



سایت ویژه ریاضیات www.riazisara.ir

درسنامه ها و جزوه های ریاضی

سوالات و پاسخنامه تشریحی کنکور

نمونه سوالات امتحانات ریاضی

نرم افزارهای ریاضیات

...

(@riazisara)

ریاضی سرا در تلگرام:



<https://t.me/riazisara>

(@riazisara.ir) ریاضی سرا در اینستاگرام:



<https://www.instagram.com/riazisara.ir>

۸۱- طول مسیری که نوک برفپاک‌کنی به طول $\frac{3}{\pi}$ متر پس از طی زاویه 40° طی می‌کند، تقریباً چند سانتی‌متر است؟
($\pi \approx 3/14$)

- (۱) ۶۰ (۲) ۶۷ (۳) ۷۶ (۴) ۵۷

شما پاسخ نداده اید

۸۲- مقدار تقریبی متمم و مکمل زاویه 20° بر حسب رادیان، به ترتیب در کدام گزینه آمده است؟ ($\pi \approx 3$)

- (۱) $\frac{8}{3}$ و $\frac{4}{3}$ (۲) $\frac{11}{6}$ و $\frac{4}{3}$ (۳) $\frac{11}{6}$ و $\frac{7}{6}$ (۴) $\frac{8}{3}$ و $\frac{7}{6}$

شما پاسخ نداده اید

۸۳- مقدار عبارت $A = \sin^2 \frac{\pi}{10} + \sin^2 \frac{\pi}{5} + \sin^2 \frac{3\pi}{10} + \sin^2 \frac{2\pi}{5}$ کدام است؟

- (۱) ۱ (۲) ۲ (۳) $\frac{3}{2}$ (۴) $\frac{3}{5}$

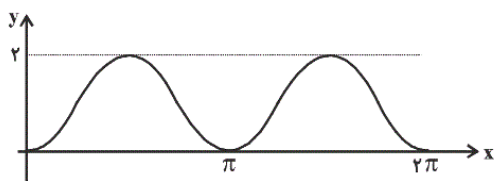
شما پاسخ نداده اید

۸۴- در مثلث ABC رابطه $\tan(\hat{B} + 30^\circ) \tan(\hat{C} + 30^\circ) = 1$ برقرار است. کدام گزینه در مورد \hat{A} درست است؟

- (۱) $\hat{A} = 150^\circ$ (۲) $\hat{A} = 120^\circ$ (۳) $\hat{A} = 60^\circ$ (۴) $\hat{A} = 30^\circ$

شما پاسخ نداده اید

۸۵- نمودار زیر مربوط به کدام تابع است؟



(۲) $y = 2 \cos^2 x$

(۱) $y = \cos 2x$

(۴) $y = 2 \sin^2 x$

(۳) $y = \sin 2x$

شما پاسخ نداده اید

۸۶- اگر $\sin \alpha = \frac{3}{5}$ ، $\cos \beta = \frac{1}{5}$ ، $\frac{\pi}{2} < \alpha < 2\pi$ و $\frac{3\pi}{4} < \beta < 2\pi$ آن‌گاه مقدار $25 \cos(\alpha + \beta) + 4$ کدام است؟

- (۱) $6\sqrt{6}$ (۲) $-6\sqrt{6}$ (۳) $6\sqrt{6} + 8$ (۴) $-6\sqrt{6} + 8$

شما پاسخ نداده اید

۸۷- عبارت $\sin 88^\circ - \sin 59^\circ - \sin 92^\circ + \sin 61^\circ$ برابر با کدام گزینه است؟

- (۱) $\sin 1^\circ$ (۲) $\cos 1^\circ$ (۳) $\sin 2^\circ$ (۴) $\cos 2^\circ$

شما پاسخ نداده اید

۸۸- اگر $\tan\left(\frac{\pi}{4} - x\right) + \cot\left(\frac{\pi}{4} - x\right) = b$ باشد، آن‌گاه مقدار $\cos 2x$ کدام است؟ ($b \neq 0$)

- (۱) $2b$ (۲) $\frac{b}{2}$ (۳) $\frac{2}{b}$ (۴) $b + 2$

۸۹- بیشترین مقدار عبارت $A = \sin \alpha + \cos \alpha$ با شرط $0 < \alpha < 90^\circ$ کدام است؟

- (۱) $\sqrt{2}$ (۲) ۱ (۳) ۲ (۴) $2\sqrt{2}$

شما پاسخ نداده اید

۹۰- حاصل عبارت $\sin 20^\circ (\tan 40^\circ + \tan 50^\circ)$ کدام است؟

- (۱) $2 \sin 10^\circ$ (۲) $2 \cos 10^\circ$ (۳) $4 \sin 10^\circ$ (۴) $4 \cos 10^\circ$

شما پاسخ نداده اید

ریاضی یازدهم- تابستان ، هندسه 2 ، - 13970602

۹۱- محیط یک مثلث ۵۴ و محیط تصویر آن در یک تجانس ۳۶ است. مساحت تصویر مربعی به قطر $\sqrt{8}$ در این تجانس کدام است؟

- (۱) $\frac{16}{9}$ (۲) $\frac{9}{4}$ (۳) ۹ (۴) ۱۶

شما پاسخ نداده اید

۹۲- نقطه M را در تجانسی به مرکز O و نسبت تجانس $-\frac{3}{4}$ تصویر می‌کنیم تا نقطه M' به دست آید. سپس نقطه M' را تحت

انتقال با بردار V تصویر می‌کنیم تا نقطه M'' حاصل شود. اگر M'' تصویر M در یک تجانس به مرکز O' و نسبت تجانس

$-\frac{3}{2}$ بوده و طول OO' برابر $\frac{12}{5}$ باشد، طول بردار V کدام است؟ (بردارهای \vec{V} و \vec{OM} هم‌راستا نیستند.)

