



سایت ویژه ریاضیات [www.riazisara.ir](http://www.riazisara.ir)

درسنامه ها و جزوه های ریاضی

سوالات و پاسخنامه تشریحی کنکور

نمونه سوالات امتحانات ریاضی

نرم افزارهای ریاضیات

و...

کانال سایت ریاضی سرا در تلگرام:

<https://t.me/riazisara>



(@riazisara)

۴۱- اگر  $A$  مجموعه‌ای نامتناهی و  $B$  مجموعه‌ای متناهی باشد، کدام مجموعه نامتناهی است؟

- (۱)  $A \cap B$       (۲)  $B - A$       (۳)  $A - B$       (۴)  $(A - B) - A$

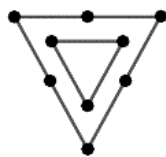
شما پاسخ نداده اید

۴۲- با توجه به الگوی زیر، شکل ششم از چند نقطه تشکیل شده است؟

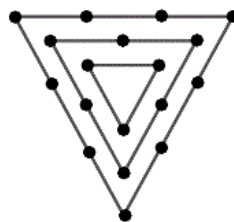
(شکل ۱)



(شکل ۲)



(شکل ۳)



(۱) ۵۷

(۲) ۴۲

(۳) ۵۳

(۴) ۶۳

شما پاسخ نداده اید

۴۳- اگر  $t_1, t_2, t_3, \dots, t_n, \dots$  یک دنباله هندسی،  $t_1 t_3 = 4$  و  $t_4 t_8 = 16$  باشد، آنگاه نسبت جمله اول به قدر نسبت این دنباله کدام می‌تواند باشد؟

- (۱)  $\frac{1}{2}$       (۲) ۱      (۳)  $\frac{3}{2}$       (۴)  $\frac{1}{4}$

شما پاسخ نداده اید

۴۴- ناظری به فاصله ۳۵ متر از پای ستونی که بر روی آن مجسمه‌ای قرار دارد، ایستاده است. زاویه رؤیت انتها و ابتدای مجسمه با سطح افق  $45^\circ$  و  $40^\circ$

درجه است. ارتفاع مجسمه کدام است؟ ( $\tan 40^\circ = 0.8$ )

- (۱) ۶      (۲)  $\frac{6}{4}$       (۳) ۷      (۴)  $\frac{7}{2}$

شما پاسخ نداده اید

۴۵- اگر  $\sin \alpha \cos \alpha > 0$  و  $\cos \alpha \tan \alpha < 0$ ، آنگاه زاویه  $\alpha$  در کدام ناحیه مثلثاتی است؟

- (۱) اول      (۲) دوم      (۳) سوم      (۴) چهارم

شما پاسخ نداده اید

۴۶- با فرض  $\cos \theta = \frac{\sqrt{3}}{3}$ ، حاصل عبارت  $\sin^4 \theta - \cos^4 \theta + \frac{1}{1 + \tan^2 \theta}$  کدام است؟

- (۱)  $\frac{1}{3}$       (۲)  $\frac{4}{9}$       (۳)  $\frac{1}{2}$       (۴)  $\frac{2}{3}$

شما پاسخ نداده اید

۴۷- اگر  $a$  و  $b$  دو عدد صحیح متوالی باشند که در نامساوی  $a < \sqrt[4]{37} < b$  صدق کنند، آنگاه  $a + b$  کدام است؟

- (۱) ۳      (۲) ۵      (۳) ۹      (۴) ۷

شما پاسخ نداده اید

۴۸- اگر حاصل عبارت  $\sqrt[3]{A}$  به صورت  $\sqrt[3]{A}$  باشد، کدام است؟

- (۱)  $\sqrt{3}-1$  (۲)  $\sqrt{3}$  (۳) ۲ (۴)  $\sqrt{3}+1$

شما پاسخ نداده اید

۴۹- حاصل عبارت  $(x+1)(x^2-x+1)-(x-1)(x^2+x+1)$ ، کدام است؟

- (۱) صفر (۲) ۲ (۳) -۲ (۴)  $2x^3$

شما پاسخ نداده اید

۵۰- ریشه‌های معادله  $x^2+2\sqrt{5}x+5=0$ :

- (۱) گویا و برابرند. (۲) گنگ و برابرند. (۳) گویا و نابرابرند. (۴) گنگ و نابرابرند.

