۹- چند مثلث می‌توان رسم کرد که رئوسشان از ۹ نقطهٔ زیر انتخاب شود؟



۱) ۷۲

۲) ۷۴

۳) ۷۰

۴) ۷۶

آزمون ۱۶ شهریور

۵۰- یک دستگاه رمزخوان دارای ۱۰ کلید است و می‌دانیم رمزی که در آن وارد می‌شود دارای ۳ کاراکتر متمایز است. همچنین اگر بدانیم حداقل یکی از کاراکترهای رمز بین ۵ کلید اول قرار دارد و وارد کردن هر رمز ۲ ثانیه زمان بخواهد، حداکثر در چند دقیقه می‌توان رمز را با سعی و خطا وارد کرد؟

۱) ۲۰ ۲) ۲۲ ۳) ۲۴ ۴) ۲۷

آزمون ۱۶ شهریور

حسابان ۱ - ۱۰ سوال

۵۱- مجموعه جواب معادلهٔ $[x^۲ - ۱] = -۱$، معادل کدام گزینه است؟

۱) $(-۱ , ۱)$ ۲) $[۰ , ۱)$ ۳) $[-\frac{۱}{۲} , \frac{۱}{۲}]$ ۴) $[۰ , ۲)$

آزمون ۱۶ شهریور

۵۲- اگر α و β ریشه‌های معادلهٔ $۲x^۲ - ۳x - ۴ = ۰$ باشند، به‌ازای کدام مقدار k، مجموعه جواب‌های معادلهٔ $x(x-k) = ۸$ به‌صورت $\{\alpha^۲\beta , \alpha\beta^۲\}$ است؟

۱) ۶ ۲) -۶ ۳) ۳ ۴) -۳

آزمون ۱۶ شهریور

۵۳- عملکرد یک تابع به گونه‌ای است که مربع هر ورودی را با خود آن ورودی جمع کرده و جواب را در خروجی نمایش می‌دهد. ورودی‌های تابع در کدام بازه قرار بگیرند تا مقادیر خروجی آن کم‌تر از ۲۰ باشند؟

۱) $(-۵ , ۵)$ ۲) $(-۲ , ۱۰)$ ۳) $(-۵ , ۴)$ ۴) $(-۴ , ۵)$

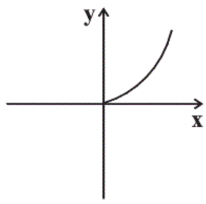
آزمون ۱۶ شهریور

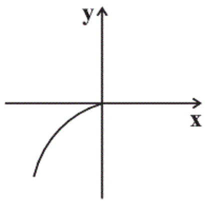
۵۴- فاصلهٔ نقطهٔ A روی محور طول‌ها از خط به معادلهٔ $y = x - ۱$ کم‌تر از $۲\sqrt{۲}$ است. مجموعه مقادیری که طول نقطهٔ A می‌تواند اختیار کند کدام است؟

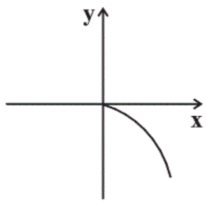
۱) $(-۲ , ۶)$ ۲) $(-۳ , ۵)$ ۳) $(-۴ , ۴)$ ۴) $(-۵ , ۳)$

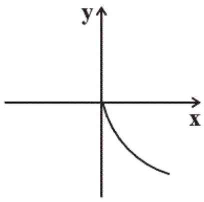
آزمون ۱۶ شهریور

۵۵- دامنهٔ تابع $y=\frac{۱}{۲}(x^{۲}-x|x|)$ را به گونه‌ای محدود کرده‌ایم که تابع در آن وارون‌پذیر باشد. نمودار وارون آن به کدام صورت می‌تواند باشد؟

۱) 

۲) 

۳) 

۴) 

آزمون ۱۶ شهریور

۵۶- جملهٔ اول، سوم و پنجم یک دنبالهٔ هندسی به‌ترتیب برابر با جملهٔ اول، چهارم و شانزدهم یک دنبالهٔ حسابی با جملات متمایز است. مجموع پانزده جملهٔ ابتدایی این دنبالهٔ حسابی چند برابر جملهٔ چهارم دنبالهٔ حسابی است؟

۱) ۴ ۲) ۱۵ ۳) ۳۰ ۴) ۸

آزمون ۱۶ شهریور

۵۷- نمودار تابع $f(x)=\begin{cases} ۱-\frac{۱}{x} & , \quad x<۰ \\ -\sqrt{x+۲}-۱ & , \quad x\geq ۰ \end{cases}$، کدام یک از خطوط زیر را قطع می‌کند؟

۱) $y=x$ ۲) $y=x+۱$ ۳) $y=-۳$ ۴) $y=-۲$

آزمون ۱۶ شهریور

۵۸- بیش‌ترین مقدار تابع $y=-۲x^{۲}+bx+c$ برابر ۶ است. نمودار آن بر روی محور xها وتری با کدام طول می‌سازد؟

۱) $۴\sqrt{۳}$ ۲) $۲\sqrt{۳}$ ۳) ۴ ۴) ۲

آزمون ۱۶ شهریور

۵۹- معادلهٔ $x^{۲}-۲x+۲=\sqrt{۱-x^{۲}}$ چند جواب دارد؟

۱) ۱ ۲) ۲ ۳) ۳ ۴) جواب ندارد.

آزمون ۱۶ شهریور

۶۰- اگر $f(x)=|x-\frac{x}{|x|}|$ باشد، به‌ازای کدام ضابطه برای $g(x)$ معادلهٔ $f(x)=g(x)$ بی‌شمار جواب دارد؟

۱) $g(x)=x$ ۲) $g(x)=-x$ ۳) $g(x)=-x-۱$ ۴) $g(x)=x^{۲}$

آزمون ۱۶ شهریور

هندسه‌ی ۲ - ۱۰ سوال

۱۰۱- اندازهٔ شعاع یک دایره ۲ و طول وتر AB در آن برابر $۲\sqrt{۲}$ است. مساحت قطعهٔ کوچک‌تر حاصل از رسم وتر AB در دایره کدام است؟

۱) $۲\pi - ۴$

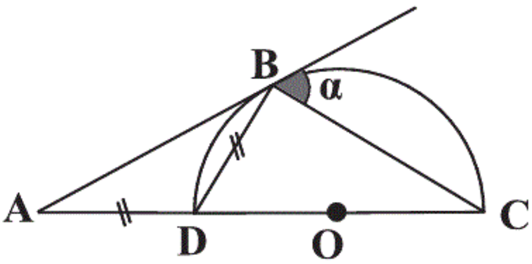
۲) $\pi - ۲$

۳) $۲\pi - ۶$

۴) $\pi - ۳$

آزمون ۱۶ شهریور

۱۰۲- مطابق شکل در نیم‌دایره‌ای به مرکز O، زاویهٔ α چند درجه است؟ (AB در B بر نیم‌دایره مماس است.)



۱) ۴۵

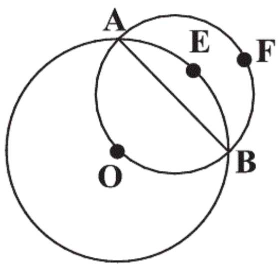
۲) ۵۰

۳) ۵۵

۴) ۶۰

آزمون ۱۶ شهریور

۱۰۳- در شکل زیر، پاره‌خط AB، قطر دایرهٔ کوچک‌تر و O مرکز دایرهٔ بزرگ‌تر است. نسبت طول کمان AFB به طول کمان AEB کدام است؟



۱) ۲

۲) $۲\sqrt{۲}$

۳) ۱

۴) $\sqrt{۲}$

آزمون ۱۶ شهریور

۱۰۴- در یک دایره نقطهٔ P روی وتر AB به طول ۱۶ چنان قرار دارد که $\frac{PB}{PA} = \frac{m}{m+۲}$ است. اگر طول کوتاه‌ترین وتر گذرنده از نقطهٔ P برابر $۴\sqrt{۱۵}$ باشد، مقدار m کدام گزینه می‌تواند باشد؟

۱) $\frac{۱}{۳}$ ۲) ۲ ۳) ۳ ۴) ۵

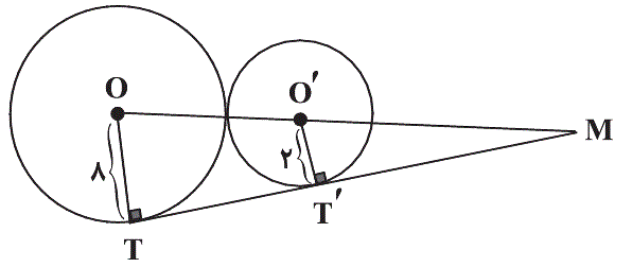
آزمون ۱۶ شهریور

۱۰۵- دو دایرهٔ متقاطع به شعاع‌های R و $5R$ مفروض‌اند. اگر مرکز یکی از دو دایره، روی محیط دایرهٔ دیگر واقع شده باشد، اندازهٔ مماس مشترک خارجی آن‌ها چند برابر R است؟

۱) $\sqrt{5}$ ۲) ۳ ۳) ۴ ۴) $2\sqrt{5}$

آزمون ۱۶ شهریور

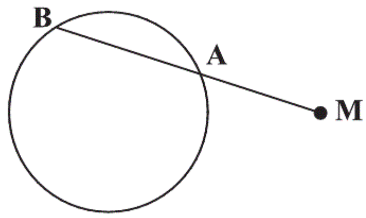
۱۰۶- در شکل زیر، دو دایره به مراکز O و O' مماس برون‌اند. اندازهٔ MT کدام است؟ (M ، T و T' بر روی یک خط واقع‌اند.)



۱) ۹
۲) $\frac{28}{3}$
۳) ۱۰
۴) $\frac{32}{3}$

آزمون ۱۶ شهریور

۱۰۷- فاصلهٔ نزدیک‌ترین و دورترین نقاط دایرهٔ زیر از نقطهٔ M، به‌ترتیب ۶ و ۱۶ واحد است. اگر $MA = 8$ باشد، فاصلهٔ مرکز دایره از وتر AB کدام است؟



۱) ۳
۲) ۴
۳) $\sqrt{21}$
۴) $2\sqrt{6}$

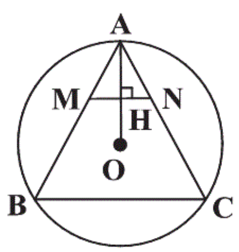
آزمون ۱۶ شهریور

۱۰۸- در مثلث ABC اگر $\hat{B}+\hat{C}=90^\circ$ و $a^2+b^2+c^2=40$ باشد، شعاع دایرهٔ محیطی مثلث کدام است؟

۱) ۱ ۲) ۴
۳) $\sqrt{5}$ ۴) $\sqrt{3}$

آزمون ۱۶ شهریور

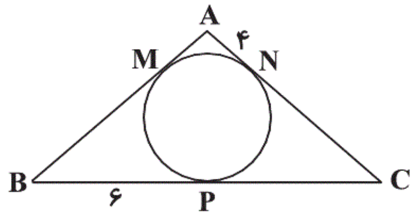
۱۰۹- در شکل روبه‌رو، $C'(O,R)$ دایرهٔ محیطی مثلث متساوی‌الاضلاع ABC و $AH=\frac{R}{2}$ است. $\frac{S_{\overset{\Delta}{AMN}}}{S_{\overset{\Delta}{ABC}}}$ کدام است؟



۱) $\frac{1}{3}$
۲) $\frac{1}{9}$
۳) $\frac{1}{4}$
۴) $\frac{1}{16}$

آزمون ۱۶ شهریور

۱۱۰- مطابق شکل زیر، دایرهٔ محاطی مثلث ABC ($AB = AC$) رسم شده است. با توجه به اندازه‌های مشخص شده، شعاع ایـن دایـره کـدام است؟



۱) ۱

۲) ۲

۳) ۳

۴) ۴

آزمون ۱۶ شهریور

هندسه ۱ - ۱۰ سوال

۹۱- مساحت یک چهارضلعی که دو قطر آن بر هم عمود بوده و منصف یکدیگرنـد، برابـر ۲۴ اسـت. اگـر یکـی از قطرهای این چهارضلعی ۳ برابر قطر دیگر باشد، محیط این چهارضلعی کدام است؟

۱) $۲\sqrt{۱۰}$

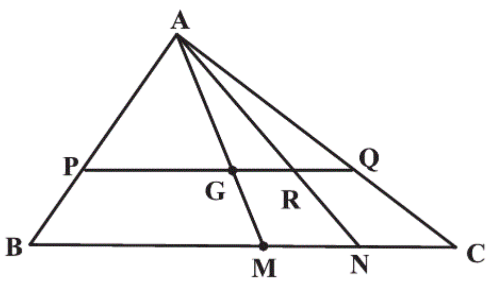
۲) $۴\sqrt{۱۰}$

۳) $۶\sqrt{۱۰}$

۴) $۸\sqrt{۱۰}$

آزمون ۱۶ شهریور

۹۲- در شکل زیر، G نقطهٔ همرسی میانه‌های مثلث ABC، $PQ \parallel BC$ و $MN = NC$ است. مساحت مثلث ARQ چه کسری از مساحت مثلث ABC است؟



۱) $\frac{۱}{۶}$

۲) $\frac{۱}{۸}$

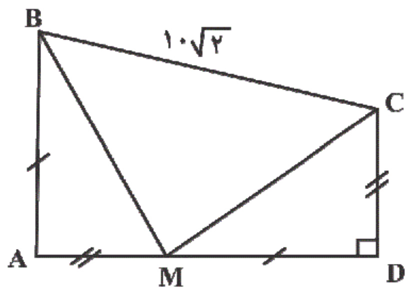
۳) $\frac{۱}{۹}$

۴) $\frac{۱}{۱۲}$

آزمون ۱۶ شهریور

۹۳- در شکل زیر، ABCD ذوزنقه‌ای به مساحت ۱۰۰ و $BC=۱۰\sqrt{۲}$ است. حاصل‌ضرب طول‌های قاعده‌های این ذوزنقه کدام است؟

$(AB \parallel DC)$



۱) $۵۰\sqrt{۲}$

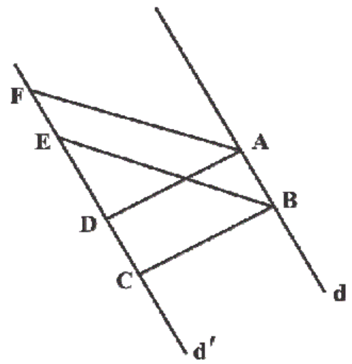
۲) ۵۰

۳) $۴۵\sqrt{۲}$

۴) ۴۵

آزمون ۱۶ شهریور

۹۴- در شکل زیر، دو خط d و d' موازی‌اند و ABCD و ABEF هر دو متوازی‌الاضلاع‌اند. اگر مساحت ABCD، ۸ واحد مربع و اندازهٔ AF، ۴ واحد باشد، فاصلهٔ نقطهٔ A از پاره‌خط BE کدام است؟



۱) ۴

۲) ۳

۳) ۲

۴) ۱

آزمون ۱۶ شهریور

۹۵- در یک چندضلعی شبکه‌ای با مساحت $\frac{۱۳}{۲}$، مجموع تعداد نقاط مرزی و درونی برابر ۱۲ است. تعداد نقاط درونی آن کدام است؟ (فاصلهٔ طولی و عرضی بین نقاط شبکه برابر واحد است.)

