



سایت ویژه ریاضیات [www.riazisara.ir](http://www.riazisara.ir)

**درسنامه ها و جزوه های ریاضی**

**سوالات و پاسخنامه تشریحی کنکور**

**نمونه سوالات امتحانات ریاضی**

**نرم افزارهای ریاضیات**

و...

کانال سایت ریاضی سرا در تلگرام:

<https://t.me/riazisara>



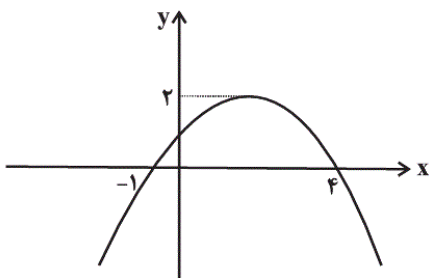
(@riazisara)

۸۱- اگر مجموع  $\pi$  جمله از یک دنباله حسابی ۴۷۶، مجموع سه جمله اول ۲۱ و مجموع سه جمله آخر ۱۴۷ باشد،  $\pi$  کدام است؟  
 (۱) ۱۶ (۲) ۱۷ (۳) ۱۸ (۴) ۱۹

شما پاسخ نداده اید

۸۲- خط  $y = a$  نمودار تابع  $f$  با ضابطه  $f(x) = \begin{cases} x^2 - 2x & : x \geq 0 \\ x - 1 & : x < 0 \end{cases}$  را فقط در یک نقطه قطع می کند، حدود  $a$  کدام است؟  
 (۱)  $[-1, 0]$  (۲)  $(-\infty, -1]$   
 (۳)  $(-\infty, -1) \cup [0, +\infty)$  (۴)  $(-\infty, -1) \cup (0, +\infty)$

شما پاسخ نداده اید



۸۳- در سهمی شکل روبرو، محل تلاقی نمودار با محور عرض ها کدام است؟

- (۱) ۱  
 (۲) ۱/۵  
 (۳) ۳۲/۲۵  
 (۴) ۱۶/۲۵

شما پاسخ نداده اید

۸۴- اگر  $\alpha$  و  $\beta$  ریشه های معادله  $3x^2 + 9x + 3 = 0$  باشد، حاصل  $(\alpha + \frac{1}{\alpha})^2 + (\beta + \frac{1}{\beta})^2$  کدام است؟  
 (۱) ۲۵/۹ (۲) ۳ (۳) ۶ (۴) ۲۰/۹

شما پاسخ نداده اید

۸۵- معادله مقابل چند ریشه دارد؟  
 $\frac{1}{x-8} + \frac{1}{x-6} + \frac{1}{x+6} + \frac{1}{x+8} = 0$   
 (۱) ۱ (۲) ۲ (۳) ۳ (۴) ۴

شما پاسخ نداده اید

۸۶- ریشه معادله  $\sqrt{4-x} + \sqrt{x+3} = 1 + \sqrt{1-x}$  کدام است؟  
 (۱) -۳۹/۲۵ (۲) ۳۹/۲۵ (۳) -۲۵/۳۹ (۴) ۲۵/۳۹

شما پاسخ نداده اید

۸۷- اگر  $\frac{|c||a^2|}{2|b|} = \frac{-ca^2}{2b}$  باشد، شرط لازم و کافی برای تساوی این عبارت کدام گزینه است؟  
 (۱)  $bc < 0$  (۲)  $bc > 0$  (۳)  $a^2b > 0$  (۴)  $abc > 0$

شما پاسخ نداده اید

۸۸- مجموع ریشه های معادله  $2|x| + 2|x-1| = x + 7$  کدام است؟  
 (۱) ۱ (۲) ۲ (۳) ۳ (۴) ۴

شما پاسخ نداده اید

۸۹- اگر نقاط  $A(-1,0)$  و  $B(7,4)$  مفروض باشند، طول از مبدأ عمود منصف پاره خط  $AB$  کدام است؟

- (۱) ۴ (۲) -۴ (۳)  $-\frac{14}{3}$  (۴)  $-\frac{13}{3}$

شما پاسخ نداده اید

۹۰- در مثلثی به رئوس  $A(0,0)$ ،  $B(3,3)$  و  $C(2,4)$ ، محل تلاقی میانه  $AM$  و ارتفاع  $CH$  نقطه‌ای مانند  $F$  خواهد بود.

$x_F + y_F$  کدام است؟

- (۱) ۶ (۲) ۷ (۳)  $\frac{7}{5}$  (۴)  $\frac{5}{2}$

شما پاسخ نداده اید

ریاضی یازدهم- تابستان ، هندسه ۲ ، - ۱۳۹۷۰۴۲۲

۱۰۱- مساحت قطاعی از دایره  $C_1(O_1, 3)$  با زاویه مرکزی  $16^\circ$  را  $S_1$  و مساحت قطاعی از دایره  $C_2(O_2, 6)$  با زاویه مرکزی

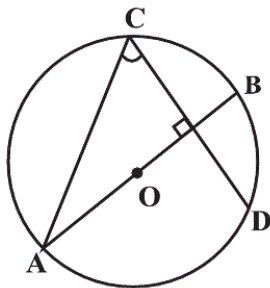
$12^\circ$  را  $S_2$  می‌نامیم. نسبت  $\frac{S_2}{S_1}$  کدام است؟

- (۱)  $\frac{3}{2}$  (۲)  $\frac{9}{4}$  (۳) ۳ (۴)  $\frac{16}{3}$

شما پاسخ نداده اید

۱۰۲- قطر  $AB$  بر وتر  $CD$  از دایره  $C(O, R)$  عمود است. اگر  $\widehat{BC} = (2x + 10)^\circ$  و  $\widehat{BD} = (3x - 5)^\circ$ ،

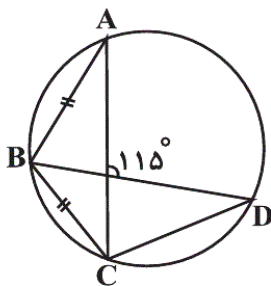
آن‌گاه زاویه  $C$  چند درجه است؟



- (۱) ۴۰  
(۲) ۵۰  
(۳) ۷۰  
(۴) ۸۰

شما پاسخ نداده اید

۱۰۳- در شکل مقابل  $\widehat{BCD}$  چند درجه است؟



- (۱) ۱۳۰  
(۲) ۱۲۵  
(۳) ۱۲۰  
(۴) ۱۱۵

شما پاسخ نداده اید

۱۰۴- اگر شعاع‌های دو دایره  $C$  و  $C'$  به ترتیب برابر  $2a+1$  و  $a$  و طول خط‌المركزين و طول مماس مشترك خارجي آنها به ترتيب  $3a+1$  و  $4a-4$  باشند،  $a$  کدام است؟

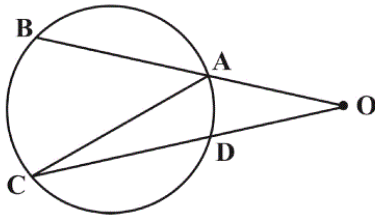
- (۱) ۱  
(۲) ۲  
(۳) ۳  
(۴) ۴

شما پاسخ نداده اید

۱۰۵- در مثلث متساوی‌الساقين  $(AB=AC)ABC$  از رأس  $B$  عمودی بر  $AB$  رسم کرده تا امتداد  $AC$  را در نقطه  $O$  قطع کند. اکنون به مرکز  $O$  و شعاع  $OB$  دایره‌ای رسم می‌کنیم. اگر امتداد  $BC$  دایره را در نقطه  $D$  قطع کند، نوع مثلث  $OCD$  همواره کدام است؟

- (۱) قائم‌الزاویه (۲) متساوی‌الساقين (۳) متساوی‌الاضلاع (۴) بستگی به زاویه  $A$  دارد.

