



سایت ویژه ریاضیات www.riazisara.ir

درسنامه ها و جزوه های ریاضی

سوالات و پاسخنامه تشریحی کنکور

نمونه سوالات امتحانات ریاضی

نرم افزارهای ریاضیات

و...

کانال سایت ریاضی سرا در تلگرام:

<https://t.me/riazisara>



(@riazisara)

۴۱- در دنباله حسابی با جمله عمومی $a_n = bn + b$ ، اگر قدرنسبت ۴- باشد، جمله اول کدام است؟

(۱) -۲

(۲) -۴

(۳) -۶

(۴) -۸

شما پاسخ نداده اید

۴۲- در یک دنباله حسابی، جمله هفتم، ۳ برابر جمله پنجم است. جمله چندم این دنباله برابر با صفر است؟

(۱) سوم

(۲) چهارم

(۳) ششم

(۴) هشتم

شما پاسخ نداده اید

۴۳- اگر $A \cap B$ متناهی باشد، آن گاه کدام مجموعه حتماً متناهی است؟

(۱) A

(۲) $A - B$

(۳) B'

(۴) هیچکدام

شما پاسخ نداده اید

۴۴- در یک کلاس ۴۰ نفره، ۱۲ نفر فقط به والیبال و ۷ نفر فقط به بسکتبال علاقه‌مند هستند و ۵ نفر به هیچ یک از این دو رشته ورزشی علاقه

ندارند. در این کلاس چند نفر به هر دو رشته علاقه‌مند هستند؟

۱۶ (۱)

۱۸ (۲)

۲۰ (۳)

۱۲ (۴)

شما پاسخ نداده اید

۴۵- در یک دنباله خطی که جمله سوم آن ۱۱ و جمله پنجم آن ۱۵ می‌باشد، چند جمله کمتر از ۱۰۰ وجود دارد؟

۴۷ (۲)

۴۶ (۱)

۴۹ (۴)

۴۸ (۳)

شما پاسخ نداده اید

۴۶- به ازای چند مقدار صحیح x ، عدد x در بازه $[۱۶+۵x, ۱۴-۳x]$ قرار دارد؟

۱۴ (۱)

۱۳ (۲)

۱۲ (۳)

۱۱ (۴)

شما پاسخ نداده اید

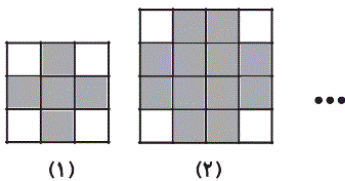
۴۷- در الگوی زیر، تعداد مربع‌های رنگی در شکل n ام را برابر t_n در نظر می‌گیریم. حاصل $t_n - t_{n-1}$ کدام است؟

$2n + 3$ (۱)

$3n + 3$ (۲)

$3n + 1$ (۳)

$5n - 3$ (۴)



شما پاسخ نداده اید

۴۸- بین دو عدد ۳ و ۱۹۲، یازده واسطه هندسی مثبت قرار داده‌ایم. چهارمین واسطه کدام است؟ (۳، جمله اول است.)

۱۲ (۱)

$12\sqrt{2}$ (۲)

۲۴ (۳)

$24\sqrt{2}$ (۴)

شما پاسخ نداده اید

۴۹- جملات مشترک دو دنباله حسابی $A: 3, 8, 13, 18, \dots$ و $B: 8, 11, 14, 17, \dots$ تشکیل یک دنباله حسابی می‌دهند، جمله عمومی آن کدام است؟

(۱) $a_n = 8n + 8$

(۲) $a_n = 2n + 7$

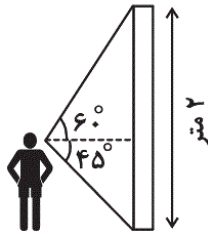
(۳) $a_n = 7n + 1$

(۴) $a_n = 15n - 7$

شما پاسخ نداده اید

۵۰- فردی مطابق شکل زیر، روبه‌روی یک تابلو به ارتفاع ۲ متر ایستاده است. اگر این فرد بالای تابلو را تحت زاویه 60° درجه و پایین آن را تحت

زاویه 45° درجه ببیند، فاصله فرد تا تابلو چند متر است؟ (پای تابلو روی زمین قرار دارد).



(۱) $2 - \sqrt{3}$

(۲) $2(\sqrt{3} - \sqrt{2})$

(۳) $\sqrt{3} - 1$

(۴) $\sqrt{2} - 1$

شما پاسخ نداده اید

ریاضی ، حسابان ۱ ، - ۱۳۹۷۰۵۰۵

۵۱- مجموع پانزده جمله اول دنباله حسابی $\dots, 15, 11, 7, 3$ کدام است؟

(۴) ۴۳۵

(۳) ۴۸۰

(۲) ۴۶۵

(۱) ۴۵۰

شما پاسخ نداده اید

۵۲- اگر α و β ریشه‌های معادله $6x^2 - x - 1 = 0$ باشند، حاصل $|\frac{1}{\alpha} - \frac{1}{\beta}|$ کدام است؟

(۴) $\frac{25}{6}$

(۳) ۲۵

(۲) $\frac{5}{6}$

(۱) ۵

شما پاسخ نداده اید

۵۳- تعداد جواب‌های معادله $\frac{x}{|x|} = x^2$ کدام است؟

(۴) ۳

(۳) ۲

(۲) ۱

(۱) صفر

شما پاسخ نداده اید

۵۴- در یک دنباله حسابی جمله چهارم ۲ برابر جمله دهم است. مجموع چند جمله اول از این دنباله برابر با جمله اول می‌شود؟

(۴) ۴۵

(۳) ۳۰

(۲) ۱۸

(۱) ۵

شما پاسخ نداده اید

۵۵- حداقل چند جمله ابتدایی از دنباله $\dots, 8, 4, 2, 1$ را با هم جمع کنیم تا مجموع از 2050 بیش‌تر شود؟

شما پاسخ نداده اید

۵۶- اگر مجموع n جمله اول یک دنباله هندسی از رابطه $S_n = 2^{n+2} - 8$ به دست آید، جمله پنجم این دنباله کدام است؟

- ۱۲۰ (۱)
- ۱۲۸ (۲)
- ۲۵۶ (۳)
- ۲۴۸ (۴)

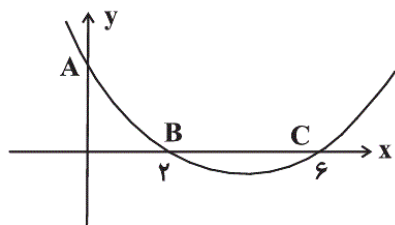
شما پاسخ نداده اید

۵۷- در معادله $x^2 - 5x + 1 = 0$ ، اگر α و β ریشه‌های معادله باشند، حاصل عبارت $(\beta^3 - 5\beta^2 - 2\beta)(\alpha^3 - 5\alpha^2 + 2\alpha)$ کدام است؟

- ۱ (۱)
- ۳ (۲)
- ۴ (۳)
- ۵ (۴)

شما پاسخ نداده اید

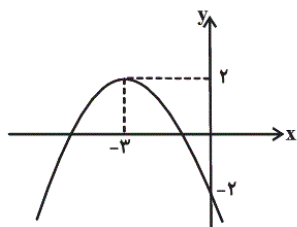
۵۸- شکل روبه‌رو، نمودار یک سهمی است که محورهای مختصات را در نقاط A ، B و C قطع می‌کند. اگر مساحت مثلث ABC برابر با ۶ باشد، کم‌ترین مقدار سهمی کدام است؟



- 1/2 (۱)
- 3/2 (۲)
- ۲ (۳)
- ۱ (۴)

شما پاسخ نداده اید

۵۹- نمودار تابع $f(x) = a(3x + b)^2 - c$ به صورت روبه‌رو است، حاصل $9ab + c$ کدام است؟



- ۲ (۱)
- ۴ (۲)
- ۶ (۳)
- ۸ (۴)

شما پاسخ نداده اید

۶۰- اگر α و β صفرهای تابع $f(x) = x^2 + kx^2 + 9x - 2$ باشند، صفرهای کدام یک از توابع زیر α^2 و β^2 است؟

- | | |
|----------------------------|----------------------------|
| $g(x) = x^2 - 12x + 1$ (۲) | $g(x) = x^2 - 14x + 1$ (۱) |
| $g(x) = x^2 - 12x + 2$ (۴) | $g(x) = x^2 - 14x + 2$ (۳) |

شما پاسخ نداده اید

ریاضی، هندسه ۲، - ۱۳۹۷۰۵۰۵

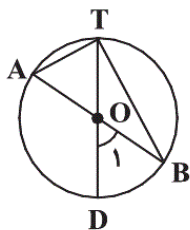
۱۰۱- دایره $C(O, 7)$ و خط l به فاصله $3a + 1$ از مرکز آن مفروض‌اند. اگر خط و دایره هیچ نقطه تقاطعی

نداشته باشند، مقدار a کدام گزینه می‌تواند باشد؟

- ۳ (۱)
- ۳ (۲)
- ۲ (۳)
- ۲ (۴)

شما پاسخ نداده اید

۱۰۲- در شکل مقابل، O مرکز دایره و $\hat{A} = 65^\circ$ است. اندازه زاویه O_1 کدام است؟



(۱) 65°

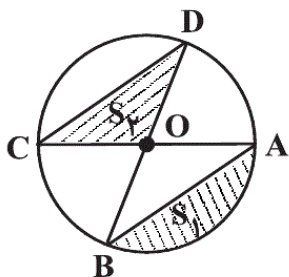
(۲) 60°

(۳) 50°

(۴) 45°

شما پاسخ نداده اید

۱۰۳- در شکل زیر، $\widehat{AB} = \widehat{CD} = 120^\circ$ و شعاع دایره برابر ۲ واحد است. مجموع مساحت‌های S_1 و S_2 کدام است؟ (O مرکز دایره است.)



(۱) $\frac{4}{3}\pi$

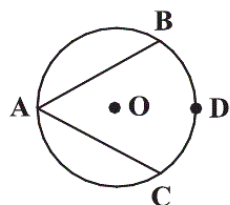
(۲) $\frac{\sqrt{3}+1}{3}\pi$

(۳) $\frac{2}{3}\pi$

(۴) $\frac{\sqrt{3}+3}{3}\pi$

شما پاسخ نداده اید

۱۰۴- در دایره $C(O, 5)$ وترهای AB و AC از O به یک فاصله‌اند. مطابق شکل اگر $AB = 8$ و نقطه D وسط کمان BC باشد، آن‌گاه طول



CD کدام است؟

(۱) ۶

(۲) ۸

(۳) ۹

(۴) ۱۰

شما پاسخ نداده اید

۱۰۵- در چهارضلعی ABCD: $AB = AC = AD$ و $\angle BDC = 24^\circ$. زاویه BAC چند درجه است؟

(۴) ۵۶

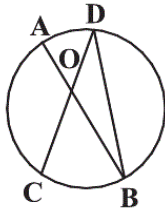
(۳) ۴۸

(۲) ۲۸

(۱) ۲۴

شما پاسخ نداده اید

۱۰۶- در شکل زیر، AB قطر دایره می‌باشد و نقاط C و D به گونه‌ای قرار دارند که $CD = BD$. اگر $\hat{AOD} = 45^\circ$ باشد، اندازه زاویه ADC کدام



است؟

(۱) 75°

(۲) 60°

(۳) 30°

(۴) 15°

شما پاسخ نداده اید

۱۰۷- مساحت ناحیه محصور بین دو دایره هم مرکز برابر 8π است. طول وتری از دایره بزرگ‌تر که بر دایره کوچک‌تر مماس باشد، کدام است؟

(۲) $2\sqrt{2}$

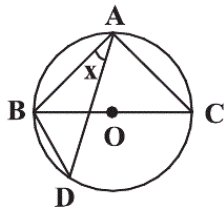
(۱) ۲

(۴) $4\sqrt{2}$

(۳) ۴

شما پاسخ نداده اید

۱۰۸- در شکل مقابل، $AB = AC$ و $\widehat{BD} + \widehat{AC} = 130^\circ$ می‌باشد. اندازه $\hat{BAD} = x$ کدام است؟ (O مرکز دایره است).