- (۱) ۵ (۲) ۶ (۳) ۱۲ (۴) ۱۰

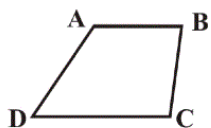
شما پاسخ نداده اید

۹۳- اگر داشته باشیم $T(T(T(A))) = A$ ، آن‌گاه T کدام تبدیل می‌تواند باشد؟ (نقطه A روی خط d یا نقطه O واقع

نیست.)

- (۱) دوران 240° درجه به مرکز O (۲) تجانس به مرکز O و با نسبت (-۱)
(۳) بازتاب نسبت به خط d (۴) انتقال با بردار غیرصفر

شما پاسخ نداده اید



۹۴- یک تجانس مستقیم به مرکز O و با نسبت k ($0 < k < 1$)، دو رأس از دوزنقه ABCD را بر دو رأس

دیگر تصویر می‌کند. اگر $AB \parallel CD$ و $AB < CD$ ، کدام حالت درست است؟

- (۱) A مجانس B و D مجانس C (۲) B مجانس A و C مجانس D (۳) A مجانس D و B مجانس C (۴) D مجانس A و C مجانس B

شما پاسخ نداده اید

۹۵- در یک تجانس، نقطه $A'(-1, 5)$ ، مجانس نقطه $A(-1, -1)$ و نقطه $B'(5, -4)$ ، مجانس نقطه $B(1, -4)$ است. نسبت تجانس چقدر است؟

- (۱) ۱ (۲) ۲ (۳) ۳ (۴) ۴

شما پاسخ نداده اید

۹۶- ترکیبی از کدام دو تبدیل زیر، می‌تواند طولی نباشد ولی شیب خطها را لزوماً حفظ می‌کند؟

- (۱) انتقال و بازتاب نسبت به خط (۲) بازتاب نسبت به خط و دوران (۳) تجانس و دوران (۴) انتقال و تجانس

شما پاسخ نداده اید

۹۷- اگر $A'B'C'D'$ مجانس مربع $ABCD$ تحت تجانس به مرکز A و نسبت $k=2$ و $A''B''C''D''$ مجانس $A'B'C'D'$ تحت تجانس به

مرکز C و نسبت $k'=-\frac{1}{4}$ باشد، مساحت سطح محصور بین $A'B'C'D'$ و $A''B''C''D''$ ، چند برابر مساحت $ABCD$ است؟



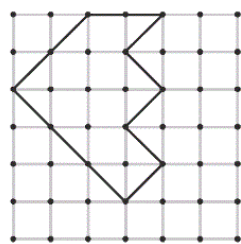
۴ (۴)

۳ (۳)

۲ (۲)

۱ (۱)

شما پاسخ نداده اید



۹۸- بیشترین مقدار مساحتی که با جابه‌جا کردن اضلاع چندضلعی مقابل (بدون کم و زیاد کردن طول آنها) می‌توان به دست آورد، کدام است؟

۱۶ (۲)

۱۵ (۱)

۱۸ (۴)

۱۷ (۳)

شما پاسخ نداده اید

۹۹- در مستطیل $ABCD$ ($BC=12, AB=16$)، محل تلاقی قطرهای E و F به ترتیب وسط OA و OC هستند. متحرکی از E به

سمت F حرکت می‌کند به شرطی که با AD و DC برخورد کند، طول کوتاهترین مسیری که این متحرک می‌پیماید، کدام است؟

۲۰ (۴)

۱۸ (۳)

۱۶ (۲)

۱۲ (۱)

شما پاسخ نداده اید

۱۰۰- دوزنقه متساوی‌الساقین $ABCD$ با قاعده‌های $AB=5$ و $CD=8$ و مساحت ۳۹ مفروض است. اگر M نقطه دلخواهی روی

قاعده CD باشد، کم‌ترین مقدار $MA+MB$ کدام است؟

۱۵ (۴)

۱۴ (۳)

۱۳ (۲)

۱۲ (۱)

شما پاسخ نداده اید

ریاضی یازدهم- تابستان، آمار و احتمال، - 13970602

۱۰۱- اگر میانگین یک سری داده را از کلیه داده‌ها کم کنیم، میانگین اعداد حاصل کدام است؟

-۱ (۲)

صفر (۱)

نامشخص (۴)

۱ (۳)

شما پاسخ نداده اید

۱۰۲- میانگین داده‌های جدول زیر کدام است؟

حدود طبقات	۰-۴	۴-۸	۸-۱۲	۱۲-۱۶	۱۶-۲۰	۲۰-۲۴
فراوانی نسبی	۰/۱	۰/۱۵	۰/۲۵	۰/۳	۰/۱۵	۰/۰۵

۱۱/۲ (۲)

۱۰/۵ (۱)

۱۱/۶ (۴)

۱۰/۸ (۳)

شما پاسخ نداده اید

۱۰۳- میانگین ۴ درس یک دانش آموز هر کدام با ضریب ۱، برابر ۱۵/۵ است. نمرهٔ درس پنجم وی که با ضریب ۲ منظور می‌گردد، چه عددی باشد تا میانگین ۵ درس او ۱۶/۵ گردد؟

- (۱) ۱۸/۲۵
(۲) ۱۸/۵
(۳) ۱۸/۷۵
(۴) ۱۸

شما پاسخ نداده اید

۱۰۴- داده‌های یک تحقیق آماری را در ۸ دسته، دسته‌بندی کرده‌ایم. اگر $(b, 3]$ حدود دستهٔ دوم و $(a, 9]$ حدود دستهٔ پنجم باشند، مرکز دستهٔ آخر کدام است؟

- (۱) ۱۱/۷۵
(۲) ۱۳/۲۵
(۳) ۱۲/۲۵
(۴) ۱۲/۷۵

شما پاسخ نداده اید

۱۰۵- جدول فراوانی تعدادی دادهٔ آماری به صورت زیر داده شده است. در نمودار دایره‌ای این داده‌ها، زاویهٔ نظیر دستهٔ سوم چند درجه است؟

دسته‌ها	۱۰/۴-۱۱/۶	۱۱/۶-۱۲/۸	۱۲/۸-x	x-۱۵/۲
فراوانی	۹	x+۶	۱۵	x+۲

- (۱) ۷۵
(۲) ۱۲۰
(۳) ۹۰
(۴) قابل محاسبه نیست.

