



سایت ویژه ریاضیات [www.riazisara.ir](http://www.riazisara.ir)

درسنامه ها و جزوه های ریاضی

سوالات و پاسخنامه تشریحی کنکور

نمونه سوالات امتحانات ریاضی

نرم افزارهای ریاضیات

...

(@riazisara)

ریاضی سرا در تلگرام:



<https://t.me/riazisara>

(@riazisara.ir) ریاضی سرا در اینستاگرام:



<https://www.instagram.com/riazisara.ir>

۴۱- اداره آموزش و پرورش شهرستان A، برای سنجش بینایی دانش‌آموزان ابتدایی شهرستان، ۳۰۰ نفر از

دانش‌آموزان را بینایی‌سنجی کرده است. در این بررسی، نمونه و جامعه آماری به ترتیب کدامند؟

۱) دانش‌آموزانی که از نظر بینایی مشکل دارند - دانش‌آموزان شهرستان A

۲) ۳۰۰ دانش‌آموز بررسی شده - دانش‌آموزان ابتدایی شهرستان A

۳) دانش‌آموزانی که از نظر بینایی مشکل دارند - دانش‌آموزان ابتدایی شهرستان A

۴) ۳۰۰ دانش‌آموز بررسی شده - دانش‌آموزان شهرستان A

۴۲- چند تا از متغیرهای زیر، کمی و مقیاس اندازه‌گیری آن‌ها نسبتی است؟

- مدت زمان پیاده‌روی - رنگ خودروها - مقدار شاخص نماتوب - وضعیت درسی بچه‌ها (قوی - متوسط - ضعیف) - گنجایش یک ظرف - وضعیت معیشتی افراد جامعه (دهک اول، دوم، ...، دهم) - سن دانشجویان - رتبه دانش‌آموزان در کنکور سراسری - دمای هوا

(۱) ۳ (۲) ۴ (۳) ۵ (۴) ۶

به متن زیر توجه کنید:

«در یک مدرسه با ۸۰۰ دانش‌آموز، سه نمونه ۲۰ نفره از دانش‌آموزان را به تصادف انتخاب می‌کنیم و قد تک‌تک بچه‌ها را اندازه می‌گیریم. سپس میانگین قد هر گروه را حساب می‌کنیم که اعداد ۱۵۰، ۱۵۸ و ۱۶۰ سانتی‌متر به دست می‌آیند. سپس میانگین قد تمام دانش‌آموزان این مدرسه را با سرشماری برابر ۱۵۶ سانتی‌متر بدست می‌آوریم.»

آزمون 16 شهریور

۴۳- در متن بالا اعداد ۱۵۰، ۱۵۸، ۱۶۰ و ۱۵۶ سانتی‌متر به ترتیب از راست به چپ چه نام دارند؟

- (۱) پارامتر، آماره، پارامتر، آماره (۲) پارامتر، پارامتر، پارامتر، آماره  
(۳) آماره، آماره، آماره، پارامتر (۴) آماره، پارامتر، آماره، پارامتر

آزمون 16 شهریور

۴۴- در داده‌های (۹, ۷, ۲۰, ۲, ۱۵, ۵, ۵, ۱۰, ۱۴, ۶, ۳, ۴) دامنه میان چارکی کدام است؟

(۱) ۶/۵ (۲) ۷ (۳) ۷/۵ (۴) ۸

آزمون 16 شهریور

۴۵- در داده آماری، مقدار میانگین ۱۴۰۰ محاسبه شده است. در بررسی مجدد داده‌ها متوجه شدیم که به

جای داده ۱۲۰۴ داده ۱۴۰۲ محاسبه شده است. با رفع اشتباه، میانگین واقعی کدام است؟

$$۱۳۴۰/۴ \quad (۴)$$

$$۱۳۶۰/۴ \quad (۳)$$

$$۱۴۰۰/۸ \quad (۲)$$

$$۱۴۰۰/۶ \quad (۱)$$

آزمون 16 شهریور

۴۶- جدول زیر، مقادیر انحراف از میانگین داده‌های آماری دسته‌بندی شده را مشخص می‌کند. تعداد X

کدام است؟

| انحراف از میانگین | -۴ | -۲ | -۱ | ۰ | ۱ | ۲ | ۳ |
|-------------------|----|----|----|---|---|---|---|
| تعداد داده‌ها     | ۵  | ۱۱ | ۹  | ۴ | ۸ | X | ۳ |

$$۱۴ \quad (۱)$$

$$۱۵ \quad (۲)$$

$$۱۶ \quad (۳)$$

$$۱۷ \quad (۴)$$

آزمون 16 شهریور

۴۷- اگر داده‌های کوچکتر از میانه را از داده‌های آماری جدول زیر حذف کنیم، واریانس داده‌های

باقی مانده کدام است؟

|         |   |   |   |   |   |
|---------|---|---|---|---|---|
| داده‌ها | ۱ | ۲ | ۳ | ۴ | ۵ |
| تعداد   | ۳ | ۵ | ۳ | ۲ | ۳ |