شما پاسخ نداده اید



۱۰۶- در شکل زیر اگر کمان‌های  $\widehat{AB} = \widehat{BC} = \widehat{CD}$  و  $\widehat{O} = 40^\circ$ ، اندازه  $\widehat{ACD}$  کدام است؟

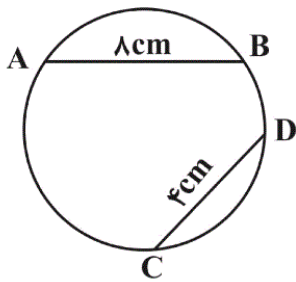
- (۱)  $10^\circ$   
(۲)  $15^\circ$   
(۳)  $20^\circ$   
(۴)  $25^\circ$

شما پاسخ نداده اید

۱۰۷- از نقطه  $A$  خارج دایره‌ای به شعاع  $r$ ، مماسی بر دایره رسم شده که طول آن، برابر با  $L = \frac{4}{3}r$  است. کم‌ترین فاصله نقطه  $A$  از دایره کدام است؟

- (۱)  $r$   
(۲)  $\frac{r}{2}$   
(۳)  $\frac{2}{3}L$   
(۴)  $\frac{1}{2}L$

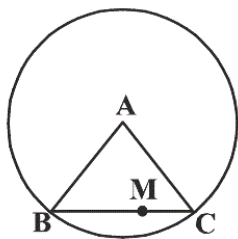
شما پاسخ نداده اید



۱۰۸- در شکل مقابل اگر فاصله مرکز دایره از وتر  $AB$  برابر ۳ سانتی‌متر باشد، فاصله آن تا وتر  $CD$  کدام است؟

- (۱)  $\sqrt{21}$   
(۲)  $\sqrt{5}$   
(۳) ۶  
(۴)  $\sqrt{29}$

شما پاسخ نداده اید



۱۰۹- مطابق شکل دایره‌ای به مرکز رأس  $A$ ، از دو رأس  $B$  و  $C$  در مثلث  $ABC$  می‌گذرد و نقطه  $M$  روی قاعده  $BC$ ، پاره‌خطهایی به طول‌های ۲ و ۴ ایجاد کرده است. حاصل  $AB^2 - AM^2$  کدام است؟

- (۱) ۶  
(۲) ۸  
(۳) ۱۲  
(۴) ۱۶

شما پاسخ نداده اید

۱۱۰- دو دایره  $C(O, 3r)$  و  $C'(O', r)$  مماس بیرون هستند و مماس مشترک خارجی آن‌ها در نقطه  $T$  بر دایره بزرگ تر مماس است.

مساحت قطاع محصور بین شعاع  $OT$  و خط‌المركزین دو دایره، چه کسری از مساحت دایره بزرگتر است؟

- (۱)  $\frac{1}{5}$  (۲)  $\frac{2}{9}$  (۳)  $\frac{1}{6}$  (۴)  $\frac{3}{16}$

شما پاسخ نداده اید

### ریاضی یازدهم- تابستان ، آمار و احتمال ، - ۱۳۹۷۰۴۲۲

۱۱۱- ستون جواب جدول زیر کدام است؟

p	q	$(p \wedge q) \Rightarrow (p \vee \sim p)$
د	د	
د	ن	
ن	د	
ن	ن	

- (۲) 

د
ن
د
ن

  
(۴) 

د
د
ن
ن

- (۱) 

ن
ن
د
د

  
(۳) 

د
د
د
د

شما پاسخ نداده اید

۱۱۲- اگر ارزش  $q$  درست و ارزش  $(\sim q \wedge p) \vee p$  نادرست باشد، ارزش گزاره  $\sim (p \vee q) \wedge (\sim r)$  معادل ارزش کدام یک از گزاره‌های زیر است؟

- (۱)  $r$  (۲)  $F$  (۳)  $\sim r$  (۴)  $T$

شما پاسخ نداده اید

۱۱۳- کدام یک از گزاره‌های زیر هم‌ارز با  $p$  است؟

- (۱)  $(p \Rightarrow \sim q) \vee p$  (۲)  $\sim (p \Rightarrow q) \vee p$  (۳)  $(p \Rightarrow q) \vee p$  (۴)  $(p \Rightarrow q) \vee \sim q$

شما پاسخ نداده اید

۱۱۴- اگر  $v$  تابعی بر روی گزاره‌ها باشد به گونه‌ای که اگر  $p$  درست باشد،  $v(p) = 1$  و اگر نادرست باشد،  $v(p) = 0$ ، در این صورت حاصل  $v(p \vee q)$  کدام است؟

- (۱)  $v(p) + v(q)$  (۲)  $1 - v(p)v(q)$   
(۳)  $v(p) + v(q) - v(p)v(q)$  (۴)  $v(p)v(q)$

شما پاسخ نداده اید

۱۱۵- اگر  $x$  و  $y$  دو عدد حقیقی باشند، آن‌گاه کدام یک از گزاره‌های سوری زیر نادرست است؟

- (۱)  $\forall x, \exists y; x + y \leq 5$  (۲)  $\exists x, \forall y; x^2 + y^2 \neq 5$  (۳)  $\forall x, \exists y; x^2 + y^2 \geq 5$  (۴)  $\exists x, \forall y; x^2 + y^2 \leq 5$

شما پاسخ نداده اید

۱۱۶- اگر دو مجموعه  $A = \{4, \{x\}, \{y-1, z+2\}\}$  و  $B = \{\{7, 3\}, \{y-1\}, x-3\}$  برابر باشند،  $x + y + z$  کدام است؟

- (۱) ۱۳ (۲) ۱۴ (۳) ۱۵ (۴) ۱۶

شما پاسخ نداده اید

۱۱۷- اگر  $A = \{2\}$ ،  $B = \{2, \{2\}\}$  و  $C = \{\{2\}, \{2, \{2\}\}\}$  باشد، کدام گزینه نادرست است؟

- (۱)  $B \subseteq C$  (۲)  $B \in C$  (۳)  $A \in B$  (۴)  $A \subseteq B$

شما پاسخ نداده اید

۱۱۸- فرض کنید  $A = \{1, 2, 3, \dots, 8, 9\}$ ،  $B = \{2, 4, 6, 8\}$ ،  $C = \{1, 3, 5, 7, 9\}$ ،  $D = \{3, 4, 5\}$  و  $E = \{3, 5\}$  باشند. اگر  $X \subseteq A$  ولی  $X \not\subseteq C$ ، آن‌گاه چه تعداد از مجموعه‌های  $A$ ،  $B$ ،  $C$ ،  $D$  و  $E$  می‌توانند جایگزین  $X$  شوند؟

- (۱) ۱ (۲) ۲ (۳) ۳ (۴) ۴

شما پاسخ نداده اید

۱۱۹- مجموعه  $\{a, \{a\}, b, \{b\}, c\}$  دارای چند زیرمجموعه شامل عضو  $b$  است؟

۱۶ (۴)

۱۲ (۳)

۸ (۲)

۴ (۱)

شما پاسخ نداده اید

۱۲۰- اگر  $A_1, A_2, \dots, A_k$ ، یک افراز روی مجموعه غیر تهی  $A$  باشد، آن گاه چه تعداد از گزاره‌های زیر صحیح است؟  $(i, j \in \{1, 2, \dots, k\})$

(الف) هیچ یک از  $A_i$  ها تهی نیستند.