شما پاسخ نداده اید

۱۰۶- میانگین چند دادهٔ آماری برابر ۵ است. اگر تمام داده‌ها را دو برابر کنیم، واریانس آنها تغییر نمی‌کند. دامنهٔ تغییرات این داده‌ها کدام است؟

- (۱) ۵
(۲) ۱۰
(۳) صفر
(۴) به تعداد داده‌ها بستگی دارد.

شما پاسخ نداده اید

۱۰۷- در سه گروه داده که گروه اول شامل اعداد ۱، ۲، ۳، ۴، ۵، گروه دوم شامل اعداد ۳، ۶، ۹، ۱۲، ۱۵ و گروه سوم شامل اعداد ۱۶، ۱۷، ۱۸، ۱۹، ۲۰ می‌باشد، واریانس داده‌های کدام گروه بیش تر است؟

- (۱) گروه اول
(۲) گروه دوم
(۳) گروه سوم

(۴) واریانس سه گروه یکسان است.

شما پاسخ نداده اید

۱۰۸- در ۶ داده آماری مرتب شده با دامنه تغییرات ۱۲ و میانگین $\sqrt{33}$ ، تفاضل میانگین از داده‌ها به ترتیب $a, 3, 1, 0, -2, b$ است.

ضریب تغییرات این داده‌ها تقریباً چقدر است؟

۰/۸۷ (۴)

۰/۶۷ (۳)

۰/۴۴ (۲)

۰/۶۰ (۱)

شما پاسخ نداده اید

۱۰۹- شخصی ۱۲ درس دارد که در نمودار جعبه‌ای نمرات او، میانگین نمرات داخل جعبه ۱۵ و میانگین نمرات قبل و بعد از جعبه به

ترتیب ۱۰ و ۱۷ می‌باشد. میانگین کل نمرات او کدام است؟

۱۴/۲۵ (۲)

۱۴ (۱)

۱۴/۸ (۴)

۱۴/۵ (۳)

شما پاسخ نداده اید

۱۱۰- میانگین و انحراف معیار حقوق در یک سازمان به ترتیب ۱۲ و ۴ میلیون ریال است. اگر حقوق کارکنان این سازمان ۲۵ درصد اضافه

شود، ضریب تغییرات حقوق چگونه تغییر می‌کند؟

(۱) نصف می‌شود.

(۲) تغییر نمی‌کند.

(۳) چهار برابر می‌شود.

(۴) ۲۵ درصد افزایش می‌یابد.

شما پاسخ نداده اید

(عزیزاله علی اصغری)

ابتدا زاویه 40° را بر حسب رادیان می‌نویسیم:

$$\frac{R}{\pi} = \frac{D}{180^\circ} \Rightarrow \frac{R}{\pi} = \frac{40^\circ}{180^\circ} \Rightarrow R = \frac{2}{9}\pi$$

مسیری که برف‌پاک‌کن طی می‌کند، به صورت قسمتی از یک کمان با شعاعی به طول برف‌پاک‌کن است. طول کمان را بدست می‌آوریم:

$$L = r\theta \xrightarrow[r = \frac{2}{\pi}]{\theta = \frac{2}{9}\pi} L = \frac{2}{3}m$$

$$\Rightarrow L \approx 67cm$$

(حسابان ۱ - مثلثات: صفحه‌های ۹۱ تا ۹۷)

۴

۳

۲

۱

متمم زاویه ۲۰° برابر ۷۰° است. زاویه ۷° را بر حسب رادیان می نویسیم.

$$\frac{R}{\pi} = \frac{D}{۱۸۰^\circ}$$

$$\frac{R}{\pi} = \frac{۷^\circ}{۱۸۰^\circ} \Rightarrow R = \frac{۷\pi}{۱۸} \stackrel{\pi=۳}{=} \frac{۷}{۶} \text{ رادیان}$$

اختلاف مکمل و متمم هر زاویه برابر $\frac{\pi}{۲}$ است. بنابراین داریم:

$$\frac{۷\pi}{۱۸} + \frac{\pi}{۲} = \frac{۸\pi}{۹} \stackrel{\pi=۳}{=} \frac{۸}{۳} \text{ رادیان}$$

(مسئله ۱ - مثلثات: صفحه های ۹۱ تا ۹۷)

 ۴

 ۳

 ۲

 ۱

(کاظم اجلالی)

ابتدا توجه کنید که:

$$\frac{\pi}{۱۰} + \frac{۲\pi}{۵} = \frac{\pi}{۲} \text{ و } \frac{\pi}{۵} + \frac{۳\pi}{۱۰} = \frac{\pi}{۲}$$

بنابراین:

$$\begin{aligned} A &= \sin^2 \frac{\pi}{۱۰} + \sin^2 \frac{۲\pi}{۵} + \sin^2 \frac{\pi}{۵} + \sin^2 \frac{۳\pi}{۱۰} \\ &= \sin^2 \frac{\pi}{۱۰} + \cos^2 \frac{\pi}{۱۰} + \sin^2 \frac{\pi}{۵} + \cos^2 \frac{\pi}{۵} = ۱ + ۱ = ۲ \end{aligned}$$

(مسئله ۱ - مثلثات: صفحه های ۹۸ تا ۱۰۴)

