



سایت ویژه ریاضیات [www.riazisara.ir](http://www.riazisara.ir)

درسنامه ها و جزوه های ریاضی

سوالات و پاسخنامه تشریحی کنکور

نمونه سوالات امتحانات ریاضی

نرم افزارهای ریاضیات

و...

کانال سایت ریاضی سرا در تلگرام:

<https://t.me/riazisara>



(@riazisara)

۱۴۱- اگر  $a$ ،  $b$  و  $c$  سه جمله متوالی یک دنباله حسابی با جملات متمایز باشند، حاصل  $\frac{(a-c)^2}{b^2-ac}$  کدام است؟

۱ (۱) ۲ (۲)

۳ (۳) ۴ (۴)

شما پاسخ نداده اید

۱۴۲- در یک دنباله هندسی با جملات مثبت، حاصل ضرب جملات اول و سوم برابر ۴ و حاصل ضرب جملات سوم و پنجم برابر ۱۶

است. مقدار  $\frac{q}{a_1}$  کدام است؟ ( $q$  قدرنسبت و  $a_1$  جمله اول دنباله است.)

۱ (۱)  $\sqrt{2}$  (۲)

۲ (۳)  $\sqrt{3}$  (۴)

شما پاسخ نداده اید

۱۴۳- جملات دوم، سوم و پنجم یک دنباله هندسی با قدرنسبت مثبت، جملات متوالی یک دنباله حسابی اند. قدرنسبت دنباله

هندسی ( $q$ ) کدام است؟ ( $q \neq 1$ )

۱ (۱)  $\frac{\sqrt{5}-1}{2}$

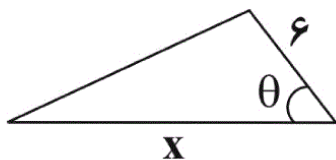
۲ (۲)  $\frac{\sqrt{3}+1}{2}$

۳ (۳)  $\frac{\sqrt{3}-1}{2}$

۴ (۴)  $\frac{\sqrt{5}+1}{2}$

شما پاسخ نداده اید

۱۴۴- در مثلث شکل مقابل  $\tan \theta = \frac{12}{5}$  و مساحت مثلث برابر ۳۶ واحد مربع است. مقدار  $x$  کدام است؟



۱ (۱) ۱۰

۲ (۲) ۱۲

۳ (۳) ۱۳

۴ (۴) ۱۵

شما پاسخ نداده اید

۱۴۵- اگر  $\cos^4 x - \sin^4 x = \frac{1}{3}$  باشد، مقدار  $\tan^2 x$  کدام است؟

$\frac{3}{2}$  (۲)

$\frac{2}{3}$  (۱)

۲ (۴)

$\frac{1}{2}$  (۳)

شما پاسخ نداده اید

۱۴۶- حاصل  $\frac{2}{1+\cot^4 x} + \frac{2}{1+\tan^4 x}$  کدام است؟

۲ (۲)

۱ (۱)

۴ (۴)

$\frac{1}{2}$  (۳)

شما پاسخ نداده اید

۱۴۷- اگر  $\tan x - \cot x = a$  و  $\sin x + \cos x = b$ ، آن گاه حاصل عبارت  $(b^2 - 1)^2 (a^2 + 4)$  کدام است؟

۳ (۲)

۲ (۱)

۸ (۴)

۴ (۳)

شما پاسخ نداده اید

۱۴۸- اگر  $\cot x = 2$  و  $\frac{2A \sin x + 3 \cos x}{2 \sin x - (A+1) \cos x} = 5$  باشد، A کدام است؟

۲ (۲)

$\frac{1}{2}$  (۱)

-۲ (۴)

$-\frac{1}{2}$  (۳)

شما پاسخ نداده اید

۱۴۹- مساحت محدود به محورهای مختصات و خطی که زاویه آن با جهت مثبت محور x ها  $45^\circ$  بوده و نقطه  $(2, 0)$  روی آن قرار

دارد، کدام است؟

$2\sqrt{2}$  (۲)

۴ (۱)

$2\sqrt{3}$  (۴)

۲ (۳)