۰/۷۵ (۱)

۱/۲ (۲)

۰/۶ (۳)

۱/۴ (۴)

آزمون 16 شهریور

۴۸- در جامعه‌ای با میانگین ۱۵ و واریانس ۱۶ که از منحنی نرمال پیروی می‌کند، تقریباً چند درصد

از داده‌ها در فاصله ۷ تا ۱۹ قرار دارند؟

۷۵ (۴)

۸۲ (۳)

۶۸ (۲)

۹۶ (۱)

آزمون 16 شهریور

۴۹- انحراف معیار داده‌های  $x+1, x-2, x+4$  همواره کدام است؟ ( $x > 2$ )

$2\sqrt{6}$  (۴)

$\sqrt{6}$  (۳)

$\sqrt{2x}$  (۲)

$\sqrt{2}$  (۱)

آزمون 16 شهریور

۵۰- اگر مجموع ۱۰ داده آماری برابر با ۹۰ و انحراف معیار آنها برابر با ۳ باشد، مجموع مربعات این

۱۰ داده برابر با کدام گزینه است؟

۷۸۰ (۴)

۸۴۰ (۳)

۹۰۰ (۲)

۸۰۰ (۱)

آزمون 16 شهریور

ریاضی و آمار 2-10 سوال

۵۱- کدام دو مورد از موارد زیر یک گزاره هستند؟

الف) شما اهل کجایی؟

ب) احتمالاً علی سال آینده فوت می‌کند.

ج) عدد  $\sqrt{36}$  عددی گنگ است.

د) اگر تمام داده‌ها با هم برابر باشند، واریانس صفر است.

(۴) ب و ج

(۳) ج و د

(۲) ب و د

(۱) الف و ج

آزمون 16 شهریور

۵۲- ترکیب فصلی دو گزاره  $p$  و  $q$  زمانی نادرست است که ارزش گزاره‌های  $p$  و  $q$  به ترتیب از

راست به چپ ... و ... باشد.

(۲) نادرست - نادرست

(۱) درست - نادرست

(۴) نادرست - درست

(۳) درست - درست

آزمون 16 شهریور

۵۳- با توجه به جدول ارزش گزاره‌ها، ستون مربوط به گزاره مرکب  $(p \vee (p \wedge q)) \wedge (\sim p \vee q)$  کدام است؟

| p | $\sim q$ | $(p \vee (p \wedge q)) \wedge (\sim p \vee q)$ |
|---|----------|--|
| T | F        | ?  |
| F | F        | ?  |
| F | T        | ?  |

T

T

F (۳)

T (۱)

F

F

F

F

T (۴)

F (۳)

F

F

آزمون 16 شهریور

۵۴- عکس نقیض گزاره مقابل چیست؟

(۹ مربع کامل نیست)  $\Rightarrow$  (اگر  $\frac{2}{5}$  گویا باشد)

(۱) (۹ مربع کامل است)  $\Rightarrow$  (اگر  $\frac{2}{5}$  گویا نباشد)

(۲) ( $\frac{2}{5}$  گنگ است)  $\Rightarrow$  (اگر ۹ مربع کامل باشد)

(۳) (۹ مربع کامل نیست)  $\Rightarrow$  (اگر  $\frac{2}{5}$  گنگ باشد)

(۴) ( $\frac{2}{5}$  گویا نیست)  $\Rightarrow$  (اگر ۹ مربع کامل نباشد)

آزمون 16 شهریور

۵۵- ارزش چند گزاره از گزاره‌های زیر درست است؟

الف)  $a^2 - b^2 = (a - b)(a + b)$  یا  $(a - b)^3 = a^3 + 3a^2b - 3ab^2 + b^3$

پ) معادله  $x^2 - 8x = 0$  دو ریشه غیرصفر دارد و  $\sqrt{25 + 4} \neq 5 + 2$

پ) اگر  $x$  زوج باشد، آن‌گاه  $(x + 5)$  قطعاً فرد خواهد بود.

ت)  $(N \not\subseteq Z) \Rightarrow$  (اگر درآمد افراد متغیر کمی فاصله‌ای باشد)

۱ (۴)

۲ (۳)

۳ (۲)

۴ (۱)

آزمون 16 شهریور

۵۶- هم‌ارز گزاره  $(\sim p \vee q) \Rightarrow (p \wedge q)$  کدام است؟

q (۴)

p (۳)

$\sim q$  (۲)

$\sim p$  (۱)

آزمون 16 شهریور

۵۷- نماد ریاضی عبارت «حاصل ضرب عددی در خودش از ۳ برابر آن ۴ واحد کوچکتر است» کدام

است؟

$3x^2 - 4 = x$  (۲)

$3x^2 = x - 4$  (۱)

$x^2 - 4 = 3x$  (۴)

$x^2 = 3x - 4$  (۳)

آزمون 16 شهریور



(۱) اگر  $n$  عدد صحیح و  $n^2$  زوج باشد،  $n$  نیز زوج است.