۱) ۳

۲) ۴

۳) ۵

۴) ۶

آزمون ۱۶ شهریور

۹۶- مثلث متساوی‌الاضلاع ABC به ضلع $۴\sqrt{۳}$ واحد مفروض است. اگر مجموع فواصل نقطهٔ P درون مثلث از اضلاع AB و AC برابر ۵ واحد باشد، آن‌گاه فاصلهٔ این نقطه تا ضلع BC کدام است؟

۱) $\frac{۱}{۲}$

۲) $\frac{۳}{۴}$

۳) ۱

۴) $\frac{۳}{۲}$

آزمون ۱۶ شهریور

۹۷- مساحت یک چندضلعی شبکه‌ای ۶ واحد است. اگر تعداد نقاط مرزی و درونی چندضلعی را به‌ترتیب با b و i نشان دهیم، حاصل‌ضرب ib چند مقدار متمایز می‌تواند داشته باشد؟

۱) ۳

۲) ۴

۳) ۵

۴) ۶

آزمون ۱۶ شهریور

۹۸- سه صفحهٔ $P_۱$ ، $P_۲$ و $P_۳$ دو به دو متقاطع هستند. وضعیت فصل مشترک‌های این صفحات نسبت به هم چگونه می‌تواند باشد؟

۱) همرس

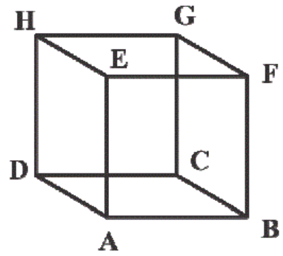
۲) منطبق

۳) موازی

۴) هر سه گزینه درست است.

آزمون ۱۶ شهریور

۹۹- در مکعب روبه‌رو، تعداد یال‌های موازی با HD و متنافر با EF کدام است؟



۱) صفر

۲) یک

۳) دو

۴) سه

آزمون ۱۶ شهریور

۱۰۰- خط Δ موازی صفحهٔ P و خط Δ' صفحهٔ P را در یک نقطه قطع می‌کند. چند خط در فضا وجود دارد که با صفحهٔ P موازی باشد و هر دو خط Δ و Δ' را قطع کند؟

۱) هیچ

۲) ۱

۳) ۲

۴) بی‌شمار

آزمون ۱۶ شهریور

حسابان-گواه - ۱۰ سوال

۶۱- در یک دنبالهٔ هندسی مجموع هشت جملهٔ اول $\frac{۵}{۴}$ مجموع چهار جملهٔ اول آن است. جملهٔ هفتم چند برابر جملهٔ اول است؟

۱) $\frac{۱}{۱۶}$ ۲) $\frac{۱}{۸}$ ۳) $\frac{۵}{۳۲}$ ۴) $\frac{۱}{۴}$

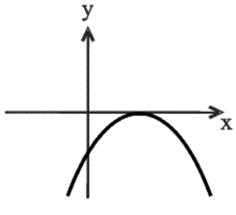
آزمون ۱۶ شهریور

۶۲- به ازای کدام مقدار m، عدد $\sqrt{۲}$ واسطهٔ هندسی بین ریشه‌های حقیقی معادلهٔ $mx^۲ - ۵x + m^۲ - ۳ = ۰$ است؟

۱) ۱ ۲) ۱- ۳) ۳ ۴) ۳-

آزمون ۱۶ شهریور

۶۳- شکل زیر، نمودار تابع درجهٔ دوم $f(x) = ax^۲ + bx - ۱$ است. کدام دوتایی برای (a , b) قابل قبول است؟



۱) $(۱ , -۲)$

۲) $(-۲ , -۱)$

۳) $(-۱ , ۴)$

۴) $(-۱ , ۲)$

آزمون ۱۶ شهریور

۶۴- تعداد جواب‌های معادلهٔ $\frac{۸}{x^۲-۴}=\frac{x}{x-۲}+\frac{x-۲}{x+۲}$ کدام است؟

۱) صفر ۲) ۱ ۳) ۲ ۴) ۳

آزمون ۱۶ شهریور

۶۵- در معادلهٔ $۷x^۲-x-۵=۰$ حاصل $A=||\alpha|-|\beta||$ کدام است؟ (α و β ریشه‌ها هستند.)

۱) $\frac{۱}{۷}$ ۲) ۷ ۳) $\frac{۱}{۵}$ ۴) ۵

آزمون ۱۶ شهریور

۶۶- دو ضلع یک مستطیل منطبق بر دو خط بـه معـادلات $۲y+x=۶$ و $۲x-y=۷$ و یـک رأس آن نقطـهٔ $A(۸,۵)$ اسـت. مسـاحت ایـن مستطیل کدام است؟

۱) ۷/۲ ۲) ۹/۶ ۳) ۱۱/۴ ۴) ۱۲/۸

آزمون ۱۶ شهریور

۶۷- تابع $y=||x|-۲x|$ با کدام‌یک از توابع زیر مساوی است؟

۱) $y=۲|x|-x$ ۲) $y=x-۲|x|$

۳) $y=|x|-۲x$ ۴) $y=۲x-|x|$

آزمون ۱۶ شهریور

۶۸- با در نظر گرفتن نمودار توابع $y=\sqrt{x+۳}$ و $y=۲|x-۱|$، معادلهٔ $\sqrt{x+۳}-۲|x-۱|=۰$ چند ریشه دارد؟

۱) یک ۲) دو ۳) سه ۴) صفر

آزمون ۱۶ شهریور

۶۹- نمودار تابع با ضابطهٔ $f(x)=\left[\frac{x}{۲}\right]$ و نیمساز ناحیهٔ اول و سوم غیر از مبدأ چند نقطهٔ مشترک دارند؟

۱) یک ۲) دو ۳) هیچ ۴) بی‌شمار

آزمون ۱۶ شهریور

۷۰- دامنهٔ تابع با ضابطهٔ $f(x)=۲x-|۴-۲x|$ را به بزرگ‌ترین بازه‌ای که تابع f در آن وارون‌پذیر است، محدود کرده‌ایم. ضابطهٔ $f^{-۱}(x)$ کدام است؟

۱) $\frac{۱}{۴}x+۱$ و $x\geq ۴$ ۲) $\frac{۱}{۴}x-۱$ و $x\leq ۴$

۳) $\frac{۱}{۴}x-۱$ و $x\geq ۴$ ۴) $\frac{۱}{۴}x+۱$ و $x\leq ۴$

آزمون ۱۶ شهریور

رياضي ۱- سوالات موازی - ۱۰ سوال

۷۱- اگر $f=\{(۸,۴a-a^۲),(b,۴)\}$ تابعی ثابت و $g(x)=\frac{x^۲+bx}{x-۱}$ تابعی همانی باشد، مقدار $g(a-b)$ کدام است؟

۱) ۱ ۲) ۱- ۳) ۳ ۴) ۳-

آزمون ۱۶ شهریور

۷۲- نقطهٔ $A(5 , -2)$ روی تابع $y = f(x)$ است. این نقطه در تابع $y = f(x-1)+3$ به کدام نقطه تبدیل می‌شود؟

۱) $(4 , 1)$ ۲) $(6 , 1)$ ۳) $(6 , -5)$ ۴) $(4 , -5)$

آزمون ۱۶ شهریور

۷۳- تابع $y = f(x)$ را دو واحد به سمت راست و سپس یک واحد به سمت پایین انتقال داده‌ایم و به تابع $y = |x|$ رسیده‌ایم. در این صورت $f(4)$ کدام است؟

۱) ۱ ۲) ۳ ۳) ۵ ۴) ۷

آزمون ۱۶ شهریور

۷۴- با ارقام ۱، ۳، ۵، ۷ و ۹ چند عدد ۴ رقمی می‌توان نوشت که رقم هزارگان آن ۳ باشد و این عدد حتماً شامل رقم ۵ باشد؟ (تکرار ارقام مجاز نیست.)

۱) ۶ ۲) ۹ ۳) ۱۲ ۴) ۱۸

آزمون ۱۶ شهریور

۷۵- شخصی با a نفر دوست است. او به چند طریق می‌تواند یک یا عده‌ای از دوستان خود را به شام دعوت کند؟

۱) 2^a ۲) $2^a - 1$ ۳) 2^{a-1} ۴) $2^a + 1$

آزمون ۱۶ شهریور

۷۶- در چند جایگشت از حروف کلمهٔ WORLD، حرف O جلوتر از R قرار دارد؟

۱) ۴۸ ۲) ۶۰ ۳) ۷۲ ۴) ۸۴

آزمون ۱۶ شهریور

۷۷- تعداد زیرمجموعه‌های ۴ عضوی و ۵ عضوی یک مجموعه با هم برابرند. نسبت تعداد زیرمجموعه‌های ۳ عضوی آن به تعداد زیرمجموعه‌های ۶ عضوی آن کدام است؟

۱) ۲ ۲) ۳ ۳) ۱ ۴) $\frac{1}{2}$

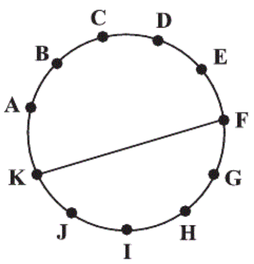
آزمون ۱۶ شهریور

۷۸- در یک محمولهٔ ۱۰ عددی تلویزیون، ۳ عدد تلویزیون معیوب وجود دارد. به چند حالت ممکن است یک هتل که ۴ دستگاه آن را خریداری کرده است، حداقل ۲ دستگاه معیوب دریافت کرده باشد؟

۱) ۶۳ ۲) ۶۷ ۳) ۷۰ ۴) ۲۱۰

آزمون ۱۶ شهریور

۷۹- ۱۱ نقطه روی محیط یک دایره به صورت زیر قرار دارند؛ وتر FK رسم شده است. به چند طریق می‌توان یک چهارضلعی در یک طرف وتر و یک مثلث در طرف دیگر وتر ساخت؟ (چهارضلعی‌ها و مثلث‌ها شامل وتر FK و نقاط F و K نیستند.)



۱) ۱۰
۲) ۲۰
۳) ۷۲
۴) ۳۰

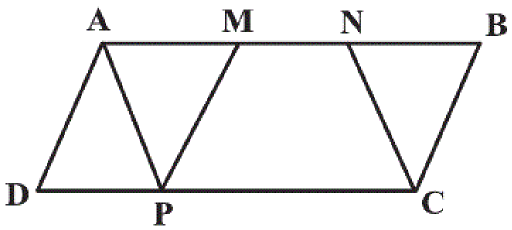
۸۰- تاس سالمی را آنقدر پرتاب می‌کنیم تا ۳ بار عدد ۵ ظاهر شود. تعداد حالاتی که این اتفاق در ۱۰ پرتاب رخ می‌دهد، کدام است؟

۱) ۳۶ ۲) ۳۶×۵^{۷} ۳) ۱۲۰ ۴) ۱۲۰×۵^{۷}

آزمون ۱۶ شهریور

هندسه‌ی ۱- سوالات موازی - ۱۰ سوال

۱۱۱- در متوازی‌الاضلاع ABCD، $AM = MN = NB$ و $AD \parallel MP$ است. نسبت مساحت چهارضلعی ANCP به مساحت چهارضلعی AMPD کدام است؟



۱) $\frac{۳}{۲}$

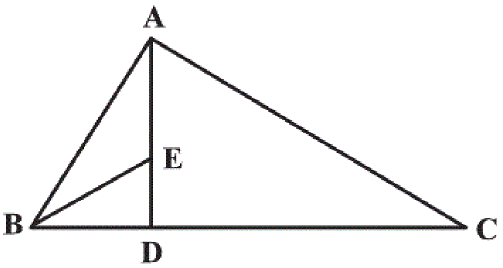
۲) ۲

۳) ۳

۴) ۴

آزمون ۱۶ شهریور

۱۱۲- در شکل مقابل، اگر $۴BD = CD$ و $۲AD = ۳AE$ باشد، حاصل $\frac{S_{\overset{\Delta}{ABE}}}{S_{\overset{\Delta}{ABC}}}$ کدام است؟



۱) $\frac{۱}{۹}$

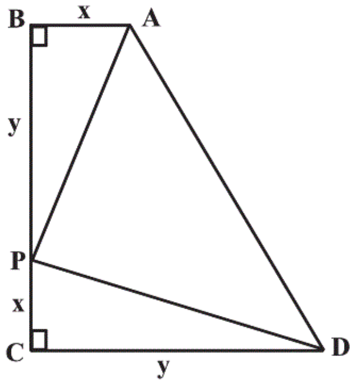
۲) $\frac{۲}{۱۵}$

۳) $\frac{۲}{۹}$

۴) $\frac{۴}{۱۵}$

آزمون ۱۶ شهریور

۱۱۳- در شکل زیر، ذوزنقهٔ ABCD به مساحت ۲۸۸ مفروض است. اگر $y = ۳x$ باشد، آن‌گاه طول AD کدام است؟



۱) $۵\sqrt{۵}$

۲) $۶\sqrt{۵}$

۳) $۱۰\sqrt{۵}$

۴) $۱۲\sqrt{۵}$

آزمون ۱۶ شهریور

۱۱۴- در یک ذوزنقهٔ متساوی‌الساقین با زاویهٔ حادهٔ ۴۵ درجه، اندازهٔ یک قاعده a و قاعدهٔ دیگر $۳a + ۴$ است. اگر مساحت ذوزنقه برابر ۴۰ واحد مربع باشد، اندازهٔ ارتفاع ذوزنقه چند واحد است؟

۱) ۳　　۲) ۵　　۳) ۴　　۴) ۶

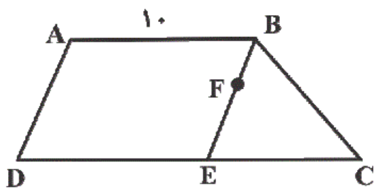
آزمون ۱۶ شهریور

۱۱۵- مساحت یک چندضلعی شبکه‌ای ۳ واحد است. مجموع تعداد نقاط مرزی و تعداد نقاط درونی آن کدام نمی‌تواند باشد؟ (فاصلهٔ طولی و عرضی بین نقاط شبکه برابر واحد است.)

۱) ۵　　۲) ۶　　۳) ۷　　۴) ۸

آزمون ۱۶ شهریور

۱۱۶- مطابق شکل در ذوزنقهٔ ABCD خط BE را به موازات ساق AD رسم می‌کنیم تا مثلث متساوی‌الساقین BCE $(CB = CE)$ تشکیل شود. اگر فاصلهٔ نقطهٔ F از BC و EC به‌ترتیب برابر ۲ و ۴ واحد باشد، مساحت متوازی‌الاضلاع ABED کدام است؟



۱) ۲۰　　۲) ۴۵

۳) ۶۰　　۴) ۷۵

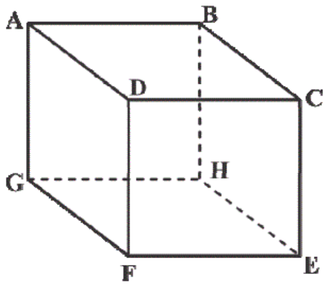
آزمون ۱۶ شهریور

۱۱۷- در یک مستطیل شبکه‌ای افقی، نسبت طول به عرض برابر ۲ و نسبت تعداد نقاط مرزی به تعداد نقاط درونی برابر ۴است. محیط این مستطیل کدام است؟ (فاصلهٔ طولی و عرضی بین نقاط شبکه برابر واحد است.)