 ۴

 ۳

 ۲

 ۱

$$\tan(B + 30^\circ) = \frac{1}{\tan(C + 30^\circ)}$$

$$\Rightarrow \tan(B + 30^\circ) = \cot(C + 30^\circ)$$

$$\Rightarrow \tan(B + 30^\circ) = \tan(90^\circ - C - 30^\circ) = \tan(60^\circ - C)$$

$$\Rightarrow \hat{B} + 30^\circ = 60^\circ - \hat{C}$$

$$\Rightarrow \hat{B} + \hat{C} = 30^\circ$$

$$\xrightarrow{\hat{A} + \hat{B} + \hat{C} = 180^\circ} \hat{A} = 150^\circ$$

(مسأله ۱ - مثلثات: صفحه‌های ۹۸ تا ۱۰۴)

۴

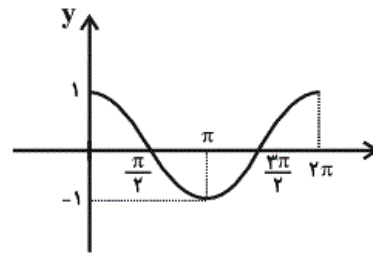
۳

۲

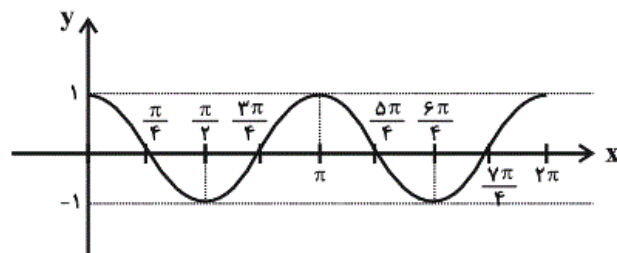
۱ ✓

روش اول:

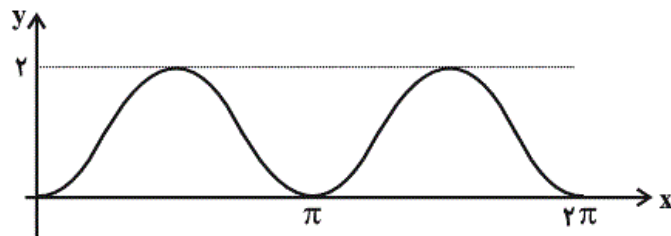
$$y = 2 \sin^2 x = 1 - \cos 2x$$

ابتدا نمودار $y = \cos x$ را رسم کرده

در مرحله بعد برای رسم $y = \cos 2x$ نمودار فوق در راستای محور x ها منقبض می‌شود و به صورت زیر در می‌آید:



در مرحله بعد نمودار فوق را نسبت به محور x ها قرینه کرده تا به $y = -\cos 2x$ برسیم و سپس یک واحد در راستای محور y ها آن را بالا برده تا به نمودار موجود در متن سؤال برسیم.



روش دوم:

اینگونه سؤالات را با عدد گذاری خیلی ساده تر می‌توان حل کرد.

$$y(0) = 0$$

بنابراین گزینه‌های «۱» و «۲» نادرست هستند. از طرفی $y\left(\frac{\pi}{2}\right) = 2$ و

گزینه «۳» نادرست می‌شود. بنابراین گزینه «۴» صحیح است

(حسابان ۱ - مثلثات: صفحه‌های ۱۰۵ تا ۱۱۲)

 ۴

 ۳

 ۲

 ۱

ابتدا توجه کنید که

$$\sin^2 \alpha + \cos^2 \alpha = 1 \Rightarrow \frac{9}{25} + \cos^2 \alpha = 1$$

چون $\sin \alpha$ مثبت است، پس $\frac{\pi}{2} < \alpha < \pi$ است در نتیجه:

$$\cos^2 \alpha = \frac{16}{25} \Rightarrow \cos \alpha = -\frac{4}{5}$$

چون β در ناحیه چهارم است، پس $\sin \beta$ آن منفی است. در نتیجه:

$$\sin^2 \beta + \cos^2 \beta = 1 \Rightarrow \sin^2 \beta + \frac{1}{25} = 1$$

$$\Rightarrow \sin^2 \beta = \frac{24}{25} \Rightarrow \sin \beta = -\frac{2\sqrt{6}}{5}$$

بنابراین:

$$\cos(\alpha + \beta) = \cos \alpha \cos \beta - \sin \alpha \sin \beta$$

$$= -\frac{4}{5} \times \frac{1}{5} - \frac{3}{5} \left(-\frac{2\sqrt{6}}{5} \right) = \frac{6\sqrt{6} - 4}{25}$$

$$\Rightarrow 25 \cos(\alpha + \beta) = 6\sqrt{6} - 4$$

$$\Rightarrow 25 \cos(\alpha + \beta) + 4 = 6\sqrt{6}$$

(مسابقه ۱ - مثلثات: صفحه‌های ۹۸ تا ۱۱۲)

۴

۳

۲

۱ ✓

(سید عادل حسینی)

$$\begin{aligned} & \sin(90^\circ - 2^\circ) - \sin(60^\circ - 1^\circ) - \sin(90^\circ + 2^\circ) + \sin(60^\circ + 1^\circ) \\ &= \cancel{\cos 2^\circ} - \cancel{\sin 60^\circ \cos 1^\circ} + \cos 60^\circ \sin 1^\circ \\ & \quad - \cancel{\cos 2^\circ} + \cancel{\sin 60^\circ \cos 1^\circ} + \cos 60^\circ \sin 1^\circ \\ &= 2 \cos 60^\circ \sin 1^\circ = \sin 1^\circ \end{aligned}$$

(مسابقه ۱ - مثلثات: صفحه‌های ۹۸ تا ۱۱۲)

۴

۳

۲

۱ ✓

(سعید بعفری کافی آباد)

-۸۸

$$\begin{aligned} \tan \alpha + \cot \alpha &= \frac{2}{\sin 2\alpha} \\ \Rightarrow \tan\left(\frac{\pi}{4} - x\right) + \cot\left(\frac{\pi}{4} - x\right) &= \frac{2}{\sin 2\left(\frac{\pi}{4} - x\right)} \\ &= \frac{2}{\sin\left(\frac{\pi}{2} - 2x\right)} = \frac{2}{\cos 2x} = b \Rightarrow \cos 2x = \frac{2}{b} \end{aligned}$$