(۲) اگر دو خط موازی باشند، هیچ‌گاه یکدیگر را قطع نمی‌کنند.

(۳) اگر  $n$  عدد صحیح و  $n^3$  فرد باشد، آن‌گاه  $n$  نیز عددی فرد است.

(۴) اگر  $n$  عدد طبیعی باشد، آن‌گاه همواره  $n^2 \geq n$  است.

آزمون 16 شهریور

۵۹- اگر  $f$  یک تابع ثابت باشد، به طوری که داشته باشیم  $f(5) + f(3) + f(x) = 6$  باشد، در این

صورت  $f(-5) + f(-3)$  کدام است؟

(۴) -۲

(۳) ۲

(۲) -۴

(۱) ۴

آزمون 16 شهریور

۶۰- اگر  $f$  یک تابع ثابت باشد، در این صورت کدام گزینه همواره صحیح است؟ (  $b$  و  $a$  و  $k$  اعداد

حقیقی دلخواه هستند.)

$$f(kx) = kf(x) \quad (۲)$$

$$f(a + b) = f(a) + f(b) \quad (۱)$$

$$f(a + b) = f(a - b) \quad (۴)$$

$$f(ab) = f(a)f(b) \quad (۳)$$

آزمون 16 شهریور

ریاضی و آمار 1-سوالت موازی - 10 سوال

۶۱- برای جمع‌آوری داده‌ها در مورد (سن همه دانش‌آموزان مدرسه بر حسب ماه در پایه دهم) کدام روش مناسب‌تر است؟

(۴ مشاهده

(۳ دادگان

(۲ پرسش‌نامه

(۱ مصاحبه

آزمون 16 شهریور

۶۲- در کدام گزینه، نوع متغیرها به‌درستی بیان شده است؟

(۱ تحصیلات افراد: کیفی اسمی / قد دانش‌آموزان پایه دهم: کمی فاصله‌ای

(۲ سرعت اتومبیل: کمی نسبی / نوع گل‌های موجود در باغچه: کیفی اسمی

(۳ معدل دانش‌آموزان یک کلاس: کمی فاصله‌ای / گروه خونی کارمندان یک اداره: کیفی اسمی

(۴ رنگ چشم دانشجویان یک دانشگاه: کیفی ترتیبی / زمان مطالعه دانش‌آموزان در هفته: کمی نسبی

آزمون 16 شهریور

۶۳- در یک شرکت با ۵۰۰ کارمند، تعداد کارمندان دارای تحصیلات لیسانس ۳۵۰ نفر و تعداد کارمندان دارای تحصیلات بالاتر از لیسانس ۱۵۰ نفر است. ۲۰۰ نفر از کارمندان را برای بررسی سطح تحصیلات انتخاب می‌کنیم که در بین آن‌ها ۱۲۰ نفر لیسانس دارند. پارامتر جامعه و آماره نمونه برای تحصیلات بالاتر از لیسانس به‌ترتیب کدام است؟

(۱) ۰/۲ و ۰/۱ (۲) ۰/۳ و ۰/۴ (۳) ۰/۵ و ۰/۶ (۴) ۰/۳ و ۰/۵

آزمون 16 شهریور

۶۴- در رأی گیری ها اساس تصمیم گیری براساس کدام شاخص است و این شاخص چه ویژگی ای دارد؟

(۱) میانگین - همواره منحصر به فرد

(۲) مد - گاهی غیر منحصر به فرد

(۳) میانگین - گاهی غیرمنحصر به فرد

(۴) مد - همواره منحصر به فرد

آزمون 16 شهریور

۶۵- با توجه به داده های ۲, ۵, ۳, ۷, ۹, ۱۸, ۲۰, ۲۵, ۳, ۱۵ با حذف داده های بیشتر از میانه، میانگین

داده های باقی مانده کدام است؟

(۴) ۵ / ۲

(۳) ۵

(۲) ۴ / ۸

(۱) ۴

آزمون 16 شهریور

۶۶- اگر میانگین داده های  $X_1, X_2, \dots, X_n$  برابر ۷ باشد و داده های  $۶/۵, ۷$  و  $۷/۵$  را به آنها

اضافه کنیم، میانگین داده های جدید کدام است؟

(۴) ۸ / ۵

(۳) ۷ / ۵

(۲) ۷

(۱) ۸

آزمون 16 شهریور

۶۷- در تعدادی داده آماری متمایز، چارک سوم برابر میانگین داده های نهم و دهم است، تعداد کل

داده ها کدام است؟

(۴) ۱۸

(۳) ۱۱

(۲) ۲۰

(۱) ۱۲

آزمون 16 شهریور

۶۸- واریانس داده های ۵, ۶, ۷, ۸, ۹ کدام است؟

(۴)  $\sqrt{2}$

(۳) ۶

(۲) ۲

(۱) ۴

آزمون 16 شهریور

۶۹- اگر واریانس داده های  $a, b, c, d, e, 3$  برابر صفر باشد، انحراف معیار داده های

$a, b + 1, c + 2, d + 3, e + 4$  کدام است؟

(۴)  $\sqrt{3}$

(۳) ۳

(۲)  $\sqrt{2}$

(۱) ۲

آزمون 16 شهریور

۷۰- در یک جامعه آماری نرمال، تقریباً چند درصد افراد در بازه  $(\bar{X} - \sigma, \bar{X} + 2\sigma)$  قرار دارند؟  $(\bar{X}$  و  $\sigma$  به ترتیب میانگین و انحراف معیار داده‌ها هستند).

