



سایت ویژه ریاضیات www.riazisara.ir

درسنامه ها و جزوه های ریاضی

سوالات و پاسخنامه تشریحی کنکور

نمونه سوالات امتحانات ریاضی

نرم افزارهای ریاضیات

...

(@riazisara)

ریاضی سرا در تلگرام:



<https://t.me/riazisara>

(@riazisara.ir) ریاضی سرا در اینستاگرام:



<https://www.instagram.com/riazisara.ir>

۴۱- جوابهای معادله $-\frac{2t^2}{5} - \frac{3t}{4} - \frac{7}{20} = 0$ کدام است؟

- (۱) ۱ و -۱ (۲) ۱ و $-\frac{8}{7}$ (۳) -۱ و $-\frac{7}{8}$ (۴) ۱ و $-\frac{7}{8}$

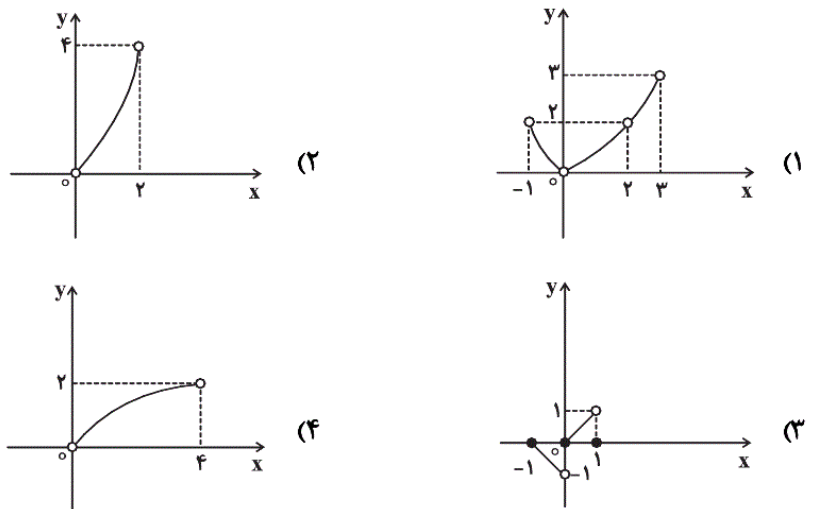
شما پاسخ نداده اید

۴۲- اگر رابطه $f = \{(a, 5), (1, a^2), (-1, b), (3, -2), (1, 2a+3)\}$ نشان دهنده یک تابع باشد، مقدار $a-b$ کدام است؟

- (۱) -۶ (۲) -۲ (۳) -۴ (۴) ۲

شما پاسخ نداده اید

۴۳- دامنه کدام تابع زیرمجموعه‌ای از برد آن است؟



شما پاسخ نداده اید

۴۴- در حل معادله $2x^2 + 5x - 3 = 0$ به روش مربع کامل به عبارت $(x + \frac{b}{4})^2 = \frac{h}{16}$ رسیده‌ایم. مقدار h کدام است؟

- (۱) ۲۵ (۲) ۴۹ (۳) ۶۴ (۴) ۸۱

شما پاسخ نداده اید

۴۵- در تابع خطی f ، اگر $f(2) = 8$ و $f(0) = 2$ باشد، مساحت محصور بین نمودار این تابع و محورهای مختصات کدام است؟

- (۱) $\frac{2}{3}$ (۲) $\frac{1}{3}$ (۳) $\frac{4}{3}$ (۴) $\frac{5}{3}$

شما پاسخ نداده اید

۴۶- نمودار سهمی $y = -x^2 + x$ در بازه (a, b) بالاتر از نمودار سهمی $y = x^2 - 4x + 3$ قرار دارد. حداکثر $b-a$ کدام است؟

- (۱) $\frac{1}{2}$ (۲) ۱ (۳) $\frac{3}{2}$ (۴) ۲

شما پاسخ نداده اید

۴۷- از یک سیم به طول ۴۶ متر، یک مستطیل به مساحت 90 مترمربع ساخته‌ایم. اختلاف طول و عرض این مستطیل کدام است؟

- (۱) ۱۰ (۲) ۱۱ (۳) ۱۲ (۴) ۱۳

۴۸- مجموعه جواب نامعادله $\frac{|x-2|-5}{|x-1|+2} < 0$ با کدام گزینه برابر است؟

- (۱) $-5 < x < 5$ (۲) $-7 < x < 3$ (۳) $-3 < x < 7$ (۴) $3 < x < 7$

شما پاسخ نداده اید

۴۹- معادله خط تقارن سهمی $y = (x-h)^2 + k$ به صورت $-2x - 2 = 0$ می‌باشد. اگر رأس این سهمی بر خط $y = -4$ واقع باشد، سهمی محور y ها را با کدام عرض قطع می‌کند؟

- (۱) -3 (۲) -2 (۳) -1 (۴) صفر

شما پاسخ نداده اید

۵۰- مجموعه جواب نامعادله $(-x^2 + ax + b)(x+1) \geq 0$ به صورت $(-\infty, 1]$ است. $a - b$ کدام است؟

- (۱) 1 (۲) -1 (۳) $-\frac{1}{2}$ (۴) $\frac{2}{3}$

شما پاسخ نداده اید

ریاضی، حسابان ۱، - 13970602

۵۱- در یک دنباله حسابی مجموع جملات سوم و نهم برابر ۷۲ می‌باشد. مجموع ۱۱ جمله اول این دنباله حسابی کدام است؟

- (۱) 390 (۲) 396 (۳) 402 (۴) 420

شما پاسخ نداده اید

۵۲- جواب‌های معادله $\frac{x}{x-1} - \frac{2x+1}{x-3} = \frac{-2x^2 - 3x + 7}{x^2 - 4x + 3}$ کدام است؟

- (۱) 2 و -3 (۲) -2 و -3 (۳) 2 و 3 (۴) -2 و 3

شما پاسخ نداده اید

۵۳- چند تابع از مجموعه $A = \{a, b, c, d\}$ به مجموعه $B = \{e, f, g\}$ وجود دارد به طوری که شامل زوج مرتب (a, e) باشد؟

- (۱) 54 (۲) 81 (۳) 27 (۴) 64

شما پاسخ نداده اید

۵۴- حاصل ضرب جواب‌های حقیقی معادله $(x^2 + 3x) - 2 = (x^2 + 3x) - 2 = 0$ کدام است؟

- (۱) 2 (۲) -2 (۳) $\frac{2}{3}$ (۴) $-\frac{2}{3}$

شما پاسخ نداده اید

۵۵- به ازای چه حدودی از x ، عبارت $|2-x| + |3x+5| - 2x$ مستقل از x به دست می‌آید؟

- (۱) $x \geq 2$ (۲) $-\frac{5}{3} \leq x \leq 2$ (۳) $x \leq -\frac{5}{3}$ (۴) $x \geq -2$

شما پاسخ نداده اید

۵۶- نقطه A به طول صحیح روی خط $y = x - 1$ قرار دارد و از خط به معادله $3x + 4y + 5 = 0$ به فاصله ۳ است. مجموع طول و عرض نقطه A کدام است؟

- (۱) 3 (۲) 5 (۳) 7 (۴) 9

شما پاسخ نداده اید

۵۷- دامنه تابع گویای $f(x) = \frac{2x-5}{x+k}$ برابر با $\mathbb{R} - \{3\}$ است. نمودار این تابع از کدام نواحی محورهای مختصات عبور می‌کند؟

- (۱) هر ۴ ناحیه (۲) اول، دوم و سوم (۳) اول، دوم و چهارم (۴) اول، سوم و چهارم

شما پاسخ نداده اید

۵۸- اگر توابع $f(x) = \sqrt{x-a} + \sqrt{-2x+b} + c$ و $g = \{(3, a)\}$ برابر باشند، آن‌گاه $a+2b+c$ کدام است؟

- (۱) صفر (۲) ۶ (۳) -۳ (۴) ۱۸

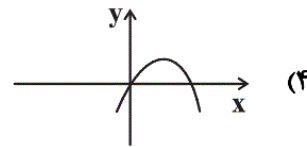
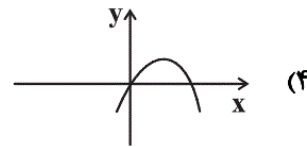
شما پاسخ نداده اید

۵۹- اگر معادله $|x-2| = k$ دارای چهار ریشه حقیقی متمایز باشد، وضعیت ریشه‌های معادله $x^2 + kx + 1 = 0$ چگونه است؟

- (۱) فاقد ریشه حقیقی (۲) دارای یک ریشه حقیقی مضاعف (۳) دارای دو ریشه حقیقی متمایز مثبت (۴) دارای دو ریشه حقیقی متمایز منفی

شما پاسخ نداده اید

۶۰- فرض کنید S_n مجموع n جمله اول یک دنباله حسابی کاهشی است. اگر در ضابطه S_n به جای n ، x قرار دهیم تا به تابع $y = S(x)$ برسیم و دامنه آن را R فرض کنیم، نمودار $y = S(x)$ کدام گزینه می‌تواند باشد؟



شما پاسخ نداده اید

ریاضی، هندسه ۲، - 13970602

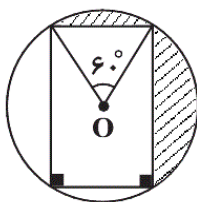
۸۱- فاصله خط d از مرکز دایره‌ای به شعاع $2-3x$ واحد، برابر $4-x$ است. اگر خط و دایره همدیگر را در دو

نقطه قطع کنند، چند مقدار صحیح برای x وجود دارد؟

- (۱) ۱ (۲) ۲ (۳) ۳ (۴) ۴

شما پاسخ نداده اید

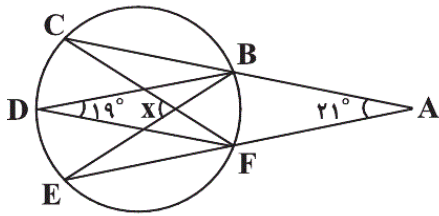
۸۲- مطابق شکل در دایره $(O, 6)$ ، مستطیلی محاط شده است. مساحت قسمت هاشورزده کدام است؟



- (۱) $2(\pi - \sqrt{3})$
 (۲) $9(\pi - \sqrt{3})$
 (۳) $18(\pi - \sqrt{3})$
 (۴) $\pi - \sqrt{3}$

شما پاسخ نداده اید

۸۳- در شکل مقابل، x کدام است؟



(۱) 57°

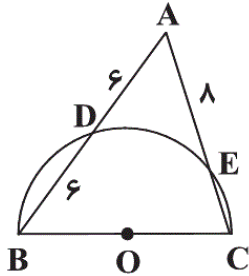
(۲) 58°

(۳) 59°

(۴) 60°

شما پاسخ نداده اید

۸۴- با توجه به اندازه‌های روی شکل، قطر نیم‌دایره به مرکز O کدام است؟



(۱) ۸

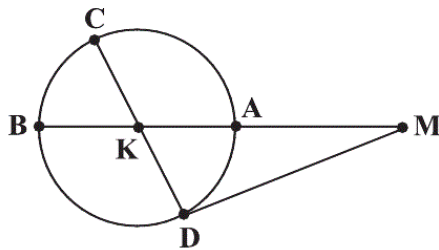
(۲) ۹

(۳) ۱۰

(۴) ۱۲

شما پاسخ نداده اید

۸۵- در شکل زیر، می‌دانیم MD بر دایره مماس است و $AM = 4$ ، $DM = 6$ ، $CK = 2$ و $AC \parallel BD$. اندازه KB کدام است؟



(۱) ۴

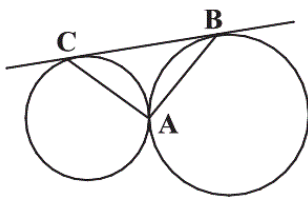
(۲) ۳

(۳) ۲

(۴) ۱

شما پاسخ نداده اید

۸۶- دو دایره زیر، در نقطه A مماس خارج‌اند و BC مماس مشترک آن‌هاست. اگر $AC = 2\sqrt{2}$ و $S_{\Delta ABC} = 10$ باشد، طول BC کدام است؟



(۱) $2\sqrt{14}$

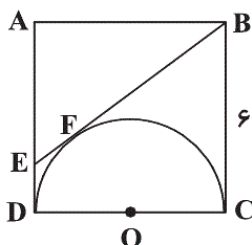
(۲) $\sqrt{58}$

(۳) $2\sqrt{15}$

(۴) $7\sqrt{2}$

شما پاسخ نداده اید

۸۷- در شکل زیر، O مرکز نیم‌دایره و طول هر ضلع مربع $ABCD$ برابر ۶ سانتی‌متر است. محیط مثلث ABE چند سانتی‌متر است؟