۱) ۱۲　　۲) ۱۶　　۳) ۲۰　　۴) ۲۴

آزمون ۱۶ شهریور

۱۱۸- مکعب شکل زیر را در نظر بگیرید. تعداد یال‌های موازی با صفحهٔ گذرنده از دو قطر AC و GE کدام است؟



۱) ۱

۲) ۲

۳) ۳

۴) ۴

۱۱۹- صفحهٔ P و نقطهٔ A خارج آن مفروض‌اند. کدام گزینه در مورد نقطهٔ A صحیح است؟

۱) از نقطهٔ A بی‌شمار خط به موازات P می‌گذرد.

۲) از نقطهٔ A فقط یک صفحه به موازات P می‌گذرد.

۳) کلیهٔ خطوطی که از نقطهٔ A به موازات P می‌گذرند، درون یک صفحه موازی P قرار دارند.

۴) هر سه مورد

۱۲۰- اگر صفحهٔ P_3 موازی فصل مشترک دو صفحهٔ متقاطع P_1 و P_2 باشد، آن‌گاه:

۱) صفحهٔ P_3 با هر دو صفحه متقاطع است.

۲) صفحهٔ P_3 با هر دو صفحه موازی است.

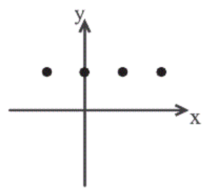
۳) صفحهٔ P_3 یا با هر دو صفحه موازی است یا متقاطع.

۴) صفحهٔ P_3 یا با هر دو صفحه متقاطع است یا فقط موازی یکی از آن‌هاست.

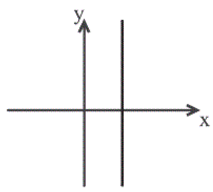
رياضي ۱-گواه - ۱۰ سوال

۸۱- کدام نمودار می‌تواند یک تابع ثابت باشد؟

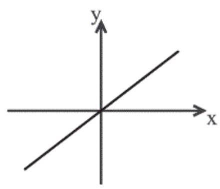
۱)



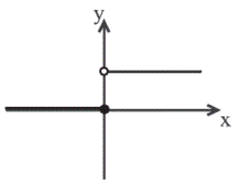
۲)



۳)



۴)



۸۲- نمودار تابع f با ضابطهٔ $f(x)=\begin{cases} ax-۳ & , \quad x<۰ \\ ۲bx^۲+۷ & , \quad x\geq ۰ \end{cases}$ از نقطهٔ $(۳,۱-)$ عبور می‌کند. اگر $f(۲)=۵$ باشد، ab کدام است؟

۱) $\frac{۱}{۲}$ ۲) $\frac{۳}{۲}$ ۳) $\frac{۵}{۲}$ ۴) $\frac{۷}{۲}$

آزمون ۱۶ شهریور

۸۳- کدام دو انتقال متوالی، نمودار $y=x^۲+x$ را به نمودار $y=x^۲+۲x$ تبدیل می‌کند؟

۱) $\frac{۱}{۲}$ واحد به چپ و $\frac{۳}{۴}$ واحد به پایین
۲) $\frac{۱}{۲}$ واحد به راست و $\frac{۳}{۴}$ واحد به بالا
۳) $\frac{۱}{۲}$ واحد به راست و $\frac{۳}{۴}$ واحد به پایین
۴) $\frac{۱}{۲}$ واحد به چپ و $\frac{۳}{۴}$ واحد به بالا

آزمون ۱۶ شهریور

۸۴- چند عدد سه‌رقمی بخش‌پذیر بر ۵ و متشکل از رقم‌های فرد وجود دارد؟

۱) ۱۸ ۲) ۲۰ ۳) ۲۴ ۴) ۲۵

آزمون ۱۶ شهریور

۸۵- چند عدد چهار رقمی با ارقام فرد و متمایز، بزرگتر از ۳۰۰۰ وجود دارد؟

۱) ۷۲ ۲) ۸۴ ۳) ۹۶ ۴) ۱۰۸

آزمون ۱۶ شهریور

۸۶- ۴ کتاب فیزیک متمایز و ۳ کتاب ریاضی متمایز را به چند طریق می‌توان در یک قفسه چید به گونه‌ای که تمامی کتاب‌های فیزیک کنار هم باشند ولی تمام کتاب‌های ریاضی کنار هم نباشند؟

۱) ۲۸۸ ۲) ۵۷۶ ۳) ۸۶۴ ۴) ۵۰۳۰

آزمون ۱۶ شهریور

۸۷- در یک همایش ۵ نفر جهت سخنرانی ثبت نام کرده‌اند. چند حالت برای ترتیب سخنرانی آنان وجود دارد، به طوری که بین سخنرانی دو فرد مورد نظر a و b از آن‌ها، فقط یک نفر دیگر سخنرانی کند؟

۱) ۲۰ ۲) ۲۴ ۳) ۳۶ ۴) ۴۰

آزمون ۱۶ شهریور

۸۸- اگر $\frac{P(n\,,\,۴)}{C(n-۱\,,\,۴)}=۲۶$، مقدار n کدام است؟

۱) ۵۲ ۲) ۵۳ ۳) ۵۴ ۴) ۵۵

آزمون ۱۶ شهریور

۸۹- با ارقام ۱ تا ۶ چند عدد شش رقمی با ارقام متمایز می‌توان نوشت به‌گونه‌ای که در هر کدام از آن‌ها، ارقام فرد به ترتیب صعودی و ارقام زوج به ترتیب نزولی قرار داشته باشند؟

۱) ۱۰ ۲) ۲۰ ۳) ۴۰ ۴) ۱۰۰

آزمون ۱۶ شهریور

۹۰- از هر یک از ۸ مدرسهٔ علاقه‌مند، ۶ نفر برای بازی تنیس ۴ نفری انتخاب شده‌اند. به چند طریق این بازی ممکن است انجام شود به‌طوری‌که هر دو نفر هم‌تیمی، از یک مدرسه باشند و بازی بین دو تیم از مدرسه‌های متفاوت باشد؟

۱) ۴۲۰۰ ۲) ۵۴۰۰ ۳) ۵۶۰۰ ۴) ۶۳۰۰

۴۱- *(علی شهرابی)*

در تابع همانی f، داریم: $f(k)=k$، پس:

$$f(3-a)+f(2)=6 \Rightarrow 3-a+2=6 \Rightarrow a=-1$$

در نتیجه:

$$f(1-a)=f(1-(-1))=f(2)=2$$

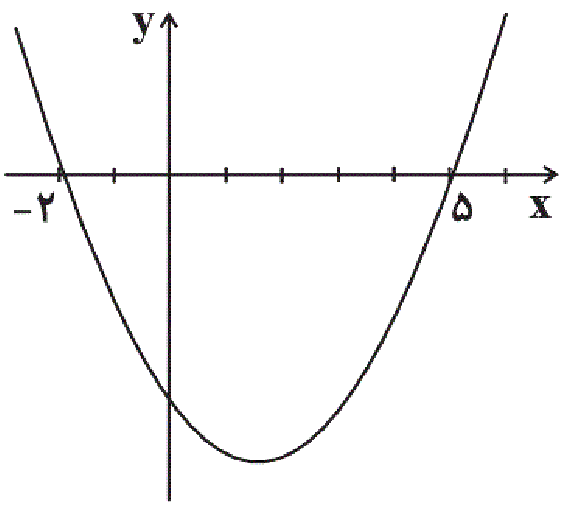
(ریاضی ۱- تابع- صفحه‌های ۱۰۹ تا ۱۱۳)

۱ ۲ ۳✓ ۴

۴۲- *(علی‌اکبر اسکندری)*

ابتدا محل برخورد نمودار سهمی با محور x ها را به دست آورده و نمودار سهمی را رسم می‌کنیم:

$$y=x^2-3x-10 \Rightarrow y=(x-5)(x+2)$$

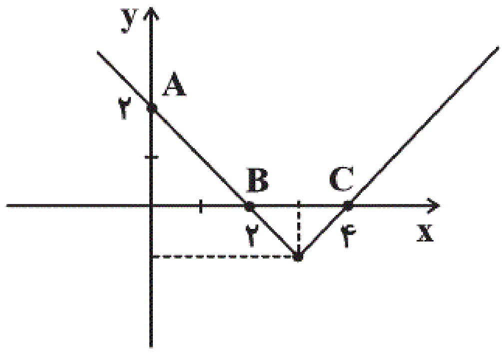


پس باید نمودار این سهمی را حداقل ۵ واحد بـه سـمت چـپ ببـریم تـا سهمی محور x ها را با طول مثبت قطع نکند.

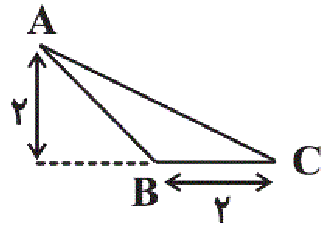
(ریاضی ۱- تابع- صفحه‌های ۱۱۳ تا ۱۱۷)

۱ ۲ ۳ ۴✓

برای رسم نمودار تابع $y=|x-۳|-۱$ باید نمودار $y=|x|$ را ۳ واحد به راست و ۱ واحد به پایین ببریم:



مثلث ABC برابر است با:



$$S_{ABC}=\frac{۲\times ۲}{۲}=۲$$

(ریاضی ۱- تابع- صفحه‌های ۱۱۳ تا ۱۱۷)

۱   ۲✓   ۳   ۴

۴۴- *(علی شهرابی)*

رقم ۴، یا در یکان یا در دهگان یا در صدگان قرار دارد:

حالت ۱: یکان ۴ است: $\underset{\text{ص}}{\underline{۳}}\times\underset{\text{د}}{\underline{۴}}\times\underset{\text{ی}}{\underline{۱}}=۱۲$

حالت ۲: دهگان ۴ است: $\underline{۳}\times\underline{۱}\times\underline{۴}=۱۲$

حالت ۳: صدگان ۴ است: $\underline{۱}\times\underline{۴}\times\underline{۳}=۱۲$

پس در کل $۱۲+۱۲+۱۲=۳۶$ عدد سه رقمی با این ویژگی داریم.

(ریاضی ۱- شمارش، بدون شمردن- صفحه‌های ۱۱۹ تا ۱۲۶)

۱   ۲   ۳✓   ۴

$$4!\times 3! = \frac{1}{\text{دوم}}\times\frac{1}{\text{اول}}\times\frac{2}{\text{دوم}}\times\frac{2}{\text{اول}}\times\frac{3}{\text{دوم}}\times\frac{3}{\text{اول}}\times\frac{4}{\text{دوم}}$$

بنابراین تعداد کل حالات انتخاب این کتاب‌ها و سپس یک درمیان چیدن آن‌ها، برابر است با:

$$\binom{5}{3}\binom{6}{4}\times 4!\times 3!$$

(ریاضی ۱- شمارش، بدون شمردن- صفحه‌های ۱۱۹ تا ۱۴۰)

۱ ۲ ۳✓ ۴

آزمون ۱۶ شهریور

۴۶- *(محمدمصطفی ابراهیمی)*

الزاماً باید یکی در میان بنشینند.

پس ۳ نفر داریم که باید در سه جایگاه مشخص شده بنشینند که به $3! = 6$ طریق امکان‌پذیر است.

(ریاضی ۱- شمارش، بدون شمردن- صفحه‌های ۱۲۷ تا ۱۳۲)

۱✓ ۲ ۳ ۴

آزمون ۱۶ شهریور

۴۷- *(ابراهیم نجفی)*

حروف o، u، e جزء حروف صدادار هستند و برای حرف اول می‌توانند انتخاب شوند و چهار حرف باقی‌مانده از ۵ حرف دیگر انتخاب می‌شوند (c، m، p، t و r) و چون در ساختار کلمه ترتیب حروف مهم است تعداد حالات آن برابر $P(۵\,,۴)$ خواهد بود. بنابراین تعداد کل کلمات برابر است با:

$$۳\times P(۵\,,۴)=۳\times\frac{۵!}{(۵-۴)!}=۳\times ۱۲۰=۳۶۰$$

(ریاضی ۱- شمارش، بدون شمردن- صفحه‌های ۱۱۹ تا ۱۳۲)

۱ ۲ ۳ ۴✓

آزمون ۱۶ شهریور

۴۸- *(سیدعادل حسینی)*

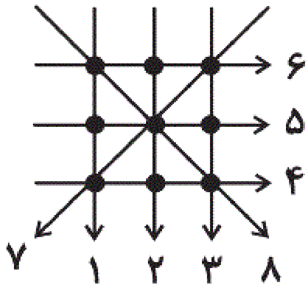
$$\text{تعداد}=\binom{۱۲}{۲}\times\binom{۱۰}{۴}\times\binom{۶}{۶}=۶۶\times ۲۱۰\times ۱=۱۳۸۶۰$$

(ریاضی ۱- شمارش، بدون شمردن- صفحه‌های ۱۱۹ تا ۱۲۶ و ۱۳۳ تا ۱۴۰)

۱ ۲✓ ۳ ۴

آزمون ۱۶ شهریور

حالاتی که مثلث تشکیل نمی‌شود (حالاتی که ۳ نقطه روی یک خط هستند) را از کل حالات انتخاب ۳ نقطه کسر می‌کنیم.



$$\binom{۹}{۳} - ۸ = ۸۴ - ۸ = ۷۶$$

(ریاضی ۱- شمارش، بدون شمردن- صفحه‌های ۱۳۳ تا ۱۴۰)

۱ ۲ ۳ ۴ ✓

آزمون ۱۶ شهریور

۵۰- (سینا محمدپور)

برای یافتن حداکثر زمان، باید تعداد حالات ممکن در بدترین حالت را بیابیم. روشن است که بدترین حالت زمانی است که در آخرین مرحله به مطلوب مسأله برسیم. لذا باید تمام حالات ممکن را بشماریم. برای این منظور هم با توجه به آنچه در فرض مسأله مطرح شده، کافیست تفاضل تعداد کل حالات و تعداد حالاتی که هیچ یک از کلیدهای مدنظر در بین ۵ کلید اول قرار ندارد را بیابیم. لذا داریم:

$$\left.\begin{array}{ll} \text{تعداد کل حالات} & : \binom{10}{3}\times 3! \\ \text{تعداد حالاتی که هیچ یک از کلیدهای مدنظر در ۵ تای اول نیستند.} & : \binom{5}{3}\times 3! \end{array}\right\}$$

$$\Rightarrow \text{تعداد حالات مطلوب} = (10\times 9\times 8)-(5\times 4\times 3)=720-60=660$$

لذا حداکثر زمان برابر است با:

$$660\times 2s=\frac{660\times 2}{60}=22 \ \text{دقیقه}$$

(ریاضی ۱- شمارش، بدون شمردن- صفحه‌های ۱۱۹ تا ۱۴۰)

۱   ۲✓   ۳   ۴

آزمون ۱۶ شهریور

۵۱- (محمدمصطفی ابراهیمی)

$$[x^2-1]=-1\Rightarrow -1\le x^2-1<0 \xrightarrow{+1} 0\le x^2<1\Rightarrow -1<x<1$$

(حسابان ۱- تابع- صفحه‌های ۴۹ تا ۵۳)