شما پاسخ نداده اید

۱۵۰- حداکثر مقدار عبارت  $\frac{3 \cos x + 10}{3 + \cos x}$  کدام است؟

$\frac{5}{2}$  (۲)

$\frac{7}{2}$  (۱)

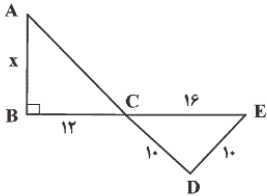
$\frac{11}{4}$  (۴)

$\frac{13}{4}$  (۳)

۱۵۱- در مثلثی به اضلاع  $a=3$  و  $b=4$  و  $c=6$ ، حاصل  $\frac{h_a - h_c}{h_b}$  کدام است؟ ( $h_a$ ،  $h_b$  و  $h_c$  ارتفاع‌های نظیر اضلاع هستند)

- (۱)  $\frac{1}{3}$       (۲)  $\frac{2}{3}$       (۳)  $\frac{3}{4}$       (۴)  $\frac{1}{4}$

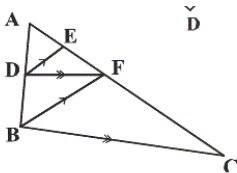
شما پاسخ نداده اید



۱۵۲- در شکل مقابل، طول AB کدام است؟

- (۱) ۱۲      (۲) ۱۰      (۳) ۹      (۴) ۱۱

شما پاسخ نداده اید



۱۵۳- در شکل مقابل،  $DE \parallel BF$  و  $DF \parallel BC$  است. اگر D وسط AB باشد، آنگاه AC چند برابر AE است؟

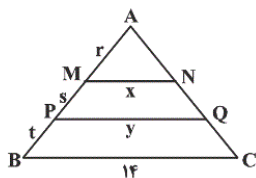
- (۱) ۳      (۲) ۶      (۳) ۸      (۴) ۴

شما پاسخ نداده اید

۱۵۴- در مستطیلی با عرض  $2\sqrt{13}$  واحد، فاصله یک رأس مستطیل از قطر مقابل آن ۶ واحد است. محیط مستطیل چند برابر  $\sqrt{13}$  است؟

- (۱) ۸      (۲) ۱۰      (۳) ۱۲      (۴) ۱۴

شما پاسخ نداده اید



۱۵۵- در شکل مقابل،  $MN \parallel PQ \parallel BC$  است. اگر  $\frac{r}{3} = \frac{s}{5} = \frac{t}{6}$ ، آنگاه  $x+y$  کدام است؟

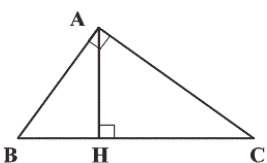
- (۱) ۹      (۲) ۱۱      (۳) ۱۳      (۴) ۱۴

شما پاسخ نداده اید

۱۵۶- طول پاره‌خطی که وسط‌های دو قطر دوزنقه‌ای با طول قاعده‌های ۸ و ۱۸ سانتی‌متر را به هم وصل می‌کند، چند سانتی‌متر است؟

- (۱) ۴      (۲) ۵      (۳) ۶      (۴) ۷

شما پاسخ نداده اید



۱۵۷- در شکل مقابل اگر  $AB - BH = 1$  و  $CH = 3$  باشد، طول AC کدام است؟

- (۱)  $2\sqrt{3}$       (۲) ۴      (۳)  $2\sqrt{5}$       (۴) ۵

شما پاسخ نداده اید

۱۵۸- در مثلث ABC، AD نیمساز داخلی زاویه A است. اگر  $AB = 7 - 2x$  و  $BD = x + 1$ ، آنگاه x چند مقدار صحیح می‌تواند داشته باشد؟

- (۱) ۴      (۲) ۳      (۳) ۲      (۴) ۱

شما پاسخ نداده اید

۱۵۹- در مثلث قائم الزاویه  $ABC$  ( $\hat{A} = 90^\circ$ )، از نقطه  $O$ ، نقطه هم‌رسی عمودمنصف‌های مثلث، دو عمود  $OH$  و  $OH'$  را به ترتیب بر اضلاع  $AB$  و  $AC$  رسم می‌کنیم. مساحت چهارضلعی  $OHAH'$  چند برابر مساحت مثلث  $ABC$  است؟