(ب) به ازای هر  $i$  و  $j$  متمایز،  $A_i \cap A_j = \emptyset$ .

(پ) اجتماع همه  $A_i$  ها، برابر  $A$  است.

۳ (۴)

۲ (۳)

۱ (۲)

صفر (۱)

شما پاسخ نداده اید

ریاضی یازدهم- تابستان، حسابان ۱ - گواه، - ۱۳۹۷۰۴۲۲

۹۱- اعداد طبیعی فرد را به طریقی دسته‌بندی می‌کنیم که تعداد جملات در هر دسته، برابر شماره آن دسته باشد،  $\dots, (1), (3, 5), (7, 9, 11)$ . مجموع جمله اول و جمله آخر دسته  $n$ ام، کدام است؟

۱۸۵۰ (۴)

۱۸۰۰ (۳)

۱۷۵۰ (۲)

۱۷۰۰ (۱)

شما پاسخ نداده اید

۹۲- جمله عمومی یک دنباله به صورت  $a_n = 3 \times 2^{n+1}$  است. حداقل چند جمله اول از این دنباله را جمع کنیم تا حاصل از ۹۶۰۰۰ بیش تر شود؟

۱۵ (۴)

۱۴ (۳)

۱۳ (۲)

۱۲ (۱)

شما پاسخ نداده اید

۹۳- اگر  $\alpha$  و  $\beta$  ریشه‌های معادله  $4x^2 - 12x + 1 = 0$  باشند، مقدار  $\frac{1}{\sqrt{\alpha}} + \frac{1}{\sqrt{\beta}}$  چقدر است؟

۶ (۴)

۴ (۳)

۳ (۲)

۲ (۱)

شما پاسخ نداده اید

۹۴- اگر منحنی به معادله  $y = 2x^2 - 4x + m - 3$ ، محور  $x$  ها را در دو نقطه به طول‌های مثبت قطع کند، آنگاه مجموعه مقادیر  $m$  به کدام صورت است؟

$4 < m < 5$  (۴)

$3 < m < 5$  (۳)

$3 < m < 4$  (۲)

$m > 3$  (۱)

شما پاسخ نداده اید

۹۵- تعداد جواب‌های متمایز معادله  $\sqrt{x+\sqrt{x}} + \sqrt{x-\sqrt{x}} = \sqrt{2}$  کدام است؟

صفر (۴)

۳ (۳)

۲ (۲)

۱ (۱)

شما پاسخ نداده اید

۹۶- اگر  $a < 0 < b$  و  $|a| > |b|$ ، آن گاه حاصل عبارت  $|a+b| + |a| + |b|$  برابر کدام است؟

$2b$  (۴)

$2a$  (۳)

$-2a$  (۲)

$-2b$  (۱)

شما پاسخ نداده اید

۹۷- مساحت ناحیه محدود به نمودارهای دو تابع  $y = |x| - x$  و  $y = 2 - \frac{3}{2}x$ ، کدام است؟

۶ (۴)

$\frac{16}{3}$  (۳)

۴ (۲)

$\frac{8}{3}$  (۱)

شما پاسخ نداده اید

۹۸- معادله  $x^2 = |x| + 2x$  چند ریشه نامنفی دارد؟

- ۱ (۱)      ۲ (۲)      ۳ (۳)      ۴ (۴) ریشه ندارد.

شما پاسخ نداده اید

۹۹- سه نقطه  $A(0, -1)$  و  $B(3, 1)$  و  $C(2, -4)$  سه رأس یک مثلث‌اند. این مثلث همواره چگونه است؟

- ۱) متساوی‌الاضلاع  
۲) متساوی‌الساقین است، ولی قائم‌الزاویه نیست.  
۳) قائم‌الزاویه متساوی‌الساقین  
۴) قائم‌الزاویه است، ولی متساوی‌الساقین نیست.

شما پاسخ نداده اید

۱۰۰- نقطه  $A(3, -1)$  وسط قطر مربعی است که یک ضلع آن منطبق بر خط به معادله  $2y - x = 5$  است. مساحت این مربع کدام است؟

- ۱ (۴)      ۲ (۲)      ۳ (۳)      ۴ (۴)      ۵ (۳)      ۶ (۲)      ۷ (۳)      ۸ (۴)

شما پاسخ نداده اید

(سعید مدیرشراسانی)

$$\text{نکته : } a_1 + a_n = \frac{\text{مجموع } k \text{ جمله آخر} + \text{مجموع } k \text{ جمله اول}}{k}$$

$$\Rightarrow a_1 + a_n = \frac{۲۱ + ۱۴۷}{۳} = ۵۶$$

$$S_n = \frac{n}{۲}(a_1 + a_n) \Rightarrow ۴۷۶ = \frac{n}{۲} \times ۵۶ \Rightarrow n = ۱۷$$

(حسابان ۱ - پیر و معارزه: صفحه‌های ۲۲ تا ۲۶)

۴

۳

۲

۱



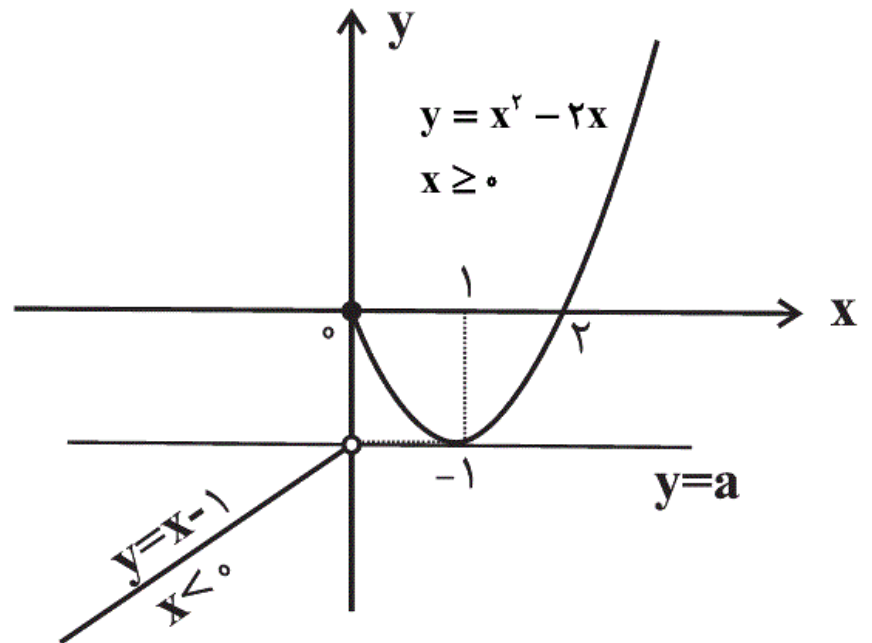
نمودار تابع  $f$  را رسم می‌کنیم. بنابراین:

$$f(x) = x(x-2) : x \geq 0, x_s = \frac{-b}{2a} = \frac{2}{2} = 1$$

$x$	$0$	$1$	$2$
$y = x^2 - 2x$	$0$	$-1$	$0$

$x$	$-1$	$0$
$y = x - 1$	$-2$	$-1$

طبق شکل واضح است که  $a \leq -1$  یا  $a > 0$  باشد.



