



سایت ویژه ریاضیات www.riazisara.ir

درسنامه ها و جزوه های ریاضی

سوالات و پاسخنامه تشریحی کنکور

نمونه سوالات امتحانات ریاضی

نرم افزارهای ریاضیات

و...

کانال سایت ریاضی سرا در تلگرام:

<https://t.me/riazisara>



(@riazisara)

۱۸۱- نقطه $(۸, ۱)$ روی نمودار f به نقطه $(۲, ۵)$ روی تابع $g(x) = bf(ax+b) + a$ متناظر می‌شود. نقطه $(-۱, ۳)$ روی f ، به چه نقطه‌ای روی g متناظر می‌شود؟

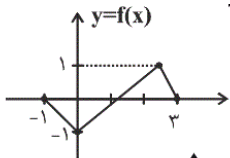
- (۱) $(۱, ۹)$ (۲) $(-۱, ۹)$ (۳) $(۱, -۹)$ (۴) $(-۱, -۹)$

شما پاسخ نداده اید

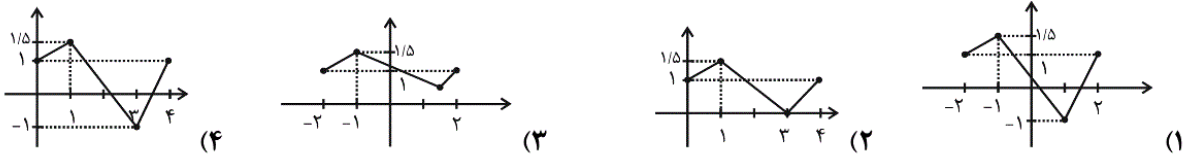
۱۸۲- نمودار تابع $y = f(x)$ مفروض است. اگر ابتدا نمودار را نسبت به محور y ها قرینه کنیم، سپس آن را ۳ واحد در جهت محور x به طرف چپ انتقال داده و در انتها در جهت محور y ها با ضریب ۴، انبساط عمودی دهیم، کدام ضابطه بدست می‌آید؟

- (۱) $y = 4f(-x+3)$ (۲) $y = \frac{1}{4}f(-x+3)$ (۳) $y = 4f(-x-3)$ (۴) $y = \frac{1}{4}f(-x-3)$

شما پاسخ نداده اید



۱۸۳- نمودار تابع $y = f(x)$ به صورت مقابل است. نمودار $y = -\frac{1}{4}f(x+1) + 1$ کدام است؟



شما پاسخ نداده اید

۱۸۴- نمودار تابع $y = x^3$ را ابتدا یک واحد به سمت راست و سپس k واحد به سمت بالا منتقل می‌کنیم تا نمودار تابع با ضابطه $y = x^3 - 3x^2 + 3x$ به دست آید. مقدار k کدام است؟

- (۱) -۱ (۲) ۱ (۳) صفر (۴) ۲

شما پاسخ نداده اید

۱۸۵- اگر $f(x) = x^3 - 3x^2 + 3x$ باشد، دامنه تابع $y = \sqrt{\frac{x}{f(x)}}$ کدام است؟

- (۱) $(۰, \infty)$ (۲) \mathbb{R} (۳) $\mathbb{R} - \{۰\}$ (۴) $[۰, \infty)$

شما پاسخ نداده اید

۱۸۶- معادله $\sqrt[3]{x+2} = x^3$ چند جواب دارد؟

- (۱) ۱ (۲) ۲ (۳) ۳ (۴) ۴

شما پاسخ نداده اید

۱۸۷- تابع $f(x) = \begin{cases} 1 & ; x \geq 3 \\ -x+2 & ; x < 3 \end{cases}$ چگونه تابعی است؟

- (۱) نزولی (۲) اکید نزولی (۳) صعودی (۴) غیر یکنوا

شما پاسخ نداده اید

۱۸۸- اگر باقی مانده تقسیم $۲x^2 + mx + ۷$ بر $x-۲$ برابر با ۸ باشد، باقی مانده تقسیم $۴x^2 + ۲mx + ۱۷$ بر $x-۲$ کدام است؟

- (۱) ۱۶ (۲) ۱۷ (۳) ۱۸ (۴) ۱۹

شما پاسخ نداده اید

۱۸۹- اگر چند جمله‌ای $x^3 + ax^2 + bx + 1$ بر چند جمله‌ای $x^2 - x - 2$ بخش پذیر باشد، $a + b$ کدام است؟
(۱) -۱ (۲) -۲ (۳) -۳ (۴) -۴