شما پاسخ نداده اید

۵۱- اگر منحنی به معادله  $y=(a-1)x^2+x+3$  نسبت به خط  $x=2$  متقارن باشد، این منحنی محور  $x$  ها را با کدام طول مثبت قطع می‌کند؟

- (۱) ۲ (۲) ۳ (۳) ۴ (۴) ۶

شما پاسخ نداده اید

۵۲- به ازای کدام مقادیر  $m$ ، نمودار به معادله  $y=mx^2+(m-1)x$  از ناحیه سوم محورهای مختصات نمی‌گذرد؟

- (۱)  $m \leq 1$  (۲)  $0 \leq m \leq 1$  (۳)  $m \geq 1$  (۴)  $1 \leq m \leq 2$

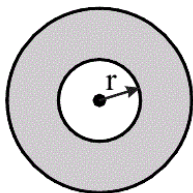
شما پاسخ نداده اید

۵۳- تابع  $f = \{(-1, 2), (7, m^2 - 4m), (m, 6), (2, 5), (7, 5)\}$ ، چند نقطه بالای نیمساز ناحیه اول دارد؟

- (۱) یک نقطه (۲) دو نقطه (۳) سه نقطه (۴) هیچ نقطه‌ای

شما پاسخ نداده اید

۵۴- مساحت حلقه بین دو دایره هم‌مرکز برحسب  $r$ ، که شعاع دایره بزرگ تر  $2r$  باشد، کدام است؟



(۱)  $S(r) = 8\pi r^2$

(۲)  $S(r) = 7\pi r^2$

(۳)  $S(r) = 9\pi r^2$

(۴)  $S(r) = 10\pi r^2$

شما پاسخ نداده اید

۵۵- کدام دو انتقال متوالی، نمودار  $y=x^2+x$  را به نمودار  $y=x^2+2x$  تبدیل می‌کند؟

- (۱)  $\frac{1}{2}$  واحد به چپ و  $\frac{3}{4}$  واحد به پایین (۲)  $\frac{1}{4}$  واحد به راست و  $\frac{3}{4}$  واحد به بالا

- (۳)  $\frac{1}{4}$  واحد به راست و  $\frac{3}{4}$  واحد به پایین (۴)  $\frac{1}{4}$  واحد به چپ و  $\frac{3}{4}$  واحد به بالا

شما پاسخ نداده اید

۵۶- در یک کشور، نوعی اتومبیل در ۴ رنگ (زرد، سبز، سفید و مشکی)، ۳ مدل، ۵ حجم موتور مختلف و دو نوع دنده (اتوماتیک و غیر اتوماتیک) تولید می‌شود. چند نوع از این اتومبیل با رنگ سفید یا مشکی و با دنده اتوماتیک تولید می‌شود؟

- (۱) ۱۵ (۲) ۶۰ (۳) ۱۲۰ (۴) ۳۰

شما پاسخ نداده اید

۵۷- از بین ۵ دانش‌آموز تجربی و ۳ دانش‌آموز ریاضی، به چند طریق می‌توان سه نفر را برای کار در آزمایشگاه انتخاب کرد؛ به طوری که لااقل دو نفر از آن‌ها

دانش‌آموز تجربی باشند؟

۲۵ (۱) ۳۰ (۲) ۳۵ (۳) ۴۰ (۴)

شما پاسخ نداده اید

۵۸- یک تاس آبی و یک تاس قرمز را با هم پرتاب کرده‌ایم و سه پیشامد  $A$ ،  $B$  و  $C$  را به صورت زیر تعریف کرده‌ایم.

$A$ : هر دو تاس فرد باشند.

$B$ : مجموع دو تاس ۶ باشد.

$C$ : تاس آبی مضرب ۳ باشد.

پیشامد  $C - (A \cup B)$  چند عضو دارد؟

۵ (۱) ۶ (۲) ۷ (۳) ۸ (۴)

شما پاسخ نداده اید

۵۹- در کیسه‌ای ۵ مهره با شماره‌های ۱ تا ۵ وجود دارد. این مهره‌ها را به طور تصادفی پی‌درپی و بدون جای‌گذاری خارج می‌کنیم. با کدام احتمال دو مهره با

شماره فرد، متوالیاً خارج نمی‌شوند؟

۰/۱ (۱) ۰/۱۵ (۲) ۰/۲ (۳) ۰/۲۵ (۴)

شما پاسخ نداده اید

۶۰- تعداد تصادفات رانندگی، گروه خونی افراد و میزان آلودگی هوا، به ترتیب از راست به چپ، چه نوع متغیرهای آماری هستند؟