(مسائل ۱- پیر و معارله؛ صفحه‌های ۷ تا ۱۶)

۴ ✓

۳

۲

۱

(آرش رییمی)

به دلیل آنکه سهمی محور X ها را در نقاطی به طول ۱- و ۴ قطع می‌کند، معادله کلی سهمی به فرم زیر است:

$$y = a(x+1)(x-4)$$

همچنین مختصات رأس سهمی  $S(\frac{3}{2}, 2)$  می‌باشد.

$$f(\frac{3}{2}) = 2 \Rightarrow 2 = a \underbrace{(\frac{3}{2}+1)(\frac{3}{2}-4)}_{-\frac{25}{4}} \Rightarrow a = \frac{-8}{25}$$

$$\Rightarrow y = \frac{-8}{25}(x+1)(x-4)$$

$$f(0) = \frac{-8}{25}(1)(-4) = \frac{32}{25}$$

محل تلاقی نمودار با محور عرض‌ها

(مسئله ۱- پیر و معارله: صفحه‌های ۷ تا ۱۶)

۴

۳ ✓

۲

۱

(آرش رییمی)

$$\alpha\beta = \frac{c}{a} = 1 \Rightarrow \begin{cases} \frac{1}{\beta} = \alpha \\ \frac{1}{\alpha} = \beta \end{cases}$$

حاصل ضرب ریشه‌ها

$$\begin{cases} (\beta + \frac{1}{\beta})^2 = (\beta + \alpha)^2 = S^2 = (-\frac{9}{3})^2 = 9 & (1) \\ \alpha + \frac{1}{\alpha} = \alpha + \beta = S = -\frac{9}{3} = -3 & (2) \end{cases}$$

$$\xrightarrow{(2) \cdot (1)} 9 - 3 = 6$$

(مسئله ۱- پیر و معارله: صفحه‌های ۷ تا ۱۶)

۴

۳ ✓

۲

۱

$$\begin{cases} 2x = 0 \Rightarrow x = 0 \\ \frac{1}{x^2 - 64} = \frac{-1}{x^2 - 36} \Rightarrow x^2 - 64 = 36 - x^2 \end{cases}$$

$$\Rightarrow 2x^2 = 100 \Rightarrow x^2 = 50$$

$$\Rightarrow x = \pm 5\sqrt{2}$$

پس معادله دارای سه ریشه ۰،  $5\sqrt{2}$  و  $-5\sqrt{2}$  است.

(مسئله ۱ - پیر و معارله: صفحه‌های ۱۷ تا ۲۲)

۴

۳

۲

۱

(سعید بعفری کالی آباد)

-۸۶

$$\xrightarrow{\text{توان ۲}} 4 - x + \sqrt{x+3} = 1 + (1-x) + 2\sqrt{1-x}$$

$$\Rightarrow 2 + \sqrt{x+3} = 2\sqrt{1-x} \xrightarrow{\text{توان ۲}} 4 + (x+3) + 4\sqrt{x+3}$$

$$= 4(1-x) \Rightarrow 7 + x + 4\sqrt{x+3} = 4 - 4x$$

$$\Rightarrow 4\sqrt{x+3} = -3 - 5x \xrightarrow{\text{توان ۲}}$$

$$16(x+3) = 9 + 25x^2 + 30x \Rightarrow 25x^2 + 14x - 39 = 0$$

$$\xrightarrow{\text{مجموع ضرایب برابر صفر}} x = 1 \text{ یا } x = \frac{-39}{25}$$

اما  $x = 1$  در معادله اصلی صدق نمی‌کند.

(مسئله ۱ - پیر و معارله: صفحه‌های ۱۷ تا ۲۲)

۴

۳

۲

۱

(خواص قدر مطلق)

$$|a^2| = a^2, \frac{|c| |a^2|}{2|b|} = \frac{-ca^2}{2b}$$

می دانیم :

یعنی  $\frac{a^2 |c|}{2|b|} = \frac{-a^2 c}{2b}$  این رابطه وقتی برقرار است که  $bc < 0$  که در

$$\frac{|c|}{|b|} = -\frac{c}{b} \text{ نتیجه:}$$

(مسئله ۱ - پیر و معارله: صفحه‌های ۲۳ تا ۲۸)

۴

۳

۲

۱ ✓

(مهم‌رضا شوکتی بیرق)

-۸۸

$$2|x| + 2|x-1| = x+7$$

$$\Rightarrow \begin{cases} 2x + 2x - 2 = x + 7 ; x \geq 1 \\ 2x - 2x + 2 = x + 7 ; 0 < x < 1 \\ -2x - 2x + 2 = x + 7 ; x \leq 0 \end{cases}$$

$$\Rightarrow \begin{cases} x_1 = 3 \\ x_2 = -1 \end{cases} \Rightarrow x_1 + x_2 = 2$$

(مسئله ۱ - پیر و معارله: صفحه‌های ۲۳ تا ۲۸)

۴

۳

۲ ✓

۱

هر نقطه روی عمود منصف AB از دو سر پاره خط AB یعنی A و B به یک فاصله است، پس:

$$\begin{aligned}\sqrt{(x+1)^2 + (y-0)^2} &= \sqrt{(x-7)^2 + (y-4)^2} \\ \Rightarrow x^2 + 2x + 1 + y^2 &= x^2 + 49 - 14x + y^2 - 8y + 16 \\ \Rightarrow 16x + 8y - 64 &= 0 \xrightarrow{y=0} x = 4\end{aligned}$$

(مسئله ۱ - پیر و مغاره؛ صفحه‌های ۲۹ تا ۳۶)

 ۴

 ۳

 ۲

 ۱

(امیر حسین افشار)

-۹۰

با کمی دقت متوجه می‌شویم مثلث ABC قائم الزویه هست.

$$\left. \begin{aligned} AB &= \sqrt{9+9} = \sqrt{18} \\ AC &= \sqrt{16+4} = \sqrt{20} \\ BC &= \sqrt{1+1} = \sqrt{2} \end{aligned} \right\} \Rightarrow AC^2 = AB^2 + BC^2 \Rightarrow \text{قائم الزویه}$$

پس نقطه خواسته شده وسط ضلع BC می‌باشد.

$$\frac{5}{2} + \frac{7}{2} = \frac{12}{2} = 6$$

(مسئله ۱ - پیر و مغاره؛ صفحه‌های ۲۹ تا ۳۶)