(۱) 10°

(۲) 20°

(۳) 30°

(۴) 35°

شما پاسخ نداده اید

۱۰۹- در دایره $(O, 5)$ ، خطی به فاصله $\sqrt{18/75}$ از نقطه O، دایره را در نقاط A و B قطع می‌کند. طول کمان کوچک‌تر AB کدام است؟

(۲) $\frac{2\pi}{3}$

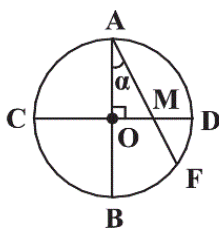
(۱) $\frac{\pi}{3}$

(۴) $\frac{5\pi}{3}$

(۳) $\frac{3\pi}{5}$

شما پاسخ نداده اید

۱۱۰- در شکل زیر، $OM = MF$ و دو قطر AB و CD بر هم عمودند. در این صورت اندازه زاویه α چند درجه است؟



(۱) 30°

(۲) 45°

(۳) 50°

(۴) 60°

شما پاسخ نداده اید

۹۱- نقاط A و B به فاصله ۶ واحد از هم در یک صفحه مفروض‌اند. ابتدا دهانهٔ پرگار را به اندازهٔ a باز نموده و کمانی به مرکز A رسم می‌کنیم. سپس دهانهٔ پرگار را به اندازهٔ b باز نموده و کمانی به مرکز B رسم می‌کنیم تا کمان قبلی را در دو نقطه قطع کند. حاصل $a + b$ کدام مقدار می‌تواند باشد؟

- (۱) ۷
(۲) ۶
(۳) ۵
(۴) ۴

شما پاسخ نداده اید

۹۲- چهارضلعی محدب ABCD را در نظر بگیرید. کدام گزینه در مورد تعداد نقاطی که درون چهارضلعی واقع‌اند و از اضلاع AB، BC، DA به یک فاصله‌اند، صحیح است؟

- (۱) حداقل ۱
(۲) دقیقاً ۱
(۳) حداکثر ۱
(۴) هیچ کدام

شما پاسخ نداده اید

۹۳- از نقطهٔ M واقع بر خط l ، دایره‌ای به مرکز همان نقطه و شعاع ۵ واحد رسم می‌کنیم. تعداد نقاطی روی محیط دایره که از خط l به فاصلهٔ ۴ واحد قرار دارند، کدام است؟



- (۱) ۱
(۲) ۲
(۳) ۳
(۴) ۴

شما پاسخ نداده اید

۹۴- چند لوزی به طول قطرهای ۶ و ۸ واحد می‌توان رسم نمود؟

- (۱) هیچ
(۲) ۱
(۳) ۲
(۴) بی‌شمار

شما پاسخ نداده اید

۹۵- مثلث قائم‌الزاویه‌ای به طول وتر ۱۵ واحد مفروض است. اگر فاصلهٔ محل برخورد ارتفاع‌های این مثلث از رأس روبه‌رو به کوچک‌ترین ضلع برابر $2a - 4$ و از رأس روبه‌رو به ضلع متوسط برابر $a + 1$ باشد، آن‌گاه فاصلهٔ این نقطه تا بزرگ‌ترین ضلع کدام است؟

- (۱) ۷
(۲) $7/2$
(۳) $7/4$
(۴) ۸

شما پاسخ نداده اید

۹۶- مثلث ABC و نقطه P (محل برخورد ارتفاع‌های آن) مفروض‌اند. از نقطه A، پاره‌خط MN را موازی BC رسم می‌کنیم ($AM = BC = AN$). همچنین MB و NC را امتداد می‌دهیم تا یکدیگر را در نقطه K قطع کنند. در این صورت نقطه P، محل هم‌مرسی کدام یک از اجزای مثلث MNK می‌باشد؟

- (۱) ارتفاع‌ها
(۲) نیمسازها
(۳) عمودمنصف‌های اضلاع
(۴) میانه‌ها

شما پاسخ نداده اید

۹۷- نقیض گزاره «هر لوزی یک مربع است.» کدام است؟

- (۱) هر مربع یک لوزی است.
(۲) هیچ لوزی‌ای وجود ندارد که مربع باشد.
(۳) وجود دارد لوزی‌ای که مربع نباشد.
(۴) وجود دارد مربعی که لوزی نباشد.

شما پاسخ نداده اید

۹۸- چه تعداد از گزاره‌های زیر مثال نقض دارند؟

- (الف) در هر مثلث، محل هم‌مرسی عمودمنصف‌ها داخل یا خارج مثلث است.
(ب) هر عدد طبیعی یا اول است یا مرکب.
(پ) هر چهارضلعی که قطرهایش عمودمنصف یکدیگر باشند، لوزی است.

- (۱) صفر
(۲) ۱
(۳) ۲
(۴) ۳

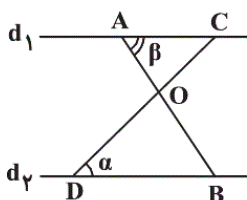
شما پاسخ نداده اید

۹۹- در کدام گزینه، حکم کلی مطرح شده در مورد اجزای هر مثلث، همواره صحیح است؟

- (۱) میانه‌های هر دو ضلعی، متقاطع‌اند.
(۲) عمودمنصف‌های هر دو ضلعی، متقاطع‌اند.
(۳) نیمساز داخلی هر زاویه‌ای با نیمساز خارجی زاویه دیگر، متقاطع‌اند.
(۴) همه موارد

شما پاسخ نداده اید

۱۰۰- در شکل زیر، $d_1 \parallel d_2$ و AB و CD یکدیگر را در نقطه O قطع کرده‌اند. اگر $\beta = 2\alpha$ باشد، در این صورت کدام گزینه همواره صحیح است؟



- (۱) $AC < BD$
(۲) $AC > BD$
(۳) $AB < CD$
(۴) $AB > CD$

۷۱- اگر A مجموعه مضارب طبیعی ۳ و B مجموعه اعداد اول باشند، کدام مجموعه زیر متناهی است؟

$A \cap B$ (۴)

$A \cup B$ (۳)

$B - A$ (۲)

$A - B$ (۱)

شما پاسخ نداده اید

۷۲- در کلاس دهم یک مدرسه ۳۰ نفر دانش‌آموز داریم که ۵ نفر از آن‌ها هیچ یک از دو ورزش فوتبال یا والیبال را بازی نمی‌کنند. اگر ۱۸ نفر فوتبال بازی کنند، چند نفر فقط والیبال بازی می‌کنند؟

۷ (۴)

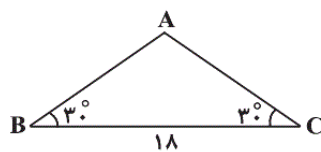
۹ (۳)

۱۰ (۲)

۱۲ (۱)

شما پاسخ نداده اید

۷۳- مساحت مثلث ABC کدام است؟



$24\sqrt{3}$ (۲)

$18\sqrt{3}$ (۱)

$27\sqrt{3}$ (۴)

$36\sqrt{3}$ (۳)

شما پاسخ نداده اید

۷۴- در یک الگوی خطی جمله یازدهم ۱۸ واحد بیش‌تر از جمله پنجم و سه برابر آن است. در این الگو، جمله بیستم کدام است؟

۷۲ (۴)

۶۶ (۳)

۵۴ (۲)

۳۶ (۱)

شما پاسخ نداده اید

۷۵- چند عدد ۳ رقمی وجود دارد که باقی‌مانده تقسیم آن‌ها بر ۹ برابر ۱ می‌باشد؟

۱۰۱ (۴)

۱۰۰ (۳)

۹۹ (۲)

۹۸ (۱)

شما پاسخ نداده اید

۷۶- جملات اول، سوم و آخر یک دنباله هندسی به ترتیب از راست به چپ $\frac{1}{3}$ ، ۱ و ۲۵۶ هستند. این دنباله چند جمله دارد؟

۲۰ (۴)

۱۹ (۳)

۱۸ (۲)

۱۷ (۱)

شما پاسخ نداده اید

۷۷- بین دو عدد ۲ و ۱۶ شش واسطه حسابی با قدرنسبت d قرار می‌دهیم. چند واسطه هندسی بین ۲ و ۱۶ با قدرنسبت d وجود دارد؟

۴ (۴)

۲ (۳)

۳ (۲)

۵ (۱)

شما پاسخ نداده اید

۷۸- در یک دنباله هندسی، حاصل ضرب جمله‌های هفتم و هشتم، ۱۶ برابر حاصل ضرب جمله‌های دوم و دهم است. جمله پنجم چند برابر جمله دوم است؟

۱۶ (۴)

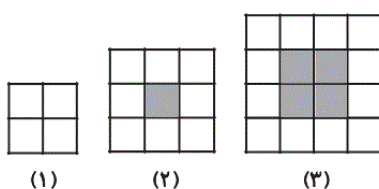
۸ (۳)

۴ (۲)

۲ (۱)

شما پاسخ نداده اید

۷۹- در الگوی زیر، تعداد مربع‌های کوچک رنگی در شکل هشتم چقدر از تعداد مربع‌های کوچک سفید بیشتر است؟



(۱)

(۲)

(۳)

۱۵ (۱)

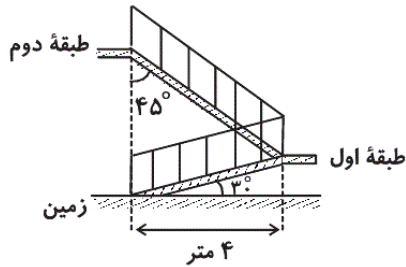
۱۷ (۲)

۱۹ (۳)

۲۱ (۴)

شما پاسخ نداده اید

۸۰- پله‌های یک ساختمان دو طبقه مطابق شکل زیر طراحی شده است. فاصله طبقه دوم ساختمان از سطح زمین چند برابر عدد ۴ است؟



(۱) $\sqrt{3} + 3$

(۲) $\sqrt{3}$

(۳) $\frac{\sqrt{3}}{3} + 1$

(۴) $\sqrt{3} + 1$

شما پاسخ نداده اید

ریاضی ، حسابان-گواه ، - ۱۳۹۷۰۵۰۵

۶۱- جملات چهارم و شانزدهم از یک دنباله حسابی به ترتیب ۱ و ۲۵ است، مجموع ده جمله اول آن کدام است؟

(۴) ۴۵

(۳) ۴۰

(۲) ۳۵

(۱) ۳۰

شما پاسخ نداده اید

۶۲- در یک دنباله حسابی مجموع بیست جمله اول، سه برابر مجموع دوازده جمله اول آن است. اگر جمله سوم برابر ۶ باشد، جمله دهم کدام است؟

(۴) ۳۸

(۳) ۳۶

(۲) ۳۴

(۱) ۳۲

شما پاسخ نداده اید

۶۳- در یک دنباله هندسی افزایشی به صورت $\dots, b, 9, a, 4$ ، مجموع شش جمله اول کدام است؟

(۴) $83\frac{1}{8}$

(۳) $82\frac{3}{8}$

(۲) $81\frac{7}{8}$

(۱) $81\frac{3}{8}$

شما پاسخ نداده اید

۶۴- حاصل عبارت $\frac{t^8 - t^7 + t^6 - \dots - t + 1}{t^6 - t^3 + 1}$ ، به ازای $t = \frac{1 + \sqrt{17}}{2}$ کدام است؟

(۴) ۶

(۳) ۵

(۲) ۴

(۱) ۳

شما پاسخ نداده اید

۶۵- به ازای کدام مقدار m ریشه‌های حقیقی معادله $mx^2 + 3x + m^2 = 2$ ، معکوس یکدیگرند؟

(۴) ۲

(۳) ۱

(۲) -۱

(۱) -۲

شما پاسخ نداده اید

۶۶- اگر α و β جواب‌های معادله $x^2 - 4x + 1 = 0$ باشد، حاصل $\frac{3\alpha}{\alpha^2 + 1} + \frac{4\beta}{\beta^2 + 1}$ کدام است؟

(۴) $\frac{1}{7}$

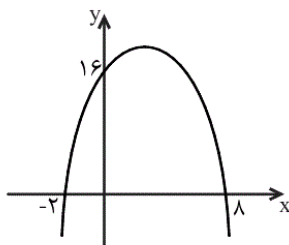
(۳) $\frac{7}{4}$

(۲) ۷

(۱) $\frac{4}{7}$

شما پاسخ نداده اید

۶۷- اگر نمودار تابع درجه دومی به صورت مقابل باشد، مجموع ضرایب ضابطه این تابع کدام است؟



(۱) ۱۹

(۲) ۲۰

(۳) ۲۱

(۴) ۲۲

شما پاسخ نداده اید

۶۸- تابع $y = (m-1)x^2 + x + m - 2 = 0$ دارای می نیمم بوده و نمودار آن محور عرض ها را در پایین محور طول ها قطع می کند. حدود m کدام است؟

(۴) $m > 2$

(۳) $1 < m < 2$

(۲) $0 < m < 1$

(۱) $m > 1$

شما پاسخ نداده اید

۶۹- معادله $x^4 - 9x^2 + 1 = 0 \dots$

(۱) چهار ریشه حقیقی و دو به دو قرینه دارد.

(۲) دو ریشه حقیقی و قرینه دارد.

(۳) ریشه حقیقی ندارد.

(۴) دو ریشه مثبت دارد.

شما پاسخ نداده اید

۷۰- اگر معادله $(x-a)(x-b)+1=0$ دو ریشه حقیقی داشته باشد، کدام معادله الزاماً دو ریشه حقیقی دارد؟

(۲) $(b+x)(x-a)+2=0$

(۱) $(x-a)(x-b)+2=0$

(۴) $x^2 - ab = 0$

(۳) $(x-a)(x-b)-2=0$

شما پاسخ نداده اید

ریاضی ، هندسه ی ۱- سوالات موازی ، - ۱۳۹۷۰۵۰۵

۱۱۱- در یک صفحه نقطه P به فاصله $1-3x$ از خط l واقع است. اگر نقطه ای روی خط l به فاصله 8 واحد از نقطه P موجود باشد،

مقدار x کدام گزینه می تواند باشد؟

(۲) 2

(۱) 1

(۴) همه موارد

(۳) 3

شما پاسخ نداده اید

۱۱۲- مطابق شکل در مثلث ABC ، اگر عمود منصف BC ، ضلع AC را در نقطه D قطع نموده و $AB = AD$ باشد، آن گاه کدام گزینه همواره

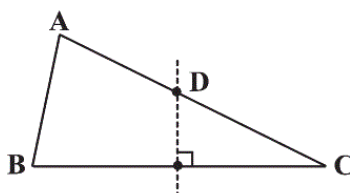
صحیح است؟

(۱) $\hat{A} = 2\hat{C}$

(۲) $\hat{A} = \hat{B}$

(۳) $\hat{B} = 3\hat{C}$

(۴) $\hat{B} = 2\hat{C}$



شما پاسخ نداده اید

۱۱۳- پاره خط AB در یک صفحه مفروض است. خط دلخواه d، عمود بر AB را رسم نموده و نقاط M و N را روی آن طوری اختیار می‌کنیم که

AM = AN و BM = BN باشد. چهارضلعی AMBN کدام مورد نمی‌تواند باشد؟

(۱) لوزی‌ای که مربع نباشد.

(۲) مربع

(۳) مستطیلی که مربع نباشد.