۱✓   ۲   ۳   ۴

آزمون ۱۶ شهریور

۵۲- (ابراهیم نجفی)

$$۲x^۲-۳x-۴=۰\Rightarrow\begin{cases}S=\alpha+\beta=-\frac{b}{a}=-\frac{-۳}{۲}=\frac{۳}{۲}\\ P=\alpha\,.\,\beta=\frac{c}{a}=\frac{-۴}{۲}=-۲\end{cases}$$

$$\{\alpha^۲\beta\ ,\ \alpha\beta^۲\}\xrightarrow{\text{مجموع ریشه‌ها}}\alpha^۲\beta+\alpha\beta^۲=\alpha\beta(\alpha+\beta)$$

$$=P\times S=(-۲)\times(\frac{۳}{۲})=-۳$$

$$x(x-k)=۸\Rightarrow x^۲-kx-۸=۰$$

از طرفی:

$$\text{مجموع ریشه‌ها}:-\frac{b}{a}=-\frac{-k}{۱}\Rightarrow k=-۳$$

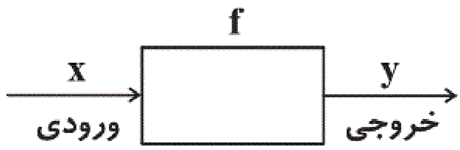
(حسابان ۱- جبر و معادله- صفحه‌های ۸ و ۹)

۱ ۲ ۳ ۴✓

آزمون ۱۶ شهریور

۵۳- (مهرداد اسپیدکار)

ورودی‌های تابع را با x، خروجی‌های آن را با y و خود تابع را با f نشان می‌دهیم:



$$y=f(x)$$

طبق گفتهٔ سوال، $y=x^۲+x$ می‌باشد و باید $y<۲۰$ باشد.

$$y<۲۰\Rightarrow x^۲+x<۲۰\Rightarrow x^۲+x-۲۰<۰$$

$$x^۲+x-۲۰=۰\Rightarrow\begin{cases}x=-۵\\ x=۴\end{cases}$$

x		-۵		۴	
$x^۲+x-۲۰$	$+$	۰	$-$	۰	$+$

$$\Rightarrow -۵<x<۴$$

(حسابان ۱- تابع- صفحهٔ ۴۰)

۱ ۲ ۳✓ ۴

آزمون ۱۶ شهریور

این فاصله کم‌تر از $۲\sqrt{۲}$ است، پس:

$$\frac{|\alpha-۱|}{\sqrt{۲}}<۲\sqrt{۲}\Rightarrow|\alpha-۱|<۴$$

$$\Rightarrow -۴<\alpha-۱<۴\xrightarrow{+۱}-۳<\alpha<۵$$

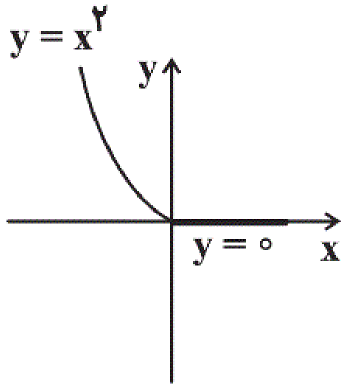
(حسابان ۱- جبر و معادله- صفحه‌های ۳۳ و ۳۴)

۱ ۲✓ ۳ ۴

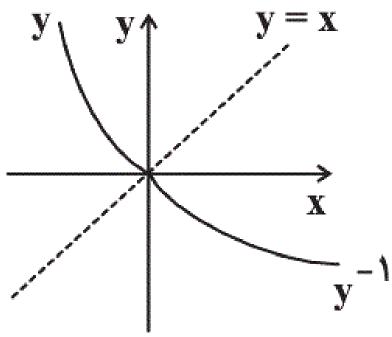
آزمون ۱۶ شهریور

۵۵- (ابراهیم نجفی)

$$y=\frac{۱}{۲}(x^۲-x|x|)=\begin{cases}۰ & ; \quad x\geq ۰\\ x^۲ & ; \quad x<۰\end{cases}$$



با توجه به نمودار فوق کاملاً مشخص است که تابع y در بازهٔ $(-\infty, ۰]$ یک به یک بوده و وارون‌پذیر است که نمودار وارون آن می‌تواند به صورت زیر باشد:



(حسابان ۱- تابع- صفحه‌های ۵۴ تا ۶۲)

۱ ۲ ۳ ۴✓

آزمون ۱۶ شهریور

۵۶- *(مهدی ملارمضانی)*

رابطهٔ زیر در مورد جملهٔ اول، سوم و پنجم یک دنبالهٔ هندسی برقرار است:

$$t_3^2 = t_1 \times t_5$$

از طرفی با توجه به سوال داریم: (a_n جملهٔ nاُم دنبالهٔ حسابی است.)

$$\begin{cases} t_1 = a_1 \\ t_3 = a_4 \\ t_5 = a_{16} \end{cases}$$

$$(a_4)^2 = (a_1)(a_{16}) \Rightarrow (a_1 + 3d)^2 = (a_1)(a_1 + 15d)$$

$$\Rightarrow a_1^2 + 9d^2 + 6a_1d = a_1^2 + 15a_1d \Rightarrow a_1 = d$$

$$\frac{S_{15}}{a_4} = \frac{\frac{15}{2}(2a_1 + (15-1)d)}{a_1 + 3d} \overset{a_1 = d}{=\!=\!=} \frac{(15 \times 8)d}{4d} = 30$$

(حسابان ۱- جبر و معادله- صفحه‌های ۲ تا ۶)

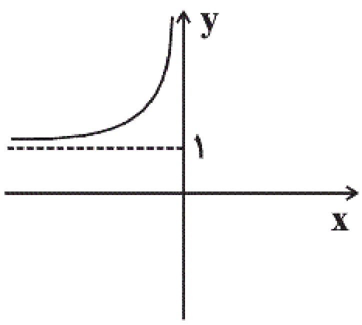
۱ ۲ ۳✓ ۴

آزمون ۱۶ شهریور

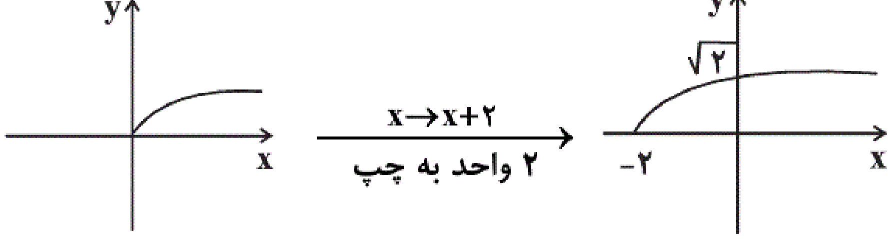
۵۷- *(امیرهوشنگ خمسه)*

برای رسم تابع $y = 1 - \frac{1}{x}$، ابتدا تابع $y = \frac{1}{x}$ را رسم می‌کنیم. سپس آن را نسبت به محور xها قرینه می‌کنیم تا تابع $y = -\frac{1}{x}$ به دست آید. بعد آن را یک واحد به بالا انتقال می‌دهیم تا به تابع $y = -\frac{1}{x} + 1$ برسیم.

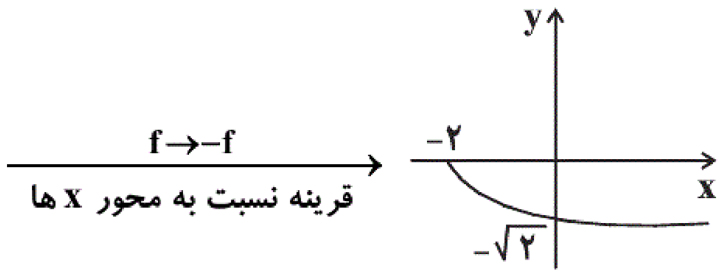
نمودار این تابع در محدودهٔ $x < 0$ به صورت زیر است:



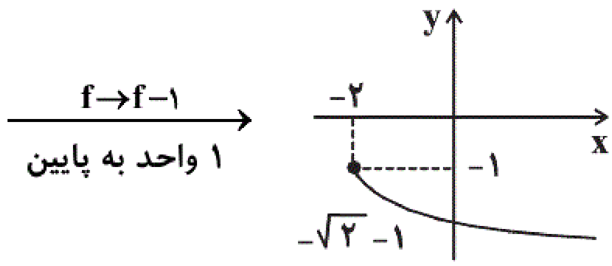
برای رسم $y = -\sqrt{x+2} - 1$، مراحل زیر را روی تابع $y = \sqrt{x}$ انجام می‌دهیم:



(۱) $y=\sqrt{x}$ (۲) $y=\sqrt{x+۲}$



(۳) $y=-\sqrt{x+۲}$



(۴) $y=-\sqrt{x+۲}-۱$

۱ ۲ ۳✓ ۴

۵۸- (سروش موئینی)

$$y_S=\frac{-\Delta}{۴a}=\frac{-\Delta}{۴\times(-۲)}=\frac{\Delta}{۸}=۶\Rightarrow\Delta=۴۸$$

اختلاف دو ریشه = طول وتر روی محور x ها $=\frac{\sqrt{\Delta}}{|a|}=\frac{\sqrt{۴۸}}{|-۲|}=\frac{۴\sqrt{۳}}{۲}=۲\sqrt{۳}$

(حسابان ۱- جبر و معادله- صفحه‌های ۷ تا ۱۳)

۱ ۲✓ ۳ ۴

۵۹- (سیدمحمدصالح ارشاد)

معادلهٔ $y = x^{2} - 2x + 2$ معادلهٔ یک سهمی است که حداقل مقدار آن برابر ۱ است که این حداقل به ازای $x = 1$ ایجاد می‌شود.

$$y = x^{2} - 2x + 2 = (x-1)^{2} + 1$$

از طرفی تابع $y = \sqrt{1 - x^{2}}$ تابعی است که حداکثر مقدار آن برابر ۱ است که این مقدار به ازای $x = 0$ ایجاد می‌شود. پس همواره سمت چپ تساوی از سمت راست تساوی بزرگ‌تر است. پس این معادله جواب ندارد.

(حسابان ۱- جبر و معادله- صفحه‌های ۲۰ تا ۲۲)

۱ ۲ ۳ ۴✓

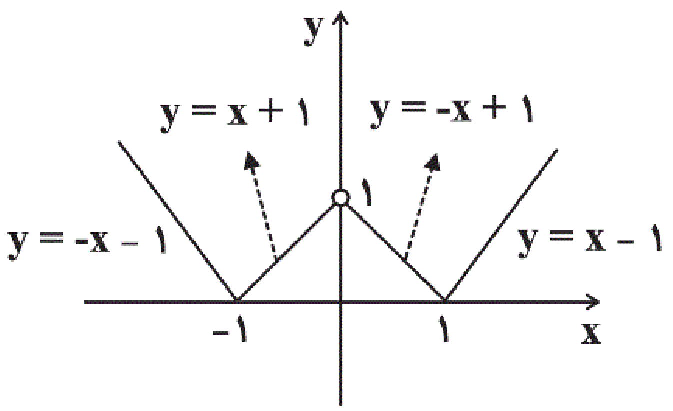
آزمون ۱۶ شهریور

۶۰- (محمدمصطفی ابراهیمی)

$x > 0$ اگر $\Rightarrow f(x) = |x-1|$

$x < 0$ اگر $\Rightarrow f(x) = |x+1|$

نمودار $f(x)$ را رسم می‌کنیم.



پس $g(x)$ باید یکی از خطوط $y = x - 1$ ، $y = -x + 1$ ، $y = x + 1$ و $y = -x - 1$ باشد تا نمودار را در بی‌شمار نقطه قطع کند.

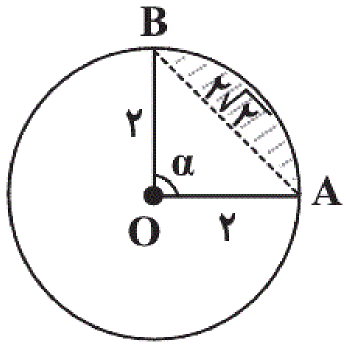
(حسابان ۱- جبر و معادله- صفحه‌های ۲۳ تا ۲۸)

۱ ۲ ۳✓ ۴

آزمون ۱۶ شهریور

۱۰۱- (محمد پوراحمدی)

با توجه به عکس قضیهٔ فیثاغورس از آنجا که در مثلث AOB ، مربع یک ضلع برابر مجموع مربعات دو ضلع دیگر است پس این مثلث قائم‌الزاویه است. در نتیجه: $\alpha = 90^\circ$



$$S_{\overset{\Delta}{AOB}} = \frac{2\times 2}{2} = 2$$

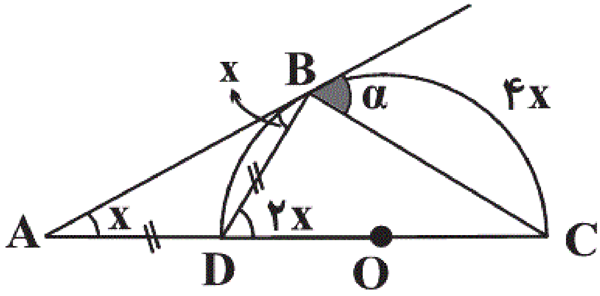
$$S_{\text{قطاع}} = \frac{\alpha}{360^\circ}\times \pi R^2 = \frac{90^\circ}{360^\circ}\times \pi \times 4 = \pi$$

$$S_{\text{قطعه}} = S_{\text{قطاع}} - S_{\overset{\Delta}{AOB}} = \pi - 2$$

(هندسه ۲- صفحه‌های ۱۰ تا ۱۲ و ۲۳)

۱   ۲✓   ۳   ۴

(رضا عباسی‌اصل)



با فرض $\hat{A} = A\hat{B}D = x$ داریم:

$$B\hat{D}C = \hat{A} + A\hat{B}D \Rightarrow B\hat{D}C = ۲x \Rightarrow \overset{\frown}{BC} = ۴x$$

$$A\hat{B}D = x \Rightarrow \overset{\frown}{BD} = ۲x$$

حال:

$$\overset{\frown}{DBC} = ۱۸۰^\circ \Rightarrow ۲x + ۴x = ۱۸۰^\circ \Rightarrow x = ۳۰^\circ$$

در نتیجه:

$$\alpha = \frac{\overset{\frown}{BC}}{۲} = \frac{۴x}{۲} = ۲x = ۶۰^\circ$$

(هندسه ۲- صفحه‌های ۱۳ تا ۱۷)

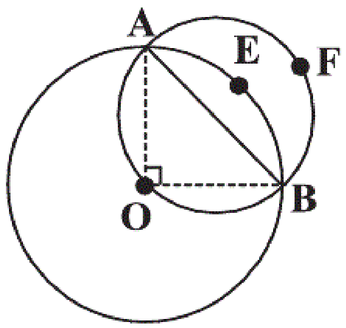
۱ ۲ ۳ ۴ ✓

آزمون ۱۶ شهریور

برابر با $\sqrt{۲}\,r$ خواهد بود. از طرفی می‌دانیم طول کمان روبه‌رو به زاویهٔ مرکزی θ، از رابطهٔ $\frac{\pi r}{۱۸۰}\theta$ محاسبه می‌شود، لذا داریم:

$$\overset{\frown}{AFB} = ۱۸۰^\circ \quad , \quad \overset{\frown}{AEB} = ۹۰^\circ$$

$$\frac{\text{طول } \overset{\frown}{AFB}}{\text{طول } \overset{\frown}{AEB}} = \frac{\frac{\pi(r)}{۱۸۰} \times ۱۸۰}{\frac{\pi(\sqrt{۲}r)}{۱۸۰} \times ۹۰} = \sqrt{۲}$$