(۱) ۱۲

(۲) ۱۶

(۳) ۱۸

(۴) ۲۰

شما پاسخ نداده اید

۸۸- دو دایره به شعاع‌های ۴ و ۹ مماس خارج‌اند. شعاع دایره‌ای که بر هر دو دایره و مماس مشترک خارجی آن‌ها مماس می‌باشد، کدام است؟

(۱) $\frac{1}{2}$

(۲) $\frac{1}{64}$

(۳) $\frac{2}{8}$

(۴) $\frac{1}{44}$

شما پاسخ نداده اید

۸۹- دو دایره، یکی به شعاع ۷ واحد و دیگری به شعاع r مفروض‌اند، به طوری که طول مماس مشترک‌های داخلی و خارجی به ترتیب $4\sqrt{7}$ و $6\sqrt{7}$ واحد و طول خط‌المركزین d می‌باشد. حاصل $|d-r|$ کدام است؟

(۱) ۱۰

(۲) ۱۱

(۳) ۱۲

(۴) ۱۳

شما پاسخ نداده اید

۹۰- دو دایره $C_1(O_1, R_1)$ و $C_2(O_2, R_2)$ به طول خط‌المركزین ۲ واحد مفروض‌اند. اگر دو دایره، مماس داخل بوده و مساحت ناحیه محصور بین آن‌ها 16π باشد، آن‌گاه مساحت دایره‌ای به قطر $R_1 + R_2$ کدام است؟

(۱) 16π

(۲) 18π

(۳) 20π

(۴) 25π

شما پاسخ نداده اید

ریاضی، هندسه 1، - 13970602

۷۱- مطابق شکل، در مثلث قائم‌الزاویه ABC ($\hat{A} = 90^\circ$)، $AH = 12$ و $CH = 16$ می‌باشد، مساحت

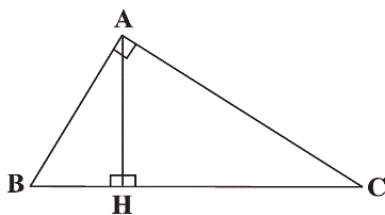
مثلث ABH چه کسری از مساحت مثلث ABC است؟

(۱) $\frac{3}{5}$

(۲) $\frac{4}{5}$

(۳) $\frac{9}{25}$

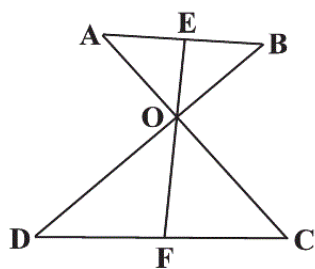
(۴) $\frac{16}{25}$



شما پاسخ نداده اید

۷۲- در شکل زیر، $EF = 8$ نیمساز دو زاویه متقابل به رأس \hat{O} بوده و $\hat{B} = \hat{C}$ است. اگر مجموع نسبت محیطها و مساحت‌های مثلث OCD به

مثلث OAB برابر ۱۲ باشد، آن گاه طول OF کدام است؟



(۱) ۵

(۲) ۵/۶

(۳) ۶

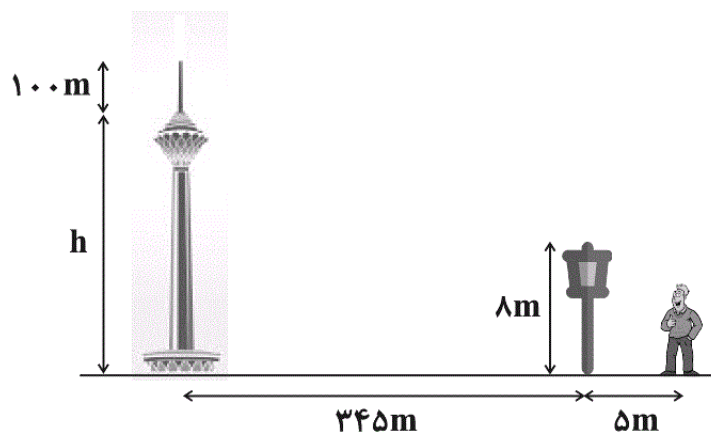
(۴) ۶/۴

شما پاسخ نداده اید

۷۳- مطابق شکل، بر روی برج سروش، آنتنی به ارتفاع ۱۰۰ متر نصب شده است. در فاصله ۳۴۵ متری برج، تیر برق قائمی به طول ۸ متر وجود دارد.

زمانی که شخص در فاصله ۵ متری تیر می‌ایستد، انتهای آنتن و انتهای تیر برق را در یک راستا می‌بیند. اگر فاصله چشم ناظر از زمین ۱/۶ متر

باشد، ارتفاع h چند متر است؟



(۱) ۴۶۰

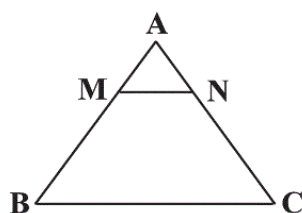
(۲) ۳۵۱/۲

(۳) ۴۵۸/۴

(۴) ۳۴۹/۶

شما پاسخ نداده اید

۷۴- در شکل زیر $BC \parallel MN$ و مساحت دوزنقه BMNC پانزده برابر مساحت مثلث AMN است. از نقطه N خطی به موازات AB رسم



می‌کنیم تا ضلع BC را در نقطه E قطع کند. حاصل $\frac{S_{BMNE}}{S_{ABC}}$ کدام است؟

(۲) ۵/۸

(۱) ۹/۱۶

(۴) ۱/۴

(۳) ۳/۸

شما پاسخ نداده اید

۷۵- از سه رأس دو به دو غیرمجاور یک n ضلعی ۲۴ قطر می‌گذرد. تعداد قطرهای گذرنده از هر رأس، کدام است؟

(۴) ۱۱

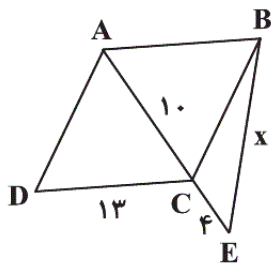
(۳) ۹

(۲) ۸

(۱) ۷

شما پاسخ نداده اید

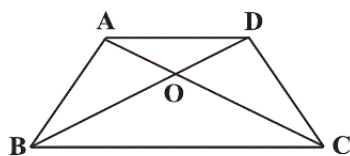
۷۶- در شکل مقابل، ABCD لوزی و CE امتداد یافته AC به طول ۴ واحد می‌باشد. طول BE کدام است؟



- ۱۲ (۱)
- ۱۳ (۲)
- ۱۴ (۳)
- ۱۵ (۴)

شما پاسخ نداده اید

۷۷- در ذوزنقه ABCD، دو قطر AC و BD که همدیگر را در نقطه O قطع می‌کنند، با هم برابرند. در این صورت چند تا از تساوی‌های زیر



- همواره درست است؟
- | | | |
|----------------|--------------|--------------|
| الف) $AB = CD$ | ب) $OA = OD$ | پ) $OB = OC$ |
| ۱ (صفر) | ۲ (۱) | ۳ (۲) |
| ۲ (۳) | ۳ (۴) | |

شما پاسخ نداده اید

۷۸- در مثلث ABC داریم: $\hat{A} = \hat{B} = \hat{C}$ و $AC = 6$. مساحت این مثلث چند برابر $3 + 3\sqrt{3}$ است؟

- ۱ (۳)
- ۲ (۲)
- ۳ (۳)
- ۴ (۹)

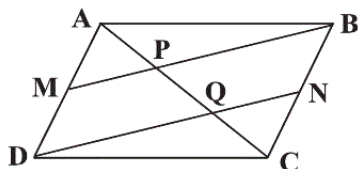
شما پاسخ نداده اید

۷۹- در مثلث قائم‌الزاویه ABC ($\hat{A} = 90^\circ$)، $AB = 4$ ، $BC = 8$ و CD نیمساز رأس C است. اگر $AD = 8\sqrt{3} - 12$ باشد، فاصله رأس A از CD کدام است؟

- ۱ (۳)
- ۲ ($\sqrt{6 - 3\sqrt{3}}$)
- ۳ ($8\sqrt{6 - 3\sqrt{3}}$)
- ۴ ($2\sqrt{6 - 3\sqrt{3}}$)

شما پاسخ نداده اید

۸۰- در متوازی‌الاضلاع ABCD، M و N به ترتیب وسط‌های اضلاع AD و BC بوده و قطر AC، پاره‌خط‌های BM و DN را در P و Q قطع می‌کند. اگر داشته باشیم $PQ = n + 1$ ، $QC = 2n - 3$ و $AP = 3m - 1$ ، حاصل $m + n$ کدام است؟



- ۵ (۱)
- ۶ (۲)
- ۴ (۳)
- ۳ (۴)

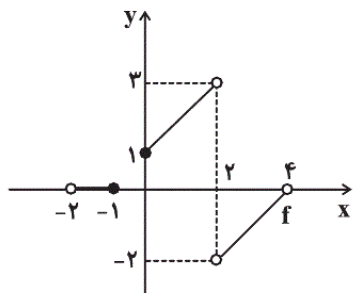
شما پاسخ نداده اید

۶۱- اگر $x = 2$ یکی از جواب‌های معادله $x(ax + 1) = 18$ باشد، جواب دیگر این معادله کدام است؟

- (۱) $\frac{9}{2}$ (۲) $-\frac{9}{2}$ (۳) $\frac{9}{4}$ (۴) $-\frac{9}{4}$

شما پاسخ نداده اید

۶۲- نمودار تابع f در شکل زیر رسم شده است. اشتراک دامنه و برد این تابع شامل چند عدد صحیح است؟



- (۱) ۱
(۲) ۲
(۳) ۳
(۴) ۴

شما پاسخ نداده اید

۶۳- فاصله نقطه $A(0, 5)$ از رأس سهمی $y = x^2 + 4x + 5$ برابر با فاصله نقطه B روی این سهمی از رأس آن است. طول نقطه B کدام است؟

- (۱) ۲ (۲) ۱ (۳) -۴ (۴) -۳

شما پاسخ نداده اید

۶۴- معادله $2x^2 + kx + 40 = 0$ دارای ریشه مضاعف مثبت α است. حاصل $k - \alpha$ کدام است؟

- (۱) $6\sqrt{5}$ (۲) $-6\sqrt{5}$ (۳) $10\sqrt{5}$ (۴) $-10\sqrt{5}$

شما پاسخ نداده اید

۶۵- طول یک مستطیل 10 سانتی‌متر کمتر از 5 برابر عرض آن است. اگر مساحت مستطیل 45 سانتی‌متر مربع باشد، ابعاد مستطیل کدام است؟

- (۱) $\begin{cases} 1+2\sqrt{10} \\ 10\sqrt{10}-5 \end{cases}$ (۲) $\begin{cases} 3\sqrt{5}/5 \\ 10\sqrt{4}/5 \end{cases}$ (۳) $\begin{cases} 1+\sqrt{10} \\ 5\sqrt{10}-5 \end{cases}$ (۴) $\begin{cases} 2+2\sqrt{10} \\ 10\sqrt{10} \end{cases}$

شما پاسخ نداده اید

۶۶- اگر خط $x = \frac{1}{2}$ محور تقارن سهمی $y = ax^2 - x - 2$ باشد، این سهمی محور x ها را در نقاط با کدام طول قطع می‌کند؟

- (۱) $-1, -2$ (۲) $1, 2$ (۳) $-2, 1$ (۴) $1, 2$

شما پاسخ نداده اید

۶۷- به ازای چه مجموعه مقادیری از m ، سهمی $y = (m+3)x^2 + mx + 2$ ، همواره بالای خط $y = 1$ است؟

- (۱) $(-3, 6)$ (۲) $(-3, +\infty) \cup (6, -2)$ (۳) $(-3, -2)$ (۴) $(-2, 6)$

شما پاسخ نداده اید

۶۸- مجموعه نقاطی مانند x روی محور طول‌ها که فاصله آن‌ها از نقطه‌ای به طول 4 روی این محور، حداکثر 3 می‌باشد، به صورت بازه $[\alpha, \beta]$ است. $\alpha + \beta$ کدام است؟

- (۱) صفر (۲) -8 (۳) 8 (۴) 6

شما پاسخ نداده اید

۶۹- به ازای چند مقدار صحیح برای x ، عبارت $\frac{x^2 - 6x + 8}{9x - x^2}$ مثبت می‌شود؟