(۴) هیچ کدام

شما پاسخ نداده اید

۱۱۴- نقطه M و خط d در یک صفحه مفروض‌اند. در این صفحه چند نقطه وجود دارد که از M به فاصله معلوم L و از d به فاصله معلوم L' باشند؟

(۱) ۴ نقطه

(۲) ۲ نقطه

(۳) حداکثر ۴ نقطه

(۴) حداکثر ۲ نقطه

شما پاسخ نداده اید

۱۱۵- چند مستطیل به طول قطر ۱۰ واحد می‌توان رسم کرد؟

(۱) هیچ

(۲) ۱

(۳) ۲

(۴) بی‌شمار

شما پاسخ نداده اید

۱۱۶- مثلثی به طول اضلاع ۴، ۶ و $2\sqrt{13}$ مفروض است. اگر فاصله نقطه هم‌رسی ارتفاع‌ها از نقطه هم‌رسی عمودمنصف‌ها برابر a باشد، آن‌گاه

مساحت مربعی به ضلع a کدام است؟

(۱) ۱۳

(۲) ۱۲

(۳) ۱۰

(۴) ۸

شما پاسخ نداده اید

۱۱۷- در کدام چندضلعی محدب، مجموع زوایای داخلی ۵ برابر مجموع زوایای خارجی است؟

(۱) ۸ ضلعی

(۲) ۱۰ ضلعی

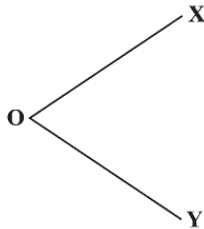
(۳) ۱۲ ضلعی

(۴) ۱۴ ضلعی

شما پاسخ نداده اید

۱۱۸- از نقطه M واقع بر نیمساز زاویه $\widehat{XOY} = 70^\circ$ ، دو عمود MH و MH' را بر دو ضلع زاویه رسم می‌کنیم. کدام نامساوی صحیح است؟

(نقطه M درون زاویه XOY قرار دارد.)



(۱) $HH' > MH > OH$

(۲) $HH' > OH > MH$

(۳) $OH > HH' > MH$

(۴) $OH > MH > HH'$

شما پاسخ نداده اید

۱۱۹- چه تعداد از موارد زیر یک قضیه دو شرطی محسوب نمی‌شود؟

الف) متوازی‌الاضلاعی که قطرهایش بر هم عمود باشند، لوزی است.

ب) اگر دو دایره هم‌مساحت باشند، آن‌گاه محیط‌های برابر دارند.

پ) اگر دو مثلث هم‌نهشت باشند، آن‌گاه هم‌مساحت‌اند.

(۱) هیچ ۱ (۲)

(۳) ۲ (۴) ۳

شما پاسخ نداده اید

۱۲۰- اگر $n-2$ ، $3n$ و $2n+3$ ، طول اضلاع یک مثلث باشند، n کدام یک از مقادیر زیر را می‌تواند اختیار کند؟

(۱) ۱ (۲) $\frac{3}{2}$

(۳) ۲ (۴) ۳

شما پاسخ نداده اید

ریاضی، حسابان گواه-سوالات موازی، - ۱۳۹۷۰۵۰۵

۸۱- اگر $A = \{x \in \mathbb{R} : x > 1\}$ و $B = \{x \in \mathbb{R} : x \leq 4\}$ ، آن‌گاه مجموعه $(A - B) \cup (B - A)$ برابر کدام گزینه است؟

(۱) $\mathbb{R} - (1, 4]$ (۲) $\mathbb{R} - [1, 4)$ (۳) $\mathbb{R} - [1, 4]$ (۴) $\mathbb{R} - (1, 4)$

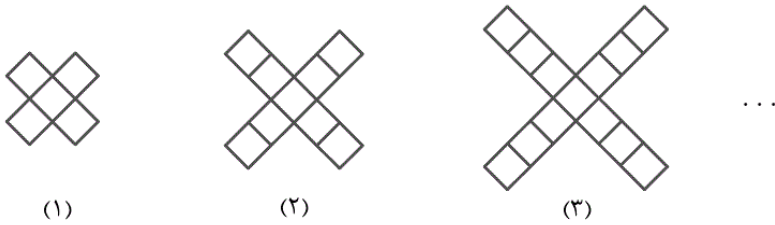
شما پاسخ نداده اید

۸۲- اجتماع دو مجموعه A و B دارای ۴۰ عضو است. مجموعه‌های $(A - B)$ و $(B - A)$ به ترتیب ۱۲ و ۱۸ عضو دارند. اگر از هر یک از مجموعه‌های A و B، ۹ عضو برداشته شود، از مجموعه اشتراک آن‌ها ۴ عضو کم می‌شود. تعداد عضوهای اجتماع دو مجموعه جدید کدام است؟

(۱) ۲۲ (۲) ۲۳ (۳) ۲۴ (۴) ۲۶

شما پاسخ نداده اید

۸۳- برای ساختن حرف x الگوی زیر را داریم. با توجه به این الگو، دهمین شکل، دارای چند مربع است؟



(۱) ۳۹

(۲) ۴۰

(۳) ۴۱

(۴) ۴۲

(۱)

(۲)

(۳)

شما پاسخ نداده اید

۸۴- مجموع ۴۸ جمله اول دنباله با جمله عمومی $a_n = \sqrt{n} - \sqrt{n+1}$ کدام است؟

(۴) -۵

(۳) -۶

(۲) ۵

(۱) ۶

شما پاسخ نداده اید

۸۵- تفاضل جمله دهم از جمله دوازدهم یک دنباله حسابی، ۵ و مجموع دو جمله دهم و دوازدهم، ۲۵ است، جمله بیست و یکم این دنباله کدام است؟

(۴) ۳۸/۵

(۳) ۳۷/۵

(۲) ۳۶

(۱) ۳۵

شما پاسخ نداده اید

۸۶- در دنباله حسابی با جمله عمومی $t_n = (k-2)n^2 + (k+1)n + k^2$ ، جمله دهم و قدرنسبت دنباله به ترتیب از راست به چپ کداماند؟

(۴) ۳ و ۳۴

(۳) ۲ و ۳۴

(۲) ۳ و ۳۱

(۱) ۲ و ۳۱

شما پاسخ نداده اید

۸۷- در یک دنباله حسابی، جملات سوم، هفتم و نهم، به ترتیب سه جمله متوالی و متمایز از یک دنباله هندسی هستند. چندمین جمله این دنباله حسابی، صفر است؟

(۴) ۱۲

(۳) ۱۱

(۲) ۱۰

(۱) ۹

شما پاسخ نداده اید

۸۸- مجموع سه جمله اول یک دنباله هندسی با جملات غیر صفر، $\frac{3}{7}$ برابر مجموع سه جمله دوم این دنباله است. قدر نسبت این دنباله کدام است؟

(۴) $\sqrt[3]{\frac{3}{2}}$

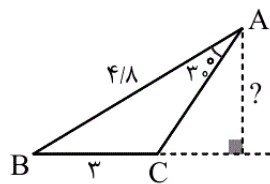
(۳) $\frac{2}{3}$

(۲) $\sqrt[3]{\frac{2}{3}}$

(۱) $\sqrt{\frac{2}{3}}$

شما پاسخ نداده اید

۸۹- در شکل زیر، فاصله نقطه A از امتداد ضلع BC، چند برابر طول AC است؟



(۱) ۰/۵

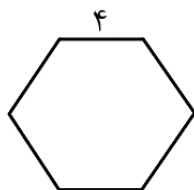
(۲) ۰/۶

(۳) ۰/۷

(۴) ۰/۸

شما پاسخ نداده اید

۹۰- مساحت یک شش ضلعی منتظم به ضلع ۴ کدام است؟



(۱) $12\sqrt{3}$

(۲) $16\sqrt{3}$

(۳) $24\sqrt{3}$

(۴) $8\sqrt{3}$

شما پاسخ نداده اید

-۴۱

(مهمرمصطفی ابراهیمی)

$$a_7 = 2b + b = 3b \quad , \quad a_1 = b + b = 2b$$

$$d = a_7 - a_1 \Rightarrow -4 = 3b - 2b \Rightarrow b = -4$$

$$a_1 = 2b = 2 \times (-4) = -8$$

(ریاضی ۱- مجموعه، الگو و دنباله- صفحه‌های ۲۱ تا ۲۴)

۴ ✓

۳

۲

۱

-۴۲

(علی شهباب)

$$\frac{a_7}{a_5} = 3 \Rightarrow \frac{a_1 + 6d}{a_1 + 4d} = 3 \Rightarrow 3a_1 + 12d = a_1 + 6d$$

$$\Rightarrow 2a_1 + 6d = 0 \xrightarrow{\times \frac{1}{2}} a_1 + 3d = 0 \Rightarrow a_4 = 0$$

(ریاضی ۱- مجموعه، الگو و دنباله- صفحه‌های ۲۱ تا ۲۴)

۴

۳

۲

۱

اگر A مجموعه اعداد صحیح زوج و B مجموعه اعداد صحیح فرد باشد، در این صورت گزینه‌های «۱» و «۲» و «۳» همگی نامتناهی هستند. (مجموعه اعداد صحیح را مجموعه مرجع در نظر بگیرید.)

$$A = \{\dots, -4, -2, 0, 2, 4, \dots\}$$

$$A - B = A$$

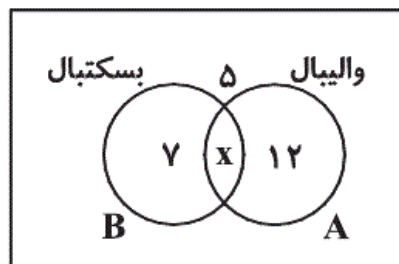
$$B' = \{\dots, -4, -2, 0, 2, 4, \dots\}$$

(ریاضی ۱- مجموعه، الگو و دنباله - صفحه‌های ۵ تا ۷)

 ۴ ✓

 ۳

 ۲

 ۱


$$A - B = \text{فقط والیبال}$$

$$B - A = \text{فقط بسکتبال}$$

$$(A \cup B)' = \text{هیچ یک از دو رشته}$$

$$n(U) = n(A \cup B) + n((A \cup B)')$$

$$\Rightarrow n(U) = n(A - B) + n(B - A) + n(A \cap B) + n((A \cup B)')$$

$$40 = 12 + 7 + x + 5 \Rightarrow x = 16$$

(ریاضی ۱- مجموعه، الگو و دنباله - صفحه‌های ۸ تا ۱۳)

 ۴

 ۳

 ۲

 ۱ ✓

جمله عمومی دنباله خطی به صورت $t_n = an + b$ می باشد. a و b را به کمک جملات سوم و پنجم محاسبه می کنیم.

$$\begin{cases} t_3 = 3a + b = 11 \\ t_5 = 5a + b = 15 \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} 3a + b = 11 \\ 5a + b = 15 \end{cases} \Rightarrow 2a = 4 \Rightarrow a = 2 \Rightarrow b = 5$$

بنابراین جمله عمومی دنباله خطی به صورت $t_n = 2n + 5$ می باشد. برای این که بینیم دنباله چند جمله کم تر از ۱۰۰ دارد باید نامعادله $t_n < 100$ را حل کنیم.

$$t_n < 100 \Rightarrow 2n + 5 < 100 \Rightarrow 2n < 95 \Rightarrow n < 47.5$$

$$\xrightarrow{n \in \mathbb{N}} n \in \{1, 2, \dots, 47\}$$

بنابراین جملات اول تا چهل و هفتم دنباله همگی کم تر از ۱۰۰ هستند یعنی دنباله ۴۷ جمله کوچک تر از ۱۰۰ دارد.

(ریاضی ۱- مجموعه، الگو و دنباله- صفحه های ۱۴ تا ۱۸)

 ۴

 ۳

 ۲

 ۱

(رسول مهسنی منش)

-۴۶

$$3x - 14 < x \leq 5x + 16 \Rightarrow \begin{cases} 3x - 14 < x \rightarrow x < 7 \\ x \leq 5x + 16 \rightarrow x \geq -4 \end{cases}$$

$$\xrightarrow{x \in \mathbb{Z}} -4 \leq x \leq 6$$

پس $11 = 1 + (-4) + 6$ عدد صحیح به ازای x وجود دارد.

(ریاضی ۱- مجموعه، الگو و دنباله- صفحه های ۳ تا ۵)

 ۴

 ۳

 ۲

 ۱

تعداد مربع‌های رنگی در شکل اول برابر $۳^۲ - ۴$ و در شکل دوم برابر $۴^۲ - ۴$ و در شکل n ام برابر $(n+۲)^۲ - ۴$ است.

$$t_n - t_{n-1} = ((n+2)^2 - 4) - ((n+1)^2 - 4) = (n+2)^2 - (n+1)^2$$

$$= n^2 + 4n + 4 - (n^2 + 2n + 1) = 2n + 3$$

(ریاضی ۱- مجموعه، الگو و دنباله- صفحه‌های ۱۴ تا ۲۰)

 ۴

 ۳

 ۲

 ۱

(علی‌اکبر اسکندری)

یازده واسطه به صورت زیر هستند.