(مسابقه ۱ - مثلثات: صفحه‌های ۹۸ تا ۱۱۲)

۴

۳ ✓

۲

۱

$$A^2 = \sin^2 \alpha + \cos^2 \alpha + \sin 2\alpha = 1 + \sin 2\alpha$$

$$\Rightarrow A^2 - 1 = \sin 2\alpha$$

$$0 < \alpha < 90^\circ \Rightarrow 0 < 2\alpha < 180^\circ \Rightarrow 0 < \sin 2\alpha \leq 1$$

$$\Rightarrow 0 < A^2 - 1 \leq 1 \Rightarrow 1 < A^2 \leq 2$$

$$\Rightarrow 1 < A \leq \sqrt{2}$$

(مسئله ۱ - مثلثات: صفحه‌های ۹۸ تا ۱۱۲)

 ۴

 ۳

 ۲

 ۱

(سید عادل حسینی)

-۹۰

$$\sin 2^\circ \left(\frac{\sin 4^\circ}{\cos 4^\circ} + \frac{\sin 5^\circ}{\cos 5^\circ} \right)$$

$$= \sin 2^\circ \left(\frac{\sin 4^\circ \cos 5^\circ + \sin 5^\circ \cos 4^\circ}{\cos 4^\circ \cos 5^\circ} \right)$$

$$= \sin 2^\circ \frac{\sin(4^\circ + 5^\circ)}{\cos 4^\circ \cos 5^\circ} = \sin 2^\circ \times \frac{1}{\cos 4^\circ \sin 4^\circ}$$

$$= \frac{2 \sin 2^\circ}{\sin 8^\circ} = \frac{4 \sin 1^\circ \cos 1^\circ}{\cos 1^\circ} = 4 \sin 1^\circ$$

(مسئله ۱ - مثلثات: صفحه‌های ۹۸ تا ۱۱۲)

 ۴

 ۳

 ۲

 ۱

$$\frac{P'}{P} = k \Rightarrow \frac{۳۶}{۵۴} = k \Rightarrow k = \frac{۲}{۳}$$

$$d = a\sqrt{۲} \Rightarrow \sqrt{۸} = a\sqrt{۲} \Rightarrow a = ۲ \Rightarrow S = a^2 = ۴$$

$$\frac{S'}{S} = k^2 \Rightarrow \frac{S'}{۴} = \frac{۴}{۹} \Rightarrow S' = \frac{۱۶}{۹}$$

(هندسه ۲ - تبدیل‌های هندسی و کاربردها: صفحه‌های ۴۵ تا ۵۰)

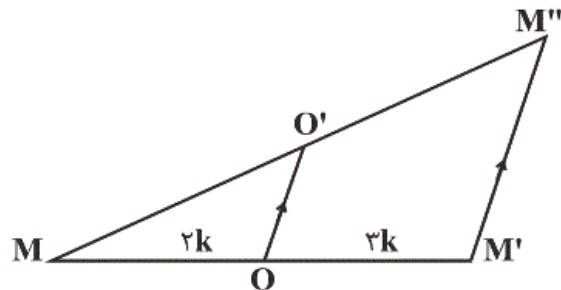
 ۴

 ۳

 ۲

 ۱

(عباس اسری امیرآبادی)



M'' تصویر M در تجانس به مرکز O' و نسبت تجانس $\frac{۳}{۲}$ است.

$$\frac{O'M''}{O'M} = \frac{OM'}{OM} = \frac{۳}{۲} \Rightarrow OO' \parallel M'M''$$

بنا به قضیه تالس در مثلث $MM'M''$ داریم:

$$\frac{OO'}{M'M''} = \frac{MO}{MM'} = \frac{۲k}{۵k} \Rightarrow \frac{۱۲}{۵} = \frac{۲}{۵} \Rightarrow M'M'' = ۶$$

(هندسه ۲ - تبدیل‌های هندسی و کاربردها: صفحه‌های ۴۵ تا ۵۰)

 ۴

 ۳

 ۲

 ۱

گزینه «۱»: سه بار دوران با زاویه 240° درجه، معادل با دوران 720° درجه است. بنابراین تصویر A بر خودش منطبق می‌شود.

گزینه «۲»: در سه بار تجانس به مرکز O و با نسبت (-1) ، تصویر نقطه A بر خودش منطبق نمی‌شود.

گزینه «۳»: در بازتاب نسبت به خط، اگر نقطه A روی خط واقع نشده باشد، با سه بار بازتاب، تصویر آن بر خودش منطبق نمی‌شود.

گزینه «۴»: سه بار انتقال با بردار غیر صفر \vec{V} ، همان انتقال با بردار $3\vec{V}$ است، پس تصویر A بر خودش منطبق نمی‌شود.

(هندسه ۲ - تبدیل‌های هندسی و کاربردها: صفحه‌های ۴۵ تا ۵۰)

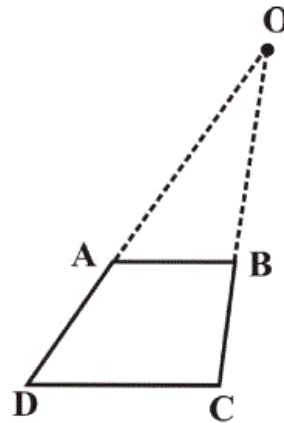
 ۴

 ۳

 ۲

 ۱

می‌دانیم اگر A' مجانس نقطه A به مرکز تجانس O باشد، آنگاه نقطه‌های O ، A و A' روی یک خط قرار می‌گیرند و به طور مشابه اگر B' مجانس B به مرکز تجانس O باشد، آنگاه نقطه‌های O ، B و B' روی یک خط راست قرار دارند و از اینجا نتیجه می‌شود که در دو شکل مجانس، خط‌هایی که نقطه‌های نظیر را به هم وصل می‌کنند، یکدیگر را در مرکز تجانس، قطع می‌کنند. از طرفی در ذوزنقه $ABCD$ ، با توجه به موازی بودن قاعده‌ها و غیرموازی بودن ساق‌ها نتیجه می‌شود که مرکز تجانس یعنی نقطه O برخورد امتداد ساق‌های ذوزنقه است که همیشه در طرف نزدیک‌تر به قاعده کوچک‌تر یعنی قاعده AB قرار دارد و با توجه به مثبت بودن نسبت تجانس. مرکز تجانس نمی‌تواند محل برخورد قطرهای باشد.