- (۱)  $\frac{1}{2}$       (۲)  $\frac{3}{5}$       (۳)  $\frac{2}{3}$       (۴)  $\frac{1}{3}$

شما پاسخ نداده اید

۱۶۰- در متوازی‌الاضلاع  $ABCD$ ، نقاط  $B$  و  $C$  ثابت هستند و ضلع  $BA$  طول ثابت  $a$  دارد. با تغییر اندازه زاویه  $B$ ، محل برخورد دو قطر متوازی‌الاضلاع روی کدام یک از اشکال هندسی زیر قرار می‌گیرد؟

- (۱) دو خط به فاصله  $\frac{a}{4}$  از ضلع  $BC$       (۲) دایره‌ای به مرکز  $O$  نقطه وسط ضلع  $BC$  و به شعاع  $\frac{a}{4}$   
 (۳) دایره‌ای به مرکز  $O$  نقطه وسط ضلع  $BC$  و به شعاع  $a$       (۴) دو خط به فاصله  $a$  از ضلع  $BC$

شما پاسخ نداده اید

۱۴۱-

(جهانپوش نیکنام)

با توجه به  $2b = a + c$  می توان نوشت:

$$\frac{(a-c)^2}{b^2 - ac} = \frac{(a-c)^2}{\left(\frac{a+c}{2}\right)^2 - ac}$$

$$= \frac{(a-c)^2}{\frac{a^2 + c^2 + 2ac}{4} - ac} = \frac{4(a-c)^2}{(a-c)^2} = 4$$

(ریاضی ۱- مجموعه، الگو و دنباله: صفحه‌های ۲۱ تا ۲۷)

۴

۳

۲

۱

۱۴۲-

(جهانپوش نیکنام)

با توجه به فرض‌های سؤال:

$$a_1 a_3 = 4 \Rightarrow a_1^2 q^2 = 4$$

$$a_3 a_5 = 16 \Rightarrow a_1^2 q^6 = 16$$

بنابراین:

$$\frac{a_1^2 q^6}{a_1^2 q^2} = \frac{16}{4} \Rightarrow q^4 = 4 \Rightarrow q = \sqrt{2} \text{ و } q = -\sqrt{2}$$

اما چون در صورت سؤال ذکر شده که جملات دنباله هندسی مثبت‌اند، پس  $q = -\sqrt{2}$  غیرقابل قبول است.

$$a_1^2 q^2 = 4 \Rightarrow 2a_1^2 = 4 \Rightarrow \begin{cases} a_1 = \sqrt{2} & \text{ق.ق} \\ a_1 = -\sqrt{2} & \text{غ.ق.ق} \end{cases}$$

بنابراین  $\frac{q}{a_1} = 1$

(ریاضی ۱- مجموعه، الگو و دنباله: صفحه‌های ۲۱ تا ۲۷)

۴

۳

۲

۱

(کظم ابلالی)

اگر جملات دنباله هندسی به صورت  $a_1, a_1q, a_1q^2, a_1q^3, a_1q^4, \dots$  باشند، آن گاه باید طبق فرض سوال  $a_1q, a_1q^2, a_1q^4$  سه جمله متوالی یک دنباله حسابی باشند. بنابراین:

$$2a_1q^2 = a_1q + a_1q^4$$

$$2q^2 = q + q^4 \Rightarrow q^4 - 2q^2 + 1 = 0$$

$$(q-1)(q^2+q-1) = 0$$

$$q \neq 1 \Rightarrow q^2 + q - 1 = 0 \Rightarrow q = \frac{-1 + \sqrt{5}}{2} \quad q > 0$$

(ریاضی ۱- مجموعه، الگو و دنباله: صفحه‌های ۲۱ تا ۲۷)

□۴

□۳

□۲

□۱✓

(جهان‌نشین نیکنام)

- ۱۴۴

$$\tan \theta = \frac{12}{5} \Rightarrow \cot \theta = \frac{5}{12}$$

$$1 + \cot^2 \theta = \frac{1}{\sin^2 \theta} \Rightarrow 1 + \frac{25}{144} = \frac{1}{\sin^2 \theta}$$

$$\Rightarrow \sin \theta = \frac{12}{13}$$

بنابراین:

$$S = \frac{1}{2} \times 6x \times \sin \theta \Rightarrow 36 = 3x \left( \frac{12}{13} \right) \Rightarrow x = 13$$