۳, ○, ○, ○, ○, ○, ○, ○, ○, ○, ○, ○, ○, ۱۹۲

↓
چهارمین واسطه

با توجه به دنباله بالا جمله اول $a_1 = 3$ و جمله سیزدهم $a_{13} = 192$

است. حال با توجه به رابطه عمومی دنباله هندسی داریم:

$$a_{13} = a_1 q^{13-1} \Rightarrow 192 = 3q^{12} \Rightarrow q^{12} = 64 \Rightarrow (q^2)^6 = 2^6 \Rightarrow q^2 = 2$$

با فرض $a_1 = 3$ ، چهارمین واسطه، جمله پنجم این دنباله هندسی

می‌شود:

$$\text{چهارمین واسطه} = a_5 = a_1 q^4 = a_1 (q^2)^2 = 3 \times (2)^2 = 12$$

(ریاضی ۱- مجموعه، الگو و دنباله- صفحه‌های ۲۵ تا ۲۷)

 ۴

 ۳

 ۲

 ۱

(عمید زرین کفش)

$$A : ۳, ۸, ۱۳, ۱۸, ۲۳$$

$$B : ۸, ۱۱, ۱۴, ۱۷, ۲۰, ۲۳$$

۸, ۲۳, ... دنبالهٔ جملات مشترک

در این دنباله جملهٔ اول، قدر نسبت و جملهٔ عمومی آن برابر است با:

$$a_1 = ۸, d = ۲۳ - ۸ = ۱۵$$

$$\frac{a_n = a_1 + (n-1)d}{\rightarrow a_n = ۸ + (n-1)۱۵ = ۱۵n - ۱۵ + ۸}$$

$$\Rightarrow a_n = ۱۵n - ۷$$

(ریاضی ۱- مجموعه، الگو و دنباله - صفحه‌های ۲۱ تا ۲۴)

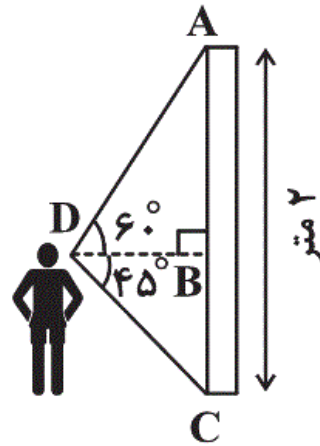
 ۴

 ۳

 ۲

 ۱

مطابق شکل در مثلث ABD داریم:



$$\tan 6^\circ = \frac{AB}{BD}$$

$$\Rightarrow AB = \underbrace{\tan 6^\circ}_{\sqrt{3}} \times BD = \sqrt{3}BD$$

و در مثلث CBD داریم:

$$\tan 45^\circ = \frac{BC}{BD} \Rightarrow BC = \underbrace{\tan 45^\circ}_1 \times BD = BD$$

با توجه به آن که طول تابلو برابر AC است، داریم:

$$AC = AB + BC \Rightarrow AC = \sqrt{3}BD + BD = BD(\sqrt{3} + 1)$$

$$\xrightarrow{AC=2} BD(\sqrt{3} + 1) = 2 \Rightarrow BD = \frac{2}{\sqrt{3} + 1} \times \frac{\sqrt{3} - 1}{\sqrt{3} - 1} = \sqrt{3} - 1$$

(ریاضی ۱- مثلثات - صفحه‌های ۲۹ تا ۳۵)

 ۴

 ۳

 ۲

 ۱

(علی اکبر اسکندری)

$$d = a_2 - a_1 = 7 - 3 = 4$$

$$S_n = \frac{n}{2}[2a_1 + (n-1)d] \Rightarrow S_{15} = \frac{15}{2}[2 \times 3 + (15-1) \times 4]$$

$$\Rightarrow S_{15} = \frac{15}{2}[6 + 56] = 15 \times 31 = 465$$

(مسئله‌های ۲ تا ۴)

۴

۳

۲✓

۱

(مهندس مصطفی ابراهیمی)

$$\left| \frac{1}{\alpha} - \frac{1}{\beta} \right| = \left| \frac{\beta - \alpha}{\alpha\beta} \right| = \frac{\frac{\sqrt{\Delta}}{a}}{\frac{c}{a}} = \frac{\sqrt{1+24}}{\frac{1}{6}} = 5$$

(مسئله‌های ۷ تا ۹)

۴

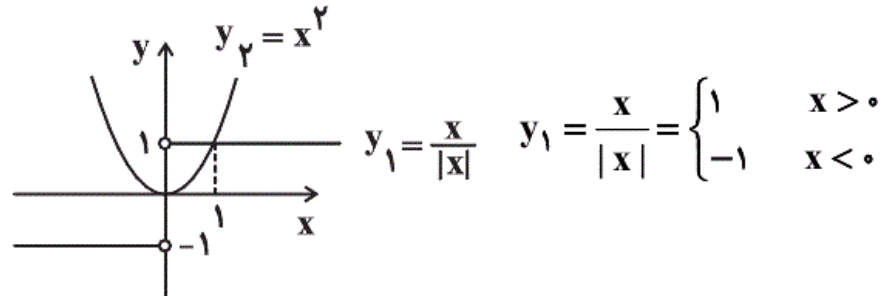
۳

۲

۱✓

(مهندس مصطفی ابراهیمی)

نمودار دو تابع $y_2 = x^2$ و $y_1 = \frac{x}{|x|}$ را در یک دستگاه رسم می‌کنیم.



دو تابع در یک نقطه متقاطع‌اند، پس این معادله یک جواب دارد.

(مسئله‌های ۱۴ تا ۱۶)

۴

۳

۲✓

۱

(امیر زرانروز)

$$a_4 = 2a_1 \Rightarrow a_1 + 3d = 2(a_1 + 9d)$$

$$\Rightarrow a_1 + 3d = 2a_1 + 18d \Rightarrow a_1 = -15d$$

طبق فرض:

$$S_n = a_1 \Rightarrow \frac{n}{2}(2a_1 + (n-1)d) = a_1$$

$$\xrightarrow{a_1 = -15d} \frac{n}{2} \underbrace{(-30d + nd - d)}_{\text{فاکتور از } d} = -15d \Rightarrow \frac{nd}{2}(-31+n) = -15d$$

$$\Rightarrow \frac{n}{2}(-31+n) = -15 \Rightarrow -31n + n^2 = -30$$

$$\Rightarrow n^2 - 31n + 30 = 0 \Rightarrow (n-30)(n-1) = 0 \Rightarrow \begin{cases} n = 30 \\ n = 1 \end{cases}$$

(مسایان ۱- صفحه‌های ۲ تا ۴)

۴

۳✓

۲

۱

(مورداد اسپیکار)

-۵۵

در دنباله هندسی ... ۱، ۲، ۴، ۸، ... جمله اول و قدرنسبت به ترتیب $a_1 = 1$ و $q = 2$ می‌باشند. اگر مجموع n جمله اول بیش‌تر از ۲۰۵۰ باشد باید $S_n > 2050$. بنابراین:

$$S_n = \frac{a_1(q^n - 1)}{q - 1} > 2050 \Rightarrow \frac{1 \times (2^n - 1)}{2 - 1} > 2050$$

$$\Rightarrow 2^n - 1 > 2050 \Rightarrow 2^n > 2051 \xrightarrow{\begin{matrix} 2^{11} = 2048 \\ 2^{12} = 4096 \end{matrix}} 2^{12} = 4096 > 2051$$

$$\Rightarrow n \geq 12 \Rightarrow \text{حداقل تعداد جملات} = 12$$

(مسایان ۱- صفحه‌های ۴ تا ۶)

۴

۳✓

۲

۱

(مهمرمصطفی ابراهیمی)

-۵۶

$$a_5 = S_5 - S_4 = (2^{5+3} - 8) - (2^{4+3} - 8)$$

$$= 2^8 - 2^7 = 256 - 128 = 128$$

(مسایان ۱- صفحه‌های ۴ تا ۶)

۴

۳

۲✓

۱

ابتدا α و β را از پرانتزها فاکتور می‌گیریم:

$$\alpha\beta(\alpha^2 - 5\alpha + 2)(\beta^2 - 5\beta - 2)$$

از طرفی از خود معادله می‌فهمیم که $x^2 - 5x = -1$ پس به جای $\alpha^2 - 5\alpha$ و $\beta^2 - 5\beta$ مقدار (-1) می‌گذاریم، هم که ضرب ریشه‌هاست که (۱) می‌شود:

$$\underbrace{\alpha\beta}_1 \underbrace{(\alpha^2 - 5\alpha + 2)}_{-1} \underbrace{(\beta^2 - 5\beta - 2)}_{-1} = -3$$

(مسایان ۱- صفحه‌های ۷ تا ۹)

 ۴

 ۳

 ۲

 ۱

(امیر هوشنگ فمسه)

$$\frac{y_A \times 4}{2} = 6 \Rightarrow y_A = 3$$

مساحت مثلث برابر است با:

چون عرض از مبدأ سهمی برابر ۳ می‌شود، پس $y = ax^2 + bx + 3$ معادله منحنی خواهد بود.

$$2 \times 6 = \frac{c}{a} \Rightarrow 12 = \frac{3}{a} \Rightarrow a = \frac{1}{4}$$

$$2 + 6 = \frac{-b}{a} = 8 \Rightarrow -\frac{b}{\frac{1}{4}} = 8 \Rightarrow b = -2$$

$$f(x) = y = \frac{1}{4}x^2 - 2x + 3 \Rightarrow y_{\min} = -\frac{\Delta}{4a} = -\frac{4 - 4\left(\frac{1}{4}\right)(3)}{4\left(\frac{1}{4}\right)} = -1$$

(مسایان ۱- صفحه‌های ۱۰ تا ۱۳)

 ۴

 ۳

 ۲

 ۱

در معادله به صورت $f(x) = a(x - \alpha)^2 + \beta$ ، نقطه (α, β) رأس سهمی است.

$$f(x) = 9a\left(x + \frac{b}{3}\right)^2 - c \Rightarrow \begin{cases} -\frac{b}{3} = -3 \Rightarrow b = 9 \\ -c = 2 \Rightarrow c = -2 \end{cases}$$

$$\Rightarrow f(x) = 9a(x + 3)^2 + 2$$

$$(0, -2) \in \text{سهمی} \Rightarrow -2 = 9a(0 + 3)^2 + 2 \Rightarrow a = -\frac{4}{81}$$

$$9ab + c = 9\left(-\frac{4}{81}\right)(9) + (-2) = -6$$

(مسئله ۱- صفحه‌های ۱۰ تا ۱۳)

 ۴

 ۳

 ۲

 ۱

(علی شهبازی)

-۶۰

$x = 2$ صفر تابع f است. پس:

$$f(2) = 0 \Rightarrow 8 + 4k + 18 - 2 = 0 \Rightarrow k = -6$$

$$f(x) = (x - 2)(x^2 - 4x + 1) \quad f(x) \text{ را بر } x - 2 \text{ تقسیم می‌کنیم:}$$

پس α و β ریشه‌های معادله $x^2 - 4x + 1 = 0$ هستند و داریم:

$$\begin{cases} \alpha + \beta = -\frac{b}{a} = 4 \\ \alpha\beta = \frac{c}{a} = 1 \end{cases}$$

می‌خواهیم معادله‌ای بنویسیم که ریشه‌هایش α^2 و β^2 باشند:

$$S' = \alpha^2 + \beta^2 = (\alpha + \beta)^2 - 2\alpha\beta = 4^2 - 2(1) = 14$$

$$P' = \alpha^2\beta^2 = (\alpha\beta)^2 = 1^2 = 1$$

$$x^2 - S'x + P' = 0 \Rightarrow x^2 - 14x + 1 = 0$$

پس تابع مورد نظر $g(x) = x^2 - 14x + 1$ یا ضربی از آن است.

(مسئله ۱- صفحه‌های ۷ تا ۱۳)

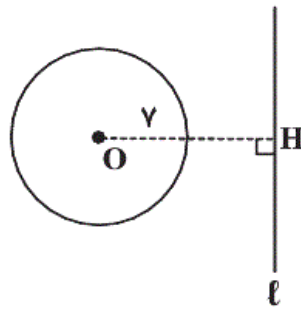
 ۴

 ۳

 ۲

 ۱

می‌دانیم زمانی خط و دایره همدیگر را قطع نمی‌کنند که فاصله مرکز دایره تا خط مذکور، بیش‌تر از طول شعاع دایره باشد. بنابراین:



$$\begin{aligned} OH > r &\Rightarrow 3a + 1 > r \Rightarrow 3a > 6 \\ &\Rightarrow a > 2 \end{aligned}$$

(هندسه ۲ - صفحه‌های ۱۰ و ۱۱)

 ۴

 ۳

 ۲

 ۱

(سامان اسپهر ۳)

-۱۰۲

$$\hat{A} = 65^\circ \Rightarrow \widehat{BT} = 13^\circ \Rightarrow \widehat{BD} = 18^\circ - \widehat{BT} = 5^\circ \Rightarrow \hat{O}_1 = 5^\circ$$

(هندسه ۲ - صفحه‌های ۱۱ و ۱۲)

 ۴

 ۳

 ۲

 ۱

(شایان عباپی)

-۱۰۳

با توجه به برابری مساحت دو قطاع OAB و OCD و همچنین هم‌نهشتی

$\triangle OAB$ و $\triangle OCD$ نتیجه می‌گیریم:

$$S_1 + S_2 = \text{مساحت قطاع OAB} = \text{مساحت قطاع OCD}$$

$$\text{مساحت قطاع OAB} = \frac{120^\circ}{360^\circ} \times \pi r^2 = \frac{1}{3} \pi \times 2^2 = \frac{4}{3} \pi$$

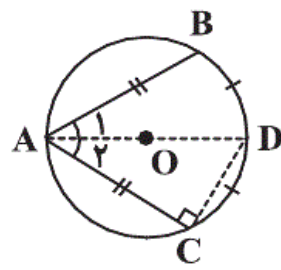
(هندسه ۲ - صفحه‌های ۱۱ و ۱۲)

 ۴

 ۳

 ۲

 ۱



$$CD = \sqrt{AD^2 - AC^2} = \sqrt{10^2 - 8^2} = 6$$

(هندسه ۲ - صفحه‌های ۱۲ تا ۱۴)

۴

۳

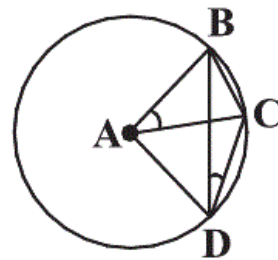
۲

۱

(رضا عباسی اصل)

-۱۰۵

دایره‌ای به مرکز A و شعاع $AB = AC = AD$ رسم می‌کنیم. داریم:



$$\widehat{BDC} = \frac{\widehat{BC}}{2} \Rightarrow 24^\circ = \frac{\widehat{BC}}{2} \Rightarrow \widehat{BC} = 48^\circ$$

$$\widehat{BAC} = \widehat{BC} \Rightarrow \widehat{BAC} = 48^\circ$$

(هندسه ۲ - صفحه‌های ۱۱ تا ۱۴)