۸۲ (۴)

۷۸ (۳)

۶۸ (۲)

۹۶ (۱)

آزمون 16 شهریور

۴۱-

(امیر مضمودیان، گردآوری داده‌ها، صفحه‌ی ۸۸ تا ۹۰)

جامعه آماری، مجموعه کل واحدهای آماری است. از آنجا که کل واحدهای آماری، دانش‌آموزان مقطع ابتدایی شهرستان A هستند، جامعه نیز شامل همین افراد است. نمونه نیز، زیر مجموعه انتخاب شده از جامعه است، یعنی ۳۰۰ دانش‌آموز مورد مطالعه.

۴

۳

۲ ✓

۱

آزمون 16 شهریور

۴۲-

(امیر زراندوز، گردآوری داده‌ها، صفحه‌ی ۹۶ تا ۹۸)

- مدت زمان پیاده‌روی ← کمی نسبی
- مقدار شاخص نماتوب ← کمی نسبی
- گنجایش یک ظرف ← کمی نسبی
- سن دانشجویان ← کمی نسبی
- دمای هوا ← کمی فاصله‌ای
- رنگ خودروها ← کیفی اسمی
- وضعیت درسی بچه‌ها ← کیفی ترتیبی
- وضعیت معیشتی افراد جامعه ← کیفی ترتیبی
- رتبه دانش‌آموزان در کنکور سراسری ← کیفی ترتیبی

۴

۳

۲ ✓

۱

آزمون 16 شهریور

۴۳-

(امیر زراندوز، گردآوری داده‌ها، صفحه‌ی ۹۴ و ۹۵)

اعداد ۱۵۰، ۱۵۸، ۱۶۰ سانتی‌متر مربوط به ۳ نمونه تصادفی هستند، پس آماره محسوب می‌شوند. ولی عدد ۱۵۶ سانتی‌متر پارامتر است، چون آن را از روی سرشماری به دست آورده‌ایم.

۴

۳ ✓

۲

۱

آزمون 16 شهریور

-۴۴

(گورش داوری، معیارهای پراکندگی، صفحه‌ی ۱۱۰)

ابتدا داده‌ها را از کوچک به بزرگ مرتب می‌کنیم.

$$2, 3, 4, 5, \overbrace{5, 6, 7, 9, 10, 14, 15, 20}^{6/5}$$

تعداد داده‌ها زوج است، پس میانه عبارت است از میانگین دو داده وسط

$$\left( \text{میانه} = \frac{6+7}{2} = 6/5 \right)$$

به دست می‌آوریم.

$$Q_1 = \frac{4+5}{2} = 4/5$$

$$\Rightarrow IQR = Q_3 - Q_1 = 12 - 4/5 = 7/5$$

$$Q_3 = \frac{10+14}{2} = 12$$

۴

۳✓

۲

۱

آزمون 16 شهریور

-۴۵

(امیر زرانروز، معیارهای گرایش به مرکز، صفحه‌ی ۱۰۱ و ۱۰۲)

$$7000 = 1400 \times 5 = \text{تعداد} \times \text{میانگین} = \text{مجموع داده‌های اولیه}$$

اختلاف دو عدد ۱۲۰۴ و ۱۴۰۲ برابر با ۱۹۸ است و باید ۱۹۸ را از عدد ۷۰۰۰ کم کنیم تا مجموع واقعی داده‌ها به دست آید:

$$6802 = 7000 - 198 = \text{مجموع واقعی}$$

$$x = \frac{\text{مجموع واقعی}}{\text{تعداد}} = \frac{6802}{5} = 1360/4$$

۴

۳✓

۲

۱

آزمون 16 شهریور

-۴۶

(فرداد روشنی، معیارهای گرایش به مرکز، صفحه‌ی ۱۰۱ و ۱۰۲)

مجموع انحراف داده‌ها از میانگین برابر صفر است، پس داریم:

$$5 \times (-4) + 11 \times (-2) + 9 \times (-1) + 4 \times (0) + 8 \times (1) + 2x + 3 \times 3 = 0$$

$$\Rightarrow 2x = 34 \Rightarrow x = 17$$

۴✓

۳

۲

۱

آزمون 16 شهریور

ابتدا داده‌ها را مرتب می‌کنیم:

$$۱, ۱, ۱, ۲, ۲, ۲, ۲, ۲, ۲, ۳, ۳, ۳, ۴, ۴, ۵, ۵, ۵$$

تعداد داده‌ها = ۱۶

$$\text{میانہ} = \frac{۲+۳}{۲} = \frac{۵}{۲} = ۲/۵$$

حال اگر داده‌های کوچکتر از میانہ را حذف کنیم.