(ریاضی ۱- مثلثات: صفحه‌های ۲۸ تا ۳۵)

□۴

□۳✓

□۲

□۱

توجه کنید که

$$\cos^2 x - \sin^2 x = \frac{1}{3}$$

اگر به جای  $\sin^2 x$  قرار دهیم  $1 - \cos^2 x$ ، نتیجه می‌شود:

$$\cos^2 x - (1 - \cos^2 x) = \frac{1}{3}$$

$$2 \cos^2 x = \frac{4}{3} \Rightarrow \cos^2 x = \frac{2}{3}$$

در نتیجه:

$$1 + \tan^2 x = \frac{1}{\cos^2 x} \Rightarrow 1 + \tan^2 x = \frac{3}{2}$$

$$\Rightarrow \tan^2 x = \frac{1}{2}$$

(ریاضی ۱- مثلثات: صفحه‌های ۴۲ تا ۴۶)

(امیر هوشنگ فوسه)

می‌دانیم  $\cot x = \frac{1}{\tan x}$  می‌باشد، بنابراین:

$$\frac{2}{1 + \frac{1}{\tan^2 x}} + \frac{2}{1 + \tan^2 x}$$

$$\frac{2 \tan^2 x}{1 + \tan^2 x} + \frac{2}{1 + \tan^2 x} = \frac{2(\tan^2 x + 1)}{1 + \tan^2 x} = 2$$

(ریاضی ۱- مثلثات: صفحه‌های ۴۲ تا ۴۶)



$$(b^2 - 1)^2 = (\sin^2 x + \cos^2 x + 2 \sin x \cos x - 1)^2$$

$$(2 \sin x \cos x)^2 = 4 \sin^2 x \cos^2 x$$

$$a^2 + 4 = (\tan x - \cot x)^2 + 4$$

$$\tan^2 x + \cot^2 x - 2 + 4 = (\tan x + \cot x)^2$$

$$= \left( \frac{1}{\sin x \cos x} \right)^2$$

بنابراین:

$$(b^2 - 1)^2 (a^2 + 4)$$

$$= (4 \sin^2 x \cos^2 x) \left( \frac{1}{\sin^2 x \cos^2 x} \right) = 4$$

توجه کنید که از این نکته استفاده شده است که

$$\tan x + \cot x = \frac{1}{\sin x \cos x}$$

(ریاضی ۱- مثلثات: صفحه‌های ۴۲ تا ۴۶)

 ۴

 ۳

 ۲

 ۱

صورت و مخرج را بر  $\sin x$  تقسیم می‌کنیم.

نکته:  $\left( \frac{\cos x}{\sin x} = \cot x \right)$

$$\frac{2A + 3 \cot x}{2 - (A + 1) \cot x} = 5$$

$$\xrightarrow{\cot x = 2} \frac{2A + 3(2)}{2 - (A + 1)(2)} = 5$$

$$\frac{2A + 6}{2 - 2A - 2} = 5 \Rightarrow 2A + 6 = -10A \Rightarrow -12A = 6$$

$$\Rightarrow A = -\frac{1}{2}$$

(ریاضی ۱- مثلثات: صفحه‌های ۴۲ تا ۴۶)

 ۴

 ۳

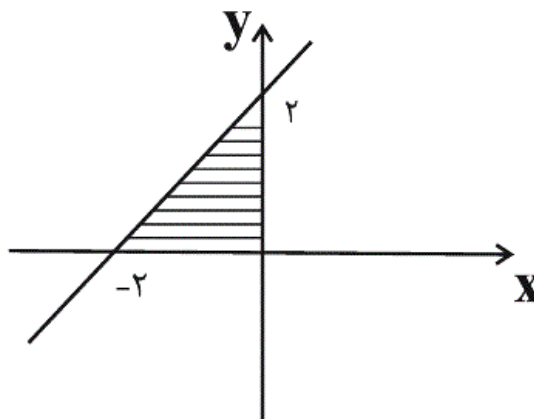
 ۲

 ۱

معادله خطی که با جهت مثبت محور افقی زاویه  $\alpha$  می‌سازد و از نقطه  $(0, b)$  می‌گذرد برابر است با:  $y = (\tan \alpha)x + b$ . بنابراین معادله این خط به این صورت می‌باشد:

$$y = (\tan 45^\circ)x + 2 = x + 2$$

شکل ایجاد شده از تلاقی این خط با محورهای مختصات به شکل مقابل است.