- (۱) ۲ (۲) ۳ (۳) ۴ (۴) ۵

شما پاسخ نداده اید

۷۰- دامنه تابع خطی f به صورت $[-1, 2]$ و برد آن $[-2, 2]$ است. کدام یک از نقاط زیر روی نمودار تابع f نمی‌تواند باشد؟

- (۱) $(1, \frac{2}{3})$ (۲) $(0, -\frac{2}{3})$ (۳) $(1, -\frac{2}{3})$ (۴) $(\frac{1}{2}, 1)$

شما پاسخ نداده اید

ریاضی، هندسه ۱- سوالات موازی، - 13970602

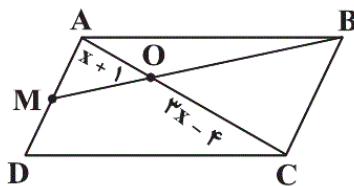
۹۱- مساحت یک هفت‌ضلعی $\frac{16}{25}$ مساحت هفت‌ضلعی دیگری است که با آن متشابه است. اگر محیط

هفت‌ضلعی بزرگ‌تر برابر 50° باشد، محیط هفت‌ضلعی دیگر کدام است؟

- (۱) ۲۰ (۲) ۱۸ (۳) ۴۰ (۴) ۳۶

شما پاسخ نداده اید

۹۲- در متوازی‌الاضلاع $ABCD$ ، نقطه M روی ضلع AD واقع است، به گونه‌ای که نسبت مساحت $\triangle AOM$ به مساحت $\triangle BOC$ برابر با $\frac{1}{4}$ می‌باشد. اندازه x کدام است؟



(۱) ۶

(۲) ۵

(۳) $\frac{4}{5}$

(۴) ۴

شما پاسخ نداده اید

۹۳- نسبت مجموع اندازه میانه‌های مثلثی به اضلاع ۴، $4\sqrt{2}$ و $4\sqrt{5}$ به مجموع اندازه میانه‌های مثلثی به اضلاع $\sqrt{10}$ ، $\sqrt{2}$ و ۲ کدام است؟

- (۱) $2\sqrt{2}$ (۲) $\sqrt{2}$ (۳) $\frac{1}{4}$ (۴) $\frac{1}{2}$

شما پاسخ نداده اید

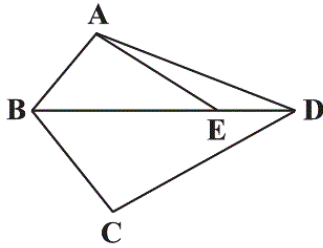
۹۴- مستطیلی به مساحت ۲۴ با مستطیلی به عرض ۳ و قطر ۵ متشابه است. قطر مستطیل اولی چقدر است؟

- (۱) $5\sqrt{2}$ (۲) ۱۰ (۳) ۸ (۴) $6\sqrt{2}$

شما پاسخ نداده اید

۹۵- در شکل زیر، BD نیمساز زاویه B است. اگر $BE = 3DE$ و $AB = \frac{3}{4}BC$ باشد، آن گاه مساحت مثلث ADE چند برابر مساحت

مثلث BCD است؟



(۱) $\frac{1}{12}$

(۲) $\frac{1}{8}$

(۳) $\frac{2}{9}$

(۴) $\frac{3}{16}$

شما پاسخ نداده اید

۹۶- مجموع زوایای داخلی یک چندضلعی محدب 180° است. اختلاف تعداد قطرها و اضلاع این چندضلعی برابر است با:

(۱) ۵۴

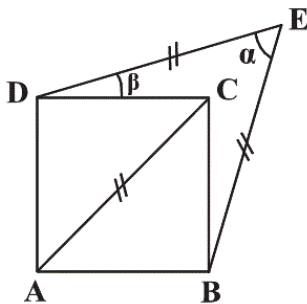
(۲) ۴۸

(۳) ۴۲

(۴) ۳۶

شما پاسخ نداده اید

۹۷- در شکل مقابل، $ABCD$ مربع و $DE = BE = AC$ می باشد. حاصل $\alpha + \beta$ کدام است؟



(۱) 70°

(۲) 75°

(۳) 80°

(۴) 85°

شما پاسخ نداده اید

۹۸- در یک لوزی که زاویه 60° درجه دارد، از به هم وصل کردن وسطهای اضلاع، یک چهارضلعی به وجود می آید که محیط آن $3 + \sqrt{3}$ واحد

می باشد. مساحت لوزی کدام است؟

(۲) $\frac{3}{2}$

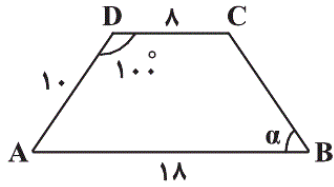
(۱) $\frac{3}{4}$

(۴) $\frac{3\sqrt{3}}{2}$

(۳) $\frac{3\sqrt{3}}{4}$

شما پاسخ نداده اید

۹۹- در شکل مقابل، ABCD دوزنقه است. با توجه به معلومات روی شکل α چند درجه است؟



۵۰ (۱)

۵۴ (۲)

۵۶ (۳)

۶۰ (۴)

شما پاسخ نداده اید

۱۰۰- در یک مثلث قائم‌الزاویه یکی از زوایای حاده ۷۵ درجه است. هرگاه مساحت این مثلث ۸ واحد باشد، فاصله محل تلاقی عمودمنصف‌های

اضلاع آن تا رأس قائمه کدام است؟

۴ (۲)

۲ (۱)

۸ (۴)

۶ (۳)

شما پاسخ نداده اید

-۴۱

(علی اکبر اسکندری)

با مخرج مشترک گیری داریم:

$$\frac{-۲t^۲}{۵} - \frac{۳t}{۴} - \frac{۷}{۲۰} = ۰ \Rightarrow -۸t^۲ - ۱۵t - ۷ = ۰$$

$$\Rightarrow \Delta = (-۱۵)^۲ - ۴(-۸)(-۷) = ۲۲۵ - ۲۲۴ = ۱$$

$$\Rightarrow t_{۱,۲} = \frac{-b \pm \sqrt{\Delta}}{۲a}$$

$$\Rightarrow t_{۱,۲} = \frac{۱۵ \pm ۱}{-۱۶} \Rightarrow \begin{cases} t_1 = -\frac{۷}{۸} \\ t_2 = -۱ \end{cases}$$

(ریاضی ۱- معادله‌ها و نامعادله‌ها - صفحه‌های ۷۰ تا ۷۲)

۴

۳ ✓

۲

۱

دو زوج مرتب $(1, a^2)$ و $(1, 2a + 3)$ ، مولفه‌های اول یکسان دارند. پس برای تابع بودن رابطه، مولفه‌های دومشان نیز باید برابر باشند.

$$a^2 = 2a + 3 \Rightarrow a^2 - 2a - 3 = 0 \Rightarrow (a - 3)(a + 1) = 0 \Rightarrow \begin{cases} a = 3 \\ a = -1 \end{cases}$$

اگر $a = 3$ باشد، ما دو زوج مرتب $(3, -2)$ و $(3, 5)$ داریم که باعث می‌شود این رابطه تابع نباشد، پس $a = 3$ قابل قبول نیست و فقط $a = -1$ درست است. با جای‌گذاری $a = -1$ ، رابطه به شکل زیر درمی‌آید:

$$f = \{(-1, 5), (1, 1), (-1, b), (3, -2), (1, 1)\}$$

پس مولفه‌های دوم دو زوج مرتب $(-1, b)$ و $(-1, 5)$ نیز باید برابر باشند.

$$b = 5$$

$$a - b = -1 - 5 = -6$$

در نتیجه:

(ریاضی ۱- تابع - صفحه‌های ۹۵ تا ۱۰۰)

 ۴

 ۳

 ۲

 ۱

(ابراهیم نیفی)

$$۱) D = (-1, 3) - \{0, 2\}, R = (0, 3) - \{2\} \Rightarrow R \subseteq D$$

$$۲) D = (0, 2), R = (0, 4) \Rightarrow D \subseteq R$$

$$۳) D = [-1, 1], R = (-1, 1) \Rightarrow R \subseteq D$$

$$۴) D = (0, 4), R = (0, 2) \Rightarrow R \subseteq D$$

(ریاضی ۱- تابع - صفحه‌های ۱۰۱ تا ۱۰۸)

 ۴

 ۳

 ۲

 ۱

در حل معادله $ax^2 + bx + c = 0$ به روش مربع کامل به

عبارت $(x + \frac{b}{2a})^2 = \frac{\Delta}{4a^2}$ خواهیم رسید، پس:

$$\frac{\Delta}{4a^2} = \frac{h}{16} \Rightarrow \frac{25 - 4(2)(-3)}{4(2)^2} = \frac{h}{16} \Rightarrow \frac{49}{16} = \frac{h}{16} \Rightarrow h = 49$$

(ریاضی ۱- معادله‌ها و نامعادله‌ها - صفحه‌های ۷۰ تا ۷۷)

 ۴

 ۳

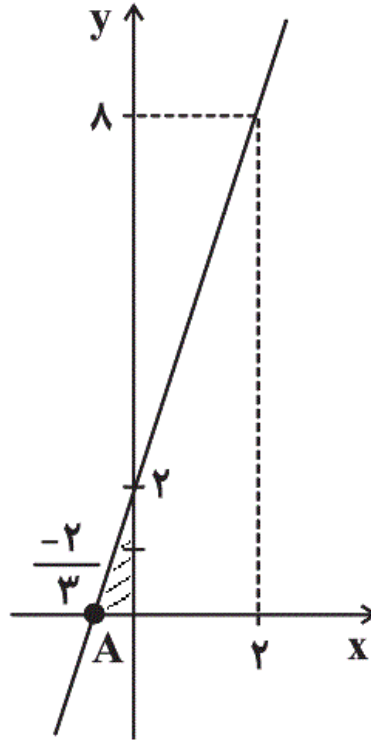
 ۲

 ۱

تابع خطی $y = ax + b$ را در نظر می‌گیریم. چون $f(0) = 2$ است پس $b = 2$ می‌باشد.

$$y = ax + 2 \xrightarrow{f(2)=8} 8 = 2a + 2 \Rightarrow a = 3$$

در نتیجه $y = 3x + 2$ را رسم می‌کنیم و برای به دست آوردن طول نقطه A باید $y = 0$ باشد، پس $x = -\frac{2}{3}$ خواهد بود.



$$S_{\Delta} = \frac{\frac{2}{3} \times 2}{2} = \frac{2}{3}$$

(ریاضی ۱- تابع - صفحه‌های ۱۰۱ تا ۱۰۸)

 ۴

 ۳

 ۲

 ۱

$$\xrightarrow{\times(-1)} 2x^2 - 5x + 3 < 0$$

ریشه‌های $2x^2 - 5x + 3 = 0$ را پیدا می‌کنیم و سپس آن را تعیین علامت می‌نماییم:

$$2x^2 - 5x + 3 = 0 \xrightarrow{a+b+c=0} \begin{cases} x_1 = 1 \\ x_2 = \frac{c}{a} = \frac{3}{2} \end{cases}$$

x	1	$\frac{3}{2}$
$2x^2 - 5x + 3$	+ 0 -	0 +

$$2x^2 - 5x + 3 < 0 \Rightarrow x \in \left(1, \frac{3}{2}\right)$$

پس حداکثر $b - a$ برابر با $\frac{3}{2} - 1 = \frac{1}{2}$ است.