شما پاسخ نداده اید

۱۹۰- عبارت $x^5 + ۳۲$ را به صورت $(x+۲)q(x)$ تجزیه کرده ایم، مجموع ضرایب $q(x)$ کدام است؟
(۱) ۱۰ (۲) ۱۱ (۳) ۱۲ (۴) ۱۶

شما پاسخ نداده اید

-۱۸۱

(جوابفش نیکنام)

$$(۸,۱) \rightarrow (۲,۵) \Rightarrow \begin{cases} ۲a + b = ۸ \\ b + a = ۵ \end{cases} \Rightarrow a = ۳, b = ۲$$

$$\Rightarrow g(x) = ۲f(۳x + ۲) + ۳$$

$$(-۱, ۳) \in f \Rightarrow \begin{cases} ۳x + ۲ = -۱ \Rightarrow x = -۱ \\ ۲ \times (۳) + ۳ = ۹ \Rightarrow y = ۹ \end{cases}$$

$$\rightarrow (-۱, ۹) \in g$$

(حسابان ۲ - تابع)

۴

۳

۲ ✓

۱

(سعید مدیر فراسانی)

-۱۸۲

$$g = f(x) \xrightarrow{x \rightarrow -x} y = f(-x) \xrightarrow{x \rightarrow x+۳} \rightarrow$$

$$y = f(-(x+۳)) = f(-x-۳) \xrightarrow{f \rightarrow ۴f} y = ۴f(-x-۳)$$

(حسابان ۲ - تابع)

۴

۳ ✓

۲

۱

چون به x یک واحد اضافه شده است، ابتدا نمودار را روی محور x ها یک واحد به طرف چپ می‌بریم، سپس عرض همه نقاط آن را در $\frac{1}{2}$ ضرب می‌کنیم (نمودار جدید در راستای محور y ها به اندازه $\frac{1}{2}$ منقبض می‌گردد). سپس قرینه آن را نسبت به محور x ها بدست می‌آوریم. در انتها نیز نمودار حاصل را به اندازه یک واحد در راستای محور y ها بالا می‌بریم، در نتیجه نمودار گزینه ۳ حاصل می‌گردد.

(مسئله ۲ - تابع)

 ۴ ۳ ۲ ۱

(جهانپوش نیکنام)

$$y = x^3 \xrightarrow{\text{یک واحد به راست}} y = (x-1)^3$$

$$\xrightarrow{k \text{ واحد به سمت بالا}} y = (x-1)^3 + k = x^3 - 3x^2 + 3x$$

$$\Rightarrow x^3 - 3x^2 + 3x - 1 + k = x^3 - 3x^2 + 3x$$

$$\Rightarrow -1 + k = 0 \Rightarrow k = 1$$

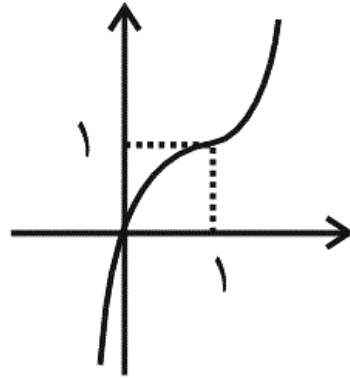
(مسئله ۲ - تابع)

 ۴ ۳ ۲ ۱

کافی است نمودار $f(x) = x^3 - 3x^2 + 3x$ را رسم نماییم.

$$f(x) = x^3 - 3x^2 + 3x = (x-1)^3 + 1$$

نمودار این تابع به صورت زیر خواهد بود.



همان‌طور که مشاهده می‌کنیم x و $f(x)$ با توجه به نمودار هم علامت

هستند. فقط در $x=0$ عبارت $\frac{x}{f(x)}$ تعریف نشده می‌باشد ($f(0)=0$).

بنابراین در تمام نقاط به جز $x=0$ داریم: $\frac{x}{f(x)} > 0$ ، پس دامنه این

تابع $\mathbb{R} - \{0\}$ می‌باشد.

توجه: با استفاده از عددگذاری و حذف گزینه هم می‌توان گزینه صحیح را

پیدا کرد.