۴

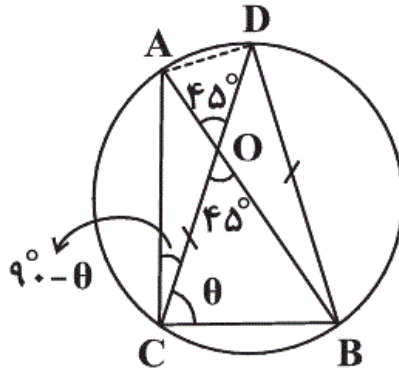
۳

۲

۱

(صبا مهروی)

ابتدا AC را رسم می‌کنیم. داریم $CD = DB$ پس $\widehat{DCB} = \widehat{DBC} = \theta$.
 از طرفی می‌دانیم \widehat{ACB} به دلیل روبه‌رو بودن به قطر دایره، قائمه می‌باشد.
 در نتیجه:



$\widehat{ABD} = \widehat{ACD} = 90^\circ - \theta$ (محاطی روبه‌رو به \widehat{AD})

$\Rightarrow \widehat{ABC} = \theta - (90^\circ - \theta) = 2\theta - 90^\circ$

۴

۳

۲ ✓

۱

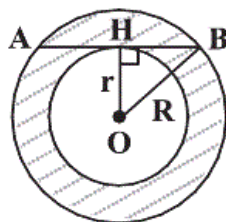
(امیرحسین ابومصوب)

اگر شعاع دایره بزرگ‌تر را با R و شعاع دایره کوچک‌تر را با r نمایش دهیم، آن‌گاه داریم:

$\pi R^2 - \pi r^2 = 8\pi \Rightarrow R^2 - r^2 = 8$

$\Rightarrow R^2 - r^2 = 8$

طبق قضیه فیثاغورس در مثلث OHB داریم:



$BH^2 = OB^2 - OH^2 = R^2 - r^2 = 8$

$BH = 2\sqrt{2} \Rightarrow AB = 4\sqrt{2}$

(هنرسه ۲ - صفحه‌های ۹ تا ۱۴)

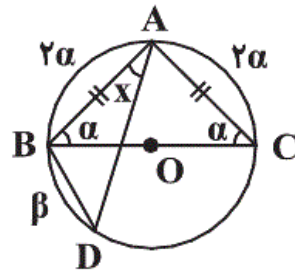
۴ ✓

۳

۲

۱

با توجه به شکل:



$$AB = AC \Rightarrow \widehat{ABC} = \widehat{BCA} = \alpha$$

$$\Rightarrow \widehat{AB} = \widehat{AC} = 2\alpha$$

اگر اندازه کمان \widehat{BD} را β در نظر بگیریم، آن گاه طبق فرض داریم:

$$\widehat{AC} + \widehat{BD} = 130^\circ \Rightarrow 2\alpha + \beta = 130^\circ \quad (1)$$

از طرفی $\widehat{BAC} = 180^\circ$ در نتیجه:

$$2\alpha = 180^\circ \Rightarrow 2\alpha = 90^\circ \xrightarrow{(1)} 90^\circ + \beta = 130^\circ \Rightarrow \beta = 40^\circ$$

$$\Rightarrow x = \frac{\beta}{2} = 20^\circ$$

(هندسه ۲ - صفحه‌های ۱۱ تا ۱۴)

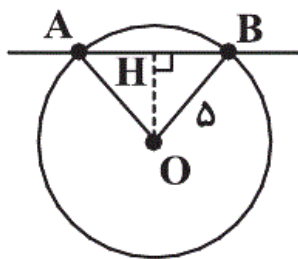
۴

۳

۲ ✓

۱

(معمد بصیرایی)



$$OH^2 + HB^2 = OB^2$$

$$\Rightarrow 18/25 + HB^2 = 25 \Rightarrow HB^2 = 6/25$$

$$\Rightarrow HB = \sqrt{6/25} = 2/5$$

$$AB = 2 \times HB = 2 \times 2/5 = 5$$

بنابراین مثلث AOB متساوی‌الاضلاع و زاویه AOB برابر با 60° است. پس:

$$\widehat{AB} = \frac{60}{360} \times 2\pi R = \frac{1}{6} \times 2\pi \times 5 = \frac{5}{3}\pi$$

(هندسه ۲ - صفحه‌های ۱۱ تا ۱۳)

۴ ✓

۳

۲

۱

می‌دانیم اندازه هر زاویه محاطی برابر است با نصف اندازه کمان مقابل به آن

$$\alpha = \frac{\widehat{BF}}{2} \Rightarrow \widehat{BF} = 2\alpha \quad \text{زاویه. پس:}$$

و همچنین اندازه زاویه مرکزی برابر با اندازه کمان مقابل آن است:

$$\widehat{DOF} = \widehat{DF}$$

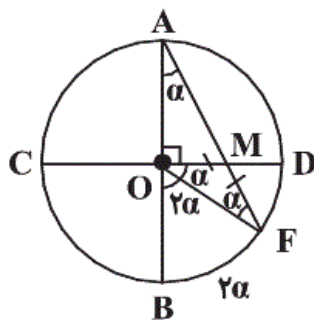
$$\triangle OMF : OM = MF \Rightarrow \widehat{DOF} = \widehat{MFO}$$

$$\triangle OAF : OA = OF \Rightarrow \widehat{MFO} = \widehat{OAF} = \alpha$$

$$\triangle OAF : (\text{زاویه خارجی}) \widehat{BOF} = \widehat{OAF} + \widehat{OFA} = 2\alpha$$

وقتی دو قطر AB و CD بر هم عمودند، اندازه کمان‌های ایجاد شده با هم

برابر بوده و بنابراین اندازه هر کدام از آنها 90° درجه است.



$$\begin{aligned} \widehat{DB} = 90^\circ &\Rightarrow \widehat{DF} + \widehat{FB} = 90^\circ \\ &\Rightarrow 2\alpha + \alpha = 90^\circ \Rightarrow 3\alpha = 90^\circ \Rightarrow \alpha = 30^\circ \end{aligned}$$

(هندسه ۲ - صفحه‌های ۱۲ تا ۱۴)

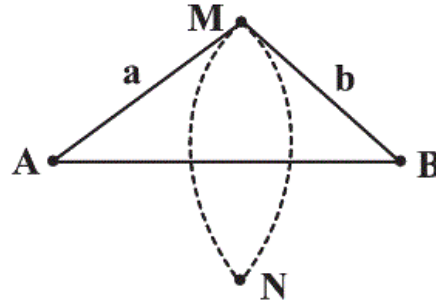
 ۴

 ۳

 ۲

 ۱

بدون لطمه به کلیت مسأله می‌توان فرض کرد که $a > b$. در این صورت شکل سؤال به صورت زیر خواهد بود:



حال همان‌طور که مشخص است، با توجه به اندازه‌های مفروض و از وصل نمودن نقطه M (محل تقاطع دو کمان) به نقاط A و B ، یک مثلث پدید می‌آید. لذا بنابر نامساوی مثلثی داریم:

$$AM + MB > AB \Rightarrow a + b > AB \Rightarrow a + b > c$$

در نتیجه پاسخ درست گزینه «۱» می‌باشد.

(هندسه ۱- صفحه‌های ۱۰، ۱۱ و ۲۷)

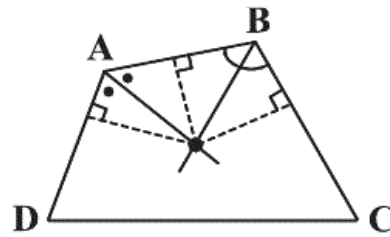
 ۴

 ۳

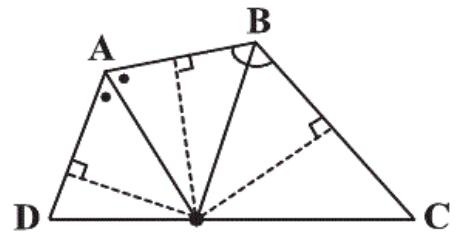
 ۲

 ۱ ✓

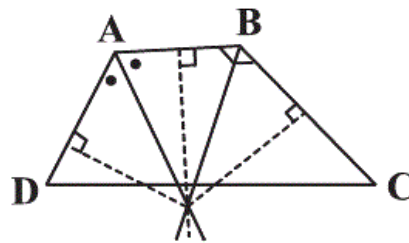
می‌دانیم نقاطی که از دو ضلع یک زاویه به یک فاصله‌اند، روی نیمساز آن زاویه قرار دارند. حال از آنجایی که مطلوب مسأله، نقاطی است که از سه ضلع AB ، BC و DA به یک فاصله‌اند، پس نقاطی را می‌خواهیم که روی نیمسازهای داخلی هر دو زاویه A و B از این چهارضلعی واقع‌اند. به عبارتی تعداد نقاط برخورد دو نیمساز، جواب مسأله می‌باشد، که مشخصاً این دو خط همدیگر را دقیقاً در یک نقطه قطع می‌کنند و این نقطه ممکن است حالت‌های زیر را داشته باشد:



درون چهارضلعی



روی چهارضلعی



بیرون چهارضلعی

(هندسه ۱- صفحه‌های ۱۱ و ۱۲)

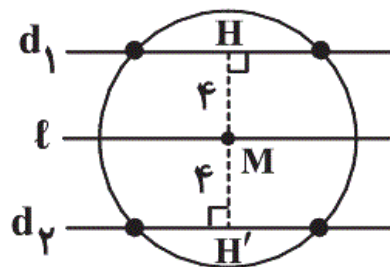
۴

۳

۲

۱

آنجایی که فاصله داده شده (۴ واحد) از شعاع دایره کم‌تر است، لذا خطوط موازی با خط l ، هر کدام دایره را در دو نقطه قطع می‌کنند.



روشن است که محل برخورد این خطوط با دایره، نقاط مطلوب مسأله می‌باشند. پس تعداد نقاط، برابر با ۴ می‌باشد.

(هندسه ۱- صفحه‌های ۱۰ تا ۱۵)

۴

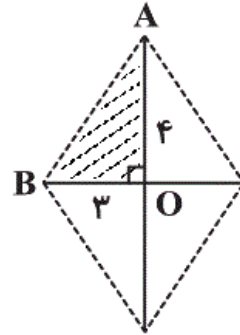
۳

۲

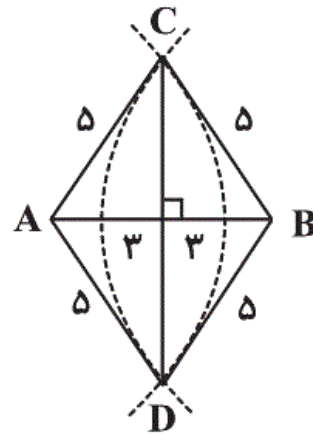
۱

(رضا عباسی اصل)

روش اول: می‌دانیم در لوزی، قطرها عمود منصف یکدیگرند. لذا بنابر رابطه فیثاغورس طول ضلع سوم از مثلث AOB برابر با $5 = \sqrt{3^2 + 4^2}$ می‌باشد و در نتیجه این مثلث با معلوم بودن طول اضلاع آن قابل رسم است. حال با تکرار این عمل و به شکل قرینه، چهار مثلث دیگر پدید آمده و یک لوزی به طول ضلع ۵ تشکیل می‌شود که یکتاست.



روش دوم: قطر AB به طول ۶ واحد را در نظر بگیرید. کفایت دهانه پیرگار را به اندازه ۵ واحد باز نموده و کمان‌هایی به مراکز A و B رسم کنیم تا یکدیگر را در نقاط C و D قطع نمایند. روشن است که چهارضلعی حاصل یک لوزی است که شرایط مسأله را دارا بوده و یکتاست.



(هندسه ۱- صفحه‌های ۱۵ و ۱۶)

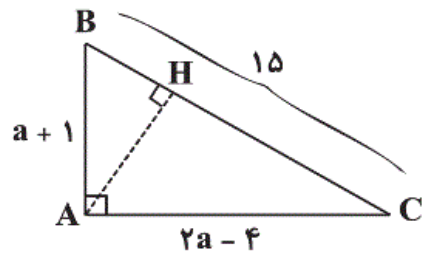
۴

۳

۲ ✓

۱

$$\Rightarrow (\Delta a + 26)(a - 8) = 0 \Rightarrow \begin{cases} a = 8 \\ a = -\frac{26}{\Delta} \end{cases} \text{ (غ ق ق)}$$



لذا طول اضلاع مثلث، ۹، ۱۲ و ۱۵ می‌باشد. از طرفی مساحت این مثلث به دو شکل قابل محاسبه است:

$$S_{\Delta ABC} = \frac{AB \cdot AC}{2} = \frac{AH \cdot BC}{2} \Rightarrow AB \times AC = AH \times BC$$

$$\Rightarrow AH = \frac{AB \times AC}{BC} = \frac{9 \times 12}{15} = \frac{36}{5} = 7\frac{1}{5}$$

در نتیجه فاصله مذکور برابر با $7\frac{1}{5}$ است.

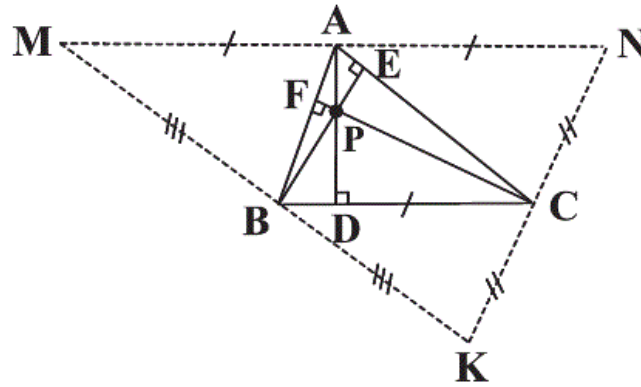
(هنرسه ۱- صفحه‌های ۱۷ تا ۲۰)

۴

۳

۲

۱



روشن است که چهارضلعی‌های $AMBC$ ، $ANCB$ و $ACKB$ ، متوازی‌الاضلاع می‌باشند. در نتیجه:

$$MN \parallel BC \xrightarrow{AD \perp BC} AD \perp MN$$

لذا AD عمودمنصف ضلع MN می‌باشد. همچنین با استفاده از برابری ضلع‌ها و توازی پاره‌خط‌ها به طریق مشابه می‌توان نتیجه گرفت که:

BE : عمودمنصف MK

CF : عمودمنصف NK

بنابراین، AD ، BE و CF ، عمودمنصف‌های اضلاع مثلث MNK می‌باشند.