(ریاضی ۱- معادله‌ها و نامعادله‌ها - صفحه‌های ۸۳ تا ۹۱)

۴

۳

۲

۱

(علی شهرابی)

-۴۷

محیط مستطیل ۴۶ متر است، پس مجموع طول و عرض آن ۲۳ متر است.
طول را x و عرض را $23 - x$ می‌گیریم:

$$\text{مساحت} = 90 \Rightarrow x(23 - x) = 90 \Rightarrow x^2 - 23x + 90 = 0$$

$$\Rightarrow (x - 18)(x - 5) = 0 \Rightarrow \begin{cases} x = 18 \Rightarrow \text{طول} = 18, \text{ عرض} = 5 \quad \checkmark \\ x = 5 \Rightarrow \text{طول} = 5, \text{ عرض} = 18 \quad \times \end{cases}$$

پس اختلاف طول و عرض برابر است با:

$$\text{طول} - \text{عرض} = 18 - 5 = 13$$

(ریاضی ۱- معادله‌ها و نامعادله‌ها - صفحه‌های ۷۰ تا ۷۷)

۴

۳

۲

۱

در عبارت $\frac{|x-2|-5}{|x-1|+2}$ مخرج یعنی $|x-1|+2$ همواره مثبت است،

پس برای آنکه حاصل کسر منفی شود، باید صورت منفی باشد.

$$\frac{|x-2|-5}{|x-1|+2} < 0 \Rightarrow |x-2|-5 < 0 \Rightarrow |x-2| < 5$$

$$\Rightarrow -5 < x-2 < 5 \xrightarrow{+2} -3 < x < 7$$

(ریاضی ۱- معادله‌ها و نامعادله‌ها - صفحه‌های ۸۳ تا ۹۳)

 ۴

 ۳

 ۲

 ۱

(ابراهیم نبفی)

می‌دانیم در سهمی $y = a(x-h)^2 + k$; $a \neq 0$ رأس (h, k) و معادله خط تقارن $x = h$ است.

$$\text{معادله خط تقارن } -2x - 2 = 0 \Rightarrow -2x = 2 \Rightarrow x = -1$$

چون خط تقارن سهمی از رأس آن می‌گذرد و همچنین رأس آن روی خط $y = -4$ واقع است مختصات رأس سهمی به صورت $(-1, -4)$ خواهد بود، بنابراین:

$$h = -1, k = -4 \Rightarrow y = (x+1)^2 - 4$$

$$\Rightarrow y = x^2 + 2x + 1 - 4 \Rightarrow y = x^2 + 2x - 3$$

$$\text{محل برخورد با محور } y \text{ ها } \xrightarrow{x=0} y = 0^2 + 2(0) - 3 \Rightarrow y = -3$$

نکته: در سهمی $y = ax^2 + bx + c$ محل برخورد سهمی با محور y ها به صورت $(0, c)$ می‌باشد.

(ریاضی ۱- معادله‌ها و نامعادله‌ها - صفحه‌های ۷۸ تا ۸۲)

 ۴

 ۳

 ۲

 ۱

جدول تعیین علامت $x + 1$:

x	-1
$x+1$	- 0 +

با توجه به جدول تعیین علامت $x + 1$ ، عبارت $(-x^2 + ax + b)$ نمی تواند فاقد ریشه باشد، چون در غیر این صورت نامعادله $(-x^2 + ax + b)(x + 1) \geq 0$ در $(-\infty, 1]$ برقرار نخواهد بود. با توجه به نامساوی داده شده، نتیجه می گیریم که عبارت $(-x^2 + ax + b)$ در بازه $(-1, 1)$ علامت مثبت و در بازه های $(-\infty, -1)$ و $(1, +\infty)$ علامت منفی دارد و این یعنی $x = 1$ و $x = -1$ ریشه های آن هستند، پس:

$$-x^2 + ax + b = 0 \Rightarrow \begin{cases} x = 1 \Rightarrow -1 + a + b = 0 \\ x = -1 \Rightarrow -1 - a + b = 0 \end{cases}$$

$$\Rightarrow a = 0, b = 1 \Rightarrow a - b = -1$$

(ریاضی ۱- معادله ها و نامعادله ها- صفحه های ۱۳ تا ۹۳)

۴

۳

۲ ✓

۱

(مهرزاد اسپیدگر)

با کمک فرمول جمله عمومی دنباله حسابی یعنی $a_n = a_1 + (n-1)d$ جملات سوم و نهم را بر حسب a_1 و d می‌نویسیم.

$$a_3 = a_1 + 2d, \quad a_9 = a_1 + 8d$$

$$a_3 + a_9 = (a_1 + 2d) + (a_1 + 8d) = 72 \Rightarrow 2a_1 + 10d = 72$$

$$S_n = \frac{n}{2}[2a_1 + (n-1)d] \Rightarrow S_{11} = \frac{11}{2} \underbrace{[2a_1 + 10d]}_{72}$$

$$= \frac{11}{2} \times 72 = 11 \times 36 = 396$$

(مسئله ۱- پیر و معارله - صفحه‌های ۱ تا ۴)

(علی‌اکبر اسکندری)

$$\frac{x(x-3) - (2x+1)(x-1)}{(x-1)(x-3)} = \frac{-2x^2 - 3x + 7}{(x-1)(x-3)}$$

$$\Rightarrow x^2 - 3x - 2x^2 + 2x - x + 1 = -2x^2 - 3x + 7$$

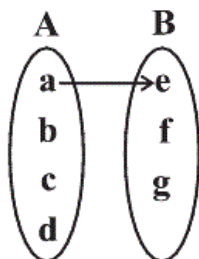
$$\Rightarrow -x^2 - 2x + 1 = -2x^2 - 3x + 7$$

$$\Rightarrow x^2 + x - 6 = 0 \Rightarrow (x-2)(x+3) = 0 \Rightarrow \begin{cases} x = 2 \\ x = -3 \end{cases}$$

جواب‌های به دست آمده، ریشهٔ مخرج کسرها نیستند، پس قابل قبول‌اند.

(مسئله ۱- پیر و معارله - صفحه‌های ۱۷ تا ۱۹)

(امیر هوشنگ فمسه)



چون تابع مورد نظر شامل زوج مرتب (a, e) است پس برای انتهای فلش خروجی از a فقط یک انتخاب (e) وجود دارد ولی برای b, c و d هر کدام سه انتخاب e, f و g وجود دارد، یعنی $1 \times 3 \times 3 \times 3 = 27$ قابل نوشتن است.

(مسئله ۱- تابع - صفحه‌های ۳۸ تا ۴۰)

۴

۳ ✓

۲

۱

$$\Rightarrow (t-2)(t+1) = 0$$

$$\Rightarrow \begin{cases} t=2 \Rightarrow x^2 + 3x = 2 \\ \Rightarrow x^2 + 3x - 2 = 0 \Rightarrow \text{ضرب ریشه‌ها} = \frac{c}{a} = -2 \\ t=-1 \Rightarrow x^2 + 3x = -1 \\ \Rightarrow x^2 + 3x + 1 = 0 \Rightarrow \text{ضرب ریشه‌ها} = \frac{c}{a} = 1 \end{cases}$$

پس حاصل ضرب ریشه‌های حقیقی معادله برابر -۲ است.

(مسئله ۱- جبر و معادله - صفحه‌های ۸ تا ۱۳)

۴

۳

۲ ✓

۱

(امیر هوشنگ فمسه)

-۵۵

با توجه به ریشه‌های قدرمطلق‌ها، عبارت داده شده را تعیین علامت می‌کنیم:

x	$-\frac{5}{3}$	۲	
$3x+5$	-	o	+
$2-x$	+	+	-

اگر $x \geq 2$ باشد:

$$P = 2x - (3x + 5) - 2 + x = -7$$

عبارت فوق شامل x نیست. پس هر عدد بزرگ‌تر یا مساوی ۲ عبارت داده شده را مستقل از x می‌کند.

(مسئله ۱- جبر و معادله - صفحه‌های ۲۳ تا ۲۸)

۴

۳

۱ ✓

(علی شهبازی)

نقطه A روی خط $y = x - 1$ قرار دارد. مختصات پارامتری آن به صورت $A(\alpha, \alpha - 1)$ است. فاصله A از خط $3x + 4y + 5 = 0$ را حساب می‌کنیم و مساوی ۳ قرار می‌دهیم:

$$\frac{|3\alpha + 4(\alpha - 1) + 5|}{\sqrt{3^2 + 4^2}} = 3 \Rightarrow |7\alpha + 1| = 15$$

$$\Rightarrow \begin{cases} 7\alpha + 1 = 15 \Rightarrow \alpha = 2 \in \mathbb{Z} & \checkmark \\ 7\alpha + 1 = -15 \Rightarrow \alpha = -\frac{16}{7} \notin \mathbb{Z} & \times \end{cases}$$

پس مختصات A به صورت $(2, 1)$ است و مجموع طول و عرض A برابر ۳ است.

(مسئله ۱- پیر و معارله - صفحه‌های ۳۳ تا ۳۶)

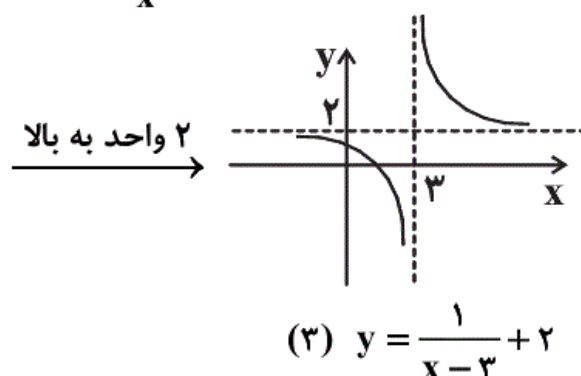
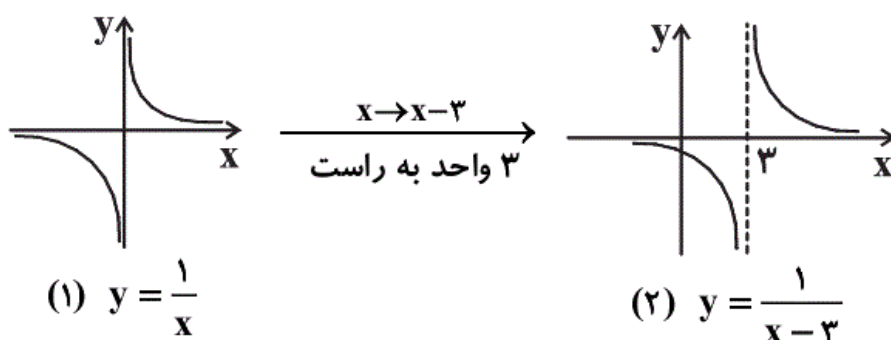
۴

۳

۲

۱ ✓

برای رسم تابع $f(x) = \frac{1}{x-3} + 2$ ، مراحل زیر را روی تابع $y = \frac{1}{x}$ انجام می‌دهیم:



پس نمودار f فقط از ناحیه سوم عبور نمی‌کند.

(مسئله ۱- تابع - صفحه‌های ۴۴ و ۴۵)

۴

۳ ✓

۲

۱

می‌دانیم $D_g = \{3\}$ است. پس باید D_f هم فقط شامل $x = 3$ باشد.

$$\begin{cases} x - a \geq 0 \Rightarrow x \geq a \\ -2x + b \geq 0 \Rightarrow 2x \leq b \Rightarrow x \leq \frac{b}{2} \end{cases} \Rightarrow a \leq x \leq \frac{b}{2}$$

برای آن که دامنه f مجموعه تک عضوی $\{3\}$ باشد باید $a = \frac{b}{2} = 3$

باشد، پس $b = 6$ و $a = 3$ است.

پس ضابطه f به صورت $f(x) = \sqrt{x-3} + \sqrt{-2x+6} + c$ درمی‌آید.

مقدار دو تابع در $x = 3$ را با هم برابر قرار می‌دهیم:

$$f(3) = g(3) \Rightarrow a = c \xrightarrow{a=3} c = 3$$

پس:

$$a + 2b + c = 3 + 2 \times (6) + 3 = 18$$

(مسئله ۱- تابع - صفحه‌های ۴۶ تا ۴۸)

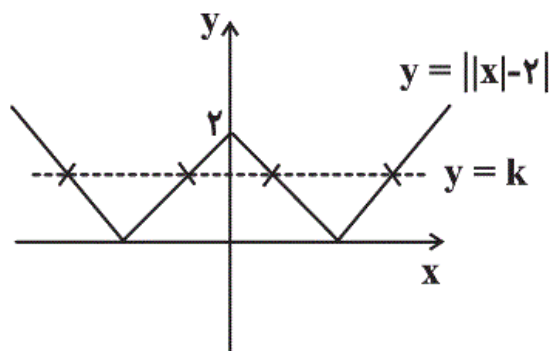
۴

۳

۲

۱

با انتقال نمودار $y = |x| - 2$ ، $y = |x|$ را رسم می‌کنیم:



پس $0 < k < 2$ می‌باشد. اکنون دلتای معادله $x^2 + kx + 1 = 0$ را به دست می‌آوریم تا تکلیف ریشه‌های آن معلوم شود.

$$\Delta = k^2 - 4 \times 1 \times 1 = k^2 - 4$$

از طرفی:

$$0 < k < 2 \xrightarrow{\text{توان } 2} 0 < k^2 < 4 \xrightarrow{-4} -4 < \underbrace{k^2 - 4}_{\Delta} < 0$$

$$\Rightarrow -4 < \Delta < 0$$

بنابراین در معادله $x^2 + kx + 1 = 0$ دلتا منفی می‌باشد، پس معادله ریشه حقیقی ندارد.