با توجه به $0 < k < 1$ نتیجه می‌شود که A مجانس D و نقطه B مجانس C می‌باشد.

(هندسه ۲ - تبدیل‌های هندسی و کاربردها: صفحه‌های ۴۵ تا ۵۰)

 ۴

 ۳

 ۲

 ۱

نسبت تجانس با نسبت $\frac{A'B'}{AB}$ برابر است. بنابراین داریم:

$$\left. \begin{aligned} A'B' &= \sqrt{(5 - (-1))^2 + (-4 - 5)^2} = 3\sqrt{13} \\ AB &= \sqrt{(1 - (-1))^2 + (-4 - (-1))^2} = \sqrt{13} \end{aligned} \right\}$$

$$\Rightarrow \frac{A'B'}{AB} = \frac{3\sqrt{13}}{\sqrt{13}} = 3 \Rightarrow k = 3$$

(هندسه ۲ - تبدیل‌های هندسی و کاربردها: صفحه‌های ۴۵ تا ۵۰)

 ۴

 ۳

 ۲

 ۱

(رضا بفشنده)

انتقال و تجانس هر دو شیب خط را حفظ می‌کنند، پس ترکیب آن‌ها شیب خط را حفظ می‌کند. انتقال طولپا است ولی تجانس در حالت $|k| \neq 1$ ، طولپا نیست، پس ترکیب آن‌ها لزوماً طولپا نیست و حالت مطلوب مسأله می‌باشد.

(هندسه ۲ - تبدیل‌های هندسی و کاربردها: صفحه‌های ۴۵ تا ۵۰)

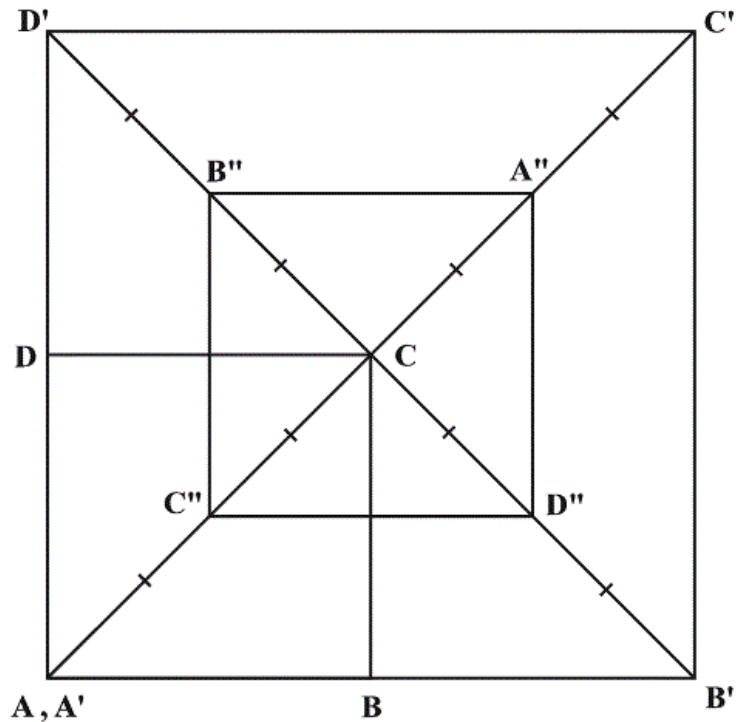
 ۴

 ۳

 ۲

 ۱

با توجه به مفروضات مسأله، شکل زیر را خواهیم داشت، که در آن داریم:



$$S_{ABCD} = S_{A''B''C''D''}$$

$$S_{A'B'C'D'} = 4S_{ABCD}$$

پس مساحت فضای محصور بین چهارضلعی‌های $A'B'C'D'$ و

$A''B''C''D''$ ، ۳ برابر مساحت $ABCD$ است.

(هندسه ۲ - تبدیل‌های هندسی و کاربردها؛ صفحه‌های ۴۵ تا ۵۰)

 ۴

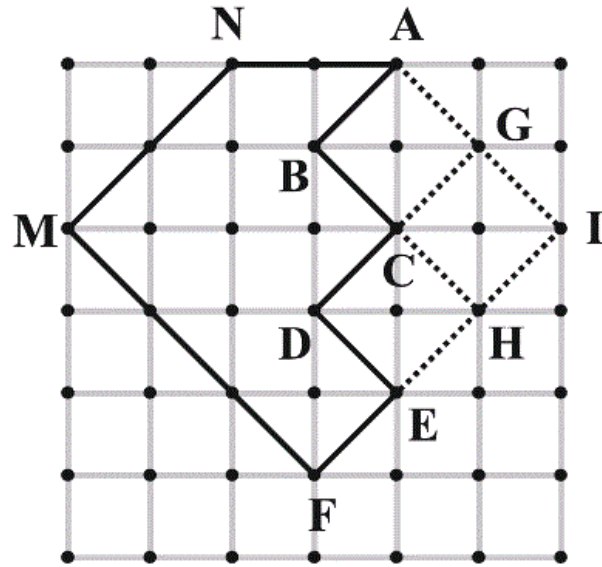
 ۳

 ۲

 ۱

با توجه به مسأله ۱ صفحه ۵۶ کتاب درسی هندسه ۲، بازتاب B نسبت به AC را G و بازتاب D نسبت به CE را H می‌نامیم. همچنین بازتاب C نسبت به GH را I می‌نامیم. بنا به قضیه پیک، مساحت $ANMFI$