(هندسه ۱- صفحه‌های ۱۷ تا ۱۹)

 ۴

 ۳

 ۲

 ۱

(فرشاد فرامرزی)

-۹۷

نقیض گزاره «هر لوزی یک مربع است»، گزاره زیر می‌باشد:

«وجود دارد لوزی‌ای که مربع نباشد.»

(هندسه ۱- صفحه‌های ۲۳ و ۲۷)

 ۴

 ۳

 ۲

 ۱

(سیدسروش کریمی مداحی)

-۹۸

موارد (الف) و (ب) مثال نقض دارند.

(الف) محل هم‌رسی عمودمنصف‌ها در مثلث قائم‌الزاویه، روی ضلع مثلث است.

(ب) عدد ۱ نه اول است و نه مرکب.

(هندسه ۱- صفحه‌های ۱۷ تا ۲۵)

 ۴

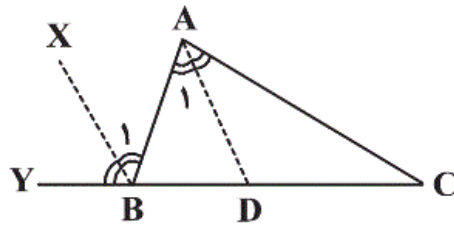
 ۳

 ۲

 ۱

(فرشار فرامرزی)

به راحتی و با استفاده از برهان خلف می توان به درستی احکام مطرح شده در گزینه های ۱، ۲ و ۳ پی برد. به طور مثال برای گزینه «۳» داریم: فرض می کنیم نیمساز زاویه A و نیمساز خارجی زاویه B متقاطع نباشند، پس موازی اند.



بنابراین:

$$BX \parallel AD \Rightarrow \hat{A}_1 = \hat{B}_1 \Rightarrow 2\hat{A}_1 = 2\hat{B}_1 \Rightarrow \hat{A} = \hat{A}BY \quad (*)$$

از طرفی می دانیم در هر مثلث، اندازه یک زاویه خارجی برابر با مجموع زوایای داخلی غیرمجاورش می باشد، پس:

$$\hat{A}BY = \hat{A} + \hat{C} \xrightarrow{(*)} \hat{C} = 0$$

که با شرط مثلث بودن ABC در تناقض است. لذا فرض خلف اشتباه بوده و حکم مسأله درست است.

(هنر سه ۱ - صفحه های ۲۱ تا ۲۴)

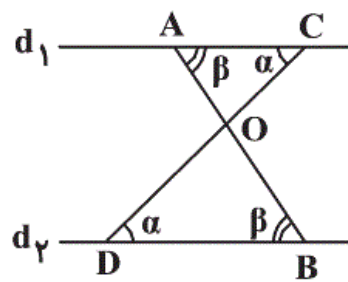
۴ ✓

۳

۲

۱

خطوط d_1 و d_2 موازی‌اند. لذا با توجه به قضیه خطوط موازی و مورب داریم:



$$\begin{array}{l} \hat{A} = \hat{B} = \beta \\ \hat{C} = \hat{D} = \alpha \end{array} \xrightarrow{\beta = 2\alpha} \begin{cases} \hat{A} > \hat{C} \\ \hat{B} > \hat{D} \end{cases}$$

از طرفی می‌دانیم اگر در مثلثی دو زاویه نابرابر باشند، آن‌گاه ضلع روبه‌رو به زاویه بزرگ‌تر، بزرگ‌تر است از ضلع روبه‌رو به زاویه کوچک‌تر. بنابراین:

$$\Delta AOC : \hat{A} > \hat{C} \Rightarrow AO < CO \quad (1)$$

$$\Delta BOD : \hat{B} > \hat{D} \Rightarrow BO < DO \quad (2)$$

$$\xrightarrow{(2), (1)} AO + BO < CO + DO$$

در نتیجه: $AB < CD$

اما گزینه‌های دیگر لزوماً صحیح نمی‌باشند.

(هندسه ۱ - صفحه‌های ۱۷ تا ۲۴)

 ۴

 ۳

 ۲

 ۱

ریاضی، حسابان ۱ - سوالات موازی، - ۱۳۹۷۰۵۰۵

-۷۱

(علی شهبازی)

$$A = \{3, 6, 9, 12, \dots\}$$

$$B = \{2, 3, 5, 7, \dots\}$$

تنها عضو مشترک A و B ، عدد ۳ است. پس $A \cap B$ دارای یک عضو است و متناهی است.

(ریاضی ۱ - مجموعه، الگو و دنباله - صفحه‌های ۵ تا ۷)

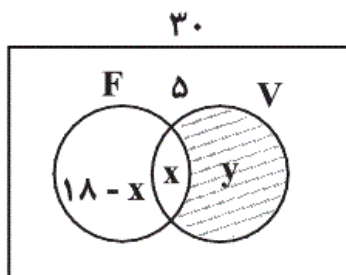
 ۴

 ۳

 ۲

 ۱

با استفاده از نمودار داریم:



اگر x تعداد افرادی باشد که هم فوتبال و هم والیبال بازی می کنند، قسمت هاشور خورده تعداد افرادی است که فقط والیبال بازی می کنند.

$$(18 - x) + (x) + 5 + y = 30 \Rightarrow y = 7$$

(ریاضی ۱- مجموعه، الگو و دنباله - صفحه های ۸ تا ۱۳)

 ۴

 ۳

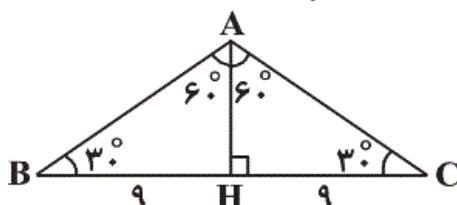
 ۲

 ۱

(سروش موئینی)

-۷۳

ارتفاع AH را رسم می کنیم و زوایا را می نویسیم:



در مثلث AHB برای زاویه B ، تانژانت می نویسیم:

$$\tan \hat{B} = \frac{AH}{BH} \Rightarrow \frac{\sqrt{3}}{3} = \frac{AH}{9} \Rightarrow AH = 3\sqrt{3}$$

مساحت مثلث ABC برابر است با:

$$S = \frac{AH \times BC}{2} = \frac{3\sqrt{3} \times 18}{2} = 27\sqrt{3}$$

(ریاضی ۱- مثلثات - صفحه های ۲۹ تا ۳۵)

 ۴

 ۳

 ۲

 ۱

(فرشاد فرامرزی)

-۷۴

$$t_n = an + b$$

$$\begin{cases} t_{11} = 11a + b \\ t_5 = 5a + b \end{cases}$$

$$t_{11} - t_5 = 6a \Rightarrow 18 = 6a \Rightarrow a = 3$$

$$t_{11} = 3t_5 \Rightarrow 11a + b = 3(5a + b) \Rightarrow 33 + b = 15 + 3b$$

$$\Rightarrow 2b = -12 \Rightarrow b = -6 \Rightarrow t_n = 3n - 6 \Rightarrow t_{20} = 3 \times 20 - 6 = 54$$

(ریاضی ۱- مجموعه، الگو و دنباله - صفحه های ۱۴ تا ۲۰)

 ۴

 ۳

 ۲

 ۱

اعداد زیر که تشکیل یک دنباله حسابی با قدرنسبت ۹ می‌دهند، در تقسیم بر ۹ باقیمانده یک می‌دهند.

$$100, 109, 118, \dots, 991$$

تعداد جملات دنباله فوق را حساب می‌کنیم.

$$a_1 = 100, d = 9 \Rightarrow a_n = a_1 + (n-1)d \Rightarrow 991 = 100 + 9(n-1)$$

$$\Rightarrow 991 = 100 + 9n - 9 \Rightarrow 991 = 91 + 9n \Rightarrow 9n = 900$$

$$\Rightarrow n = \frac{900}{9} = 100$$

بنابراین ۱۰۰ عدد ۳ رقمی وجود دارد که در تقسیم بر ۹ باقی مانده ۱ دارند.

(ریاضی ۱- مجموعه، الگو و دنباله - صفحه‌های ۲۱ تا ۲۴)

 ۴

 ۳

 ۲

 ۱

(ممد ظاهر شعاعی)

$$t_1 = \frac{1}{2}, t_3 = 1, t_n = 256$$

$$t_3 = t_1 \times q^2 \Rightarrow 1 = \frac{1}{2} \times q^2 \Rightarrow q^2 = 2 \Rightarrow q = \pm\sqrt{2}$$

$$q = \sqrt{2} \Rightarrow t_n = t_1 q^{n-1} = t_1 \times (\sqrt{2})^{n-1} \Rightarrow 256 = \frac{1}{2} \times 2^{\frac{n-1}{2}}$$

$$\Rightarrow 2^{\frac{n-1}{2}} = 512 = 2^9 \Rightarrow \frac{n-1}{2} = 9 \Rightarrow n-1 = 18 \Rightarrow n = 19$$

$$q = -\sqrt{2} \Rightarrow t_n = t_1 (-\sqrt{2})^{n-1} \Rightarrow 256 = \frac{1}{2} \times (-\sqrt{2})^{n-1}$$

$$\Rightarrow (-\sqrt{2})^{n-1} = 512 = 2^9 \Rightarrow n-1 = 18 \Rightarrow n = 19$$

پس دو دنباله هندسی خواهیم داشت که در هر دو تعداد جملات ۱۹ می‌باشد.

(ریاضی ۱- مجموعه، الگو و دنباله - صفحه‌های ۲۵ تا ۲۷)

 ۴

 ۳

 ۲

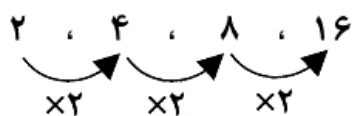
 ۱

(امیر هوشنگ فمسه)

چون ۶ واسطه بین ۲ و ۱۶ قرار داده‌ایم پس $t_1 = 2$ و $t_8 = 16$ می‌باشد.

$$t_8 = t_1 + (8-1)d \Rightarrow 16 - 2 = 7d \Rightarrow d = 2$$

هدف به دست آوردن تعداد واسطه‌های هندسی بین ۲ و ۱۶ با قدرنسبت ۲ است که طبق دنباله هندسی زیر، تعداد آن‌ها ۲ تا است:



(ریاضی ۱- مجموعه، الگو و دنباله- صفحه‌های ۲۱ تا ۲۷)

 ۴ ۳ ۲ ۱

(حسین سلطانیه)

باتوجه به صورت سؤال داریم:

$$a_7 a_8 = 16(a_2 a_1) \Rightarrow (a_1 q^6)(a_1 q^7) = 16(a_1 q)(a_1 q^0)$$

$$\Rightarrow a_1^2 q^{13} = 16 a_1^2 q^1 \Rightarrow q^3 = 16$$

$$\frac{a_5}{a_2} = \frac{a_1 q^4}{a_1 q} = q^3 = 16$$

(ریاضی ۱- مجموعه، الگو و دنباله- صفحه‌های ۲۵ تا ۲۷)

 ۴ ۳ ۲ ۱

به جدول زیر توجه کنید:

مرحله	۱	۲	۳	...	n
تعداد کل مربع‌ها	$۲^۲$	$۳^۲$	$۴^۲$...	$(n+1)^۲$
تعداد مربع‌های رنگی	۰	$۱^۲$	$۲^۲$...	$(n-1)^۲$

پس تعداد مربع‌های سفید در مرحله n ام برابر است با:

$$\text{تعداد مربع‌های سفید} = (n+1)^۲ - (n-1)^۲ = 4n$$

در نتیجه در شکل هشتم، داریم:

$$\begin{cases} \text{تعداد مربع‌های رنگی} = (۸-1)^۲ = 49 \\ \text{تعداد مربع‌های سفید} = 4(۸) = 32 \end{cases}$$

پس در شکل هشتم تعداد مربع‌های رنگی ۱۷ تا بیش‌تر از تعداد مربع‌های سفید است.