(مسئله ۱- جبر و معادله - صفحه ۱۴)

۴

۳

۲

۱

می‌دانیم که مجموع جملات یک دنباله حسابی از

رابطه $S_n = \frac{n}{2}(2a_1 + (n-1)d)$ به دست می‌آید. اگر این رابطه را

برحسب توان نزولی n مرتب کنیم، S_n به شکل زیر خواهد بود:

$$S_n = \left(\frac{d}{2}\right)n^2 + n\left(a_1 - \frac{d}{2}\right)$$

در ضابطه S_n ، به جای n ، x قرار می‌دهیم تا به تابع $y = S(x)$ برسیم.

$S(x)$ تابعی درجه دوم برحسب x است. بنابراین:

$$y = S(x) = \frac{d}{2}x^2 + x\left(a_1 - \frac{d}{2}\right)$$

چون دنباله کاهشی است، در نتیجه d منفی است و چون در تابع درجه

دوم $S(x)$ علامت ضریب x^2 منفی است، دهانه تابع باید به سمت پایین

باشد (گزینه ۱ یا ۴) اما از آنجایی که عرض از مبدأ این تابع صفر

است ($c = 0$) گزینه «۴» درست است.

(مسئله ۱- پیر و معارله - صفحه‌های ۱ تا ۴ و ۱۰ و ۱۱)

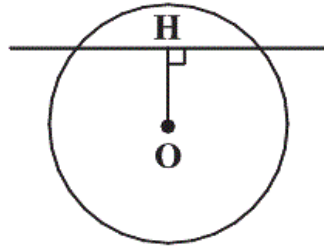
 ۴ ✓

 ۳

 ۲

 ۱

وقتی خط و دایره همدیگر را در دو نقطه قطع می‌کنند، فاصله مرکز دایره تا خط از شعاع دایره کم‌تر است.



$C(O, R)$

$$OH < R \Rightarrow 4 - x < 3x - 2 \Rightarrow 4x > 6 \Rightarrow x > \frac{3}{2} \quad (1)$$

همچنین داریم:

$$3x - 2 > 0 \Rightarrow 3x > 2 \Rightarrow x > \frac{2}{3} \quad (2)$$

$$4 - x \geq 0 \Rightarrow x \leq 4 \quad (3)$$

از اشتراک موارد (۱)، (۲) و (۳) داریم $\frac{3}{2} < x \leq 4$ ، که مقادیر صحیح

در این بازه قرار دارند. $x = 2, 3, 4$

(هنرسه ۲- صفحه‌های ۱۰ و ۱۱)

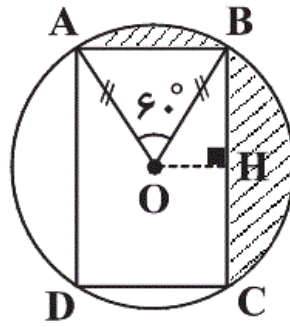
۴

۳

۲

۱

(رفیع مشتاق نظم)



روشن است که مثلث AOB ، متساوی الاضلاع می باشد، لذا داریم:

$$AB = 6 \Rightarrow OH = 3 \Rightarrow BH = \sqrt{6^2 - 3^2} = \sqrt{36 - 9}$$

$$= \sqrt{27} = 3\sqrt{3} \Rightarrow BC = 2BH = 6\sqrt{3}$$

$$\text{مساحت مستطیل} = AB \times BC = 36\sqrt{3}$$

$$\text{مساحت دایره} = \pi \times (6)^2 = 36\pi$$

از آن جایی که مساحت ناحیه هاشورخورده نصف مساحت ناحیه محصور بین

دایره و مستطیل است، داریم:

$$\text{مساحت ناحیه هاشورزده} = \frac{1}{2}(36\pi - 36\sqrt{3})$$

$$= 18\pi - 18\sqrt{3} = 18(\pi - \sqrt{3})$$

(هندسه ۲- صفحه های ۱۱ تا ۱۳)

 ۴

 ۳

 ۲

 ۱

$$\hat{A} = \frac{\widehat{CE} - \widehat{BF}}{2} \Rightarrow 21^\circ = \frac{\widehat{CE} - 38^\circ}{2} \Rightarrow \widehat{CE} = 80^\circ$$

$$\hat{x} = \frac{\widehat{CE} + \widehat{BF}}{2} \Rightarrow x = \frac{80^\circ + 38^\circ}{2} \Rightarrow x = 59^\circ$$

(هندسه ۲- صفحه های ۱۳ تا ۱۷)

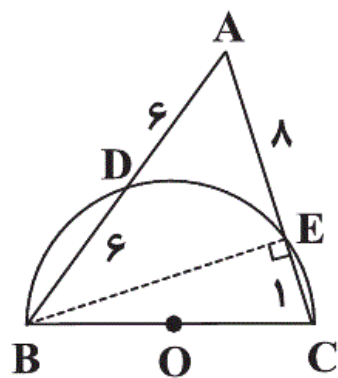
 ۴

 ۳

 ۲

 ۱

بنابه رابطه طولی در دایره داریم:



$$AD \cdot AB = AE \cdot AC$$

$$6 \times 12 = 8 \times AC \Rightarrow AC = 9 \Rightarrow EC = 1$$

از E به B وصل می‌کنیم، زاویه محاطی BEC روبه‌روی قطر دایره است، پس قائمه می‌باشد و داریم:

$$\Delta ABE : BE^2 = 12^2 - 8^2 = 80$$

$$\Delta BEC : BC^2 = BE^2 + EC^2 = 80 + 1 = 81 \Rightarrow BC = 9$$

(هندسه ۲ - صفحه‌های ۱۸ و ۱۹)

 ۴

 ۳

 ۲

 ۱

(علیرضا امیری)

با توجه به شکل و مماس بودن MD داریم:

$$MA \cdot MB = MD^2 \Rightarrow MB = \frac{MD^2}{MA} = \frac{6^2}{4} = 9 \Rightarrow AB = 9 - 4 = 5$$

از طرفی، از موازی بودن BD و AC درمی‌یابیم که $\widehat{BC} = \widehat{AD}$ ، پس داریم:

$$\widehat{BC} + \widehat{AC} = \widehat{AD} + \widehat{AC} \Rightarrow \widehat{AB} = \widehat{CD} \Rightarrow AB = CD \Rightarrow CD = 5$$

و همچنین با توجه به فرض می‌دانیم $CK = 2$ پس نتیجه می‌گیریم $DK = 3$.

از طرف دیگر با توجه به توازی AC و BD، می‌توان نتیجه گرفت که دو مثلث AKC و BKD، متساوی‌الساقین می‌باشند. بنابراین:

$$\begin{cases} AK = CK = 2 \\ KB = DK = 3 \end{cases}$$

(هندسه ۲ - صفحه‌های ۱۸ و ۱۹)

 ۴

 ۳

 ۲

 ۱

ابتدا ثابت می‌کنیم مثلث ABC قائم‌الزاویه است. مماس مشترک داخلی دو دایره را رسم می‌کنیم تا خط BC را در نقطه M قطع کند، از آنجا که از M دو مماس MA و MC بر یک دایره و دو مماس MA و MB بر دایره دیگر رسم شده است، خواهیم داشت:

$$\begin{cases} MC = MA \\ MB = MA \end{cases} \Rightarrow MA = MB = MC$$

و این یعنی میانه وارد بر ضلع BC، نصف طول آن است، پس مثلث ABC در رأس A قائمه است، در نتیجه:

$$S_{\Delta ABC} = \frac{AB \cdot AC}{2} \Rightarrow 10 = \frac{AB \times 2\sqrt{2}}{2} \Rightarrow AB = \frac{10}{\sqrt{2}}$$

حال از رابطه فیثاغورس استفاده می‌کنیم:

$$AB^2 + AC^2 = BC^2 \Rightarrow \left(\frac{10}{\sqrt{2}}\right)^2 + (2\sqrt{2})^2 = BC^2 \Rightarrow BC = \sqrt{58}$$

(هندسه ۲ - صفحه‌های ۱۹ و ۲۰)

۴

۳

۲ ✓

۱

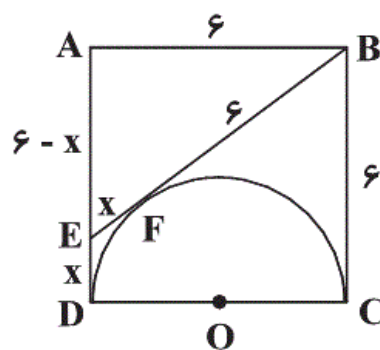
(رضا عباسی اصل)

-۸۷

فرض کنیم $DE = x$ ، در این صورت $AE = 6 - x$. می‌دانیم مماس‌های رسم شده از یک نقطه بر دایره با هم مساویند، پس:

$$BF = BC \Rightarrow BF = 6$$

$$EF = ED \Rightarrow EF = x$$



حال:

$$\Delta ABE \text{ محیط} = AB + AE + BE = 6 + 6 - x + 6 + x = 18$$

(هندسه ۲ - صفحه‌های ۱۹ و ۲۰)

۴

۳ ✓

۲

۱

$$AC = 2\sqrt{RR'} = 2\sqrt{9 \times 4} = 12$$

$$AB + BC = AC \Rightarrow 6\sqrt{r} + 4\sqrt{r} = 12$$

$$\Rightarrow 10\sqrt{r} = 12 \Rightarrow r = \left(\frac{6}{5}\right)^2 = \frac{36}{25} = 1/44$$

(هندسه ۲ - صفحه‌های ۲۰ تا ۲۲)

۴ ✓

۳

۲

۱

(همیدگروسی)

-۸۹

$$\begin{cases} \text{طول مماس مشترک خارجی} = \sqrt{d^2 - (R_1 - R_2)^2} = 6\sqrt{7} \\ \text{طول مماس مشترک داخلی} = \sqrt{d^2 - (R_1 + R_2)^2} = 4\sqrt{7} \end{cases}$$

$$\Rightarrow \begin{cases} d^2 - (7-r)^2 = 36 \times 7 \\ d^2 - (7+r)^2 = 16 \times 7 \end{cases} \xrightarrow{(-)} 28r = 20 \times 7$$

$$\Rightarrow r = 5 \Rightarrow d^2 = 36 \times 7 + 4 \Rightarrow d^2 = 4(63 + 1)$$

$$\Rightarrow d = 16 \Rightarrow |d - r| = |16 - 5| = 11$$

(هندسه ۲ - صفحه‌های ۲۰ تا ۲۳)

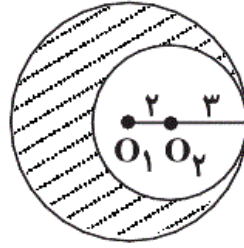
۴

۳

۲ ✓

۱

از آنجایی که دو دایره مماس داخل‌اند، داریم:



$$|R_1 - R_2| = 2$$

با فرض $R_1 > R_2$ ؛

$$R_1 - R_2 = 2 \quad (*)$$

از طرفی مساحت ناحیه هاشور خورده برابر است با:

$$\pi R_1^2 - \pi R_2^2 = \pi(R_1^2 - R_2^2) = 16\pi \Rightarrow R_1^2 - R_2^2 = 16 \quad (**)$$

با مقایسه روابط (*) و (**) نتیجه می‌گیریم:

$$R_1^2 - R_2^2 = (R_1 - R_2)(R_1 + R_2) = 16 \Rightarrow R_1 + R_2 = 8$$

بنابراین مساحت دایره مطلوب برابر است با:

$$\pi \left(\frac{R_1 + R_2}{2} \right)^2 = \pi(4)^2 = 16\pi$$

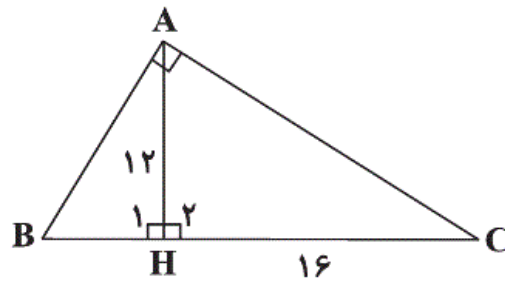
(هندسه ۲ - صفحه‌های ۲۰ تا ۲۳)