(۱) کمی پیوسته، کیفی اسمی، کمی پیوسته

(۲) کمی گسسته، کیفی ترتیبی، کمی پیوسته

(۳) کمی گسسته، کیفی اسمی، کمی پیوسته

(۴) کمی پیوسته، کیفی ترتیبی، کمی گسسته

شما پاسخ نداده اید

ریاضی، هندسه ۱، - ۱۳۹۷۰۴۲۲

۶۱- نقطه  $A$  به فاصله ۴ سانتی‌متر از نقطه  $B$  قرار دارد. در صفحه چند نقطه وجود دارد که از  $A$  به فاصله ۷

سانتی‌متر و از  $B$  به فاصله ۳ سانتی‌متر باشد؟ (نقاط  $A$  و  $B$  در یک صفحه واقع‌اند.)

۱ (۱) ۲ (۲) ۳ (۳) ۴ (۴)

شما پاسخ نداده اید

۶۲- پاره خط  $AB$  به طول ۶ مفروض است. عمودمنصف  $AB$  را رسم می‌کنیم. از نقطه  $A$  دایره‌ای به شعاع ۵ رسم کرده تا عمودمنصف  $AB$  را در نقاط

$C$  و  $D$  قطع کند. چهارضلعی  $ACBD$  کدام است؟

(۱) مربع به قطر ۶

(۲) لوزی به قطرهای ۵ و ۶

(۳) مستطیل به اضلاع ۵ و ۶

(۴) لوزی به قطرهای ۶ و ۸

شما پاسخ نداده اید

۶۳- چه تعداد از گزاره‌های زیر همواره صحیح است؟

(الف) نقطه همرسی عمودمنصف‌های اضلاع هر مثلث، از سه ضلع آن مثلث به یک فاصله است.

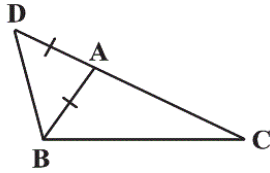
(ب) نقطه همرسی نیمسازهای زاویه‌های داخلی هر مثلث، از سه رأس آن به یک فاصله است.

(ج) نقطه همرسی ارتفاع‌های هر مثلث همواره یا داخل مثلث واقع است یا خارج مثلث.

هیچ (۱) ۱ (۲) ۲ (۳) ۳ (۴)

شما پاسخ نداده اید

۶۴- مطابق شکل، ضلع AC از مثلث ABC را به اندازه ضلع AB ادامه داده‌ایم تا به نقطه D برسیم. کدام گزینه لزوماً صحیح است؟



(۱)  $AC > AB$

(۲)  $BC > AC$

(۳)  $BC > AB$

(۴)  $DC > BC$

شما پاسخ نداده اید

۶۵- در اثبات یک قضیه به روش غیرمستقیم یا برهان خلف از کدام اصل استفاده می‌شود؟

(۱) فرض را درست می‌گیریم و به حکم درست دست می‌یابیم.

(۲) فرض را نادرست می‌گیریم و به حکم نادرست می‌رسیم.

(۳) حکم را نادرست می‌گیریم و با فرض نادرست مواجه می‌شویم.

(۴) حکم را درست می‌گیریم و به فرض درست می‌رسیم.

شما پاسخ نداده اید

۶۶- بنابر رابطه  $\frac{x}{3} = \frac{y}{5} = \frac{z}{4}$ ، حاصل  $\frac{x+y+z}{x}$  کدام است؟

(۴)  $\frac{25}{12}$

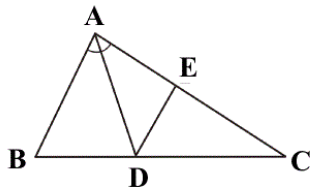
(۳)  $\frac{21}{3}$

(۲)  $\frac{28}{9}$

(۱)  $\frac{25}{3}$

شما پاسخ نداده اید

۶۷- در شکل مقابل،  $\angle A = 60^\circ$ ،  $\angle A = 3\angle C$ ،  $\angle A = 60^\circ$ ،  $AD$  نیم‌ساز زاویه A بوده و  $DE \parallel AB$  می‌باشد. اندازه EC کدام است؟