برابر است با:



$$S = \frac{b}{2} + i - 1 = \frac{12}{2} + 12 - 1 = 17$$

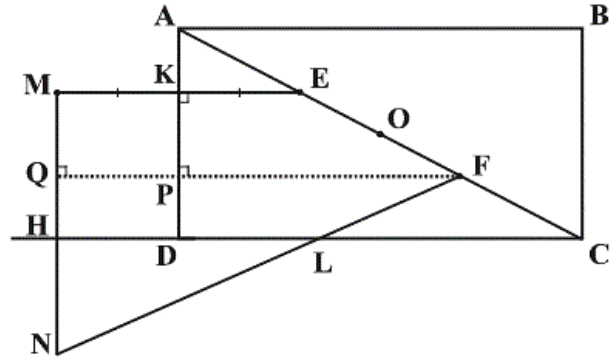
(هندسه ۲ - تبدیل‌های هندسی و کاربردها: صفحه‌های ۵۲، ۵۳ و ۵۶)

 ۴

 ۳

 ۲

 ۱



بازتاب E نسبت به AD را M و بازتاب M نسبت به DC را N می‌نامیم. بنا به مسأله صفحه ۵۴ کتاب درسی هندسه ۲، طول کوتاهترین مسیر برابر است با NF.

بنا به قضیه فیثاغورس طول قطر مستطیل برابر است با ۲۰ و در نتیجه:

$$AE = OE = OF = FC = ۵ \text{ ، حال:}$$

$$\Delta ADC : KE \parallel DC \Rightarrow \frac{KE}{DC} = \frac{AK}{AD} = \frac{AE}{AC} = \frac{۱}{۴} \Rightarrow \begin{cases} KE = ۴ \\ AK = ۳ \end{cases}$$

$$\Delta ADC : PF \parallel DC \Rightarrow \frac{AF}{AC} = \frac{AP}{AD} = \frac{PF}{DC} = \frac{۳}{۴} \Rightarrow \begin{cases} PF = ۱۲ \\ AP = ۹ \end{cases}$$

$$\Delta QFN : FN^2 = QN^2 + QF^2 = (QH + HN)^2 + (QP + PF)^2$$

$$\Rightarrow FN^2 = (۳ + ۹)^2 + (۴ + ۱۲)^2 = ۴۰۰ \Rightarrow FN = ۲۰$$

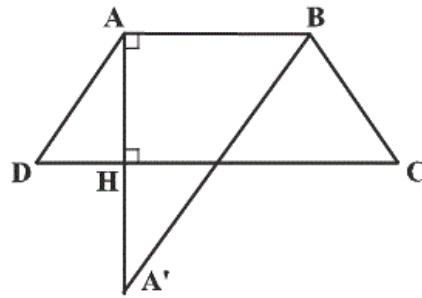
(هندسه ۲ - تبدیل‌های هندسی و کاربردها: صفحه‌های ۵۳ و ۵۴)

۴ ✓

۳

۲

۱



برای پیدا کردن کم‌ترین مقدار

$MA + MB$ به گونه‌ای که M روی

قاعده CD باشد، کافی است بازتاب

نقطه A را نسبت به خط CD یافته و

آن را A' بنامیم و سپس مقدار $A'B$ را به دست آوریم (این مقدار دقیقاً

برابر با کم‌ترین مقدار $MA + MB$ است).

با توجه به مفروضات سؤال داریم:

$$S_{ABCD} = \frac{1}{2} AH (AB + CD) \Rightarrow 39 = \frac{1}{2} AH (5 + 8) \Rightarrow AH = 6$$

$$\Rightarrow AA' = 12$$

$$\triangle A'AB: A'B^2 = AA'^2 + AB^2 = 144 + 25 = 169 \Rightarrow A'B = 13$$

(هندسه ۲ - تبدیل‌های هندسی و کاربردها: صفحه‌های ۵۳ و ۵۴)

 ۴

 ۳

 ۲

 ۱

اگر میانۀ تعدادی داده را از همه داده‌ها کم کنیم، آن گاه ترتیب صعودی بودن داده‌های مرتب شده تغییر نمی‌کند. در نتیجه میانۀ داده‌های جدید منطبق بر میانۀ داده‌های اولیه است که اکنون برابر صفر شده است.

(آمار و احتمال - آمار توصیفی: صفحه‌های ۱۶ و ۱۷)

 ۴

 ۳

 ۲

 ۱

(سید عادل حسینی)

-۱۰۲

برای پیدا کردن میانگین از روی جدول، کافی است عدد وسط هر دسته (مرکز دسته) را در فراوانی نسبی آن دسته ضرب کرده و سپس اعداد حاصل را با هم جمع کنیم. داریم:

$$\begin{aligned} \text{میانگین} &= (0/1 \times 2) + (0/15 \times 6) + (0/25 \times 10) \\ &+ (0/3 \times 14) + (0/15 \times 18) + (0/05 \times 22) \\ &= 11/6 \end{aligned}$$

(آمار و احتمال - آمار توصیفی: صفحه‌های ۱۴ و ۱۵)

 ۴

 ۳

 ۲

 ۱

(سید عادل حسینی)

$$\bar{x} = \frac{w_1 x_1 + w_2 x_2}{w_1 + w_2} \Rightarrow 16/5 = \frac{(4 \times 15/5) + 2x}{6}$$

$$\Rightarrow x = 18/5$$

(آمار و احتمال - آمار توصیفی: صفحه‌های ۱۴ و ۱۵)

۴

۳

۲ ✓

۱

(میلاد منصوری)