(ریاضی ۱- مجموعه، الگو و دنباله - صفحه‌های ۱۴ تا ۲۰)

 ۴

 ۳

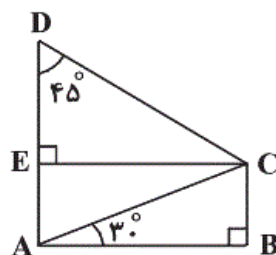
 ۲

 ۱

-۸۰

(ایمان پینی فروشان)

برای محاسبه فاصله طبقه دوم از سطح زمین کافی است در شکل زیر طول AD را به دست آوریم. با استفاده از نسبت‌های مثلثاتی داریم:



$$\tan 30^\circ = \frac{BC}{AB} \xrightarrow{BC=AE, AB=4} \frac{\sqrt{3}}{3} = \frac{AE}{4}$$

$$\Rightarrow AE = \frac{4\sqrt{3}}{3}$$

$$\tan 45^\circ = \frac{EC}{ED} \xrightarrow{EC=4} 1 = \frac{4}{ED} \Rightarrow ED = 4$$

$$AD = AE + ED = \frac{4\sqrt{3}}{3} + 4 = 4\left(\frac{\sqrt{3}}{3} + 1\right)$$

(ریاضی ۱- مثلثات - صفحه‌های ۲۹ تا ۳۵)

 ۴

 ۳

 ۲

 ۱

طبق معلومات مسأله داریم:

$$\begin{cases} a_4 = 1 \\ a_{16} = 25 \end{cases}$$

با استفاده از فرمول $a_n = a_1 + (n-1)d$ می توان نوشت:

$$\begin{cases} a_1 + 3d = 1 \\ a_1 + 15d = 25 \end{cases} \Rightarrow d = 2, a_1 = -5$$

$$S_n = \frac{n}{2}(2a_1 + (n-1)d) \text{ ، پس}$$

$$S_{10} = \frac{10[2(-5) + (10-1)2]}{2} = 40$$

(مسابان ۱- صفحه های ۲ تا ۴)

۴

۳ ✓

۲

۱

کتاب آبی

از آنجایی که:

$$S_n = \frac{n}{2}(2a_1 + (n-1)d)$$

$$\begin{cases} S_{20} = \frac{20}{2}(2a_1 + 19d) = 10(2a_1 + 19d) \\ S_{12} = \frac{12}{2}(2a_1 + 11d) = 6(2a_1 + 11d) \end{cases}$$

$$S_{20} = 3S_{12} \Rightarrow 10(2a_1 + 19d) = 3 \times 6(2a_1 + 11d)$$

$$\Rightarrow 10a_1 + 95d = 18a_1 + 99d$$

$$\Rightarrow 8a_1 = -4d \Rightarrow d = -2a_1$$

پس $a_3 = 6$ ، بنابراین $a_1 + 2d = 6$:

$$a_1 + 2(-2a_1) = 6 \Rightarrow a_1 = -2$$

و در نتیجه $d = 4$ و از آنجا:

$$a_{10} = a_1 + 9d = -2 + 9 \times (4) = 34$$

(مسابان ۱- صفحه های ۲ تا ۴)

۴

۳

۲ ✓

۱

(کتاب آبی)

دنباله افزایشی است، پس قدر نسبت آن بزرگتر از یک است، داریم:

$$۴, a, ۹, b, \dots$$

بنا به تعریف دنباله هندسی:

$$\frac{a}{۴} = \frac{۹}{a} \Rightarrow a^2 = ۳۶ \Rightarrow a = ۶$$

$$q = \frac{a}{۴} = \frac{۶}{۴} = \frac{۳}{۲}$$

قدر نسبت دنباله برابر است با:

$$\Rightarrow S_۶ = \frac{a_1(1-q^۶)}{1-q}$$

$$\Rightarrow S_۶ = \frac{۴ \left(1 - \left(\frac{۳}{۲} \right)^۶ \right)}{1 - \frac{۳}{۲}} = ۸ \left(\left(\frac{۳}{۲} \right)^۶ - 1 \right)$$

$$\Rightarrow S_۶ = ۸ \left(\frac{۷۲۹}{۶۴} - 1 \right) = \frac{۶۶۵}{۸} = ۸۳ \frac{۱}{۸}$$

(مسئله ۱- صفحه‌های ۴ تا ۶)

 ۴ ۳ ۲ ۱

$$\frac{1-t+t^2-\dots-t^7+t^8}{1-t^3+t^6} = \frac{1(1-(-t)^9)}{1-(-t)} = \frac{1+t^9}{1+t}$$

$$= \frac{1+t^3}{1+t} = \frac{(1+t)(1-t+t^2)}{(1+t)} = 1-t+t^2$$

$$\xrightarrow{t = \frac{1+\sqrt{17}}{2}} 1 - \left(\frac{1+\sqrt{17}}{2} \right) + \left(\frac{1+\sqrt{17}}{2} \right)^2 = 5$$

(مسئله ۱- صفحه‌های ۴ تا ۶)

 ۴ ۳ ۲ ۱

(کتاب آبی)

فرض کنیم که x_1 و x_2 ریشه‌های معادله درجه دوم مورد نظر سؤال

$$x_1 = \frac{1}{x_2} \Rightarrow x_1 x_2 = 1 \quad \text{باشند، آن‌گاه طبق فرض:}$$

از طرفی می‌دانیم که اگر معادله درجه دوم $ax^2 + bx + c = 0$ دارای

$$\text{ریشه‌های } x_1 \text{ و } x_2 \text{ باشد، آنگاه } x_1 x_2 = \frac{c}{a}.$$

$$mx^2 + 3x + (m^2 - 2) = 0 \xrightarrow{x_1 x_2 = 1} \frac{m^2 - 2}{m} = 1$$

با فرض $m \neq 0$ ، طرفین معادله اخیر را در m ضرب می‌کنیم:

$$m^2 - 2 = m \Rightarrow m^2 - m - 2 = 0 \Rightarrow (m - 2)(m + 1) = 0$$

به ازای $m = 2$ ، مبین معادله منفی است و معادله ریشه حقیقی نخواهد داشت، پس فقط $m = -1$ قابل قبول است.

(مسئله ۱- صفحه‌های ۷ تا ۹)

۴

۳

۲ ✓

۱

(کتاب آبی)

می‌دانیم ریشه معادله در خود معادله صدق می‌کند، پس:

$$x^2 - 4x + 1 = 0 \Rightarrow x^2 + 1 = 4x \Rightarrow \begin{cases} \alpha^2 + 1 = 4\alpha \\ \beta^2 + 1 = 4\beta \end{cases}$$

در عبارت خواسته شده خواهیم داشت:

$$\frac{3\alpha}{\alpha^2 + 1} + \frac{4\beta}{\beta^2 + 1} = \frac{3\alpha}{4\alpha} + \frac{4\beta}{4\beta} = \frac{3}{4} + 1 = \frac{7}{4}$$

(مسئله ۱- صفحه‌های ۷ تا ۹)

۴

۳ ✓

۲

۱

(کتاب آبی)

تابع دارای دو ریشه ۸ و -۲ است، بنابراین می‌توان معادله آن را

$$f(x) = a(x + 2)(x - 8) \quad \text{به صورت روبه‌رو نوشت:}$$

از طرفی نقطه $f \in (0, 16)$ ، پس:

$$16 = a(0 + 2)(0 - 8) \Rightarrow a = -1$$

$$\Rightarrow f(x) = -(x + 2)(x - 8)$$

۴

۳ ✓

۲

۱

(کتاب آبی)

تابع می نیمم دار است بنابراین، ضریب x^2 مثبت است پس $m - 1 > 0$ در نتیجه $m > 1$. از طرفی باید عرض از مبدا آن منفی باشد، یعنی:

$$f(0) < 0 \Rightarrow m - 2 < 0 \Rightarrow m < 2 \Rightarrow 1 < m < 2$$

(مسئله ۱ - صفحه های ۱۰ تا ۱۳)

□۴

□۳✓

□۲

□۱

(کتاب آبی)

با فرض $x^2 = t$ ، معادله داده شده را به صورت معادله درجه دوم بر حسب t می نویسیم (تغییر متغیر):

$$x^4 - 9x^2 + 1 = 0 \xrightarrow{x^2 = t} t^2 - 9t + 1 = 0 \quad (1)$$

برای بررسی جواب های معادله (۱)، دلتا، حاصل جمع و حاصل ضرب ریشه های آن را بررسی می کنیم:

$$\begin{cases} \Delta = 77 > 0 \\ P = 1 > 0 \\ S = 9 > 0 \end{cases} \xrightarrow{t_2 > 0, t_1 > 0} x = \pm\sqrt{t_1}, x = \pm\sqrt{t_2}$$

در نتیجه معادله $x^4 - 9x^2 + 1 = 0$ ، چهار جواب حقیقی و دوبه دو قرینه دارد.

(مسئله ۱ - صفحه های ۱۰ تا ۱۳)

□۴

□۳

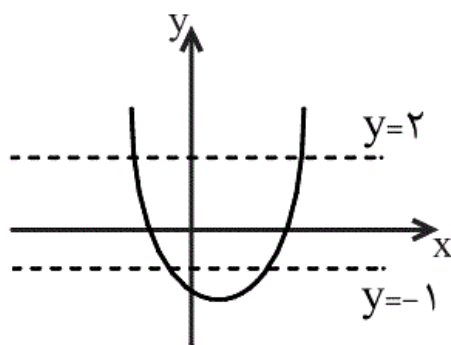
□۲

□۱✓

با توجه به صورت سؤال:

$$(x - a)(x - b) = -1$$

لذا منحنی $y = (x - a)(x - b)$ خط $y = -1$ را در دو نقطه قطع می‌کند. این منحنی (درجه دوم) تابعی است می‌نیم‌دار به شکل فرضی زیر، که خط $y = -1$ آن را قطع می‌کند، توجه کنید هر خط بالاتر از خط $y = -1$ نیز آن را در دو نقطه قطع می‌کند و معادله تلاقی نیز دو جواب خواهد داد.



لذا خط $y = 2$ با منحنی دو جواب به وجود می‌آورد، پس معادله $(x - a)(x - b) - 2 = 0$ نیز دو جواب دارد.

(مسئله‌های ۱۴ تا ۱۶)

 ۴

 ۳

 ۲

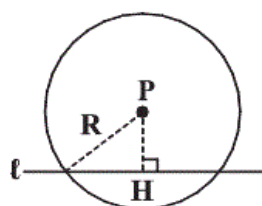
 ۱

ریاضی، هندسه ۱- سوالات موازی، - ۱۳۹۷۰۵۰۵

۱۱۱-

(امیرحسین ابومحبوب)

نقاطی در صفحه که از P به فاصله ۸ واحد قرار دارند، دایره‌ای به مرکز P و شعاع ۸ را تشکیل می‌دهند. لذا با توجه به فرضیات مسئله، نتیجه می‌گیریم که این دایره، خط ℓ را حداقل در یک نقطه قطع می‌کند. بنابراین:



$$PH \leq R \Rightarrow 3x - 1 \leq 8 \Rightarrow 3x \leq 9 \Rightarrow x \leq 3$$

(هندسه ۱- صفحه‌های ۱۰ و ۱۱)

 ۴

 ۳

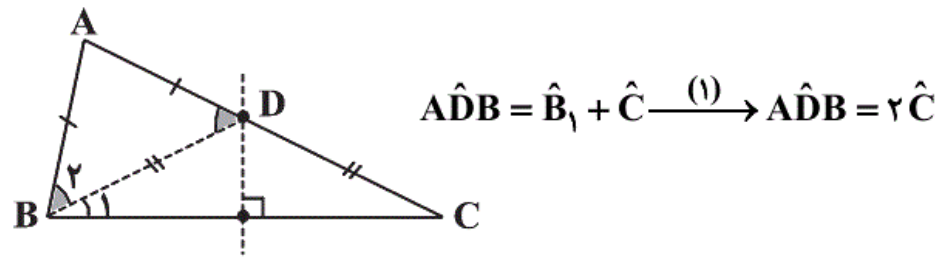
 ۲

 ۱

می‌دانیم نقاطی که روی عمود منصف یک پاره خط واقع‌اند، از دو سر آن پاره خط به یک فاصله‌اند، پس:

$$DB = DC \Rightarrow \hat{B}_1 = \hat{C} \quad (1)$$

از طرفی اندازه زاویه خارجی D در مثلث BCD ، برابر با مجموع زوایای داخلی غیرمجاورش می‌باشد. یعنی:



$$\hat{A}DB = \hat{B}_1 + \hat{C} \xrightarrow{(1)} \hat{A}DB = 2\hat{C}$$

همچنین با توجه به فرض مسأله نتیجه می‌شود:

$$AB = AD \Rightarrow \hat{B}_2 = \hat{A}DB = 2\hat{C} \quad (2)$$

در نهایت بنا بر روابط (۱) و (۲) داریم:

$$\hat{B}_1 + \hat{B}_2 = \hat{C} + 2\hat{C} \Rightarrow \hat{B} = 3\hat{C}$$

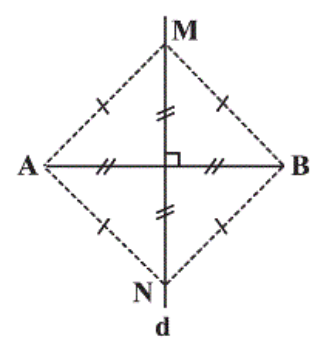
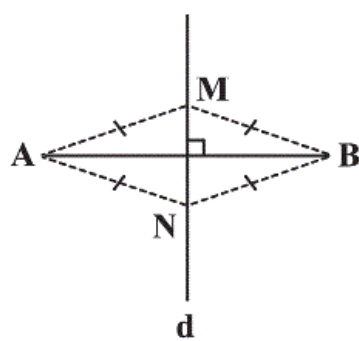
(هندسه ۱- صفحه‌های ۱۳ و ۱۴)

 ۴

 ۳

 ۲

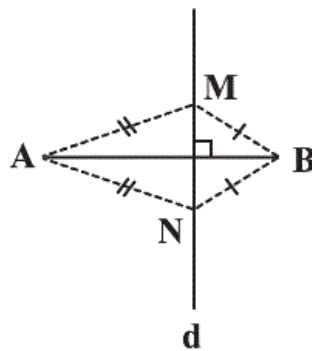
 ۱



خط d عمود منصف AB است. $MN = AB$ و AB عمود منصف MN است.

با توجه به اشکال رسم شده، مشخص است که چهارضلعی $AMBN$ می تواند مربع یا لوزی باشد، اما نمی تواند از نوع مستطیل مطرح شده باشد.

حالت کلی:



(هندسه ۱- صفحه های ۱۳ تا ۱۶)

۴

۳

۲

۱

(معمد پور احمدی)

۱۱۴-

نقطه هایی که از M به فاصله معلوم L هستند، بر روی دایره ای به مرکز M و شعاع L قرار دارند. از طرف دیگر نقطه هایی که از خط d به فاصله L' هستند، دو خط موازی با d می باشند. نقطه های برخورد این دو خط موازی با دایره ذکر شده، نقاط مورد نظر هستند. لذا تعداد این نقطه ها حداکثر ۴ تا است.