(۱)  $7/5$

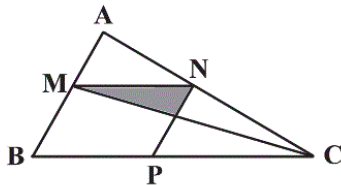
(۲)  $12/5$

(۳)  $13$

(۴)  $15$

شما پاسخ نداده اید

۶۸- در شکل مقابل، اگر  $\frac{MA}{MB} = \frac{2}{3}$ ، آن‌گاه مساحت مثلث سایه زده، چند درصد مساحت متوازی‌الاضلاع BMNP است؟



(۱) ۲۰

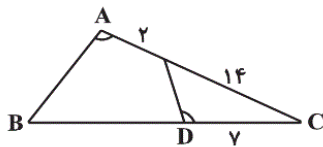
(۲) ۲۴

(۳) ۲۵

(۴) ۳۰

شما پاسخ نداده اید

۶۹- در شکل مقابل، اگر  $\hat{A} = \hat{D}$  باشد، طول BD چند واحد است؟



(۱) ۳۲

(۲) ۲۳

(۳) ۳۰

(۴) ۲۵

شما پاسخ نداده اید

۷۰- در مثلث قائم‌الزاویه ABC ( $\hat{A} = 90^\circ$ )، ارتفاع  $AH = 6$  و اندازه  $CH = 12$  است. مساحت مثلث ABC چند برابر مساحت مثلث ABH است؟

(۴) ۶

(۳) ۵

(۲) ۴

(۱) ۳

شما پاسخ نداده اید

۷۱- در دو مثلث متشابه ABC و  $A'B'C'$ ،  $\frac{AC}{A'C'} = \frac{AB}{A'B'} = 2$  است. اگر AM و  $A'M'$  به ترتیب میان‌های نظیر رئوس A و  $A'$  باشند، نسبت  $\frac{S_{\Delta ABM}}{S_{\Delta A'C'M'}}$  کدام است؟

(۴) ۴

(۳) ۲

(۲) ۱

(۱)  $\frac{1}{2}$

شما پاسخ نداده اید

۷۲- تعداد قطرهای یک چندضلعی محدب از تعداد اضلاع آن ۴۲ واحد بیش تر است، تعداد قطرهای این چندضلعی کدام است؟  
 ۴۵ (۱)      ۴۸ (۲)      ۵۲ (۳)      ۵۴ (۴)

شما پاسخ نداده اید

۷۳- کدام گزاره نادرست است؟

- (۱) متوازی‌الاضلاعی که قطرهای آن برابر باشند، مستطیل است.
- (۲) مستطیلی که قطرهای آن بر هم عمود باشند، لوزی است.
- (۳) هر چهارضلعی که اضلاع آن برابر باشند، لوزی است.
- (۴) هر چهارضلعی که قطرهای آن برابر و عمود باشند، مربع است.

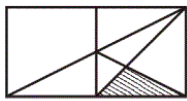
شما پاسخ نداده اید

۷۴- در مثلث متساوی‌الساقین  $ABC$ ،  $AB = AC = ۴$  و  $BC = ۲\sqrt{۷}$  است. ضلع  $AC$  را به اندازه خودش تا نقطه  $D$  امتداد می‌دهیم ( $AD=AC$ ). اندازه  $BD$  کدام است؟

- ۲۷ (۱)       $۲\sqrt{۱۰}$  (۲)      ۶ (۳)      ۷ (۴)

شما پاسخ نداده اید

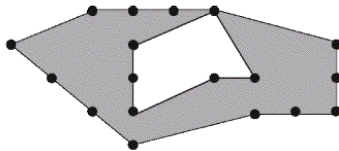
۷۵- در شکل مقابل، دو مربع مساوی کنار هم قرار دارند. مساحت ناحیه هاشورخورده چند برابر مساحت هر مربع است؟



- $\frac{1}{6}$  (۱)       $\frac{1}{9}$  (۲)       $\frac{2}{9}$  (۳)       $\frac{\sqrt{2}}{9}$  (۴)

شما پاسخ نداده اید

۷۶- اختلاف مساحت دو چندضلعی شبکه‌ای زیر برابر  $\frac{۱۶}{۵}$  است. تعداد نقاط درونی چندضلعی بزرگ‌تر، چه قدر از تعداد نقاط درونی چندضلعی کوچک‌تر، بیش تر است؟



- ۵ (۱)      ۶ (۲)      ۱۳ (۳)      ۱۴ (۴)

شما پاسخ نداده اید

۷۷- در یک مکعب، قطر یکی از وجه‌های آن با چند یال مکعب متنافر است؟

- ۴ (۱)      ۶ (۲)      ۸ (۳)      ۱۰ (۴)