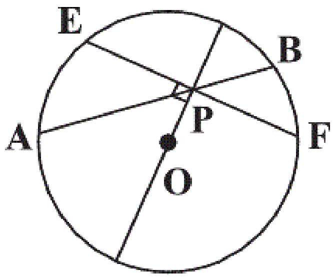
(هندسه ۲- صفحه‌های ۱۰ تا ۱۴)

۱ ۲ ۳ ۴ ✓

آزمون ۱۶ شهریور

(سامان اسپهرم)

از آنجایی که $EF = ۴\sqrt{۱۵}$ است، $PE = PF = ۲\sqrt{۱۵}$ و بنابر آنچه در روابط طولی آموختیم، خواهیم داشت:



$$AP \cdot PB = EP \cdot PF \xrightarrow{PB=۱۶-AP} AP(۱۶-AP) = (۲\sqrt{۱۵})^{۲} = ۶۰$$

$$\Rightarrow AP^{۲} - ۱۶AP + ۶۰ = ۰ \Rightarrow (AP-۱۰)(AP-۶) = ۰$$

$$\Rightarrow AP = ۱۰ \text{ یا } AP = ۶$$

حال داریم:

$$\begin{cases} AP = ۶ \Rightarrow PB = ۱۰ \Rightarrow \dfrac{۱۰}{۶} = \dfrac{m}{m+۲} \\ \Rightarrow ۱۰m + ۲۰ = ۶m \Rightarrow m = -۵ \\ AP = ۱۰ \Rightarrow PB = ۶ \Rightarrow \dfrac{۶}{۱۰} = \dfrac{m}{m+۲} \\ \Rightarrow ۶m + ۱۲ = ۱۰m \Rightarrow m = ۳ \end{cases}$$

(هندسه ۲- صفحه‌های ۱۸، ۱۹ و ۲۳)

۱ ۲ ۳✓ ۴

آزمون ۱۶ شهریور

با توجه به شکل، مشخص است که $d = ۵R$. در نتیجه اندازهٔ مماس مشترک خارجی دو دایره برابر است با:

$$TT' = \sqrt{(۵R)^{۲} - (۵R-R)^{۲}} = \sqrt{۲۵R^{۲} - ۱۶R^{۲}}$$

$$= \sqrt{۹R^{۲}} \Rightarrow TT' = ۳R$$

(هندسه ۲- صفحه‌های ۲۰ تا ۲۳)

۱ ۲✓ ۳ ۴

آزمون ۱۶ شهریور

۱۰۶– (ابراهیم نجفی)

$$TT' = ۲\sqrt{RR'} = ۲\sqrt{۸\times ۲} = ۲\sqrt{۱۶} = ۲\times ۴ = ۸$$

$$\overset{\Delta}{OMT} : OT \parallel O'T'$$

$$\xrightarrow{\text{طبق تالس}} \frac{O'T'}{OT} = \frac{MT'}{MT} \Rightarrow \frac{۲}{۸} = \frac{MT'}{۸+MT'}$$

$$\Rightarrow ۸MT' = ۱۶ + ۲MT' \Rightarrow ۶MT' = ۱۶ \Rightarrow MT' = \frac{۱۶}{۶} = \frac{۸}{۳}$$

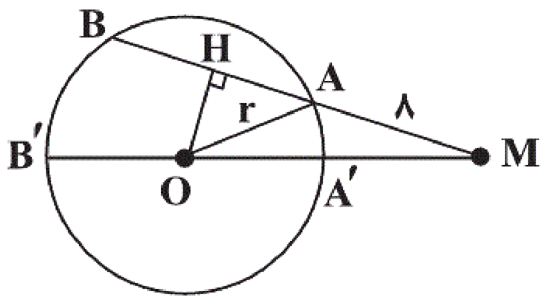
$$\Rightarrow MT = TT' + MT' = ۸ + \frac{۸}{۳} = \frac{۳۲}{۳}$$

(هندسه ۲- صفحه‌های ۲۰ تا ۲۳)

۱ ۲ ۳ ۴✓

۱۰۷– (فرشاد فرامرزی)

نزدیک‌ترین و دورترین نقاط دایره نسبت به نقطهٔ M، به‌ترتیب نقاط A' و B' هستند؛ پس داریم:



$$MA' = ۶$$

$$MB' = ۱۶ \Rightarrow A'B' = ۱۶ - ۶ = ۱۰ \Rightarrow ۲r = ۱۰ \Rightarrow r = ۵$$

از روابط طولی در دایره داریم:

$$MA \times MB = MA' \times MB'$$

$$\Rightarrow ۸\times MB = ۶\times ۱۶ \Rightarrow MB = ۱۲ \Rightarrow AB = ۴$$

می‌دانیم اگر از مرکز دایره بر وتری از آن عمود رسم کنیم، پاره‌خط عمود، وتر را نصف می‌کند:

$$AH = \frac{۱}{۲}AB = ۲$$

از قضیهٔ فیثاغورس در مثلث AHO داریم:

$$OH^۲ + AH^۲ = r^۲ \Rightarrow OH^۲ = ۵^۲ - ۲^۲ = ۲۱ \Rightarrow OH = \sqrt{۲۱}$$

(هندسه ۲- صفحه‌های ۱۸ و ۱۹)

۱ ۲ ۳✓ ۴

$$\left.\begin{array}{l} a^{۲}+b^{۲}+c^{۲}=۴۰ \\ a^{۲}=b^{۲}+c^{۲} \end{array}\right\} \Rightarrow ۲a^{۲}=۴۰ \Rightarrow a^{۲}=۲۰$$

$\Rightarrow a=۲\sqrt{۵}$ طول وتر مثلث

با توجه به این‌که در مثلث قائم‌الزاویه شعاع دایرهٔ محیطی نصف وتر است، بنابراین شعاع دایرهٔ محیطی این مثلث مساوی $\sqrt{۵}$ خواهد بود.

(هندسه ۲- صفحه‌های ۲۴ و ۲۵)

۱ ۲ ۳✓ ۴

آزمون ۱۶ شهریور

۱۰۹- (سامان اسپهرم)

می‌دانیم که امتداد AO بر BC عمود است، چون قطر دایرهٔ محیطی مثلث متساوی‌الاضلاع است. حال اگر ارتفاع مثلث ABC را h_a بنامیم، داریم:

$$MN \parallel BC \Rightarrow \overset{\Delta}{AMN} \sim \overset{\Delta}{ABC} \Rightarrow \frac{S_{\overset{\Delta}{AMN}}}{S_{\overset{\Delta}{ABC}}}=(\frac{AH}{h_a})^{۲}$$

اما برای یافتن h_a با توجه به این‌که نقطهٔ O (مرکز دایرهٔ محیطی) در مثلث متساوی‌الاضلاع، در واقع مرکز ثقل مثلث نیز می‌باشد، پس:

$$R=\frac{۲}{۳}h_a \Rightarrow h_a=\frac{۳}{۲}R$$

و چون $AH=\frac{R}{۲}$ ، بنابراین:

$$\frac{S_{\overset{\Delta}{AMN}}}{S_{\overset{\Delta}{ABC}}}=(\frac{\frac{R}{۲}}{\frac{۳}{۲}R})^{۲}=\frac{\frac{R^{۲}}{۴}}{\frac{۹R^{۲}}{۴}}=\frac{۱}{۹}$$

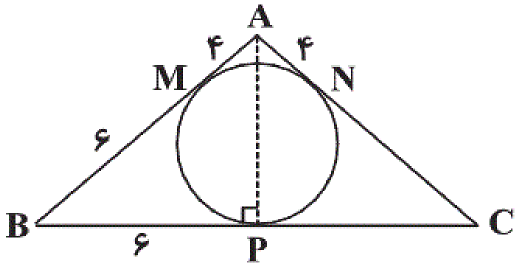
(هندسه ۲- صفحه‌های ۲۴ و ۲۵)

۱ ۲✓ ۳ ۴

آزمون ۱۶ شهریور

(سینا محمدپور)

می‌دانیم طول مماس‌های رسم شده بر یک دایره از نقطه‌ای خارج آن با هم برابرند:



$AM = AN = ۴$

$BM = BP = ۶$

از طرفی $AB = AC$، لذا داریم:

$AC = AN + NC = ۱۰ \Rightarrow ۴ + NC = ۱۰ \Rightarrow NC = ۶ \Rightarrow PC = ۶$

البته از آنجایی که AP میانهٔ BC نیز می‌باشد، می‌توان به نتیجهٔ فوق دست یافت. حال کافیست مساحت مثلث را محاسبه کنیم، روشن است که AP ارتفاع وارد بر ضلع BC است. پس:

$$AP^۲ + PC^۲ = AC^۲ \Rightarrow AP^۲ = ۱۰^۲ - ۶^۲ = ۸^۲ \Rightarrow AP = ۸$$

$$\Rightarrow S = \frac{AP \times BC}{۲} = \frac{۸ \times ۱۲}{۲} = ۴۸$$

در نهایت بنابر رابطهٔ $S = rp$، داریم:

$$p = \frac{۱۰+۱۰+۱۲}{۲} = ۱۶ \Rightarrow r = \frac{۴۸}{۱۶} = ۳$$

(هندسه ۲- صفحه‌های ۲۴ و ۲۵)

۴ ۳✓ ۲ ۱

آزمون ۱۶ شهریور

(ابراهیم نجفی) **۹۱-**

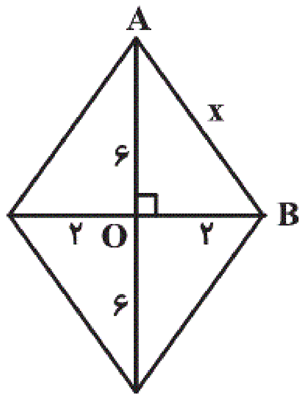
می‌دانیم چهارضلعی‌ای که دو قطر آن بر هم عمود بوده و منصف یکدیگرند، لوزی است. اگر طول قطرهای آن a و b باشد، مساحت آن برابر است با:

$$S = \frac{۱}{۲}ab$$

از طرفی:

$$a = ۳b \xrightarrow{S=\frac{۱}{۲}ab} S = \frac{۱}{۲} \times ۳b \times b = \frac{۳b^۲}{۲}$$

$$\xrightarrow{S=۲۴} \frac{۳b^۲}{۲} = ۲۴ \Rightarrow ۳b^۲ = ۴۸ \Rightarrow b^۲ = ۱۶ \Rightarrow b = ۴ \Rightarrow a = ۱۲$$



$$x^۲ = ۶^۲ + ۲^۲ = ۴۰ \Rightarrow x = \sqrt{۴۰} = ۲\sqrt{۱۰}$$

$$\text{محیط لوزی} = ۴ \times ۲\sqrt{۱۰} = ۸\sqrt{۱۰}$$

(هندسه ۱- چندضلعی‌ها- صفحه‌های ۶۵، ۶۶ و ۷۲)

۱ ۲ ۳ ۴✓

آزمون ۱۶ شهریور

(امیرحسین ابومحبوب)

چون G محل همرسی میانه‌های مثلث ABC است، پس AM میانهٔ نظیر ضلع BC است و در نتیجه:

$$S_{\overset{\Delta}{AMC}} = \frac{1}{2} S_{\overset{\Delta}{ABC}} \qquad (1)$$

همچنین AN میانهٔ نظیر ضلع MC در مثلث AMC است. پس داریم:

$$S_{\overset{\Delta}{ANC}} = \frac{1}{2} S_{\overset{\Delta}{AMC}} \qquad (2)$$

از طرفی طبق رابطهٔ مربوط به مساحت در مثلث‌های متشابه داریم:

$$RQ \parallel NC \Rightarrow \overset{\Delta}{ARQ} \sim \overset{\Delta}{ANC}$$

$$\Rightarrow \frac{S_{\overset{\Delta}{ARQ}}}{S_{\overset{\Delta}{ANC}}} = \left(\frac{AQ}{AC}\right)^2 = \left(\frac{AG}{AM}\right)^2 = \left(\frac{2}{3}\right)^2 = \frac{4}{9}$$

$$\Rightarrow S_{\overset{\Delta}{ARQ}} = \frac{4}{9} S_{\overset{\Delta}{ANC}} \qquad (3)$$

در نتیجه:

$$(1),\ (2),\ (3) \Rightarrow S_{\overset{\Delta}{ARQ}} = \frac{4}{9} \times \frac{1}{2} \times \frac{1}{2} S_{\overset{\Delta}{ABC}} = \frac{1}{9} S_{\overset{\Delta}{ABC}}$$

(هندسه ۱- چندضلعی‌ها- صفحه‌های ۶۶ تا ۶۸ و ۷۲)

۱ ۲ ۳✓ ۴

آزمون ۱۶ شهریور

(داریوش عابد)

چون $AB \parallel DC$ بنابراین $\hat{A} = \hat{D} = 90^\circ$ و در نتیجه $\overset{\Delta}{ABM} \cong \overset{\Delta}{DMC}$ پس $MB = MC$، $A\hat{B}M = C\hat{M}D$ و $A\hat{M}B = M\hat{C}D$. از طرفی $A\hat{M}B + A\hat{B}M = 90^\circ$ و از آن‌جا نتیجه می‌گیریم

$A\hat{M}B + C\hat{M}D = 90^\circ$، پس زاویهٔ M در مثلث BMC قائمه است.

$$S_{ABCD} = \frac{1}{2}(AB + DC)(AB + DC)$$

$$= \frac{1}{2}(AB^2 + DC^2 + 2AB \times DC) = 100$$

$$\xrightarrow{DC=AM} AB^2 + AM^2 + 2AB \times DC = 200 \quad (1)$$

در مثلث قائم‌الزاویهٔ BMC داریم:

$$\hat{M} = 90^\circ \Rightarrow BC^2 = MB^2 + MC^2$$

$$\xrightarrow{MB=MC} BC^2 = 2MB^2$$

$$\Rightarrow 200 = 2MB^2 \Rightarrow MB^2 = 100 \quad (2)$$

از (۱) و (۲) داریم:

$$100 + 2AB \times DC = 200 \Rightarrow AB \times DC = 50$$

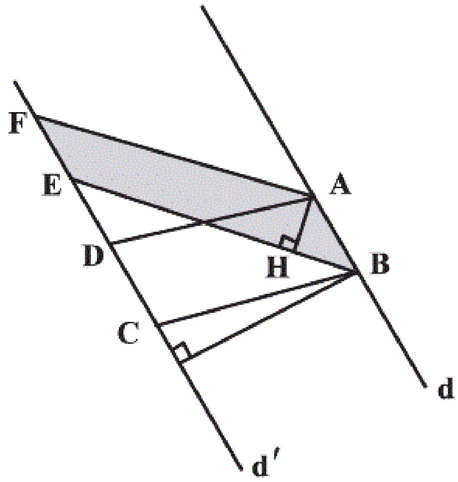
بنابراین گزینهٔ «۲» صحیح است.

(هندسه ۱- چندضلعی‌ها- صفحه‌های ۶۵، ۶۶ و ۷۲)

۱ ۲✓ ۳ ۴

آزمون ۱۶ شهریور

از آن‌جا که d و d' موازی هستند، ارتفاع وارد بر قاعدهٔ مشترک دو متوازی‌الاضلاع برابر می‌باشد و مساحت آن‌ها با هم برابر است.



$$S_{ABEF} = S_{ABCD} = ۸$$

در متوازی‌الاضلاع $ABEF$ ، $BE = AF = ۴$ است و AH ارتفاع می‌باشد.