 ۴

 ۳

 ۲

 ۱

(فرشاد فرامرزی)

مساحت قطاعی از دایره  $C(O, R)$  که زاویه مرکزی آن  $\alpha$  باشد، برابر است با:

$$S = \frac{\pi R^2 \alpha}{360}$$

$$\Rightarrow \frac{S_2}{S_1} = \left(\frac{R_2}{R_1}\right)^2 \times \frac{\alpha_2}{\alpha_1} = \left(\frac{6}{3}\right)^2 \times \frac{120}{160} = 4 \times \frac{3}{4} = 3$$

(هندسه ۲ - دایره: صفحه ۱۲)

۴

۳ ✓

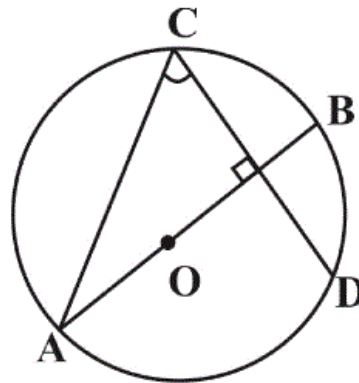
۲

۱

(فرشاد فرامرزی)

-۱۰۲

قطر عمود بر یک وتر، آن وتر و کمان نظیر آن را نصف می‌کند. در نتیجه:



$$\widehat{BC} = \widehat{BD} \rightarrow 2x + 10 = 3x - 5$$

$$\rightarrow x = 15$$

$$\rightarrow \widehat{BD} = 3(15) - 5 = 40^\circ$$

$$\rightarrow \widehat{AD} = 180 - 40 = 140^\circ$$

$$\hat{C} = \frac{\widehat{AD}}{2} = \frac{140}{2} = 70^\circ$$

(هندسه ۲ - دایره: صفحه ۱۳)

۴

۳ ✓

۲

۱

(رضا عباسی اصل)

$$AB = BC \Rightarrow \widehat{AB} = \widehat{BC}$$

$$115^\circ = \frac{\widehat{BC} + \widehat{AD}}{2} \Rightarrow \widehat{BC} + \widehat{AD} = 230^\circ \xrightarrow{\widehat{BC} = \widehat{AB}}$$

$$\Rightarrow \widehat{AB} + \widehat{AD} = 230^\circ \Rightarrow \widehat{BAD} = 230^\circ$$

حال:

$$\widehat{BCD} = \frac{\widehat{BAD}}{2} = \frac{230^\circ}{2} = 115^\circ$$

(هندسه ۲ - دایره: صفحه‌های ۱۳ و ۱۴)

۴ ✓

۳

۲

۱

(مصطفی محمد کریمی)

-۱۰۴

$$(R - R')^2 + TT'^2 = OO'^2$$

$$(a+1)^2 + (4a-4)^2 = (3a+1)^2 \Rightarrow a^2 + 2a + 1 + 16a^2 - 32a + 16 =$$

$$9a^2 + 6a + 1 \Rightarrow 8a^2 - 36a + 16 = 0 \Rightarrow 2a^2 - 9a + 4 = 0$$

$$(a-4)(2a-1) = 0 \Rightarrow \begin{cases} a = 4 \\ a = \frac{1}{2} \end{cases} \text{ غ.ق.ق}$$

(هندسه ۲ - دایره: صفحه‌های ۲۱ و ۲۲)

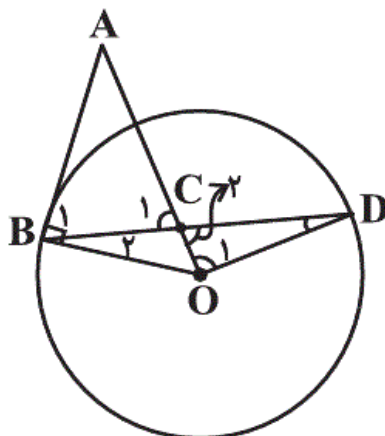
۴ ✓

۳

۲

۱

شکل مورد نظر سؤال را رسم می کنیم.



$$OB = OD = r \rightarrow \hat{B}_2 = \hat{D}$$

$$\hat{B}_1 + \hat{B}_2 = 90^\circ \xrightarrow{\substack{\hat{B}_1 = \hat{C}_1 \\ \hat{B}_2 = \hat{D}}} \hat{C}_1 + \hat{D} = 90^\circ$$

$$\xrightarrow{\hat{C}_1 = \hat{C}_2} \hat{C}_2 + \hat{D} = 90^\circ \rightarrow \hat{O}_1 = 90^\circ$$

پس مثلث OCD قائم الزاویه است.

(هندسه ۲ - دایره: صفحه‌های ۱۴ و ۱۵)

۴

۳

۲

۱ ✓

(سعید بهضری کافی آبلری)

$$\widehat{AB} + \widehat{BC} + \widehat{CD} + \widehat{AD} = 360^\circ$$

$$\xrightarrow{\widehat{AB} = \widehat{BC} = \widehat{CD}} 3\widehat{BC} + \widehat{AD} = 360^\circ \quad (1)$$

$$\hat{O} = \frac{\widehat{BC} - \widehat{AD}}{2} \Rightarrow \widehat{BC} - \widehat{AD} = 80^\circ \quad (2)$$

$$(1), (2) \Rightarrow \begin{cases} 3\widehat{BC} + \widehat{AD} = 360^\circ \\ \widehat{BC} - \widehat{AD} = 80^\circ \end{cases}$$

$$\underline{4\widehat{BC} = 440^\circ} \Rightarrow \widehat{BC} = 110^\circ$$

$$\Rightarrow \widehat{AD} = 30^\circ \Rightarrow \hat{C} = \frac{30^\circ}{2} = 15^\circ$$

(هندسه ۲ - دایره: صفحه‌های ۱۵ و ۱۶)

۴

۳

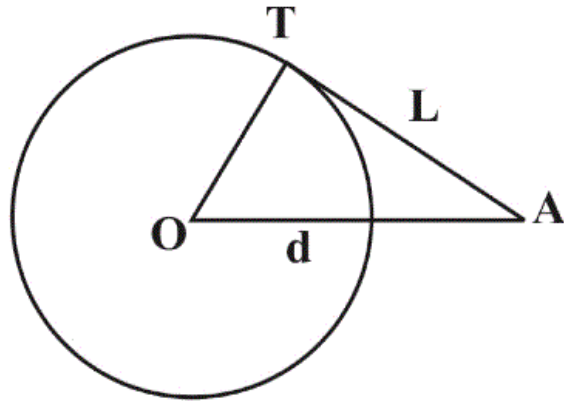
۲ ✓

۱



اگر فاصله نقطه A از مرکز دایره را d در نظر بگیریم، آن گاه داریم:

$$d^2 = r^2 + L^2 = r^2 + \frac{16}{9}r^2 \Rightarrow d = \frac{5}{3}r$$



کمترین فاصله نقطه A از محیط دایره برابر است با:

$$d - r = \frac{5}{3}r - r = \frac{2}{3}r = \frac{2}{3} \cdot \frac{3}{4}L = \frac{1}{2}L$$