 ۴

 ۳

 ۲

 ۱



$$\begin{cases} \hat{A} = \hat{H}_1 = 90^\circ \\ \hat{B} = \hat{B} \text{ (مشترک)} \end{cases} \xrightarrow{\text{(زز)}} \triangle ABC \sim \triangle ABH$$

$$k = \frac{AB}{BC} = \frac{BH}{AB} = \frac{AH}{AC} \quad (1) \quad \text{(نسبت تشابه)}$$

$$AC^2 = CH^2 + AH^2 \quad \text{از طرفی در مثلث ACH داریم:}$$

$$\Rightarrow AC^2 = 16^2 + 12^2 = 400 \Rightarrow AC = 20 \quad (2)$$

$$\xrightarrow{(1), (2)} k = \frac{AH}{AC} = \frac{12}{20} = \frac{3}{5}$$

$$\text{نسبت مساحتها} = k^2 = \left(\frac{3}{5}\right)^2 = \frac{9}{25}$$

روش دوم: طبق روابط طولی در مثلث ABC داریم:

$$\triangle ACH: AC^2 = 12^2 + 16^2 = 400 \Rightarrow AC = 20$$

$$AC^2 = BC \times CH$$

$$\Rightarrow 20^2 = (16 + BH) \times 16 \Rightarrow BH = 9 \Rightarrow BC = 25$$

$$\triangle ABH: AB^2 = AH^2 + BH^2 = 12^2 + 9^2 = 225 \Rightarrow AB = 15$$

$$\Rightarrow \frac{S_{\triangle ABH}}{S_{\triangle ABC}} = \left(\frac{AB}{BC}\right)^2 = \left(\frac{15}{25}\right)^2 = \left(\frac{3}{5}\right)^2 = \frac{9}{25}$$

(هندسه ۱- قضیه تالس، تشابه و کاربردهای آن - صفحه‌های ۴۵ تا ۴۹)

۴

۳ ✓

۲

۱

در دو مثلث متشابه، نسبت محیط‌ها برابر k (نسبت تشابه) و نسبت

مساحت‌ها، برابر k^2 است. بنابراین داریم:

$$k + k^2 = 12 \Rightarrow k^2 + k - 12 = 0$$

$$\Rightarrow (k + 4)(k - 3) = 0 \xrightarrow{k > 0} k = 3$$

از طرفی نسبت نیمسازهای متناظر هم برابر نسبت تشابه دو مثلث است.

در نتیجه:

$$\frac{OF}{OE} = k = 3 \Rightarrow OE = \frac{1}{3}OF \xrightarrow{EF=8} \frac{1}{3}OF + OF = 8$$

$$\Rightarrow \frac{4}{3}OF = 8 \Rightarrow OF = 6$$

(هندسه ۱- قضیه تالس، تشابه و کاربردهای آن - صفحه‌های ۴۵ تا ۴۸)

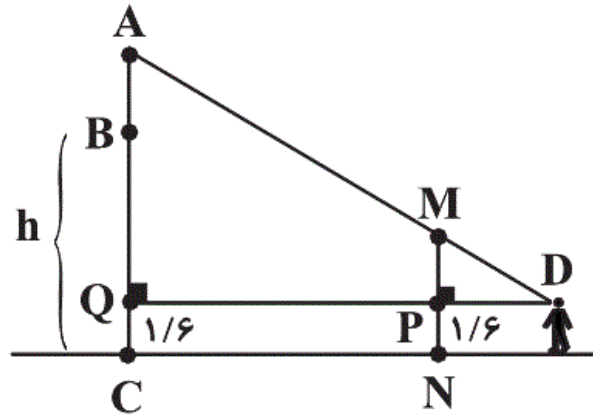
۴

۳

۲

۱

از چشم ناظر خط راستی موازی زمین رسم می‌کنیم تا تیر برق و برج را به ترتیب در نقاط P و Q قطع کند. حال با فرض این که A نوک آنتن برج، پای آنتن، C پای برج و M نوک تیر برق باشد، داریم:



$$MP = 8 - 1/6 = 6/4$$

$$AQ = 100 + h - 1/6 = 98/4 + h$$

$$MP \parallel AQ \xrightarrow{\text{قضیه تالس}} \frac{PD}{QD} = \frac{MP}{AQ}$$

$$\Rightarrow \frac{5}{345 + 5} = \frac{6/4}{98/4 + h} \Rightarrow 98/4 + h = 448 \Rightarrow h = 349/6 \text{ m}$$

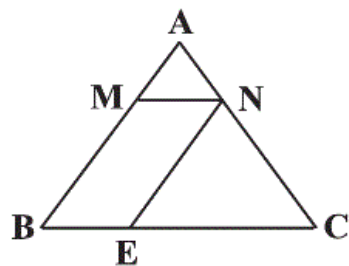
(هندسه ۱- قضیه تالس، تشابه و کاربردهای آن - صفحه‌های ۴۵ تا ۴۹)

 ۴

 ۳

 ۲

 ۱



$$\frac{S_{AMN}}{S_{BMNC}} = \frac{1}{15} \Rightarrow \frac{S_{AMN}}{S_{ABC}} = \frac{1}{16} \quad (1)$$

$$MN \parallel BC \Rightarrow \Delta AMN \sim \Delta ABC \xrightarrow{(1)} \frac{AN}{AC} = \frac{AM}{AB} = \frac{1}{4}$$

$$\Rightarrow \frac{NC}{AC} = \frac{3}{4} \Rightarrow \frac{S_{NCE}}{S_{ABC}} = \frac{9}{16}$$

$$\begin{cases} \frac{S_{AMN}}{S_{ABC}} = \frac{1}{16} \\ \frac{S_{AMN}}{S_{BMNC}} = \frac{1}{15} \end{cases} \Rightarrow \frac{S_{BMNC}}{S_{ABC}} = \frac{15}{16}$$

$$\frac{S_{BMNE}}{S_{ABC}} = \frac{S_{BMNC} - S_{NCE}}{S_{ABC}} = \frac{15}{16} - \frac{9}{16} = \frac{6}{16} = \frac{3}{8}$$

(هنر سه ۱- قضیه تالس، تشابه و کاربردهای آن- صفحه‌های ۴۵ تا ۴۹)

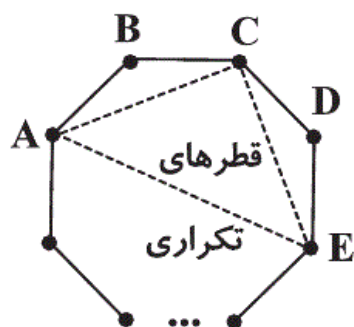
 ۴

 ۳

 ۲

 ۱

منظور از سه رأس دو به دو غیرمجاور، یعنی این که بین هر دو تایی حداقل یک رأس وجود داشته باشد. مانند سه رأس A، C و E در شکل زیر.



از هر رأس n ضلعی، $n - 3$ قطر می‌گذرد و بین این سه رأس منتخب، ۳ قطر تکراری داریم. پس:

$$E \text{ و } C, A = \text{تعداد قطرهای گذرنده از } A, C, E = 3(n - 3) - 3 = 24$$

$$\Rightarrow n - 3 = \frac{27}{3} = 9$$

(هندسه ۱- پنضلعی‌ها - صفحه‌های ۵۴ و ۵۵)

 ۴

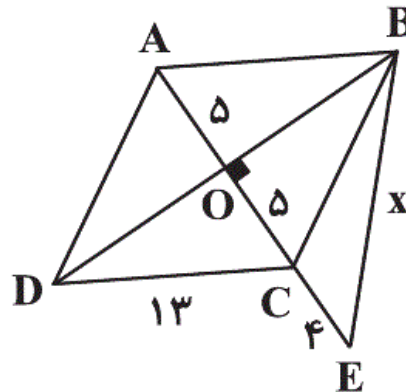
 ۳

 ۲

 ۱

قطر BD را رسم می‌کنیم، می‌دانیم قطرهای لوزی عمودمنصف یکدیگرند،

پس: $AO = OC = ۵$



داریم:

$$\Delta BOC : BO^2 + OC^2 = BC^2 \Rightarrow BO^2 + 5^2 = 13^2 \Rightarrow OB = 12$$

$$\Delta BOE : BE^2 = BO^2 + OE^2 \Rightarrow x^2 = 12^2 + 9^2 = 225 \Rightarrow x = 15$$

(هندسه ۱- پندرضلعی‌ها- صفحه‌های ۵۹ تا ۶۱)

۴

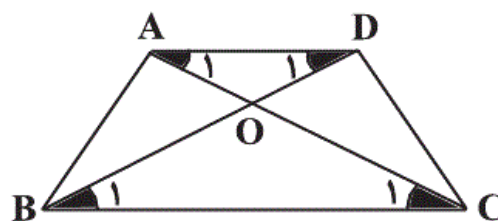
۳

۲

۱

(رفیم مشتاق نظم)

-۷۷



چون $AC = BD$ ، پس طبق فعالیت صفحه ۶۳ کتاب درسی می‌توان نتیجه

گرفت که $AB = CD$ و لذا $\hat{A}BC = \hat{D}CB$. پس دو مثلث ABC و BDC

هم‌نهشت هستند. در نتیجه $\hat{B}_1 = \hat{C}_1$ و بنابراین $\hat{A}_1 = \hat{D}_1$ ، پس $OA = OD$

و $OB = OC$ و در نتیجه هر سه تساوی درست هستند.

(هندسه ۱- پندرضلعی‌ها- صفحه‌های ۶۱ تا ۶۳)

۴

۳

۲

۱

$$\frac{\hat{A}}{7} = \frac{\hat{B}}{3} = \frac{\hat{C}}{2} = \frac{\hat{A} + \hat{B} + \hat{C}}{7+3+2} = \frac{180^\circ}{12} = 15^\circ$$

$$\Rightarrow \hat{A} = 105^\circ, \hat{B} = 45^\circ, \hat{C} = 30^\circ$$

ارتفاع AH را رسم می‌کنیم. در مثلث قائم‌الزاویه ACH، ضلع مقابل به زاویه 30° ، نصف وتر است.

$$AH = \frac{1}{2}AC = 3 \Rightarrow CH^2 + 3^2 = 6^2 \Rightarrow CH^2 = 27 \Rightarrow CH = 3\sqrt{3}$$

از طرفی:

$$\hat{A}_1 = \hat{B} = 45^\circ \Rightarrow BH = AH = 3 \Rightarrow BC = BH + CH = 3 + 3\sqrt{3}$$

$$\Rightarrow S_{\Delta ABC} = \frac{1}{2}AH \times BC = \frac{1}{2} \times 3 \times (3 + 3\sqrt{3}) = \frac{3}{2}(3 + 3\sqrt{3})$$

در نتیجه پاسخ درست گزینه «۱» است.

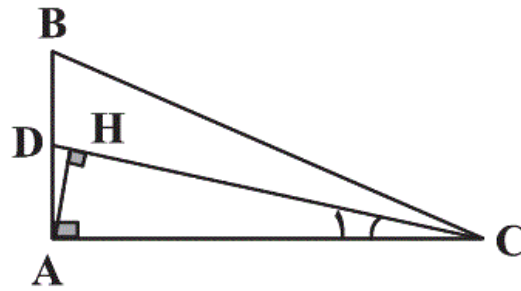
(هندسه ۱- پندرضلعی‌ها - صفحه‌های ۶۳ و ۶۴)

۴

۳

۲

۱



در این مثلث چون AB نصف وتر است، بنابراین $\hat{C} = 30^\circ$ و در نتیجه

$\hat{C}_1 = 15^\circ$ است. فاصله A تا CD همان طول AH خواهد بود. از طرفی طبق

تمرین ۵ صفحه ۶۴ کتاب درسی می‌دانیم $AH = \frac{DC}{4}$ ، لذا داریم:

$$AC = \sqrt{BC^2 - AB^2} = \sqrt{64 - 16} = \sqrt{48} = 4\sqrt{3}$$

$$DC = \sqrt{AC^2 + AD^2} = \sqrt{(4\sqrt{3})^2 + (8\sqrt{3} - 12)^2}$$

$$= 4\sqrt{(\sqrt{3})^2 + (2\sqrt{3} - 3)^2} = 4\sqrt{3 + 12 + 9 - 12\sqrt{3}}$$

$$= 4\sqrt{24 - 12\sqrt{3}} = 8\sqrt{6 - 3\sqrt{3}}$$

۴ ✓

۳

۲

۱

با استفاده از حالت (ض ز ض)، می توان هم نهشتی مثلث های زیر را اثبات

نمود، لذا داریم:

$$\begin{cases} AM = CN \\ \hat{A} = \hat{C} \\ AB = CD \end{cases} \Rightarrow \triangle AMB \cong \triangle CND \Rightarrow \hat{CND} = \hat{AMB}$$