مساحت این مثلث  $\frac{2 \times 2}{2} = 2$  می‌باشد.

(ریاضی ۱- مثلثات؛ صفحه‌های ۴۰ و ۴۱)

 ۴

 ۳

 ۲

 ۱

ابتدا ۱۰ را به صورت ۹+۱ نوشته و سپس کسر را تفکیک می‌کنیم:

$$y = \frac{3 \cos x + 10}{3 + \cos x} = \frac{3 \cos x + 9 + 1}{3 + \cos x} = \frac{3(3 + \cos x) + 1}{3 + \cos x}$$

$$= 3 + \frac{1}{3 + \cos x}$$

حال باید عبارت  $\frac{1}{3 + \cos x}$  را ماکزیمم کنیم.

$$-1 \leq \cos x \leq 1 \Rightarrow 2 \leq 3 + \cos x \leq 4$$

$$\Rightarrow \frac{1}{4} \leq \frac{1}{3 + \cos x} \leq \frac{1}{2}$$

مشاهده می‌شود ماکزیمم کسر برابر  $\frac{1}{2}$  است. پس حداکثر مقدار عبارت مورد نظر

$$3 + \frac{1}{2} = \frac{7}{2} \text{ است.}$$

(ریاضی ۱- مثلثات: صفحه‌های ۲۸ تا ۴۱)

 ۴

 ۳

 ۲

 ۱

ریاضی دهم- تابستان، هندسه ۱، - 13970505

(امیر هوشنگ فمسه)

-۱۵۱

طبق صفحه ۳۱ کتاب درسی هندسه ۱، نسبت ارتفاع‌ها در هر مثلث، برابر عکس نسبت اضلاع است.

$$\frac{h_a - h_c}{h_b} = \frac{h_a}{h_b} - \frac{h_c}{h_b}$$

$$= \frac{b}{a} - \frac{b}{c} = \frac{4}{3} - \frac{4}{6} = \frac{4}{6} = \frac{2}{3}$$

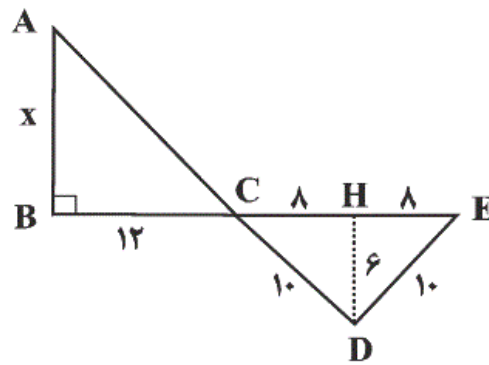
(هندسه ۱ - قضیه تالس، تشابه و کاربردهای آن: صفحه‌های ۳۰ تا ۳۲)

 ۴

 ۳

 ۲

 ۱



ارتفاع نظیر قاعده مثلث

متساوی الساقین DEC را رسم

می کنیم، داریم:

$$CH = HE = \frac{16}{2} = 8$$

$$\triangle DEH : DH^2 = 10^2 - 8^2 = 36 \Rightarrow DH = 6$$

$$\triangle ABC \sim \triangle CHD \Rightarrow \frac{12}{8} = \frac{x}{6} \Rightarrow x = 9$$

(هندسه ۱ - قضیه تالس، تشابه و کاربردهای آن: صفحه های ۳۸ تا ۴۱)