(هندسه ۲ - دایره: صفحه‌های ۱۹ و ۲۰)

۴

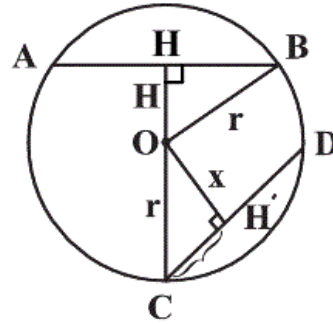
۳

۲

۱

هرگاه از مرکز دایره بر وتری از آن دایره عمود رسم کنیم، پاره‌خط عمود، وتر را

نصف می‌کند:



$$AH = HB = ۴\text{cm}$$

$$r^2 = ۳^2 + ۴^2 = ۲۵ \rightarrow r = ۵$$

$$\begin{aligned} \Delta OH'C : r^2 &= x^2 + CH'^2 \\ \rightarrow ۲۵ &= x^2 + ۴ \rightarrow x^2 = ۲۱ \\ \rightarrow x &= \sqrt{۲۱} \end{aligned}$$

(هنر سه ۲ - دایره: صفحه ۱۳)

 ۴

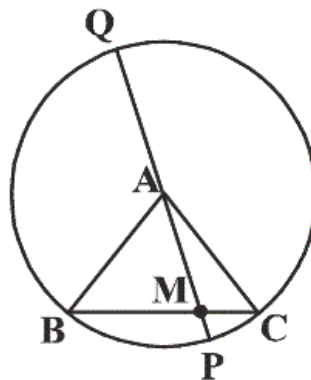
 ۳

 ۲

 ۱

نقطه M را به مرکز A وصل کرده و از دو طرف امتداد می‌دهیم تا دایره را در

نقاط P و Q قطع کند.



$$MP \times MQ = MB \times MC \rightarrow MP \times MQ = 2 \times 4$$

$$\rightarrow (R - AM)(R + AM) = 8$$

$$\rightarrow R^2 - AM^2 = 8 \xrightarrow{AB=R} AB^2 - AM^2 = 8$$

(هنر سه ۲ - دایره: صفحه‌های ۱۸ و ۱۹)

 ۴

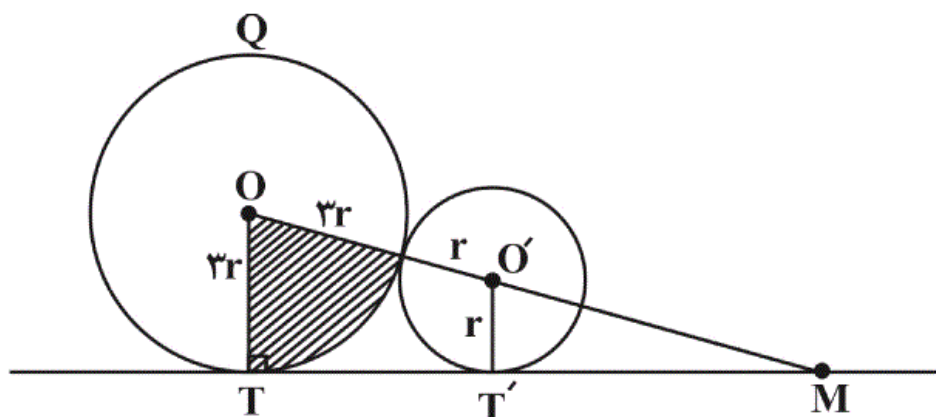
 ۳

 ۲

 ۱

مساحت قطاع سایه‌خورده به اندازه زاویه  $O$  بستگی دارد. از طرفی دو زاویه  $M$

و  $O$  متمم یکدیگر می‌باشند، پس کافی است اندازه  $M$  را به دست آوریم.



$$OT \parallel O'T' \rightarrow \frac{MO'}{MO} = \frac{O'T'}{OT} \rightarrow \frac{MO'}{MO' + 4r} = \frac{1}{3}$$

$$\rightarrow 3MO' = MO' + 4r \rightarrow MO' = 2r$$

$$\sin \hat{M} = \frac{OT}{MO} = \frac{3r}{6r} = \frac{1}{2} \rightarrow \hat{M} = 30^\circ \rightarrow \hat{O} = 60^\circ$$

بنابراین مساحت قطاع سایه‌خورده  $\frac{60^\circ}{360^\circ} = \frac{1}{6}$  مساحت دایره بزرگ‌تر می‌باشد.

(هندسه ۲ - دایره: صفحه‌های ۲۱، ۲۲ و ۲۳)

 ۴

 ۳

 ۲

 ۱

ریاضی یازدهم- تابستان ، آمار و احتمال ، - ۱۳۹۷۰۴۲۲

p	q	~p	p ∧ q	p ∨ ~p	(p ∧ q) ⇒ (p ∨ ~p)
د	د	ن	د	د	د
د	ن	ن	ن	د	د
ن	د	د	ن	د	د
ن	ن	د	ن	د	د

(آمار و احتمال - آشنایی با مبانی ریاضیات: صفحه‌های ۶ تا ۱۱)

۴

۳ ✓

۲

۱

(سعید بعفیری کافئ آباد)

طبق قانون جذب داریم:

$$p \vee (\sim q \wedge p) \equiv p$$

بنابراین گزاره p نادرست و گزاره q درست است و داریم:

$$\sim (p \vee q) \wedge \sim (\sim r) \equiv \underbrace{\sim (F \vee T)}_T \wedge r \equiv F \wedge r \equiv F$$

(آمار و احتمال - آشنایی با مبانی ریاضیات: صفحه‌های ۶ تا ۹)

۴

۳

۲ ✓

۱

(مرتضی فوهم علوی)

$$۱) (p \Rightarrow \sim q) \vee p \equiv (\sim p \vee \sim q) \vee p \equiv \underbrace{(\sim p \vee p)}_T \vee \sim q \equiv T$$

$$۲) \sim (p \Rightarrow q) \vee p \equiv \sim (\sim p \vee q) \vee p \equiv (p \wedge \sim q) \vee p \equiv p$$

$$۳) (p \Rightarrow q) \vee p \equiv (\sim p \vee q) \vee p \equiv \underbrace{\sim p \vee p}_T \vee q \equiv T$$

$$۴) (p \Rightarrow q) \vee \sim q \equiv (\sim p \vee q) \vee \sim q \equiv \sim p \vee \underbrace{(q \vee \sim q)}_T \equiv T$$

(آمار و احتمال - آشنایی با مبانی ریاضیات: صفحه‌های ۶ تا ۱۱)

۴

۳

۲ ✓

۱

(مرتضی فوهم علوی)

اگر  $p$  و  $q$  هر دو درست باشند،  $v(p \vee q) = 1$ ، حال به بررسی گزینه‌ها می‌پردازیم:

$$۱) ۱ + ۱ = ۲$$

$$۲) ۱ - ۱ \times ۱ = ۰$$

بنابراین گزینه‌های «۱» و «۲» نادرست هستند.

حال برای گزینه‌های ۳ و ۴ فرض می‌کنیم  $p$  درست و  $q$  نادرست باشد. در این صورت  $v(p \vee q) = 1$  و داریم:

$$۴) v(p)v(q) = ۰$$

یعنی گزینه «۴» نیز نادرست است.