$$۳, ۳, ۳, ۴, ۴, ۵, ۵, ۵ \Rightarrow \bar{x} = \frac{۳۲}{۸} = ۴$$

$$\sigma^2 = \frac{۳ \times (۳-۴)^2 + ۲ \times (۴-۴)^2 + ۳ \times (۵-۴)^2}{۸} = ۰/۷۵$$

۴

۳

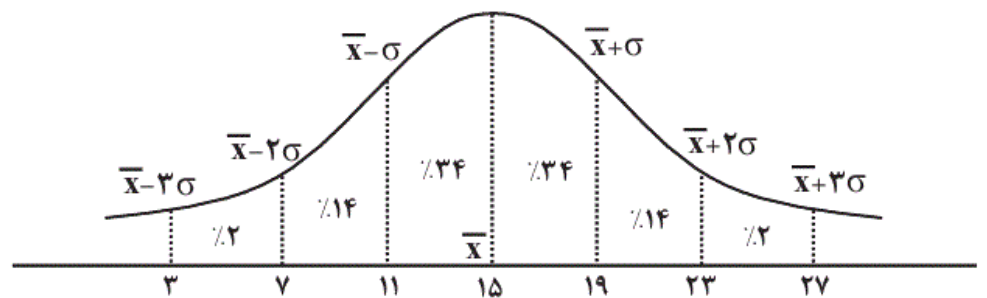
۲

۱ ✓

آزمون 16 شهریور

با توجه به منحنی نرمال داریم:

$$\bar{x} = ۱۵, \sigma^2 = ۱۶ \Rightarrow \sigma = ۴$$



حال درصد داده‌های بین ۷ تا ۱۹ برابر است با:

$$٪۱۴ + ٪۳۴ + ٪۳۴ = ٪۸۲$$

۴

۳ ✓

۲

۱

آزمون 16 شهریور

ابتدا میانگین داده‌ها را می‌یابیم:

$$\text{میانگین} = \frac{x+1+x-2+x+4}{3} = \frac{3x+3}{3} = \frac{3(x+1)}{3} = x+1$$

$$\sigma = \sqrt{\frac{[(x+1)-(x+1)]^2 + [(x-2)-(x+1)]^2 + [x+4-(x+1)]^2}{3}}$$

$$\sigma = \sqrt{\frac{(0)^2 + (-2-1)^2 + (4-1)^2}{3}} \Rightarrow \sigma = \sqrt{\frac{9+9}{3}} = \sqrt{\frac{18}{3}} = \sqrt{6}$$

۴

۳ ✓

۲

۱

آزمون 16 شهریور

رابطه‌ی زیر از رابطه‌ی اصلی واریانس قابل اثبات است:

$$\sigma^2 = \frac{\text{مجموع مربعات داده‌ها}}{\text{تعداد}} - (\text{میانگین})^2 = \text{واریانس}$$

$$\sigma^2 = \frac{(x_1 - \bar{x})^2 + (x_2 - \bar{x})^2 + \dots + (x_n - \bar{x})^2}{n} \quad \text{اتحاد مربع}$$

$$\sigma^2 = \frac{x_1^2 - 2\bar{x}x_1 + \bar{x}^2 + \dots + x_n^2 - 2\bar{x}x_n + \bar{x}^2}{n}$$

$$\Rightarrow \sigma^2 = \frac{(x_1^2 + x_2^2 + \dots + x_n^2) - 2\bar{x}(x_1 + x_2 + \dots + x_n) + n\bar{x}^2}{n} \Rightarrow$$

$$\sigma^2 = \frac{x_1^2 + x_2^2 + \dots + x_n^2}{n} - 2\bar{x} \cdot \bar{x} + \bar{x}^2 \Rightarrow \sigma^2 = \frac{x_1^2 + x_2^2 + \dots + x_n^2}{n} - \bar{x}^2$$

از رابطه‌ی فوق استفاده می‌کنیم:

$$\bar{x} = \frac{90}{10} = 9$$

$$\sigma = 3 \Rightarrow \sigma^2 = 9$$

$$9 = \frac{x_1^2 + x_2^2 + \dots + x_n^2}{10} - 9^2 \Rightarrow 90 = \frac{x_1^2 + x_2^2 + \dots + x_n^2}{10}$$

$$\Rightarrow x_1^2 + x_2^2 + \dots + x_n^2 = 900$$

۴

۳

۲ ✓

۱

آزمون 16 شهریور



به بررسی تک تک موارد می‌پردازیم:

(الف) شما اهل کجایی؟ ← جمله خبری نبوده و گزاره نیست.

(ب) احتمالاً علی سال آینده فوت می‌کند ← جمله خبری است، اما نمی‌توان به آن ارزش درست یا نادرست داد و گزاره نیست.