۴

۳

۲

۱

(امیر هوشنگ فمسه)

$$\triangle ABF : DE \parallel BF \Rightarrow \frac{AE}{AF} = \frac{AD}{AB} = \frac{1}{2}$$

$$\Rightarrow AF = 2AE \quad (1)$$

$$\triangle ABC : DF \parallel BC \Rightarrow \frac{AF}{AC} = \frac{AD}{AB} = \frac{1}{2}$$

$$\Rightarrow AC = 2AF \quad (2)$$

$$(1), (2) \Rightarrow AC = 4AE$$

(هندسه ۱ - قضیه تالس، تشابه و کاربردهای آن: صفحه های ۳۴ تا ۳۷)

۴

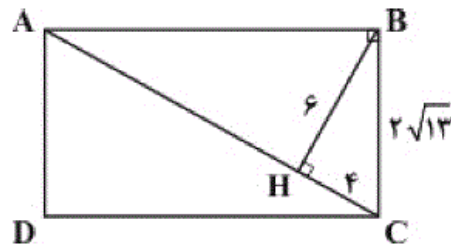
۳

۲

۱

$$\Delta BHC : HC^2 = (2\sqrt{13})^2 - 6^2 \Rightarrow HC = 4$$

داریم:



بنابه روابط طولی در مثلث قائم‌الزاویه ABC داریم:

$$BH^2 = CH \cdot AH \Rightarrow 36 = 4AH \Rightarrow AH = 9 \\ \Rightarrow AC = 13$$

$$AB^2 = AH \cdot AC \Rightarrow AB^2 = 9 \times 13 \\ \Rightarrow AB = 3\sqrt{13}$$

محیط مستطیل ABCD از رابطه زیر به دست می‌آید:

$$2(AB + BC) = 2(3\sqrt{13} + 2\sqrt{13}) = 10\sqrt{13}$$

(هندسه ۱ - قضیه تالس، تشابه و کاربردهای آن: صفحه‌های ۴۱ و ۴۲)

۴

۳

۲ ✓

۱

$$MN \parallel BC \rightarrow \frac{MN}{BC} = \frac{AM}{AB} \rightarrow \frac{x}{14} = \frac{r}{r+s+t}$$

$$PQ \parallel BC \rightarrow \frac{PQ}{BC} = \frac{AP}{AB} \rightarrow \frac{y}{14} = \frac{r+s}{r+s+t}$$

از طرفی، طبق ویژگی‌های تناسب داریم:

$$\frac{r}{3} = \frac{s}{5} = \frac{t}{6} = \frac{r+s+t}{14} \Rightarrow \frac{r}{r+s+t} = \frac{3}{14}$$

$$\Rightarrow \frac{x}{14} = \frac{3}{14} \Rightarrow x = 3$$

$$\frac{r}{3} = \frac{s}{5} = \frac{r+s}{8} = \frac{r+s+t}{14} \Rightarrow \frac{r+s}{r+s+t} = \frac{8}{14}$$

$$\Rightarrow \frac{y}{14} = \frac{8}{14} \Rightarrow y = 8$$

$$\Rightarrow x + y = 11$$

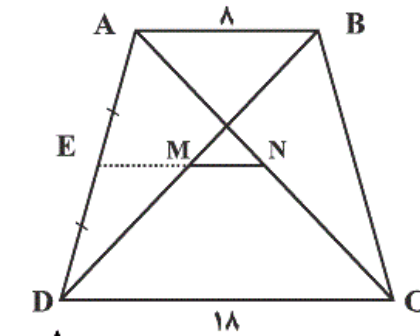
(هندسه ۱ - قضیه تالس، تشابه و کاربردهای آن: صفحه‌های ۳۴ تا ۳۷)

 ۴

 ۳

 ۲

 ۱



فرض کنیم M و N، وسط قطرهای  
ذوزنقه باشند. امتداد MN  
ساقهای ذوزنقه را در وسط آنها  
قطع می‌کند و داریم:

$$\Delta ADC : EN \parallel DC \Rightarrow \frac{AE}{AD} = \frac{EN}{DC} \Rightarrow EN = 9$$

$$\Delta ADB : EM \parallel AB \Rightarrow \frac{DE}{AD} = \frac{EM}{AB} \Rightarrow EM = 4$$

$$\text{و در نتیجه، } MN = 9 - 4 = 5$$

(هندسه ۱ - قضیه تالس، تشابه و کاربردهای آن: صفحه‌های ۳۴ تا ۳۷)