(آمار و احتمال - آشنایی با مبانی ریاضیات: صفحه‌های ۷ تا ۹)

 ۴

 ۳

 ۲

 ۱

(مرتضی فوهم علوی)

۱) به ازای هر  $x$ ، عددی حقیقی مانند  $y$  وجود دارد که مجموع آن با  $x$ ، از ۵ کوچک‌تر باشد. برای این کار کافی است  $y$  از  $5 - x$  کوچک‌تر باشد. پس این گزینه صحیح است.

۲) عددی مانند  $x$  وجود دارد که به ازای تمام  $y$ ‌ها، حاصل  $x^2 + y^2$  برابر با ۵ نمی‌باشد. این گزینه درست است. چون اگر  $x = 3$  باشد، مقداری برای  $y$  به دست نمی‌آید.

۳) به ازای هر عددی مانند  $x$ ، عددی مانند  $y$  وجود دارد که  $x^2 + y^2 \geq 5$ ، می‌توان  $y = 3$  را به عنوان جواب این گزاره انتخاب کرد، پس این گزینه نیز صحیح است.

۴) اگر عدد  $x$  را هر قدر کوچک انتخاب کنیم، امکان ندارد که به ازای تمام  $y$ ‌ها داشته باشیم  $x^2 + y^2 \leq 5$  (مثلاً فرض کنید  $y = 10$ )، پس این گزاره، نادرست است.

(آمار و احتمال - آشنایی با مبانی ریاضیات: صفحه‌های ۱۳ تا ۱۶)

 ۴

 ۳

 ۲

 ۱

(رضا پورعسینی)

$$۴ = x - ۳ \Rightarrow x = ۷$$

$$x = y - ۱ \Rightarrow ۷ = y - ۱ \Rightarrow y = ۸$$

$$\{y - ۱, z + ۲\} = \{۷, ۳\} \xrightarrow{y-1=7} z + ۲ = ۳ \Rightarrow z = ۱$$

$$\Rightarrow x + y + z = ۷ + ۸ + ۱ = ۱۶$$

(آمار و احتمال - آشنایی با مبانی ریاضیات: صفحه‌های ۱۹ و ۲۳)

 ۴

 ۳

 ۱

B زیرمجموعه C نیست، چون  $2 \in B$  و  $2 \notin C$ .

(آمار و احتمال - آشنایی با مبانی ریاضیات: صفحه ۲۲)

 ۴

 ۳

 ۲

 ۱

(امیر حسین ابومحبوب)

مجموعه‌های A، B و D، همگی زیرمجموعه A هستند، ولی زیرمجموعه C نمی‌باشند، پس می‌توانند جایگزین مجموعه X گردند. واضح است که دو مجموعه C و E، زیرمجموعه C هستند، پس نمی‌توانند جایگزین X گردند.

(آمار و احتمال - آشنایی با مبانی ریاضیات: صفحه‌های ۲۲ تا ۲۵)

 ۴

 ۳

 ۲

 ۱

(عمیر کروس)

با افزودن عضو b به هر زیرمجموعه از مجموعه  $\{a, \{a\}, \{b\}, c\}$ ، یک زیرمجموعه مانند  $\{a, b, c, \{a\}, \{b\}\}$  شامل عضو b به دست می‌آید؛ پس کافی است تعداد زیرمجموعه‌های مجموعه  $\{a, \{a\}, \{b\}, c\}$  را بیابیم که برابر است با  $2^4 = 16$ .

(آمار و احتمال - آشنایی با مبانی ریاضیات: صفحه‌های ۲۰ و ۲۱)

 ۴

 ۳

 ۲

 ۱

(ممد رضا دلورنژاد)

طبق تعریف افراز برای یک مجموعه، هر سه گزاره «الف»، «ب» و «پ» صحیح هستند.

(آمار و احتمال - آشنایی با مبانی ریاضیات: صفحه ۲۱)

 ۴

 ۳

 ۲

 ۱

دسته سوم    دسته دوم    دسته اول

↓            ↓            ↓  
۱    ,    ۲    ,    ۳    ,    ...

پس تعداد کل جملات ۲۹ دسته اول برابر است با:

تعداد کل جملات ۲۹ دسته اول =  $1 + 2 + 3 + \dots + 29$

$$= \frac{29(29+1)}{2} = \frac{29 \times 30}{2} = 435$$

پس اولین جمله دسته سی‌ام، برابر با جمله ۴۳۶ام دنباله اعداد طبیعی فرد

است. دنباله اعداد طبیعی فرد، یک دنباله خطی با جمله

عمومی  $a_n = 2n - 1$  است، بنابراین:

$$a_{436} = 2 \times 436 - 1 = 871 = b_1$$

دسته سی‌ام، ۳۰ جمله دارد، بنابراین جمله آخر این دسته برابر است با:

$$b_{30} = b_1 + 29d \xrightarrow[d=2]{b_1=871} 871 + 29 \times 2 = 929$$

(توجه کنید که جملات هر دسته، یک دنباله حسابی با قدرنسبت ۲ هستند.)

$$b_1 + b_{30} = 871 + 929 = 1800$$

(مسئله ۱ - پیر و معارله: صفحه‌های ۲ تا ۶)

۴

۳

۲

۱



$a_n = 3 \times 2^{n+1}$  یک دنباله هندسی است که قدرنسبت آن پایه عدد

توان دار یعنی  $q = 2$  و جمله اول آن  $a_1 = 3 \times 2^2 = 12$  است.

$$S_n > 96000 \Rightarrow \frac{a_1(1-q^n)}{1-q} > 96000$$

$$\Rightarrow \frac{12(1-2^n)}{1-2} > 96000$$

$$\Rightarrow 2^n - 1 > 8000 \Rightarrow 2^n > 8001 \Rightarrow n \geq 13$$

(صباپان ۱ - پیر و معادله: صفحه‌های ۲ تا ۶)

 ۴

 ۳

 ۲

 ۱

(سراسری ریاضی خارج از کشور - ۸۵)

-۹۳

اگر  $\alpha$  و  $\beta$  ریشه‌های معادله باشند، بدیهی است که  $\alpha$  و  $\beta$  مثبت هستند.