(مسئله ۲ - تابع)

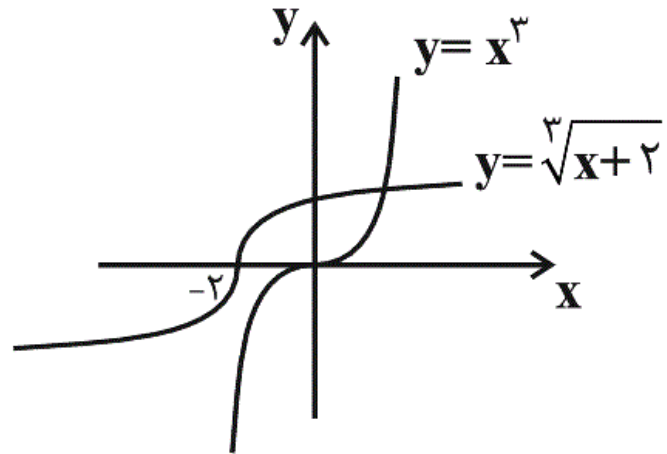
 ۴

 ۳

 ۲

 ۱

نمودار توابع $y = x^3$ و $y = \sqrt[3]{x+2}$ به صورت زیر است.



دو نمودار در یک نقطه متقاطع هستند، پس معادله یک جواب دارد.

(مسئله ۲ - تابع)

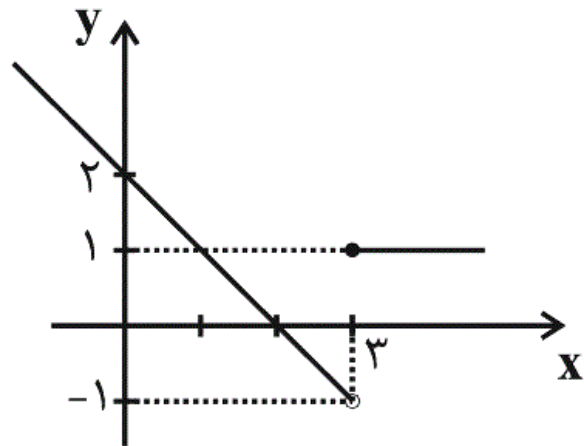
 ۴

 ۳

 ۲

 ۱

نمودار را رسم می‌کنیم:



$$y = -x + 2 \Rightarrow \begin{array}{c|ccc} x & 3 & 2 & 0 \\ \hline y & -1 & 0 & 2 \end{array}$$

چون نمودار در حال نزول، مجدداً در نقطه به طول ۳ بالا آمده است پس

نمی‌تواند یکنوا باشد در نتیجه گزینه ۴ درست است.

(مسئله ۲ - تابع)

۴

۳

۲

۱

$$۲x^2 + mx + ۷ = (x - ۲)Q(x) + ۸$$

داریم.

$$۴x^2 + ۲mx + ۱۷ = ۲(۲x^2 + mx + ۷) + ۳$$

$$= ۲((x - ۲)Q(x) + ۸) + ۳ = ۲(x - ۲)Q(x) + ۱۹$$

$$= (x - ۲) \underbrace{(۲Q(x))}_{Q'(x)} + ۱۹$$

پس باقی مانده تقسیم عدد ۱۹ می باشد.

(مسئله ۲ - تابع)

 ۴ ۳ ۲ ۱

ابتدا چند جمله‌ای $x^2 - x - 2$ را تجزیه می‌کنیم.

$$x^2 - x - 2 = (x + 1)(x - 2)$$

بنابراین چند جمله‌ای $x^3 + ax^2 + bx + 1$ بر هر دو چند جمله‌ای $x + 1$

و $x - 2$ بخش‌پذیر است. پس اگر $f(x) = x^3 + ax^2 + bx + 1$

آن‌گاه:

$$f(-1) = 0 \rightarrow (-1)^3 + a(-1)^2 + b(-1) + 1 = 0$$

$$\Rightarrow a - b = 0 \Rightarrow a = b$$

$$f(2) = 0 \Rightarrow (2)^3 + a(2)^2 + 2b + 1 = 0 \Rightarrow 6a = -9$$

$$\Rightarrow a = \frac{-9}{6} = \frac{-3}{2}$$

$$\Rightarrow b = -\frac{3}{2} \Rightarrow a + b = -3$$

(مسئله ۲ - تابع)

۴

۳

۲

۱

روش اول:

$$x^5 + 32 = (x+2)(x^4 - 2x^3 + 4x^2 - 8x + 16)$$

$$\text{مجموع ضرایب} = (1 - 2 + 4 - 8 + 16) = 11$$

روش دوم: مجموع ضرایب یک چند جمله‌ای مانند $q(x)$ برابر با $q(1)$

می‌باشد. بنابراین:

$$x^5 + 32 = (x+2)q(x)$$

$$x=1 \Rightarrow 33 = 3 \times q(1) = q(1) = 11$$

(مسئله ۲ - تابع)

۴

۳

۲ ✓

۱