عکس قضیه خطوط موازی و مورب

$$\rightarrow MB \parallel ND$$

همچنین داریم:

$$\begin{cases} \hat{MAP} = \hat{NCQ} \\ AM = NC \\ \hat{AMB} = \hat{CND} \end{cases} \Rightarrow \triangle AMP \cong \triangle CNQ \Rightarrow AP = QC \quad (1)$$

$$\triangle ADQ : MP \parallel DQ$$

$$\xrightarrow{\text{بنابه قضیه تالس}} \frac{AM}{MD} = \frac{AP}{PQ} \xrightarrow{AM=MD} AP = PQ \quad (2)$$

$$\xrightarrow{(1), (2)} AP = PQ = QC$$

$$\Rightarrow 3m - 1 = n + 1 = 2n - 3 \Rightarrow n = 4$$

$$\Rightarrow 4 + 1 = 3m - 1 \Rightarrow 3m = 6 \Rightarrow m = 2$$

$$\Rightarrow m + n = 6$$

(هندسه ۱- پنذضلعی ها- صفه های ۵۶ تا ۵۹ و ۶۴)

-۶۱

(علی شهرابی)

$x = 2$ جواب معادله است. پس در معادله صدق می کند:

$$2(2a + 1) = 18 \Rightarrow 2a + 1 = 9 \Rightarrow a = 4$$

با جای گذاری $a = 4$ ، معادله را حل می کنیم:

$$x(4x + 1) = 18 \Rightarrow 4x^2 + x - 18 = 0$$

$$\Delta = b^2 - 4ac = 1^2 - 4(4)(-18) = 289$$

$$x = \frac{-b \pm \sqrt{\Delta}}{2a} \Rightarrow x = \frac{-1 \pm 17}{8} \Rightarrow \begin{cases} x_1 = 2 \\ x_2 = -\frac{18}{8} = -\frac{9}{4} \end{cases}$$

(ریاضی ۱- معادله‌ها و نامعادله‌ها - صفحه‌های ۷۰ تا ۷۷)

 ۴ ✓

 ۳

 ۲

 ۱

-۶۲

(ایمان پینی فروشان)

تصویر نمودار تابع f بر روی محور x ها دامنه تابع و تصویر آن بر روی محور y ها برد تابع را نشان می دهد.

$$D_f = (-2, -1] \cup [0, 2) \cup (2, 4)$$

$$R_f = (-2, 0] \cup [1, 3)$$

$$D_f \cap R_f = (-2, -1] \cup \{0\} \cup [1, 2) \cup (2, 3)$$

اشتراک دامنه و برد تابع f ، شامل ۳ عدد صحیح -1 ، 0 و 1 است.

(ریاضی ۱- تابع - صفحه‌های ۱۰۱ تا ۱۰۸)

 ۴

 ۳ ✓

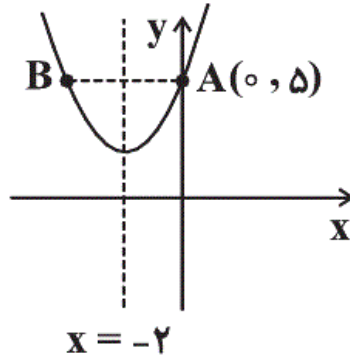
 ۲

 ۱

چون سهمی دارای محور تقارن است، کافی است قرینه A نسبت به

محور تقارن یعنی $x = -\frac{4}{2} = -2$ را به دست آوریم که این نقطه،

نقطه B(-4, 5) می باشد.



(ریاضی ۱- معادله‌ها و نامعادله‌ها- صفحه‌های ۷۸ تا ۸۲)

 ۴

 ۳

 ۲

 ۱

(علی شهرابی)

دلتای معادله باید صفر باشد:

$$\Delta = 0 \Rightarrow k^2 - 4(2)(40) = 0 \Rightarrow k^2 = 320 \Rightarrow k = \pm 8\sqrt{5}$$

ریشه مضاعف معادله درجه دوم از رابطه $x = \frac{-b}{2a}$ به دست می آید:

$$\alpha = \frac{-b}{2a} \Rightarrow \alpha = \frac{-k}{4} > 0 \Rightarrow k < 0 \Rightarrow k = -8\sqrt{5}$$

حالا ریشه مضاعف را حساب می کنیم:

$$\alpha = \frac{-k}{4} = \frac{-(-8\sqrt{5})}{4} = 2\sqrt{5}$$

$$k - \alpha = -8\sqrt{5} - 2\sqrt{5} = -10\sqrt{5}$$

پس:

(ریاضی ۱- معادله‌ها و نامعادله‌ها- صفحه‌های ۷۰ تا ۷۷)

 ۴

 ۳

 ۲

 ۱

اگر عرض مستطیل را x فرض کنیم، طول آن $5x - 10$ می‌شود:

$$x \begin{array}{|c|} \hline 5x - 10 \\ \hline \end{array} \quad x(5x - 10) = 45$$

$$\Rightarrow 5x^2 - 10x - 45 = 0 \Rightarrow \Delta = 100 - 4(5)(-45) = 1000$$

$$\Rightarrow x_{1,2} = \frac{-b \pm \sqrt{\Delta}}{2a} = \frac{10 \pm 10\sqrt{10}}{10} \Rightarrow \begin{cases} x_1 = 1 - \sqrt{10} & \text{غ ق} \\ x_2 = 1 + \sqrt{10} & \checkmark \end{cases}$$

$$\Rightarrow \text{عرض} = 1 + \sqrt{10} \Rightarrow \text{طول} = 5 + 5\sqrt{10} - 10 = 5\sqrt{10} - 5$$

(ریاضی ۱- معادله‌ها و نامعادله‌ها - صفحه‌های ۷۰ تا ۷۷)

۴

۳✓

۲

۱

(مورداد اسپیرکار)

معادله محور تقارن سهمی $y = ax^2 + bx + c$ از رابطه $x = \frac{-b}{2a}$ به

دست می‌آید.

$$y = ax^2 - x - 2 \Rightarrow \text{محور تقارن } x = \frac{-(-1)}{2a} = \frac{1}{2a} = \frac{1}{2} \Rightarrow a = 1$$

$$y = x^2 - x - 2 \xrightarrow[y=0]{\text{برخورد با محور } x} x^2 - x - 2 = 0$$

$$\Rightarrow (x-2)(x+1) = 0 \Rightarrow \begin{cases} x = 2 \\ x = -1 \end{cases}$$

(ریاضی ۱- معادله‌ها و نامعادله‌ها - صفحه‌های ۷۸ تا ۸۲)

۴

۳

۲✓

۱

برای آن که سهمی $y = f(x)$ بالای خط $y = k$ باشد باید:

$$f(x) > k \Rightarrow (m+3)x^2 + mx + 2 > 1$$

$$\Rightarrow (m+3)x^2 + mx + 1 > 0$$

برای آن که عبارت درجه ۲ همواره مثبت باشد باید دو شرط زیر برقرار باشد:

$$(1) x^2 \text{ ضریب } > 0 \Rightarrow m+3 > 0 \Rightarrow m > -3$$

$$(2) \Delta < 0 \Rightarrow m^2 - 4(m+3)(1) < 0 \Rightarrow m^2 - 4m - 12 < 0$$

$$\Rightarrow (m-6)(m+2) < 0 \Rightarrow -2 < m < 6$$

$$(1) \cap (2) = (-2, 6)$$

(ریاضی ۱- معادله‌ها و نامعادله‌ها - صفحه‌های ۸۳ تا ۹۱)

 ۴ ✓

 ۳

 ۲

 ۱

(امیر هوشنگ فمسه)

طبق تعریف هندسی حل نامعادله قدرمطلق باید نامعادله $|x-4| \leq 3$ را حل کنیم.

$$|x-4| \leq 3 \Rightarrow -3 \leq x-4 \leq 3 \Rightarrow 1 \leq x \leq 7$$

$$\alpha + \beta = 1 + 7 = 8$$

(ریاضی ۱- معادله‌ها و نامعادله‌ها - صفحه‌های ۹۱ تا ۹۳)

 ۴

 ۳ ✓

 ۲

 ۱

عبارت $\frac{x^2 - 6x + 8}{9x - x^2}$ را تعیین علامت می‌کنیم:

$$\begin{cases} x^2 - 6x + 8 = 0 \Rightarrow \begin{cases} x = 2 \\ x = 4 \end{cases} \text{ ریشه‌های صورت} \\ 9x - x^2 = 0 \Rightarrow \begin{cases} x = 0 \\ x = 9 \end{cases} \text{ ریشه‌های مخرج} \end{cases}$$

x	0	2	4	9			
$x^2 - 6x + 8$	+	+	0	-	0	+	+
$9x - x^2$	-	0	+	+	+	0	-
$\frac{x^2 - 6x + 8}{9x - x^2}$	-	+	0	-	0	+	-

با توجه به جدول در بازه‌های $(0, 2)$ و $(4, 9)$ عبارت مثبت می‌شود و اعداد صحیح متعلق به این بازه‌ها عبارتند از ۱، ۵، ۶، ۷ و ۸. بنابراین عبارت به ازای پنج عدد صحیح، مقداری مثبت خواهد داشت.

(ریاضی ۱- معادله‌ها و نامعادله‌ها - صفحه‌های ۱۳ تا ۱۸)

۴

۳

۲

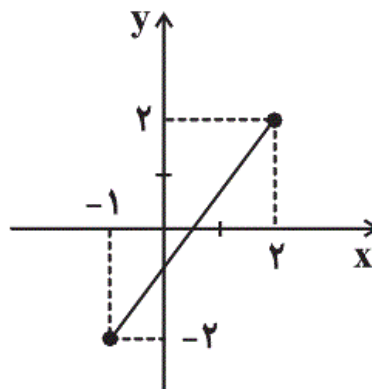
۱

(ایمان پینی‌فروشان)

-۷۰

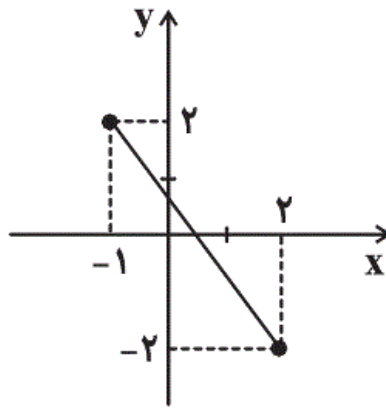
تابع f خطی است و با توجه به دامنه و بردش، نمودار آن به یکی از دو

صورت زیر است:



$y - 2 = \frac{2 - (-2)}{2 - (-1)}(x - 2) \Rightarrow y = \frac{4}{3}x - \frac{2}{3}$

$$\Rightarrow f(x) = \frac{4}{3}x - \frac{2}{3} \Rightarrow f(0) = -\frac{2}{3}, f(1) = \frac{2}{3}, f\left(\frac{1}{2}\right) = 0$$



$$y - 2 = \frac{-2 - 2}{2 - (-1)}(x + 1) \Rightarrow y = -\frac{4}{3}x + \frac{2}{3}$$

$$\Rightarrow f(x) = -\frac{4}{3}x + \frac{2}{3} \Rightarrow f(1) = -\frac{2}{3}, f\left(\frac{1}{2}\right) = 0, f(0) = \frac{2}{3}$$

همانطور که دیده می‌شود نقطه $(\frac{1}{2}, 1)$ به هیچ وجه نمی‌تواند روی نمودار

تابع f قرار گیرد.