با فرض  $A = \frac{1}{\sqrt{\alpha}} + \frac{1}{\sqrt{\beta}}$  داریم:

$$A = \frac{\sqrt{\alpha} + \sqrt{\beta}}{\sqrt{\alpha\beta}}$$

حال طرفین رابطه را به توان ۲ می‌رسانیم:

$$A^2 = \frac{\alpha + \beta + 2\sqrt{\alpha\beta}}{\alpha\beta} = \frac{S + 2\sqrt{P}}{P}$$

از آنجایی که  $S = \frac{-b}{a} = \frac{12}{4} = 3$  و  $P = \frac{c}{a} = \frac{1}{4}$ ، پس:

$$A^2 = \frac{3 + 2\left(\frac{1}{2}\right)}{\frac{1}{4}} \Rightarrow A^2 = 16 \xrightarrow{A>0} A = 4$$

(صباپان ۱ - پیر و معادله: صفحه‌های ۷ تا ۱۶)

 ۴

 ۳

 ۲

 ۱

معادله  $2x^2 - 4x + m - 3 = 0$  دو ریشه حقیقی متمایز مثبت دارد، بنابراین باید شرایط زیر برقرار باشد.

$$\begin{cases} ۱) \Delta > ۰ \\ ۲) \frac{-b}{a} > ۰ \\ ۳) \frac{c}{a} > ۰ \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} ۱۶ - ۸(m - ۳) > ۰ \\ ۲ > ۰ \\ \frac{m - ۳}{۲} > ۰ \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} m < ۵ \\ m > ۳ \end{cases} \Rightarrow ۳ < m < ۵$$

(صباان ۱ - پیر و مغارله؛ صفحه‌های ۷ تا ۱۶)

 ۴

 ۳

 ۲

 ۱

(کتاب آبی - سوال ۵۷۷)

طرفین معادله را به توان ۲ می‌رسانیم:

$$x + \sqrt{x} + x - \sqrt{x} + 2\sqrt{(x + \sqrt{x})(x - \sqrt{x})} = 2$$

$$\Rightarrow 2x + 2\sqrt{x^2 - x} = 2$$

$$\Rightarrow \sqrt{x^2 - x} = 1 - x$$

طرفین معادله را به توان ۲ می‌رسانیم:

$$\Rightarrow x^2 - x = 1 + x^2 - 2x$$

$$\Rightarrow x = 1$$

$x = 1$  در معادله اصلی صدق می‌کند.

(صباان ۱ - پیر و مغارله؛ صفحه‌های ۱۷ تا ۲۲)

 ۴

 ۳

 ۲

 ۱

اگر  $x > 0$ ، آنگاه  $|x| = x$  و اگر  $x < 0$  باشد،  $|x| = -x$  است.

$$b < 0 < a \Rightarrow \begin{cases} |a| = a \\ |b| = -b \end{cases}$$

$$|a| > |b| \Rightarrow a > -b \Rightarrow a + b > 0 \Rightarrow |a + b| = a + b$$

$$\Rightarrow |a + b| + |a| + |b| = a + b + a - b = 2a$$

(مسئله ۱ - پیر و معارله؛ صفحه‌های ۲۳ تا ۲۸)

 ۴

 ۳

 ۲

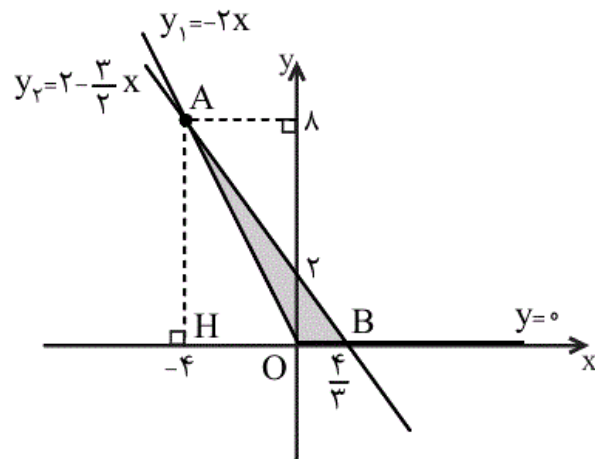
 ۱

(سراسری تهرانی خارج از کشور - ۹۵)

$$y_1 = |x| - x = \begin{cases} x - x = 0 & ; x \geq 0 \\ -x - x = -2x & ; x < 0 \end{cases}$$

$$y_2 = 2 - \frac{3}{2}x$$

نمودار  $y_1$  و  $y_2$  را در یک دستگاه مختصات رسم می‌کنیم.



با توجه به شکل، مساحت مثلث  $OAB$  مورد نظر است، داریم:

$$S(\triangle OAB) = \frac{1}{2} AH \times OB = \frac{1}{2} \times 8 \times \frac{4}{3} = \frac{16}{3}$$

(مسئله ۱ - پیر و معارله؛ صفحه‌های ۲۳ تا ۲۸)

 ۴

 ۳

 ۲

 ۱

ریشه‌های نامنفی، یعنی بزرگتر یا مساوی صفر، پس:

$$x \geq 0 \xrightarrow{|x|=x} x^2 = 3x \Rightarrow x^2 - 3x = 0$$

$$\Rightarrow x = 0 \text{ یا } x = 3$$

پس معادله دو ریشه نامنفی دارد.

(مسئله ۱ - پیر و معارله: صفحه‌های ۲۳ تا ۲۸)

 ۴

 ۳

 ۲

 ۱

(کتاب آبی - سوال ۷۰۴)

اندازه اضلاع را می‌یابیم:

$$AC = \sqrt{(x_C - x_A)^2 + (y_C - y_A)^2}$$

$$= \sqrt{(2 - 0)^2 + (-4 + 1)^2} = \sqrt{13}$$

$$AB = \sqrt{(x_B - x_A)^2 + (y_B - y_A)^2}$$

$$= \sqrt{(3 - 0)^2 + (1 + 1)^2} = \sqrt{13}$$

$$BC = \sqrt{(x_C - x_B)^2 + (y_C - y_B)^2}$$

$$= \sqrt{(2 - 3)^2 + (-4 - 1)^2} = \sqrt{26}$$

چون  $AB^2 + AC^2 = BC^2$ ، بنابراین بر اساس عکس قضیه فیثاغورس،

مثلث  $ABC$ ، مثلث قائم‌الزاویه‌ای به رأس  $A$  است. از طرفی اندازه‌های

$AB$  و  $AC$  یکسان هستند، پس مثلث  $ABC$ ، متساوی‌الساقین هم

هست.

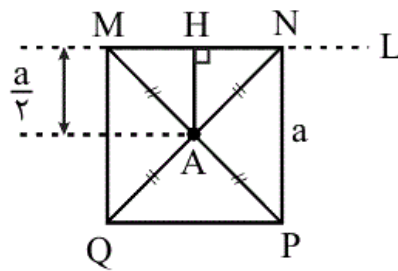
(مسئله ۱ - پیر و معارله: صفحه‌های ۲۹ تا ۳۶)

 ۴

 ۳

 ۲

 ۱



شکل فرضی مقابل را در نظر می‌گیریم.

همانطور که در شکل ملاحظه می‌شود،

فاصله وسط قطر مربع از هر ضلع آن،

برابر با نصف طول ضلع مربع است.

پس در این سؤال اگر طول ضلع مربع را  $a$  بنامیم، داریم:

$$\begin{cases} L: 2y - x - 5 = 0 \\ A(3, -1) \end{cases} \Rightarrow AH = \frac{a}{2} = \frac{|2y_A - x_A - 5|}{\sqrt{2^2 + (-1)^2}}$$

$$\Rightarrow \frac{a}{2} = \frac{|-2 - 3 - 5|}{\sqrt{5}} \Rightarrow a = \frac{20}{\sqrt{5}}$$

$$\Rightarrow \text{مساحت مربع: } S = a^2 = \frac{400}{5} = 80$$

(مسئله ۱ - پیر و معارله: صفحه‌های ۲۹ تا ۳۶)

۴ ✓

۳

۲

۱

www.kanoon.ir