(هندسه ۱- صفحه های ۱۰، ۱۱ و ۱۵)

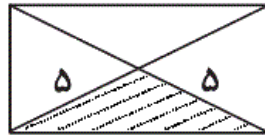
۴

۳

۲

۱

می‌دانیم در مستطیل، قطرهای یکدیگر را نصف می‌کنند. لذا برای رسم مستطیل مدنظر ابتدا باید مثلث هاشورخورده را رسم نمود. از طرفی از این مثلث، اندازه دو ضلع مشخص است، اما زاویه بین این دو ضلع و یا اندازه ضلع سوم مشخص نمی‌باشد. بنابراین با توجه به این که اندازه ضلع سوم یا زاویه بین دو قطر می‌تواند مقادیر مختلفی داشته باشند، بی‌شمار مستطیل قابل رسم است.



(هندسه ۱- صفحه ۱۶)

۴

۳

۲

۱

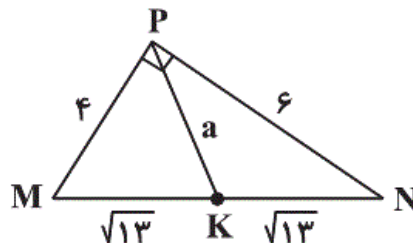
(سینا معمدرپور)

-۱۱۶

با توجه به اندازه اضلاع داریم:

$$۴^۲ + ۶^۲ = ۱۶ + ۳۶ = ۵۲ = (۲\sqrt{۱۳})^۲ \Rightarrow \text{مثلث قائم‌الزاویه است}$$

در مثلث قائم‌الزاویه، محل تلاقی ارتفاع‌ها، رأس قائمه و محل تلاقی عمودمنصف‌های اضلاع، وسط وتر می‌باشد. بنابراین فاصله این نقطه (K) تا سه رأس برابر است. در نتیجه این فاصله برابر است با:



$$a = \frac{1}{2}MN = \sqrt{۱۳}$$

در نتیجه مساحت مربعی به این ضلع برابر است با:

$$a^۲ = (\sqrt{۱۳})^۲ = ۱۳$$

(هندسه ۱- صفحه‌های ۱۷ تا ۲۰)

با استفاده از استدلال استنتاجی می توان ثابت کرد که مجموع زوایای داخلی

یک n ضلعی محدب برابر $(n-2) \times 180^\circ$ و مجموع زوایای خارجی آن

برابر 360° است. در نتیجه بنابر فرض مسأله داریم:

$$(n-2) \times 180^\circ = 5 \times 360^\circ \Rightarrow n-2 = 10 \Rightarrow n = 12$$

(هندسه ۱- صفحه های ۱۷ و ۱۸)

۴

۳ ✓

۲

۱

$$\triangle O\hat{H}M : M\hat{O}H = 35^\circ \xrightarrow{\hat{H}=90^\circ} O\hat{M}H = 55^\circ$$

$$\triangle O\hat{H}M : O\hat{M}H > M\hat{O}H \Rightarrow OH > MH \quad (1)$$

از طرفی مثلث OHH' ، متساوی الساقین است ($OH = OH'$)، بنابراین

داریم:

$$O\hat{H}H' = O\hat{H}'H = \frac{180^\circ - 70^\circ}{2} = 55^\circ$$

$$\triangle O\hat{H}H' : H\hat{O}H' > O\hat{H}'H \Rightarrow HH' > OH \quad (2)$$

از رابطه های (۱) و (۲) نتیجه می شود: $HH' > OH > MH$

(هندسه ۱- صفحه های ۱۷ تا ۲۲)

۴

۳

۲ ✓

۱

(معمد بهیرایی)

موارد (الف) و (ب) می‌توانند به صورت یک قضیه دو شرطی بیان شوند، اما عکس مورد (پ) نادرست است.

(هندسه ۱- صفحه‌های ۲۵ و ۲۷)

 ۴ ۳ ۲ ۱

(سینا معمدرپور)

با توجه به تمرین ۶ صفحه ۲۷ کتاب درسی، می‌دانیم که اگر اضلاع داده شده، تشکیل یک مثلث دهند، در این صورت هر ضلع باید از مجموع دو ضلع دیگر کوچک‌تر باشد.

$$\left. \begin{array}{l} 2n + 3 < 3n + n - 2 \Rightarrow n > \frac{5}{2} \\ 3n < n - 2 + 2n + 3 \Rightarrow 0 < 1 \\ n - 2 < 2n + 3 + 3n \Rightarrow n > -\frac{5}{4} \end{array} \right\} \xrightarrow{\text{اشتراک}} n > \frac{5}{2}$$

بنابراین تنها مقدار قابل قبول برای n ، گزینه «۴» می‌باشد.

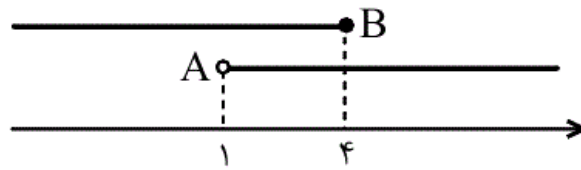
(هندسه ۱- صفحه ۲۷)

 ۴ ۳ ۲ ۱

(کتاب آبی)

$$A = (1, +\infty) \text{ و } B = (-\infty, 4]$$

با رسم نمودار هندسی داریم:



$$A - B = (1, +\infty) - (-\infty, 4] = (4, +\infty)$$

لذا:

$$B - A = (-\infty, 4] - (1, +\infty) = (-\infty, 1]$$

پس:

$$(A - B) \cup (B - A) = (4, +\infty) \cup (-\infty, 1]$$

$$= (-\infty, 1] \cup (4, +\infty) = \mathbb{R} - (1, 4]$$

(ریاضی ۱- مجموعه، الگو و دنباله - صفحه‌های ۳ تا ۵)

۴

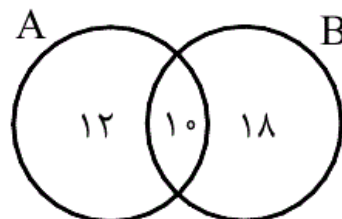
۳

۲

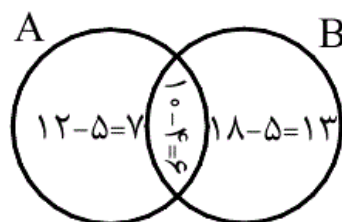
۱ ✓

(کتاب آبی)

چون مجموعه‌های $(A - B)$ و $(B - A)$ به ترتیب ۱۲ و ۱۸ عضو دارند و $(A \cup B)$ دارای ۴۰ عضو است. پس $(A \cap B)$ دارای ۱۰ عضو است. ($40 - 12 - 18 = 10$)



حال اگر از هر کدام از مجموعه‌های A و B ، ۹ عضو کم شود چون از $(A \cap B)$ ، ۴ عضو کم شده، پس از هر یک از مجموعه‌های $(A - B)$ و $(B - A)$ باید ۵ عضو کم شود.



$$\Rightarrow n(A \cup B) = 7 + 6 + 13 = 26$$

(ریاضی ۱- مجموعه، الگو و دنباله - صفحه‌های ۸ تا ۱۳)

۴ ✓

۳

۲

۱

(کتاب آبی)

شماره شکل	۱	۲	۳	...
تعداد مربع‌ها	۵	۹	۱۳	...

$\begin{array}{c} \curvearrowright \quad \curvearrowright \\ 4 \quad 4 \end{array}$

با توجه به جدول در هر مرحله ۴ مربع اضافه می‌شود، پس در مرحله دهم $5 + 9(4)$ یعنی ۴۱ مربع داریم.

(ریاضی ۱- مجموعه، الگو و دنباله- صفحه‌های ۱۴ تا ۲۰)

 ۴

 ۳

 ۲

 ۱

(کتاب آبی)

-۸۴

$$\begin{aligned}
 & a_1 + a_2 + a_3 + \dots + a_{48} \\
 &= (\sqrt{1} - \sqrt{2}) + (\sqrt{2} - \sqrt{3}) + (\sqrt{3} - \sqrt{4}) + \dots + (\sqrt{48} - \sqrt{49}) \\
 &= \sqrt{1} - \sqrt{49} = 1 - 7 = -6
 \end{aligned}$$

(ریاضی ۱- مجموعه، الگو و دنباله- صفحه‌های ۱۴ تا ۲۰)

 ۴

 ۳

 ۲

 ۱

(کتاب آبی)

-۸۵

می‌دانیم جمله n ام از رابطه $t_n = t_1 + (n-1)d$ به دست می‌آید، پس:

$$\begin{cases} t_{12} - t_1 = 5 \\ t_{12} + t_1 = 25 \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} (t_1 + 11d) - (t_1 + 0d) = 5 \\ (t_1 + 11d) + (t_1 + 0d) = 25 \end{cases}$$

بنابراین:

$$\Rightarrow \begin{cases} 2d = 5 \Rightarrow d = 5/2 \\ 2t_1 + 20d = 25 \xrightarrow{d=5/2} 2t_1 + 20 \times (5/2) = 25 \\ \Rightarrow t_1 = -12/5 \end{cases}$$

پس جمله بیست و یکم برابر است با:

$$t_{21} = t_1 + 20d = -12/5 + 20 \times (5/2) = 37/5$$

(ریاضی ۱- مجموعه، الگو و دنباله- صفحه‌های ۲۱ تا ۲۴)

 ۴

 ۳

 ۲

 ۱

(کتاب آبی)

می‌دانیم جمله عمومی یک دنباله حسابی با جمله اول t_1 و قدر نسبت d برابر با $t_n = t_1 + (n-1)d$ است. پس ضریب n^2 در جمله عمومی برابر با صفر است. داریم:

$$k - 2 = 0 \Rightarrow k = 2 \Rightarrow t_n = 3n + 4$$

$$\Rightarrow \begin{cases} t_1 = 7 \\ t_2 = 10 \end{cases} \Rightarrow d = t_2 - t_1 = 10 - 7 = 3$$

$$t_{10} = t_1 + 9d \Rightarrow t_{10} = 7 + 27 = 34$$

(ریاضی ۱- مجموعه، الگو و دنباله - صفحه‌های ۲۱ تا ۲۴)

۴ ✓

۳

۲

۱

(کتاب آبی)

جمله عمومی هر دنباله حسابی به صورت $t_n = t_1 + (n-1)d$ است، پس: $t_3 = t_1 + 2d$ ، $t_7 = t_1 + 6d$ و $t_9 = t_1 + 8d$. اگر t_3 ، t_7 و t_9 به ترتیب جمله‌های متوالی یک دنباله هندسی باشند، می‌توانیم بنویسیم:

$$t_7^2 = t_3 t_9 \Rightarrow (t_1 + 6d)^2 = (t_1 + 2d)(t_1 + 8d)$$

$$\Rightarrow t_1^2 + 12t_1d + 36d^2 = t_1^2 + 10t_1d + 16d^2$$

$$\Rightarrow 2t_1d + 20d^2 = 0 \Rightarrow 2d(t_1 + 10d) = 0$$

$$\Rightarrow \begin{cases} 2d = 0 \Rightarrow d = 0 & \text{غ ق ق} \\ t_1 + 10d = 0 \xrightarrow{t_n = t_1 + (n-1)d} t_{11} = 0 \end{cases}$$

(ریاضی ۱- مجموعه، الگو و دنباله - صفحه‌های ۲۱ تا ۲۷)

۴

۳ ✓

۲

۱

(کتاب آبی)

$$t_1 + t_2 + t_3 = \frac{3}{2}(t_4 + t_5 + t_6)$$

با فرض جمله اول t_1 و قدر نسبت r داریم:

$$t_1 + t_1 r + t_1 r^2 = \frac{3}{2}(t_1 r^3 + t_1 r^4 + t_1 r^5)$$

$$\Rightarrow t_1(1 + r + r^2) = \frac{3}{2}t_1 r^3(1 + r + r^2)$$

$$\Rightarrow r^3 = \frac{2}{3} \Rightarrow r = \sqrt[3]{\frac{2}{3}}$$

(ریاضی ۱- مجموعه، الگو و دنباله- صفحه‌های ۲۵ تا ۲۷)

۴

۳

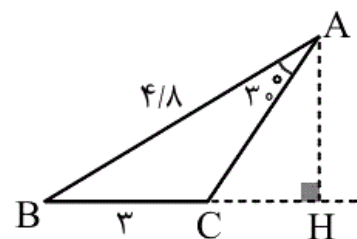
۲ ✓

۱

(کتاب آبی)

با توجه به شکل، داریم:

$$\begin{cases} S(\triangle ABC) = \frac{1}{2} AC \times AB \times \sin \hat{A} \\ S(\triangle ABC) = \frac{1}{2} AH \times BC \end{cases}$$



$$\Rightarrow \frac{1}{2} AB \times AC \times \sin \hat{A} = \frac{1}{2} AH \times BC$$

$$\Rightarrow \frac{1}{2} \times 4/8 \times AC \times \frac{1}{2} = \frac{1}{2} AH \times 3 \Rightarrow AH = 0/8 AC$$

(ریاضی ۱- مثلثات- صفحه‌های ۲۹ تا ۳۵)

۴ ✓

۳

۲

۱

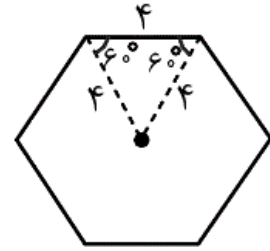
(کتاب آبی)

مطابق شکل، مساحت شش ضلعی منتظم خواسته شده، شش برابر مساحت

یک مثلث متساوی الاضلاع به ضلع ۴ است، پس:

$$S (\text{مثلث}) = \frac{1}{2}(4)(4) \sin 60^\circ$$

$$S (\text{مثلث}) = 4\sqrt{3}$$



پس:

(مساحت مثلث متساوی الاضلاع) $6 =$ مساحت شش ضلعی منتظم

$$= 6(4\sqrt{3}) = 24\sqrt{3}$$

نکته: مساحت یک شش ضلعی منتظم به ضلع a ، برابر $\frac{3\sqrt{3}}{2}a^2$ است.

(ریاضی ۱- مثلثات - صفحه‌های ۲۹ تا ۳۵)

 ۴ ۳ ۲ ۱www.kanoon.ir