داریم:

$$S_{ABEF} = AH \times BE$$

$$\Rightarrow ۸ = AH \times ۴ \Rightarrow AH = ۲$$

(هندسه ۱- چندضلعی‌ها- صفحه‌های ۶۵، ۶۶ و ۷۲)

۱ ۲ ۳✓ ۴

آزمون ۱۶ شهریور

$$S = \frac{b}{۲} + i - ۱ \Rightarrow \frac{۱۳}{۲} = \frac{b}{۲} + i - ۱$$

$$\Rightarrow \frac{b}{۲} + i = \frac{۱۵}{۲} \xrightarrow{\times ۲} b + ۲i = ۱۵$$

$$\begin{cases} b + i = ۱۲ \\ b + ۲i = ۱۵ \end{cases} \Rightarrow i = ۳$$

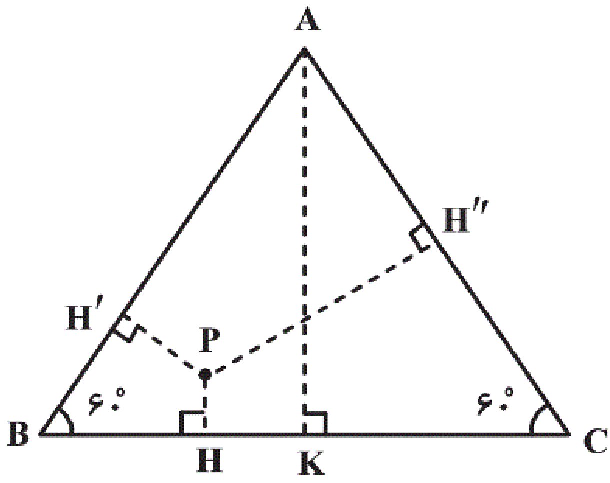
(هندسه ۱- چندضلعی‌ها- صفحه‌های ۶۹ تا ۷۳)

۱✓ ۲ ۳ ۴

آزمون ۱۶ شهریور

-۹۶ (سینا محمدپور)

می‌دانیم که در مثلث متساوی‌الاضلاع، مجموع فواصل هر نقطهٔ دلخواه درون مثلث از سه ضلع آن، برابر با طول ارتفاع می‌باشد.



$$PH + PH' + PH'' = AK \quad (*)$$

از طرفی داریم:

$$AK = \frac{\sqrt{۳}}{۲}AC \Rightarrow AK = \frac{\sqrt{۳}}{۲} \times ۴\sqrt{۳} = ۶$$

در نتیجه بنابر رابطهٔ (*) داریم:

$$PH + ۵ = ۶ \Rightarrow PH = ۱$$

(هندسه ۱- چندضلعی‌ها- صفحه‌های ۶۶ تا ۶۸)

۱ ۲ ۳✓ ۴

آزمون ۱۶ شهریور

-۹۷ (فرشاد فرامرزی)

با توجه به فرمول پیک برای مساحت چندضلعی شبکه‌ای، مقادیر ممکن برای i و b را می‌نویسیم و حاصل‌ضرب ib را در هر چندضلعی به دست می‌آوریم.

$$S = \frac{b}{۲} + i - ۱$$

$$\Rightarrow ۶ = \frac{b}{۲} + i - ۱ \Rightarrow \frac{b}{۲} + i = ۷$$

i	۰	۱	۲	۳	۴	۵
b	۱۴	۱۲	۱۰	۸	۶	۴
ib	۰	۱۲	۲۰	۲۴	۲۴	۲۰

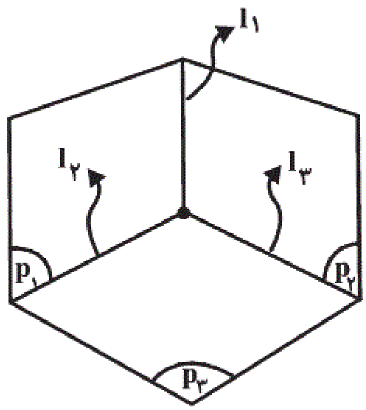
همان‌طور که مشاهده می‌شود چهار مقدار متمایز برای ib وجود دارد.

(هندسه ۱- چندضلعی‌ها- صفحه‌های ۶۹ تا ۷۳)

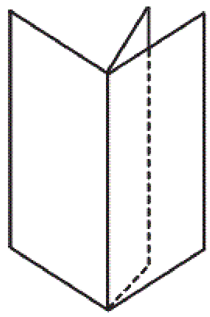
۱ ۲✓ ۳ ۴

آزمون ۱۶ شهریور

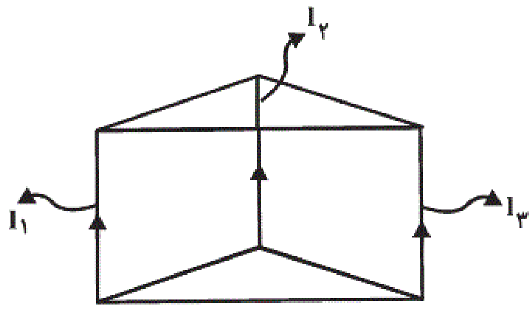
۱) همرس



۲) سه فصل مشترک منطبق‌اند.



۳) موازی



بنابراین گزینهٔ «۴» صحیح است.

(هندسه ۱- تجسم فضایی- صفحه‌های ۷۸ تا ۸۲)

۱ ۲ ۳ ۴✓

آزمون ۱۶ شهریور

۹۹- *(محمدجواد محسنی)*

تمام یال‌های موازی با HD : $\{AE , BF , CG\}$

تمام یال‌های متنافر با EF : $\{DH, CG, AD , BC\}$

پس CG جواب مسئله می‌باشد.

(هندسه ۱- تجسم فضایی- صفحه‌های ۷۸ تا ۸۲)

۱ ۲✓ ۳ ۴

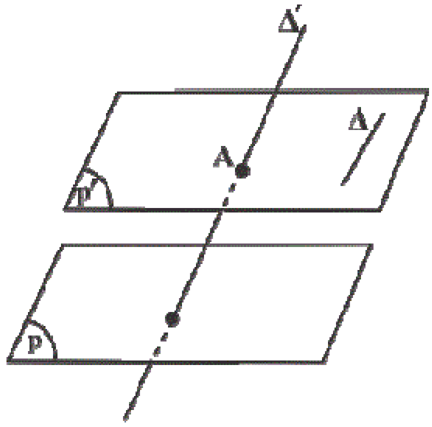
آزمون ۱۶ شهریور

(مهرداد ملوندی)

۱۰۰-

با توجه به فرض، کافیست صفحهٔ P' شامل خط Δ و موازی صفحهٔ P را رسم کنیم. مطابق شکل، خط Δ' هم صفحهٔ P و هم صفحهٔ P' را قطع می‌کند. فرض کنیم خط Δ' صفحهٔ P' را در نقطهٔ A قطع می‌کند.

از نقطهٔ A بی‌شمار خط می‌توان در صفحهٔ P' رسم کرد که خط Δ را قطع کند که همهٔ این نقاط ویژگی مورد نظر را دارند. پس بی‌شمار خط در فضا وجود دارد که با صفحهٔ P موازی و هر دو خط Δ و Δ' را قطع می‌کند.



(هندسه ۱- تجسم فضایی- صفحه‌های ۷۸ تا ۸۲)

۱ ۲ ۳ ۴✓

(کتاب آبی)

۶۱-

$$S_8 = \frac{5}{4}S_4 \Rightarrow \frac{a_1(q^8-1)}{q-1} = \frac{5}{4}\left(\frac{a_1(q^4-1)}{q-1}\right)$$

$$\xrightarrow{q\neq 1} (q^4-1)(q^4+1) = \frac{5}{4}(q^4-1)$$

$$\Rightarrow q^4+1 = \frac{5}{4} \Rightarrow q^4 = \frac{1}{4} \Rightarrow q^2 = \frac{1}{2}$$

$$\frac{a_7}{a_1} = \frac{a_1q^6}{a_1} = q^6 = (q^2)^3 = \left(\frac{1}{2}\right)^3 = \frac{1}{8}$$

(حسابان ۱- جبر و معادله- صفحه‌های ۴ تا ۶)

۱ ۲✓ ۳ ۴

۶۲- *(کتاب آبی)*

اگر ریشه‌های معادله را $x_۱$ و $x_۲$ بگیریم، پس:

$$x_۱ x_۲ = (\sqrt{۲})^۲ \Rightarrow x_۱ x_۲ = ۲$$

$$\frac{c}{a} = ۲ \Rightarrow \frac{m^۲ - ۳}{m} = ۲ \Rightarrow m^۲ - ۳ = ۲m$$

$$\Rightarrow m^۲ - ۲m - ۳ = ۰ \Rightarrow m = -۱ , m = ۳$$

اما به ازای $m = ۳$ معادله ریشهٔ حقیقی ندارد، زیرا Δ ی آن منفی خواهد شد، پس $m = -۱$ قابل قبول است.

(حسابان ۱- جبر و معادله- صفحه‌های ۷ تا ۹)

۴	۳	۲ ✓	۱

آزمون ۱۶ شهریور

۶۳- *(کتاب آبی)*

تابع ماکزیمم‌دار است، بنابراین $a < ۰$، از طرفی:

$$\text{محور تقارن}: \ x = \frac{-b}{۲a} > ۰ \xrightarrow{a<۰} b > ۰$$

پس یکی از گزینه‌های ۳ یا ۴ می‌تواند درست باشد. از طرفی، در معادلهٔ آن $\Delta = ۰$ است، پس:

$$\Delta = b^۲ + ۴a = ۰ \Rightarrow b^۲ = -۴a$$

با کنترل گزینه‌ها، گزینهٔ (۴) درست است.

(حسابان ۱- جبر و معادله- صفحه‌های ۱۰ تا ۱۳)

۴ ✓	۳	۲	۱

آزمون ۱۶ شهریور

۶۴- (کتاب آبی)

توجه می‌کنیم که $x \neq ۲$ و $x \neq -۲$ زیرا ریشه‌های مخرج هستند.

با ضرب طرفین معادله در ک.م.م مخرج‌ها $((x-۲)(x+۲))$ داریم:

$$(x-۲)^۲ + x(x+۲) = ۸$$

$$\Rightarrow ۲x^۲ - ۲x + ۴ = ۸ \Rightarrow ۲x^۲ - ۲x - ۴ = ۰$$

$$\Rightarrow x^۲ - x - ۲ = ۰ \Rightarrow x = -۱ , x = ۲$$

$x = ۲$ قابل قبول نیست، پس $x = -۱$ قابل قبول است و معادله فقط یک ریشه دارد.

(حسابان ۱- جبر و معادله- صفحه‌های ۱۷ تا ۱۹)

۱　　۲ ✓　　۳　　۴

آزمون ۱۶ شهریور

۶۵- (کتاب آبی)

$\frac{c}{a} = -\frac{۵}{۷} < ۰$ بنابراین، دو حالت داریم:

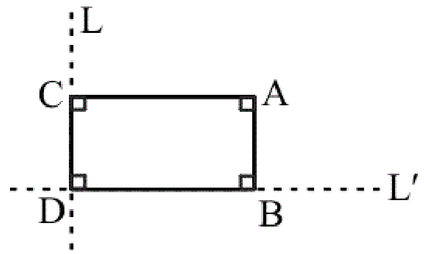
$$\alpha < ۰ < \beta \Rightarrow A = |-\alpha - \beta| = |\alpha + \beta| = \frac{۱}{۷}$$

$$\beta < ۰ < \alpha \Rightarrow A = |\alpha + \beta| = \frac{۱}{۷}$$

(حسابان ۱- جبر و معادله- صفحه‌های ۸، ۹ و ۲۳ تا ۲۵)

۱ ✓　　۲　　۳　　۴

آزمون ۱۶ شهریور



$$AB = \frac{|۲\times ۸ - ۵ - ۷|}{\sqrt{۲^۲ + (-۱)^۲}} = \frac{۴}{\sqrt{۵}} , AC = \frac{|۲(۵) + ۸ - ۶|}{\sqrt{۱^۲ + ۲^۲}} = \frac{۱۲}{\sqrt{۵}}$$

$$\Rightarrow S(ABDC) = AB \times AC = \frac{۴}{\sqrt{۵}} \times \frac{۱۲}{\sqrt{۵}} = \frac{۴۸}{۵} = ۹/۶$$

(حسابان ۱- جبر و معادله- صفحه‌های ۳۳ و ۳۴)

۱　　۲ ✓　　۳　　۴

۶۷- (کتاب آبی)

$$y=\left|۲x-|x|\right|=\begin{cases}\left|۲x-(-x)\right|=|۳x|=-۳x & ; \quad x<۰\\ |۲x-x|=|x|=x & ; \quad x\geq ۰\end{cases}$$

گزینهٔ (۱):

$$y=۲|x|-x=\begin{cases}-۲x-x=-۳x & ; \quad x<۰\\ ۲x-x=x & ; \quad x\geq ۰\end{cases}$$

گزینهٔ (۲):

$$y=x-۲|x|=\begin{cases}x-۲(-x)=۳x & ; \quad x<۰\\ x-۲x=-x & ; \quad x\geq ۰\end{cases}$$

گزینهٔ (۳):

$$y=|x|-۲x=\begin{cases}-x-۲x=-۳x & ; \quad x<۰\\ x-۲x=-x & ; \quad x\geq ۰\end{cases}$$

گزینهٔ (۴):

$$y=۲x-|x|=\begin{cases}۲x-(-x)=۳x & ; \quad x<۰\\ ۲x-x=x & ; \quad x\geq ۰\end{cases}$$

(حسابان ۱- جبر و معادله- صفحه‌های ۲۳ تا ۲۸)

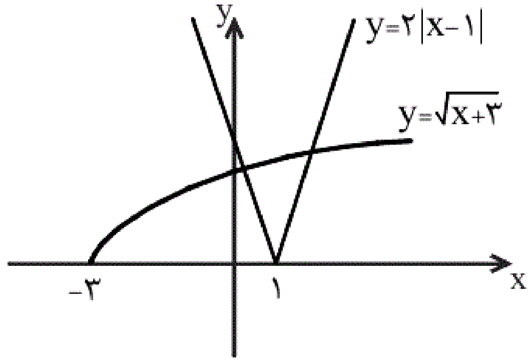
✓۱ ۲ ۳ ۴

۶۸- (کتاب آبی)

$$\sqrt{x+۳}-۲|x-۱|=۰\Rightarrow \sqrt{x+۳}=۲|x-۱|$$

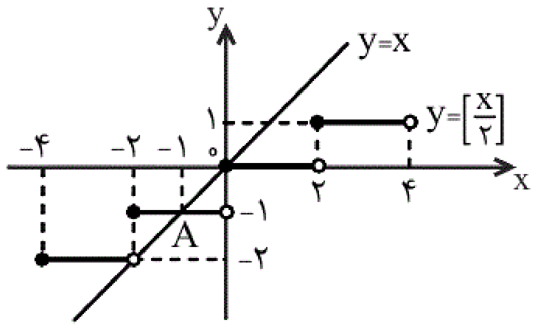
نمودار توابع با معادله‌های $y=\sqrt{x+۳}$ و $y=۲|x-۱|$ را در یک دستگاه مختصات رسم می‌کنیم. توجه کنید که:

$$۲|x-۱|=\begin{cases}۲x-۲ & , \quad x\geq ۱\\ -۲x+۲ & , \quad x<۱\end{cases}$$



۱ ✓۲ ۳ ۴

نمودار دو تابع $y = \left[\frac{x}{۲}\right]$ و $y = x$ (نیمساز ناحیهٔ اول و سوم) را در یک دستگاه مختصات رسم می‌کنیم.