(ج) عدد  $\sqrt{۳۶}$  عددی گنگ است گزاره است، زیرا می‌توان درستی یا نادرستی آن را مشخص کرد.

(د) اگر تمام داده‌ها با هم برابر باشند، واریانس صفر است، گزاره است، زیرا ارزش درستی یا نادرستی آن به قطعیت واضح است.

۴

۳ ✓

۲

۱

آزمون 16 شهریور

ترکیب فصلی دو گزاره زمانی دارای ارزش نادرست است که هر دو گزاره نادرست باشند.

۴

۳

۲ ✓

۱

آزمون 16 شهریور

با توجه به جدول ارزش گزاره‌ها داریم:

|   |    |   |              |                       |
|---|----|---|--------------|-----------------------|
| p | ~q | q | $p \wedge q$ | $p \vee (p \wedge q)$ |
| T | F  | T | T            | T                     |
| F | F  | T | F            | F                     |
| F | T  | F | F            | F                     |

|    |        |  |
|----|--------|--|
| ~p | ~p ∨ q | $(p \vee (p \wedge q)) \wedge (\sim p \vee q)$ |
| F  | T      | T  |
| T  | T      | F  |
| T  | T      | F  |

۴

۳

۲ ✓

۱

آزمون 16 شهریور

می‌دانیم عکس نقیض گزاره  $p \Rightarrow q$  برابر با  $\sim q \Rightarrow \sim p$  می‌باشد لذا عکس نقیض گزاره داده شده در متن سؤال برابر می‌شود با:

$\frac{۲}{۵}$  گنگ است)  $\Rightarrow$  (اگر ۹ مربع کامل باشد)

۴

۳

۲ ✓

۱

-۵۵

(امیر زراندوز، گزاره‌ها و ترکیب گزاره‌ها، صفحه‌ی ۲ تا ۱۱)

در قسمت (الف) اتحاد مکعب دوجمله‌ای، نادرست نوشته شده و صحیح آن به شکل زیر است:

$$(a-b)^3 = a^3 - 3a^2b + 3ab^2 - b^3$$

ولی ارزش کل گزاره (الف) درست است، چون گزاره‌ای فصلی است و ارزش گزاره  $a^2 - b^2 = (a-b)(a+b)$  درست است.

در قسمت (ب) معادله  $x^2 - 8x = 0$  یک ریشه صفر و یک ریشه غیرصفر دارد:

$$x(x-8) = 0 \Rightarrow \begin{cases} x=0 \\ x=8 \end{cases}$$

ضمناً ارزش  $\sqrt{25+4} \neq 5+2$  درست است پس ارزش کل گزاره (ب) نادرست است، چون گزاره‌ای عطفی است و برای درستی آن هر دو گزاره تشکیل دهنده آن باید درست باشند.

ارزش گزاره (پ) درست است و در نهایت ارزش گزاره (ت) هم درست است، چون مقدم آن نادرست است.

۴

۳

۲ ✓

۱

-۵۶

(فرزاد روشنی، گزاره‌ها و ترکیب گزاره‌ها، صفحه‌ی ۲ تا ۱۱)

$$(\sim p \vee q) \Rightarrow (p \wedge q)$$

می‌دانیم  $p \Rightarrow q \equiv (\sim p \vee q)$  است، لذا داریم:

$$(\sim p \vee q) \Rightarrow (p \wedge q) \equiv \sim(\sim p \vee q) \vee (p \wedge q)$$

طبق قانون دمورگان داریم:

$$\sim(p \vee q) \equiv \sim p \wedge \sim q$$

$$\sim(\sim p \vee q) \vee (p \wedge q) \equiv (\sim(\sim p) \wedge \sim q) \vee (p \wedge q)$$

$$\equiv (p \wedge \sim q) \vee (p \wedge q) \equiv p \wedge (\underbrace{\sim q \vee q}_T) \equiv p \wedge T \equiv p$$

۴

۳ ✓

۲

۱

-۵۷

(همید زرین‌کفش، استدلال ریاضی، صفحه‌ی ۱۲ و ۱۳)

اگر عدد مورد نظر را  $x$  در نظر بگیریم، حاصل ضرب آن در خودش معادل  $x \times x = x^2$  است که از ۳ برابر آن که معادل  $3x$  است چهار واحد کمتر است یعنی  $3x - 4$  برابر  $x^2$  است.

$$x^2 = 3x - 4$$

۴

دانلود از کتابت ریاضی سرا ✓ ۳

۱

-۵۸

(فرداد روشنی، استدلال ریاضی، صفحه‌ی ۱۴ تا ۱۷)

اگر دو خط منطبق باشند، موازی‌اند و در بی‌شمار نقطه همدیگر را قطع می‌کنند.  
گزینه‌های دیگر درست هستند. به‌عنوان تمرین بیشتر خودتان بررسی کنید.