(ریاضی ۱ - تابع - صفحه‌های ۱۰۱ تا ۱۰۸)

۴

۳

۲

۱

ریاضی، هندسه ۱ - سوالات موازی، - 13970602

(رہیم مشتاق نظم)

اگر نسبت تشابه دو هفت ضلعی (کوچک به بزرگ) را k بگیریم، در این صورت:

$$k = \text{نسبت محیط‌ها} \quad k^2 = \text{نسبت مساحت‌ها}$$

$$\Rightarrow k^2 = \frac{16}{25} \Rightarrow k = \frac{4}{5}$$

$$\frac{\text{محیط هفت ضلعی کوچک}}{50} = \frac{4}{5}$$

$$\Rightarrow \text{محیط هفت ضلعی کوچک} = 50 \times \frac{4}{5} = 40$$

(هندسه ۱- قضیة تالس، تشابه و کاربردهای آن - صفحه‌های ۴۵ تا ۴۸)

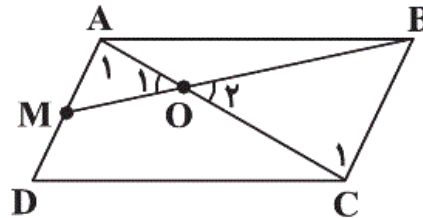
[۴]

[۳]✓

[۲]

[۱]

(سیدسروش کریمی مداحی)



$$\begin{cases} \hat{O}_1 = \hat{O}_2 \\ \hat{A}_1 = \hat{C}_1 \text{ (مورب } AC \text{ و } AM \parallel BC \text{)} \end{cases} \xrightarrow{\text{(ز ز)}} \triangle AOM \sim \triangle BOC$$

از طرفی می‌دانیم هرگاه دو چندضلعی با نسبت تشابه k ، متشابه باشند، نسبت مساحت آن‌ها k^2 است. در نتیجه:

$$\frac{S_{\triangle AOM}}{S_{\triangle BOC}} = \left(\frac{AO}{OC}\right)^2 \Rightarrow \frac{1}{4} = \left(\frac{AO}{OC}\right)^2$$

$$\Rightarrow \frac{x+1}{3x-4} = \frac{1}{2} \Rightarrow 2x+2 = 3x-4 \Rightarrow x=6$$

(هندسه ۱- قضیة تالس، تشابه و کاربردهای آن - صفحه‌های ۴۵ تا ۴۸ و هندضلعی‌ها - صفحه‌های ۵۶ تا ۵۹)

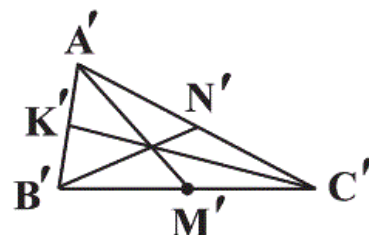
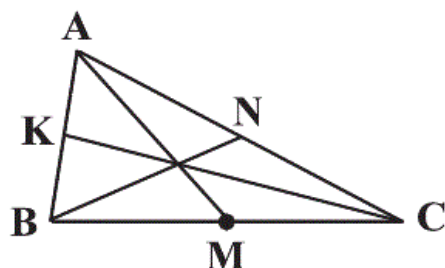
[۴]

[۳]

[۲]

[۱]✓

(علی فتح‌آبادی)

اضلاع مثلث اول: $4, 4\sqrt{2}, 4\sqrt{5}$ اضلاع مثلث دوم: $\sqrt{2}, 2, \sqrt{10}$ 

با کمی دقت متوجه می‌شویم، اضلاع مثلث بزرگ تر $\sqrt{8}$ برابر اضلاع مثلث کوچک تر است. پس دو مثلث متشابه‌اند و نسبت تشابه آن‌ها $k = \sqrt{8}$ است. از طرفی می‌دانیم در دو مثلث متشابه، نسبت میانه‌ها برابر با نسبت اضلاع (نسبت تشابه) می‌باشد. بنابراین:

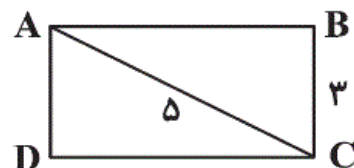
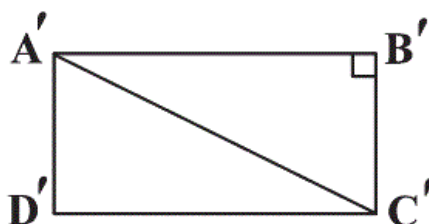
۴

۳

۲

۱ ✓

(مهمرب پور احمدی)



$$\Delta ABC: AC^2 = AB^2 + BC^2 \Rightarrow 5^2 = AB^2 + 3^2 \Rightarrow AB = 4$$

$$ABCD \sim A'B'C'D' \Rightarrow \Delta ABC \sim \Delta A'B'C'$$

$$\Rightarrow \frac{AB}{A'B'} = \frac{BC}{B'C'} = \frac{AC}{A'C'} \Rightarrow \frac{4}{A'B'} = \frac{3}{B'C'} = \frac{5}{A'C'}$$

$$\Rightarrow \frac{4}{A'B'} = \frac{3}{\frac{24}{A'B'}} = \frac{5}{A'C'} \Rightarrow \frac{4}{A'B'} = \frac{3A'B'}{24} \Rightarrow A'B'^2 = 32$$

$$\Rightarrow A'B' = 4\sqrt{2}$$

$$\frac{4}{4\sqrt{2}} = \frac{5}{A'C'} \Rightarrow A'C' = 5\sqrt{2}$$

(هنر سه ۱- قضیه تالس، تشابه و کاربردهای آن - صفحه‌های ۴۵ تا ۴۸)

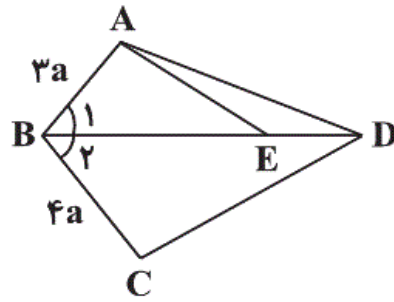
۴

۳

۲

۱ ✓

(فرشاد خرامرزی)



$$BE = 3DE \Rightarrow BD = 4DE \Rightarrow \frac{BE}{BD} = \frac{3}{4} \quad (*)$$

$$\frac{AB}{BC} = \frac{3}{4} \xrightarrow{(*)} \frac{BE}{BD} = \frac{AB}{BC}$$

از طرفی $\hat{B}_1 = \hat{B}_2$ پس دو مثلث ABE و BCD متشابه‌اند و داریم:

$$\frac{S_{ABE}}{S_{BCD}} = \left(\frac{3}{4}\right)^2 = \frac{9}{16} \Rightarrow S_{ABE} = \frac{9}{16} S_{BCD}$$

در دو مثلث ABE و AED، نسبت مساحت‌ها برابر نسبت قاعده‌ها است:

$$\frac{S_{ADE}}{S_{ABE}} = \frac{DE}{BE} = \frac{1}{3} \Rightarrow S_{ADE} = \frac{1}{3} S_{ABE} = \frac{1}{3} \left(\frac{9}{16} S_{BCD}\right)$$

$$\Rightarrow S_{ADE} = \frac{3}{16} S_{BCD}$$

(هندسه ۱- قضیه تالس، تشابه و کاربردهای آن - صفحه‌های ۴۵ تا ۴۹)

 ۴

 ۳

 ۲

 ۱

(مهم پورا آمدی)

-۹۶

$$\text{مجموع زوایای داخلی } n \text{ ضلعی محدب} = (n-2) \times 180^\circ$$

$$\Rightarrow 1800^\circ = (n-2) \times 180^\circ$$

$$\Rightarrow n-2 = 10 \Rightarrow \text{تعداد اضلاع} = n = 12$$

$$\text{تعداد قطرهای } n \text{ ضلعی} = \frac{n(n-3)}{2} = \frac{12 \times 9}{2} = 54$$

در نتیجه اختلاف تعداد قطرهای و اضلاع برابر است با:

$$|54 - 12| = 42$$

(هندسه ۱- چندضلعی‌ها - صفحه‌های ۵۴ و ۵۵)

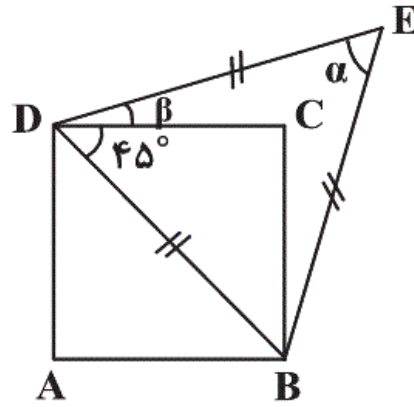
 ۴

 ۳

 ۲

 ۱

با توجه به این که در مربع قطرها با هم مساویند، به جای قطر AC، قطر BD را رسم می‌کنیم. داریم:



$$DE = BE = AC \xrightarrow{AC=BD} DE = BE = BD$$

$\Rightarrow \triangle BED$ متساوی‌الاضلاع است $\Rightarrow \alpha = 60^\circ$

$$\beta = \hat{EDB} - \hat{CDB} = 60^\circ - 45^\circ = 15^\circ \quad \text{حال:}$$

$$\alpha + \beta = 60^\circ + 15^\circ = 75^\circ \quad \text{بنابراین:}$$

(هندسه ۱- چندضلعی‌ها - صفحه‌های ۶۰ تا ۶۳)

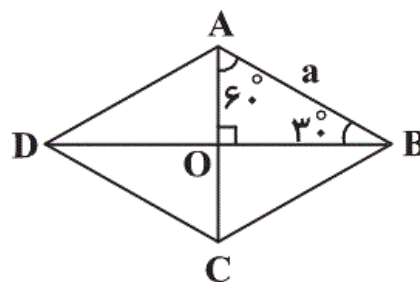
۴

۳

۲

۱

از به هم وصل کردن وسط‌های اضلاع یک چهارضلعی، چهارضلعی دیگری به وجود می‌آید که محیط آن برابر مجموع قطرهای چهارضلعی اولیه است (چرا؟). همچنین در لوزی، قطرها، نیمساز زوایا و عمودمنصف یکدیگر نیز هستند؛ بنابراین اگر ضلع لوزی را برابر a فرض کنیم، داریم:



$$\triangle AOB: \text{ (ضلع مقابل به زاویه } 60^\circ \text{)} \Rightarrow OB = \frac{\sqrt{3}}{2}a \Rightarrow BD = \sqrt{3}a$$

مثلث‌های ABC و ACD متساوی‌الاضلاع هستند. در نتیجه: $AC = a$

$$\Rightarrow \text{مجموع دو قطر} = a + a\sqrt{3} = a(1 + \sqrt{3})$$

$$\Rightarrow a(1 + \sqrt{3}) = 3 + \sqrt{3} \Rightarrow a(1 + \sqrt{3}) = \sqrt{3}(\sqrt{3} + 1) \Rightarrow a = \sqrt{3}$$

۴

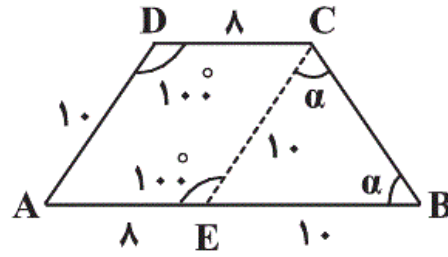
۳

۲

۱

(رضا عباسی اصل)

از C به موازات AD رسم می‌کنیم تا AB را در E قطع کند. AECD متوازی‌الاضلاع است و داریم:



$$AE = 8, EC = 10, \hat{AEC} = 100^\circ$$

$$EB = 18 - 8 = 10$$

در نتیجه:

حال مثلث BEC متساوی‌الساقین است ($EB = EC = 10$)، پس:

$$\hat{ECB} = \alpha, \text{ بنابراین:}$$

$$\hat{AEC} = \hat{ECB} + \hat{B} \Rightarrow 100^\circ = \alpha + \alpha \Rightarrow \alpha = 50^\circ$$

(هندسه ۱ - پنر ضلعی‌ها - صفحه‌های ۹۱ تا ۹۳)

۴

۳

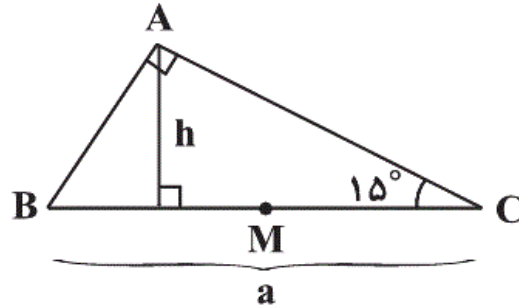
۲

۱ ✓

(علی فتح آباری)

بنابر فرض زاویه حاده دیگر مثلث ۱۵ درجه است و می دانیم در یک مثلث قائم الزاویه با یک زاویه ۱۵ درجه، ارتفاع وارد بر وتر، $\frac{1}{4}$ وتر است. پس:

$$h = \frac{a}{4}$$



$$S = \frac{1}{2} a \times h \Rightarrow 8 = \frac{1}{2} a \times \frac{a}{4} \Rightarrow a^2 = 64 \Rightarrow a = 8$$

محل تلاقی عمود منصف‌ها وسط وتر می‌باشد، پس M پای میانه است، در نتیجه:

$$AM = \frac{\text{وتر}}{2} = \frac{8}{2} = 4$$

(هندسه ۱- پندرضلعی‌ها- صفحه‌های ۶۰ تا ۶۴)

 ۴

 ۳

 ۲

 ۱

www.kanoon.ir