-۱۰۴

x_n ، b_n و a_n را به ترتیب مرکز، کران بالا و کران پایین دسته n ام

بگیرید. اگر طول دسته‌ها را c در نظر بگیریم، داریم:

$$a_2 = 3, b_5 = 9 \Rightarrow b_5 - a_2 = 4c = 6 \Rightarrow c = \frac{6}{4} = \frac{3}{2}$$

$$\begin{cases} b_8 = b_5 + 3c = 9 + \frac{9}{2} = \frac{27}{2} \\ a_8 = b_8 - c = \frac{27}{2} - \frac{3}{2} = 12 \end{cases}$$

$$\Rightarrow x_8 = \frac{a_8 + b_8}{2} = 12/75$$

(آمار و احتمال - آمار توصیفی: صفحه‌های ۷۴ تا ۸۲)

۴ ✓

۳

۲

۱

با توجه به طول دسته‌ها، $x = 14$ است و در نتیجه فراوانی مطلق دسته دوم و

چهارم به ترتیب برابر ۲۰ و ۱۶ و فراوانی کل داده‌ها، برابر ۶۰ خواهد بود.

$$\text{زاویه دسته سوم} = \frac{15}{60} \times 360^\circ = 90^\circ$$

(آمار و احتمال - آمار توصیفی؛ صفحه‌های ۷۴ تا ۷۶)

 ۴

 ۳

 ۲

 ۱

اگر تمام داده‌ها را دو برابر کنیم، واریانس ۴ برابر می‌شود. اگر واریانس تغییر

نکند، یعنی واریانس صفر است و تمام داده‌ها برابرند، پس دامنه تغییرات صفر

است.

(آمار و احتمال - آمار توصیفی؛ صفحه‌های ۹۳ تا ۹۵)

 ۴

 ۳

 ۲

 ۱

اگر داده‌های گروه اول را با a_1, a_2, a_3, a_4, a_5 نمایش دهیم، داده‌های گروه دوم به صورت $3a_1, 3a_2, 3a_3, 3a_4, 3a_5$ و داده‌های گروه سوم به صورت $a_1 + 15, a_2 + 15, a_3 + 15, a_4 + 15, a_5 + 15$ می‌باشند. در این صورت اگر واریانس داده‌های گروه اول برابر σ^2 باشد، واریانس داده‌های گروه دوم و سوم به ترتیب $9\sigma^2$ و σ^2 خواهند بود. بنابراین واریانس داده‌های گروه دوم از سایر گروه‌ها بیش‌تر است.

(آمار و احتمال - آمار توصیفی: صفحه‌های ۹۳ تا ۹۵)

 ۴

 ۳

 ۲

 ۱

مجموع تفاضل‌های میانگین از داده‌ها برابر صفر است، پس داریم:

$$a + 3 + 1 + 0 + (-2) + b = 0$$

$$\Rightarrow a + b = -2$$

$$a - b = 12$$

دامنه تغییرات برابر با ۱۲ است. پس:

$$\Rightarrow \begin{cases} a + b = -2 \\ a - b = 12 \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} a = 5 \\ b = -7 \end{cases}$$

$$\Rightarrow \sigma^2 = \frac{\sum (x_i - \bar{x})^2}{n} = \frac{5^2 + 3^2 + 1^2 + 0^2 + (-2)^2 + (-7)^2}{6}$$

$$= \frac{18}{6} = \frac{44}{3}$$

$$\Rightarrow \sigma = \sqrt{\frac{44}{3}} = 2\sqrt{\frac{11}{3}}$$

$$\Rightarrow CV = \frac{\sigma}{\bar{x}} = \frac{2\sqrt{\frac{11}{3}}}{\sqrt{33}} = \frac{2}{3} \approx 0.67$$

(آمار و احتمال - آمار توصیفی: صفحه‌های ۹۳ تا ۹۶)

 ۴

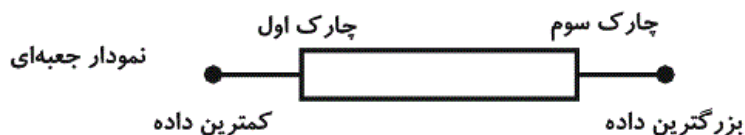
 ۳

 ۲

 ۱

در نمودار جعبه‌ای نمرات این دانش‌آموز، ۶ نمره داخل جعبه، سه نمره قبل و

سه نمره بعد از جعبه قرار دارد.



$$\frac{\sum_{i=1}^3 X_i}{3} = 10 \Rightarrow \sum_{i=1}^3 X_i = 30$$

$$\frac{\sum_{i=10}^{12} X_i}{3} = 17 \Rightarrow \sum_{i=10}^{12} X_i = 51$$

$$\frac{\sum_{i=4}^9 X_i}{6} = 15 \Rightarrow \sum_{i=4}^9 X_i = 6(15) = 90$$

$$\bar{X}_{\text{کل}} = \frac{\sum_{i=1}^{12} X_i}{12} = \frac{30 + 51 + 90}{12} = \frac{171}{12} = 14 \frac{25}{12}$$

(آمار و احتمال - آمار توصیفی: صفحه‌های ۹۷ تا ۱۰۰)

 ۴

 ۳

 ۲

 ۱

افزایش ۲۵ درصدی داده‌ها در حقیقت به مانند ضرب کردن داده‌های

اولیه در $\frac{۱}{۲۵}$ یا $\frac{۵}{۴}$ است. داریم: $\frac{۵}{۴} \bar{x} =$ میانگین جدید

$$\text{انحراف معیار جدید} = \left| \frac{۵}{۴} \right| \sigma_x = \frac{۵}{۴} \sigma_x$$

$$\text{ضریب تغییرات اولیه} = \frac{\frac{۵}{۴} \sigma_x}{\frac{۵}{۴} \bar{x}} = \frac{\sigma_x}{\bar{x}} = \text{ضریب تغییرات جدید}$$

(آمار و احتمال - آمار توصیفی: صفحه‌های ۱۵ و ۹۴ تا ۹۷)

 ۴

 ۳

 ۲

 ۱

www.kanoon.ir