۴

۳

۲ ✓

۱

-۵۹

(امیر زرائدوز، توابع ثابت، چند ضابطه‌ای و همانی، صفحه‌ی ۲۵ تا ۲۷)

اگر مقدار تابع ثابت را  $f(x) = c$  در نظر بگیریم، داریم:

$$f(5) + f(3) + f(x) = 6 \xrightarrow{f(x)=c} c + c + c = 6 \Rightarrow 3c = 6 \Rightarrow c = 2$$

پس  $f(x) = 2$  است حال داریم:

$$f(-5) + f(-3) = 2 + 2 = 4$$

۴

۳

۲

۱ ✓

-۶۰

(عمید زرین‌کفش، توابع ثابت، چند ضابطه‌ای و همانی، صفحه‌ی ۲۵ تا ۲۷)

در تابع ثابت همواره مقدار تابع به‌ازای هر مقدار ورودی، مقداری ثابت است. حال اگر ضابطه‌ی تابع ثابت را  $f(x) = c$  در نظر بگیریم، به بررسی تک‌تک گزینه‌ها می‌پردازیم:

$$۱) f(a+b) = f(a) + f(b) \Rightarrow c = c + c \Rightarrow c = 2c \Rightarrow c = 0$$

$$۲) f(kx) = kf(x) \Rightarrow c = kc \Rightarrow (k-1)c = 0 \Rightarrow \begin{cases} c = 0 \\ k = 1 \end{cases}$$

$$۳) f(ab) = f(a)f(b) \Rightarrow c = c \times c \Rightarrow c = c^2 \Rightarrow \begin{cases} c = 0 \\ c = 1 \end{cases}$$

۴)  $f(a+b) = f(a-b) \Rightarrow c = c$ . به‌ازای هر مقدار  $c$  برقرار است.

دقت کنید که گزینه‌های (۱) و (۲) و (۳) به‌ازای مقادیر خاصی از  $c$  برقرار می‌باشند و همواره برقرار نمی‌باشند و تنها گزینه (۴) است که به‌ازای هر مقدار حقیقی  $c$  برقرار است.

۴ ✓

۳

۲

۱

-۶۱

(فرداد روشنی، گردآوری داده‌ها، صفحه‌ی ۹۲ و ۹۳)

برای جمع‌آوری داده‌ها استفاده از دادگان روش مناسب‌تری است چون کپی‌شناسنامه آن‌ها در پرونده موجود است.

۴

۳ ✓

۲

۱

-۶۲

(امیر مهوریان، گردآوری داده‌ها، صفحه‌ی ۹۶ و ۹۷)

سرعت اتومبیل‌ها متغیری کمی است زیرا قابل اندازه‌گیری است و با مقادیری عددی ارائه می‌شود و هم‌چنین اختلاف و نسبت بین اعداد نیز با معناست. نوع گل‌های باغچه نیز کیفی است و چون ترتیب خاصی ندارد، کیفی اسمی است.

تشریح گزینه‌های دیگر:

گزینه‌ی «۱»: قد دانش‌آموزان پایه دهم کمی نسبتی است. تحصیلات افراد کیفی ترتیبی است.

گزینه‌ی «۳»: معدل دانش‌آموزان یک کلاس کمی نسبتی است.

گزینه‌ی «۴»: رنگ چشم دانشجویان یک دانشگاه کیفی اسمی است.

۴

۳

۲ ✓

۱

-۶۳

(فرداد روشنی، گردآوری داده‌ها، صفحه‌ی ۹۵)

$$\text{تعداد افراد با تحصیلات بالاتر از لیسانس} = \frac{۱۵۰}{۵۰۰} = ۰/۳ = \text{پارامتر جامعه}$$

$$\text{تعداد افراد با تحصیلات بالاتر از لیسانس در نمونه} = \frac{۲۰۰ - ۱۲۰}{۲۰۰} = \frac{۸۰}{۲۰۰} = ۰/۴ = \text{آماره نمونه}$$

۴

۳

۲ ✓

۱

-۶۴

(فرداد روشنی، معیارهای گرایش به مرکز، صفحه‌ی ۱۰۲)

برای رأی‌گیری‌ها از شاخص مد استفاده می‌شود و مد هم شاخصی است که گاهی منحصر به فرد نیست.

۴

۳

۲ ✓

۱

-۶۵

(کوروش داودی، معیارهای گرایش به مرکز، صفحه‌ی ۱۰۱ تا ۱۰۴)

ابتدا داده‌ها را مرتب می‌کنیم:

۲, ۳, ۳, ۵, ۷, ۹, ۱۵, ۱۸, ۲۰, ۲۵

تعداد داده‌ها زوج می‌باشند، پس میانه عبارتست از میانگین دو داده وسطی پس:

$$\text{میانگین دو داده‌های قبل از ۸ عبارتند از: } ۲, ۳, ۳, ۵, ۷ = \frac{۷+۹}{۲} = \frac{۱۶}{۲} = ۸$$

$$\text{میانگین} = \frac{x_1 + x_2 + \dots + x_n}{n} = \frac{۲+۳+۳+۵+۷}{۵} = \frac{۲۰}{۵} = ۴$$