 ۴

 ۳

 ۲

 ۱

(فرشاد فرامرزی)

اگر طول ضلع BH را برابر x بگیریم، داریم:

$$AB - x = 1 \Rightarrow AB = x + 1$$

$$AB^2 = BH \times BC \Rightarrow (x + 1)^2 = x \times (x + 3)$$

$$\Rightarrow x^2 + 2x + 1 = x^2 + 3x \Rightarrow x = 1$$

$$\Rightarrow AB = 2, BC = 4$$

$$AB^2 + AC^2 = BC^2 \Rightarrow 4 + AC^2 = 16$$

$$\Rightarrow AC^2 = 12 \Rightarrow AC = 2\sqrt{3}$$

(هندسه ۱ - قضیه تالس، تشابه و کاربردهای آن: صفحه‌های ۴۱ و ۴۲)

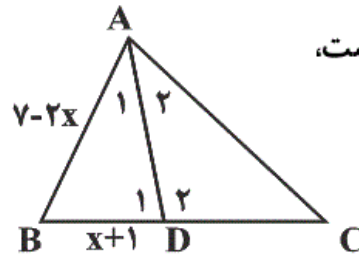
 ۴

 ۳

 ۲

 ۱





زاویه  $D_1$  برای مثلث  $ADC$ ، زاویه خارجی است،

پس داریم:

$$\widehat{D}_1 = \widehat{A}_2 + \widehat{C} \Rightarrow \widehat{D}_1 > \widehat{A}_2 \xrightarrow{\widehat{A}_1 = \widehat{A}_2} \widehat{D}_1 > \widehat{A}_1$$

$$\widehat{D}_1 > \widehat{A}_1 \Rightarrow AB > BD \Rightarrow 7 - 2x > x + 1$$

$$\Rightarrow 3x < 6 \Rightarrow x < 2$$

 ۴

 ۳

 ۲

 ۱

(علی ساوی)

توجه کنید که در مثلث قائم الزاویه، نقطه هم‌مرسی عمود منصف‌ها (نقطه‌ای

که از سه رأس مثلث به یک فاصله است) وسط وتر است. چهارضلعی

$OHAH'$  مستطیل است، زیرا سه زاویه قائمه دارد. حال داریم:

$$S_{OHAH'} = AH \cdot AH' = \frac{1}{2} AB \times \frac{1}{2} AC$$

$$= \frac{1}{2} \left( \frac{1}{2} AB \times AC \right) = \frac{1}{2} S_{ABC}$$

(هندسه ۱ - ترسیم‌های هندسی و استرلال: صفحه‌های ۱۹ و ۲۰)

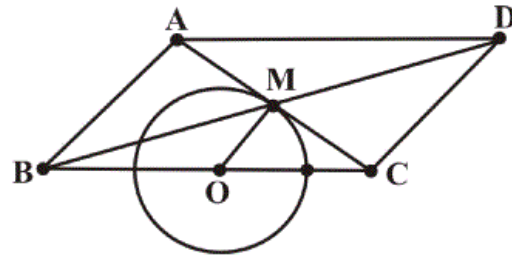
 ۴

 ۳

 ۲

 ۱

فرض می‌کنیم یکی از این متوازی‌الاضلاعها مطابق شکل زیر و  $O$  نقطه وسط ضلع  $BC$  باشد. در مثلث  $CAB$ ، پاره‌خط  $OM$  وسط دو ضلع  $CA$  و  $CB$  را به هم وصل کرده است. بنابراین با ضلع  $BA$  موازی و طول آن نصف طول این ضلع است.



$$OM = \frac{BA}{2} = \frac{a}{2}$$

چون طول  $OM$  ثابت و  $O$  نیز نقطه ثابتی است، نقطه  $M$  روی دایره‌ای به مرکز  $O$  و به شعاع  $\frac{a}{2}$  است. نقاط برخورد این دایره با ضلع  $BC$  قابل قبول نیست.

(هندسه ۱ - ترسیم‌های هندسی و استدلال: صفحه‌های ۱۴ تا ۱۶)

 ۴

 ۳

 ۲

 ۱

www.kanoon.ir