همانطور که ملاحظه می‌کنید این دو نمودار در دو نقطهٔ $O(۰,۰)$ و $A(-۱,-۱)$ مشترک هستند. پس تنها در یک نقطه غیر از مبدأ، مشترک هستند.

(حسابان ۱- تابع- صفحه‌های ۴۹ تا ۵۳)

۱✓ ۲ ۳ ۴

آزمون ۱۶ شهریور

۷۰- *(کتاب آبی)*

از آنجایی که $|-u|=|u|$، پس:

$$f(x)=۲x-|۲x-۴|$$

تابع را ضابطه‌بندی می‌کنیم:

$$f(x)=\begin{cases}۲x-(۲x-۴)=۴ & , \quad x\geq ۲\\ ۲x+۲x-۴=۴x-۴ & , \quad x\leq ۲\end{cases}$$

تابع فقط در بازهٔ $(-\infty,۲]$ وارون‌پذیر است، لذا:

$$y=۴x-۴\Rightarrow y+۴=۴x\Rightarrow x=\frac{۱}{۴}y+۱$$

تابع f خطی است، پس:

$$x\leq ۲\Rightarrow ۴x\leq ۸\Rightarrow ۴x-۴\leq ۴\Rightarrow f(x)\leq ۴$$

بنابراین دامنهٔ تابع $f^{-۱}$ بازهٔ $(-\infty,۴]$ است، لذا:

$$f^{-۱}(x)=\frac{۱}{۴}x+۱\,,\,x\leq ۴$$

(حسابان ۱- تابع- صفحه‌های ۵۴ تا ۶۲)

۱ ۲ ۳ ۴✓

آزمون ۱۶ شهریور

۷۱- *(علی شهرابی)*

چون f ثابت است پس مولفه‌های دوم همهٔ زوج مرتب‌هایش برابرند:

$$۴a-a^۲=۴\Rightarrow a^۲-۴a+۴=۰\Rightarrow (a-۲)^۲=۰\Rightarrow a=۲$$

تابع g همانی است، پس ضابطه‌اش باید بعد از ساده شدن صورت و مخرج به‌صورت $g(x)=x$ درآید:

$$\frac{x^۲+bx}{x-۱}=x\xrightarrow{x\neq ۱}x^۲+bx=x^۲-x\Rightarrow bx=-x\Rightarrow b=-۱$$

پس:

$$g(a-b)=g(۲-(-۱))=g(۳)=۳$$

(ریاضی ۱- تابع- صفحه‌های ۱۰۹ تا ۱۱۳)

۱ ۲ ۳✓ ۴

آزمون ۱۶ شهریور

۷۲- (عباس اسدی‌امیرآبادی)

نقطهٔ A یک واحد به سمت راست و ۳ واحد به بالا حرکت می‌کند. پس داریم:

$$A' = (۵+۱\,,\,-۲+۳) = (۶\,,\,۱)$$

(ریاضی ۱- تابع- صفحه‌های ۱۱۳ تا ۱۱۷)

$\boxed{۱}$ $\boxed{۲}$✓ $\boxed{۳}$ $\boxed{۴}$

آزمون ۱۶ شهریور

۷۳- (سیدسروش کریمی‌مداحی)

انتقال‌های انجام شده را به‌طور معکوس روی تابع $y=|x|$ انجام می‌دهیم تا به تابع اولیه برسیم.

$$y=|x| \xrightarrow[\text{به سمت بالا انتقال می‌دهیم}]{\text{یک واحد}} y=|x|+۱$$

$$\xrightarrow[\text{به سمت چپ انتقال می‌دهیم}]{\text{دو واحد}} y=|x+۲|+۱$$

پس تابع مطلوب اولیه برابر است با:

$$f(x)=|x+۲|+۱$$

بنابراین:

$$f(۴)=۶+۱=۷$$

(ریاضی ۱- تابع- صفحه‌های ۱۱۳ تا ۱۱۷)

$\boxed{۱}$ $\boxed{۲}$ $\boxed{۳}$ $\boxed{۴}$✓

آزمون ۱۶ شهریور

۷۴- (ابراهیم نجفی)

$$۶ \xleftarrow{\text{طبق اصل ضرب}} \boxed{۲}\ \boxed{۳}\ \underset{\text{مثلاً ۵}}{\underset{\downarrow}{\boxed{۱}}}\ \underset{\text{فقط ۳}}{\underset{\downarrow}{\boxed{۱}}}$$

$\boxed{۱}$ $\boxed{۲}$ $\boxed{۳}$ $\boxed{۴}$✓

آزمون ۱۶ شهریور

۷۵- *(سیدعادل حسینی)*

راه‌حل اول: برای حضور هر یک از دوستان این شخص ۲ حالت وجود دارد؛ یا هست یا نیست. یعنی ۲^a حالت وجود دارد. البته حالتی که هیچ یک از دوستان نباشند مطلوب سوال نیست یعنی در کل این شخص به $۲^a - ۱$ حالت می‌تواند یک یا عده‌ای از دوستان خود را به شام دعوت کند.

راه‌حل دوم: این شخص هر زیرمجموعهٔ غیرتهی از دوستانش را می‌تواند به شام دعوت کند؛ بنابراین پاسخ مسئله برابر با تعداد زیرمجموعه‌های غیرتهی یک مجموعهٔ a عضوی، یعنی $۲^a - ۱$ است.

(ریاضی ۱- شمارش، بدون شمردن- صفحه‌های ۱۱۹ تا ۱۲۶)

۱ | ۲ ✓ | ۳ | ۴

۷۶- *(علی شهرابی)*

تعداد کل جایگشت‌های حروف کلمهٔ پنج حرفی WORLD برابر با $۵! = ۱۲۰$ است. چون در نصف حالات O جلوتر از R و در نصف حالات R جلوتر از O است، پس تعداد حالاتی که O جلوتر از R است، نصف کل حالات است.

$$\frac{۱۲۰}{۲} = ۶۰$$

(ریاضی ۱- شمارش، بدون شمردن- صفحه‌های ۱۲۷ تا ۱۳۲)

۱ | ۲ ✓ | ۳ | ۴

۷۷- (مجتبی مظاهری‌فرد)

می‌دانیم تعداد زیرمجموعه‌های r عضوی یک مجموعهٔ n عضوی از فرمول $\binom{n}{r}=\frac{n!}{(n-r)!r!}$ به دست می آید. از طرفی می‌دانیم: $\binom{n}{r}=\binom{n}{n-r}$. در نتیجه:

$$\begin{cases} r=۴ \\ n-r=۵ \end{cases} \Rightarrow n=۹$$

(با قرار دادن $r=۵$، به جواب مشابه می‌رسیم) با درنظر گرفتن $r=۳$ خواهیم داشت: $n-r=۹-۳=۶$ پس:

$$\binom{۹}{۳}=\binom{۹}{۶} \Rightarrow \text{نسبت}=۱$$

(ریاضی ۱- شمارش، بدون شمردن- صفحه‌های ۱۳۳ تا ۱۴۰)

۱ ۲ ۳✓ ۴

آزمون ۱۶ شهریور

۷۸- (سیدعادل حسینی)

$$\begin{bmatrix}\text{۳ دستگاه معیوب}\\ \text{و ۱ دستگاه سالم}\end{bmatrix} \text{ یا } \begin{bmatrix}\text{۲ دستگاه معیوب}\\ \text{و ۲ دستگاه سالم}\end{bmatrix} = \begin{matrix}\text{حداقل ۲}\\ \text{دستگاه معیوب}\end{matrix}$$

$$\Rightarrow \text{تعداد}=\binom{۳}{۲}\binom{۷}{۲}+\binom{۳}{۳}\binom{۷}{۱}=۳\times\frac{۷\times۶}{۲}+۱\times۷=۶۳+۷=۷۰$$

(ریاضی ۱- شمارش، بدون شمردن- صفحه‌های ۱۱۹ تا ۱۲۶ و ۱۳۳ تا ۱۴۰)

۱ ۲ ۳✓ ۴

آزمون ۱۶ شهریور

۷۹- (امیرحسین افشار)

می‌توان یک مثلث در بالای وتر و یک چهارضلعی در پایین وتر و یا یک چهارضلعی در بالای وتر و یک مثلث در پایین وتر رسم کرد.

$$\binom{۵}{۳}\binom{۴}{۴}+\binom{۵}{۴}\binom{۴}{۳}=۱۰\times۱+۵\times۴=۱۰+۲۰=۳۰$$

(ریاضی ۱- شمارش، بدون شمردن- صفحه‌های ۱۱۹ تا ۱۲۶ و ۱۳۳ تا ۱۴۰)

۱ ۲ ۳ ۴✓

۸۰- *(نیما سلطانی)*

هنگامی‌که برای بار سوم عدد ۵ مشاهده می‌شود، پرتاب متوقف خواهد شد. پس مسلماً بار دهم عدد ۵ ظاهر شده و سومین بار است که ۵ ظاهر می‌شود پس در ۹ بار قبلی باید دو بار ۵ آمده باشد و برای ۷ پرتاب دیگر هر کدام ۵ حالت (عددهای به جز ۵) وجود دارد. پس داریم:

$$\text{تعداد حالات} = \binom{۹}{۲} \times \underbrace{۵ \times ۵ \times \ldots \times ۵}_{\text{۷ بار}} = \frac{۹ \times ۸}{۲} \times ۵^{۷} = ۳۶ \times ۵^{۷}$$

(ریاضی ۱- شمارش، بدون شمردن- صفحه‌های ۱۱۹ تا ۱۲۶ و ۱۳۳ تا ۱۴۰)

۱ ۲✓ ۳ ۴

آزمون ۱۶ شهریور

۱۱۱- *(امیرحسین ابومحبوب)*

هر دو چهارضلعی ANCP و AMPD، متوازی‌الاضلاع هستند (در چهارضلعی AMPD، اضلاع روبه‌رو، دوبه‌دو موازی هستند و در نتیجه DP = AM است. پس در چهارضلعی ANCP، دو ضلع روبه‌رو، موازی و مساوی یکدیگرند.)

حال چون طول ارتفاع‌ها در این دو متوازی‌الاضلاع برابر است، پس نسبت مساحت‌ها، همان نسبت قاعده‌ها می‌باشد، یعنی داریم:

$$\frac{S_{ANCP}}{S_{AMPD}} = \frac{AN}{AM} = ۲$$

(هندسه ۱- چندضلعی‌ها- صفحه‌های ۶۵ و ۶۶)

۱ ۲✓ ۳ ۴

آزمون ۱۶ شهریور

(ابراهیم نجفی)

$$۴BD = CD \Rightarrow \frac{BD}{CD} = \frac{۱}{۴}$$

$$۲AD = ۳AE \Rightarrow \frac{AE}{AD} = \frac{۲}{۳}$$

می‌دانیم اگر در دو مثلث اندازهٔ دو ارتفاع برابر باشد، نسبت مساحت‌ها برابر نسبت اندازه‌های قاعده‌های متناظر این دو ارتفاع است.

$$\frac{S_{\overset{\Delta}{ABE}}}{S_{\overset{\Delta}{ABC}}} = \frac{S_{\overset{\Delta}{ABE}}}{S_{\overset{\Delta}{ABD}}} \times \frac{S_{\overset{\Delta}{ABD}}}{S_{\overset{\Delta}{ABC}}}$$

دو مثلث ABE و ABD دارای ارتفاع برابر هستند در نتیجه نسبت مساحت‌های آن‌ها برابر است با: $\frac{AE}{AD}$

دو مثلث ABD و ABC نیز دارای ارتفاع برابر هستند در نتیجه نسبت مساحت‌های آن‌ها برابر است با: $\frac{BD}{BC}$

از طرفی: $\frac{BD}{CD} = \frac{۱}{۴} \Rightarrow \frac{BD}{BC} = \frac{۱}{۵}$

$$\Rightarrow \frac{S_{\overset{\Delta}{ABE}}}{S_{\overset{\Delta}{ABC}}} = \frac{۲}{۳} \times \frac{۱}{۵} = \frac{۲}{۱۵}$$

(هندسه ۱- چندضلعی‌ها- صفحه‌های ۶۵ و ۶۶)

۱ ۲✓ ۳ ۴

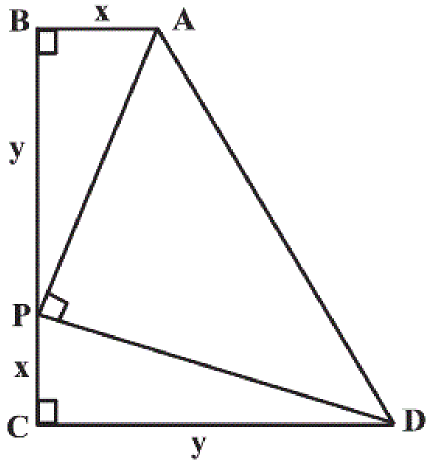
آزمون ۱۶ شهریور

$$\xrightarrow{y=۳x} ۴x=۲۴ \Rightarrow x=۶ \quad , \quad y=۱۸$$

از طرفی روشن است که APD یک مثلث قائم‌الزاویهٔ متساوی‌الساقین است.

بنابراین:

$$\left.\begin{array}{l} AD=\sqrt{۲}AP \\ AP=\sqrt{x^۲+y^۲} \end{array}\right\} \Rightarrow AD=\sqrt{۲(۳۶+۳۲۴)}=۱۲\sqrt{۵}$$



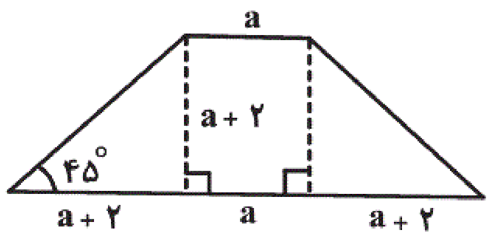
(هندسه ۱- چندضلعی‌ها- صفحه‌های ۶۵، ۶۶ و ۷۲)

۱ ۲ ۳ ۴✓

آزمون ۱۶ شهریور

۱۱۴- (محمد بحیرایی)

با توجه به صورت سؤال، شکل زیر را رسم می‌کنیم:



$$\Rightarrow S=\frac{۱}{۲}(a+۲)(a+۳a+۴) \Rightarrow \frac{(a+۲)(۴a+۴)}{۲}=۴۰$$

$$\Rightarrow \frac{(a+۲)\times ۴(a+۱)}{۲}=۴۰ \Rightarrow (a+۱)(a+۲)=۲۰$$

$$\Rightarrow a^۲+۳a+۲-۲۰=۰ \Rightarrow (a-۳)(a+۶)=۰ \Rightarrow \begin{cases} a=۳ \\ a=-۶ \ \text{(غ ق ق)} \end{cases}$$

$$\Rightarrow \text{ارتفاع}=a+۲=۳+۲=۵$$

(هندسه ۱- چندضلعی‌ها- صفحه‌های ۶۵، ۶۶ و ۷۲)

۱ ۲✓ ۳ ۴

۱۱۵– *(مهرداد ملوندی)*

مساحت چندضلعی شبکه‌ای مورد نظر برابر ۳ است که طبق رابطهٔ «پیک» داریم:

$$۳ = \frac{b}{۲} + i - ۱ \Rightarrow \frac{b}{۲} + i = ۴$$

می‌دانیم هر چندضلعی شبکه‌ای حداقل ۳ نقطهٔ مرزی دارد یعنی $b \geq ۳$.