۴

۳

۲

۱ ✓

۶۶-

(فرداد روشنی، معیارهای گرایش به مرکز، صفحه‌های ۱۰۱ و ۱۰۲)

در حالت اول با توجه به رابطه میانگین مجموع داده‌های  $x_1, x_2, \dots, x_{20}$  را می‌یابیم:

$$\bar{x} = \frac{x_1 + \dots + x_{20}}{20} = 7 \Rightarrow x_1 + x_2 + \dots + x_{20} = 140 \quad (1)$$

حال با اضافه کردن داده‌های  $6/5$  و  $7$  و  $7/5$  داریم:

$$\bar{x} \text{ جدید} = \frac{x_1 + \dots + x_{20} + 6/5 + 7 + 7/5}{20 + 3}$$

$$\xrightarrow{(1)} \bar{x} \text{ جدید} = \frac{140 + 21}{23} = \frac{161}{23} = 7$$

۴

۳

۲

۱

۶۷-

(فرداد روشنی، معیارهای پراکندگی، صفحه‌های ۱۱۰ و ۱۱۱)

چون  $\frac{3}{4}$  داده‌ها کوچک‌تر از چارک سوم هستند.

$$\frac{x_9 + x_{10}}{2} = \text{چارک سوم} \Rightarrow n \times \frac{3}{4} = 9 \Rightarrow n = 12$$

پس تعداد کل داده‌ها ۱۲ تا است.

۴

۳

۲

۱

۶۸-

(فرداد روشنی، معیارهای پراکندگی، صفحه‌های ۱۰۵ تا ۱۰۷)

ابتدا میانگین داده‌ها را به دست می‌آوریم:

$$\bar{x} = \frac{5 + 6 + 7 + 8 + 9}{5} = \frac{35}{5} = 7$$

$$\sigma^2 = \frac{(x_1 - \bar{x})^2 + (x_2 - \bar{x})^2 + \dots + (x_5 - \bar{x})^2}{5}$$

$$\Rightarrow \sigma^2 = \frac{(5-7)^2 + (6-7)^2 + (7-7)^2 + (8-7)^2 + (9-7)^2}{5}$$

$$\Rightarrow \sigma^2 = \frac{4 + 1 + 0 + 1 + 4}{5} = \frac{10}{5} = 2$$

نکته: واریانس ۵ داده متوالی همواره ۲ است و واریانس ۷ داده متوالی برابر ۴ است.

۴

۳

۲

۱

(امیر زرانروز، معیارهای پراکندگی، صفحه‌ی ۱۰۵ تا ۱۰۷)

$$\sigma^2 = 0 \Rightarrow \text{تمام داده‌ها برابرند} \Rightarrow a = b = c = d = e = 3$$

$$\text{داده‌های جدید: } \begin{cases} a = 3 \\ b + 1 = 3 + 1 = 4 \\ c + 2 = 3 + 2 = 5 \\ d + 3 = 3 + 3 = 6 \\ e + 4 = 3 + 4 = 7 \end{cases}$$

$$\bar{x} = \frac{\text{مجموع}}{\text{تعداد}} = \frac{3+4+5+6+7}{5} = \frac{25}{5} = 5$$

$$\sigma^2 = \frac{(3-5)^2 + (4-5)^2 + (5-5)^2 + (6-5)^2 + (7-5)^2}{5}$$

$$= \frac{4+1+0+1+4}{5} = \frac{10}{5} = 2 \xrightarrow{\text{جذر}} \sigma = \sqrt{2} \text{ انحراف معیار}$$

۴

۳

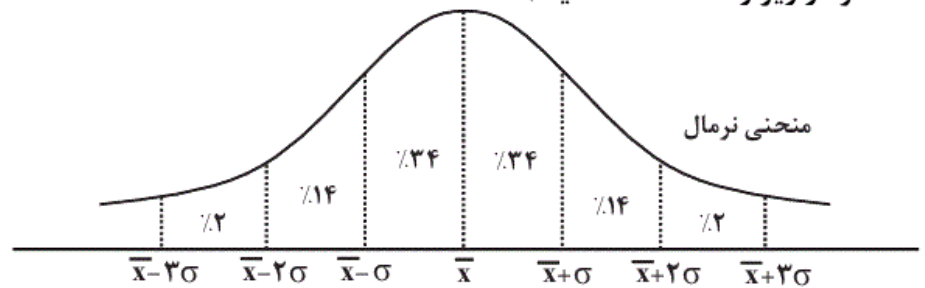
۲ ✓

۱

آزمون 16 شهریور

(امیر زرانروز، معیارهای پراکندگی، صفحه‌ی ۱۰۷ تا ۱۰۹)

طبق شکل زیر، باید درصدهای ۳۴، ۳۴ و ۱۴ را با هم جمع کنیم:  
(اعداد نمودار زیر را حتماً حفظ کنید.)



$$\text{درصد خواسته شده} = 34\% + 34\% + 14\% = 82\%$$

۴ ✓

۳

۲

۱

آزمون 16 شهریور