از طرفی تعداد نقاط درونی، عددی صحیح و نامنفی است، پس برای تعداد نقاط مرزی و درونی این چندضلعی شبکه‌ای، حالات زیر قابل قبول است:

۱✓ ۲ ۳ ۴

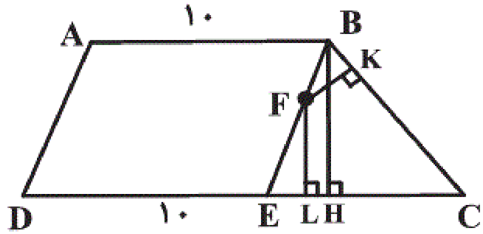
آزمون ۱۶ شهریور

۱۱۶– *(علیرضا نصرالهی)*

می‌دانیم مجموع فواصل هر نقطه بر روی قاعدهٔ مثلث متساوی‌الساقین از دو ساق برابر با ارتفاع وارد بر ساق می‌باشد.

$$FK + FL = BH \Rightarrow BH = ۲ + ۴ \Rightarrow BH = ۶$$

$$S_{\text{متوازی الاضلاع}} = BH \times DE = ۶ \times ۱۰ = ۶۰$$



(هندسه ۱- چندضلعی‌ها- صفحه‌های ۶۵ تا ۶۸)

۱ ۲ ۳✓ ۴

آزمون ۱۶ شهریور

۱۱۷- *(داریوش عابد)*

محیط این مستطیل برابر با تعداد نقاط مرزی و سایر نقاط شبکه‌ای این مستطیل نقاط درونی آن است. بنابراین در مستطیل شبکه‌ای متشکل از m نقطه در طول و n نقطه در عرض، $۲(m+n-۲)$ نقطهٔ مرزی و $(m-۲)(n-۲)$ نقطهٔ درونی داریم.

$$\frac{\text{طول}}{\text{عرض}}=۲\Rightarrow\frac{m-۱}{n-۱}=۲\Rightarrow m=۲n-۱$$

$$\text{تعداد نقاط مرزی}=۲(m+n-۲)=۲(۲n-۱+n-۲)=۶n-۶$$

$$\text{تعداد نقاط درونی}=(m-۲)(n-۲)=(۲n-۱-۲)(n-۲)=۲n^۲-۷n+۶$$

$$۶n-۶=۴(۲n^۲-۷n+۶)\Rightarrow ۴n^۲-۱۷n+۱۵=۰$$

$$\Rightarrow n=\frac{۱۷\pm\sqrt{۴۹}}{۸}=\begin{cases}۳\\ \frac{۱۰}{۸}\quad(\text{غ ق ق})\end{cases}\Rightarrow m=۲(۳)-۱=۵$$

$$\text{محیط}=۲(m+n-۲)=۲(۵+۳-۲)=۱۲$$

(هندسه ۱- چندضلعی‌ها- صفحه‌های ۶۹ تا ۷۳)

۱ ✓ | ۲ | ۳ | ۴

آزمون ۱۶ شهریور

۱۱۸- *(سینا محمدپور)*

می‌دانیم اگر خط و صفحه با هم اشتراکی نداشته باشند، نسبت به هم موازی‌اند.

لذا بنابر آنچه در شکل مشاهده می‌کنیم، یال‌های BH و DF با صفحهٔ گذرنده از قطرهای AC و GE، موازی می‌باشند.

۱ | ۲ ✓ | ۳ | ۴

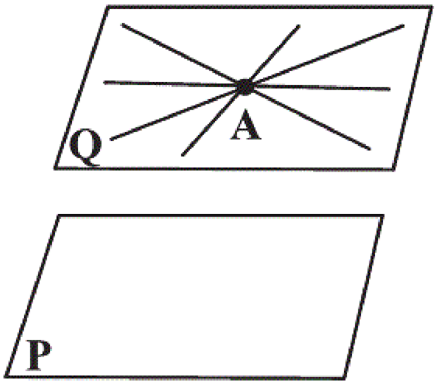
آزمون ۱۶ شهریور

(علی فتح‌آبادی)

مطابق شکل، از نقطهٔ A بی‌شمار خط به موازات P می‌گذرد.

این خطوط همگی درون صفحه‌ای مانند Q قرار دارند که موازی P اسـت.

همچنین Q تنها صفحه‌ای است که از نقطهٔ A می‌گذرد و موازی P است.



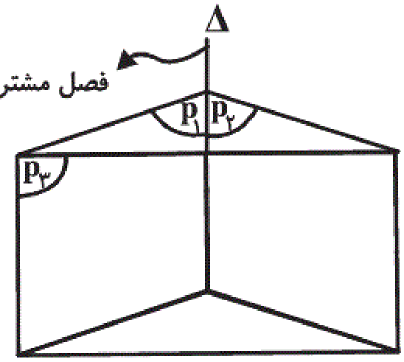
(هندسه ۱- تجسم فضایی- صفحه‌های ۷۸ تا ۸۲)

۱ ۲ ۳ ۴✓

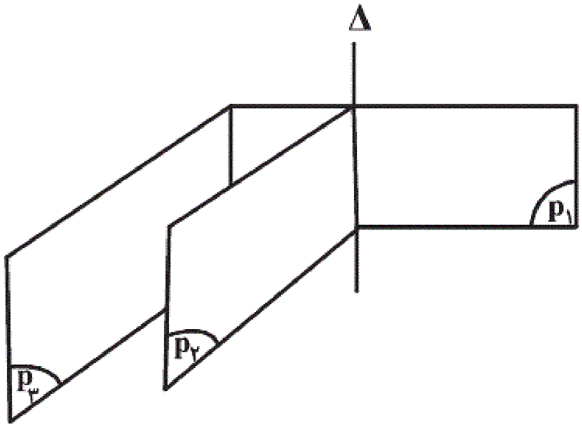
آزمون ۱۶ شهریور

۱۲۰- (علیرضا نصرالهی)

با توجه به موقعیت صفحات، صفحهٔ P_3 یا با هر دو صفحه متقاطع است یا موازی یکی از آن‌ها می‌باشد.



صفحهٔ P_3 با هر دو صفحهٔ P_1 و P_2 متقاطع است.



صفحهٔ P_3 با صفحهٔ P_2 موازی و با صفحهٔ P_1 متقاطع است.

(هندسه ۱- تجسم فضایی- صفحه‌های ۷۸ تا ۸۲)

۱ ۲ ۳ ۴✓

آزمون ۱۶ شهریور

۸۱- (کتاب آبی)

تابعی، تابع ثابت است که برد آن، تنها یک عضو داشته باشد. از میان نمودارهای داده شده گزینهٔ (۲) تابع نیست. در گزینهٔ (۳)، برد تابع مجموعهٔ اعداد حقیقی است و در گزینهٔ (۴) برد تابع دوعضوی است.

(ریاضی ۱- تابع- صفحه‌های ۱۰۹ تا ۱۱۳)

۱✓ ۲ ۳ ۴

آزمون ۱۶ شهریور

$$\xrightarrow[x\geq ۰]{f(۲)=۵} f(x)=۲bx^۲+۷ \rightarrow ۵=۸b+۷$$

$$\rightarrow -۲=۸b \rightarrow b=\frac{-۱}{۴} \quad (۲)$$

$$\xrightarrow{(۱)\ ,\ (۲)} ab=(-۶)\left(\frac{-۱}{۴}\right)=\frac{۳}{۲}$$

(ریاضی ۱- تابع- صفحه‌های ۱۰۹ تا ۱۱۳)

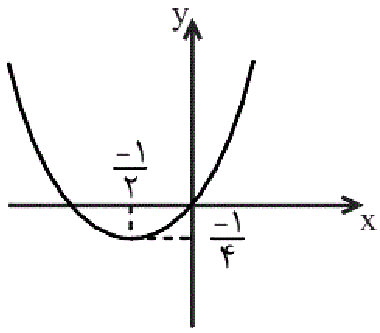
۱ ۲✓ ۳ ۴

آزمون ۱۶ شهریور

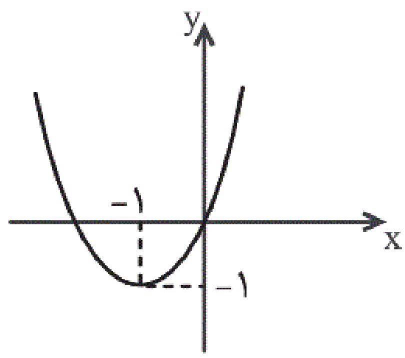
با استفاده از نمودار تابع با ضابطهٔ $y = x^۲$ و تبدیل نمودارها خواهیم داشت:

$$\begin{cases} y_۱ = x^۲ + x = (x + \frac{۱}{۲})^۲ - \frac{۱}{۴} \\ y_۲ = x^۲ + ۲x = (x+۱)^۲ - ۱ \end{cases}$$

بنابراین برای رسم نمودار تابع $y_۱$، کافی است نمودار تابع $y = x^۲$ را $\left(\frac{۱}{۲}\right)$ واحد به چپ و سپس $\frac{۱}{۴}$ واحد به پایین انتقال دهیم.



به طریق مشابه، برای رسم نمودار تابع $y_۲ = x^۲ + ۲x$، کافی است نمودار تابع $y = x^۲$ را ۱ واحد به چپ و سپس ۱ واحد به پایین انتقال دهیم.



بنابراین اگر بخواهیم نمودار $y_۱ = x^۲ + x$ را به $y_۲ = x^۲ + ۲x$ تبدیل کنیم باید نمودار $y_۱$ $\left(\frac{۱}{۲}\right)$ واحد به چپ و سپس $\frac{۳}{۴}$ واحد به پایین انتقال یابد.

(ریاضی ۱- تابع- صفحه‌های ۱۱۳ تا ۱۱۷)

✓ ۱ ۲ ۳ ۴

۸۴- *(کتاب آبی)*

عدد سه رقمی متشکل از ارقام فرد {۱, ۳, ۵, ۷, ۹} برای آنکه بخش‌پذیر بر ۵ باشد، باید رقم سمت راستش ۵ باشد. پس در خانهٔ سمت راست یک انتخاب داریم و در دو خانهٔ دیگر هر کدام ۵ انتخاب داریم:

$\square$	$\square$	$\boxed{۵}$
۵ ×	۵ ×	۱ = ۲۵

(ریاضی ۱- شمارش، بدون شمردن- صفحه‌های ۱۱۹ تا ۱۲۶)

۱   ۲   ۳   ۴ ✓

۸۵- *(کتاب آبی)*

ارقامی که می‌توان به کار برد، باید از مجموعهٔ {۱,۳,۵,۷,۹} انتخاب شوند؛ با توجه به این‌که عدد مذکور باید بزرگ‌تر از ۳۰۰۰ باشد، رقم هزارگان باید از میان یکی از اعداد ۳، ۵، ۷ و ۹ انتخاب شود. پس ۴ حالت برای آن وجود دارد. در رقم صدگان عدد ۱ نیز می‌تواند قرار بگیرد و چون ارقام عدد ساخته شده باید متمایز باشند، برای رقم صدگان نیز ۴ حالت وجود دارد و در نتیجه برای رقم‌های دهگان و یکان به ترتیب ۳ و ۲ حالت وجود دارد، پس:

۴	۴	۳	۲

↑
یکی از اعداد ۳، ۵، ۷ و ۹

۹۶ = ۲ × ۳ × ۴ × ۴ = تعداد حالت‌ها $\xrightarrow{\text{اصل ضرب}}$

(ریاضی ۱- شمارش، بدون شمردن- صفحه‌های ۱۱۹ تا ۱۲۶)

۱   ۲   ۳ ✓   ۴

۸۶– *(کتاب آبی)*

جواب برابر است با تعداد حالت‌هایی که کتاب‌های فیزیک کنار هم باشند منهای تعداد حالاتی که هم کتاب‌های فیزیک و هم کتاب‌های ریاضی کنار هم باشند.

$$۴!\times ۴! - ۴!\times ۳!\times ۲! = ۵۷۶ - ۲۸۸ = ۲۸۸$$

(ریاضی ۱- شمارش، بدون شمردن- صفحه‌های ۱۱۹ تا ۱۳۲)

۱ ✓ ۲ ۳ ۴

آزمون ۱۶ شهریور

۸۷– *(کتاب آبی)*

دو فرد a و b و شخص بین آنها را یک شیء فرض کرده که با بقیهٔ افراد (دو نفر باقی‌مانده) تشکیل ۳ شیء متمایز می‌دهند و !۳ جایگشت دارند.

$(a, \square, b)$ ۲ نفر $\rightarrow$ ۳ شیء $\rightarrow$!۳

۱ ۲ ۳ ✓ ۴

آزمون ۱۶ شهریور

۸۸– *(کتاب آبی)*

$$\frac{P(n,۴)}{C(n-۱,۴)} = \frac{\frac{n!}{(n-۴)!}}{\frac{(n-۱)!}{(n-۱-۴)!\times ۴!}}$$

$$= \frac{n!\times(n-۵)!\times ۴!}{(n-۴)!\times(n-۱)!} = \frac{n\times(n-۱)!\times(n-۵)!\times ۲۴}{(n-۴)\times(n-۵)!\times(n-۱)!} = ۲۶$$

$$\Rightarrow \frac{n\times ۲۴}{n-۴} = ۲۶ \Rightarrow ۲۴n = ۲۶n - ۱۰۴ \Rightarrow ۲n = ۱۰۴ \Rightarrow n = ۵۲$$

(ریاضی ۱- شمارش، بدون شمردن- صفحه‌های ۱۲۷ تا ۱۴۰)

۱ ✓ ۲ ۳ ۴

آزمون ۱۶ شهریور

۸۹– *(کتاب آبی)*

کافی است ابتدا از میان ۶ مکان (رقم)، ۳ مکان را انتخاب کنیم و مثلاً ارقام فرد را در آن‌ها قرار دهیم. با توجه به این که سه رقم ۱، ۳ و ۵، باید به‌طور صعودی باشند، پس برای هر سه مکان انتخابی، فقط یک حالت برای چیدن ارقام در این مکان‌ها وجود دارد. به‌طور کلی این کار به $\binom{۶}{۳} = ۲۰$ طریق امکان‌پذیر است. واضح است که بعد از قرار دادن سه رقم فرد، سه رقم زوج را در ۳ مکان باقیمانده به‌طور منحصر به فرد می‌توان به‌صورت نزولی قرار داد.

(ریاضی ۱- شمارش، بدون شمردن- صفحه‌های ۱۳۳ تا ۱۴۰)

۱ ۲✓ ۳ ۴

آزمون ۱۶ شهریور

۹۰– *(کتاب آبی)*

ابتدا دو مدرسه از میان هشت مدرسه انتخاب می‌کنیم که این کار به $\binom{۸}{۲}$ حالت امکان‌پذیر است. پس از انتخاب این دو مدرسه، دو هم‌تیمی از هر یک از مدرسه‌ها انتخاب می‌کنیم. طبق اصل ضرب، تعداد حالت‌های مطلوب برابر است با:

$$\binom{۸}{۲}\binom{۶}{۲}\binom{۶}{۲} = \frac{۸\times ۷}{۲}\times\frac{۶\times ۵}{۲}\times\frac{۶\times ۵}{۲} = ۶۳۰۰$$

(ریاضی ۱- شمارش، بدون شمردن- صفحه‌های ۱۱۹ تا ۱۲۶ و ۱۳۳ تا ۱۴۰)

۱ ۲ ۳ ۴✓

آزمون ۱۶ شهریور