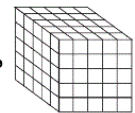
شما پاسخ نداده اید

۷۸- دو صفحه متقاطع  $P$  و  $P'$  بر صفحهٔ سومی عمودند. فصل مشترک دو صفحه  $P$  و  $P'$  با خطی عمود بر صفحهٔ سوم کدام وضع را دارد؟

- (۱) عمود      (۲) متنافر      (۳) موازی      (۴) نامشخص

شما پاسخ نداده اید

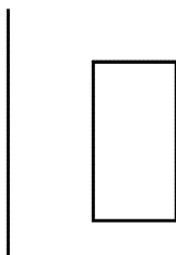
۷۹- مکعب مطابق شکل از مکعب‌های کوچک‌تری به ضلع ۱ واحد تشکیل شده است. حداکثر چند مکعب کوچک را می‌توان از این شکل برداشت تا نمای بالای جسم، نسبت به نمای بالای اولیهٔ آن تغییری نداشته باشد؟



- ۲۵ (۱)      ۷۵ (۲)      ۱۰۰ (۳)      ۱۰۵ (۴)

شما پاسخ نداده اید

۸۰- شکل فضایی حاصل از دوران مستطیل شکل مقابل حول محور داده شده کدام است؟



- (۱) استوانه  
 (۲) نیم‌استوانه  
 (۳) دو استوانه  
 (۴) استوانه‌ای که یک استوانه از آن جدا شده

شما پاسخ نداده اید

۴۱-

(کتاب آبی)

اگر  $A$  مجموعه‌ای نامتناهی و  $B$  مجموعه‌ای متناهی باشد، آنگاه مجموعه  $A - B$  حتماً نامتناهی است.

سعی کنید برای نادرستی گزینه‌های دیگر، مثال بیاورید.

(ریاضی ۱- مجموعه، الگو و دنباله- صفحه‌های ۵ تا ۷)

-----

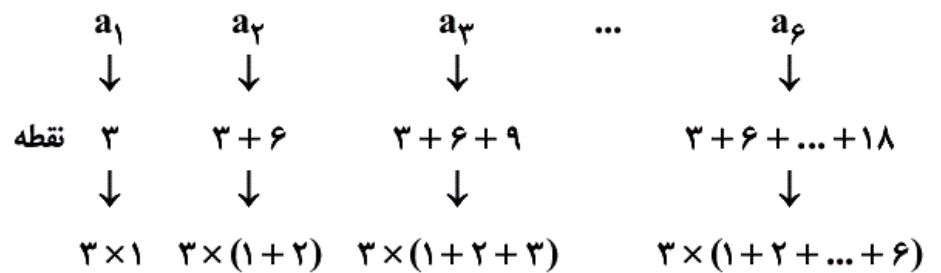
۱                       ۳                       ۲                       ۴

-----

۴۲-

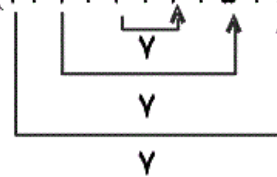
(کتاب آبی)

با توجه به شکل:



بنابراین:

ششم شکل :  $a_6 = 3(1+2+3+4+5+6) = 3 \times 21 = 63$



(ریاضی ۱- مجموعه، الگو و دنباله- صفحه‌های ۱۴ تا ۲۰)

-----

۴                       ۳                       ۲                       ۱

-----

برای محاسبه قدر نسبت می‌توانیم دو تساوی داده شده در صورت سوال را به هم تقسیم کنیم تا  $t_3$  حذف شود.

$$\frac{t_3 t_5}{t_1 t_3} = \frac{16}{4} \Rightarrow \frac{t_5}{t_1} = \frac{t_1 r^4}{t_1} = 4$$

$$\Rightarrow r^2 = 2 \Rightarrow r = \pm\sqrt{2}$$

حال از رابطه  $t_1 t_3 = 4$  می‌توانیم  $t_1$  را بدست آوریم.

$$t_1 t_3 = 4 \Rightarrow t_1 (t_1 r^2) = 4 \Rightarrow t_1^2 (\pm\sqrt{2})^2 = 4$$

$$\Rightarrow 2t_1^2 = 4 \Rightarrow t_1 = \pm\sqrt{2}$$

بنابراین  $\frac{t_1}{r}$  یکی از مقادیر  $\pm 1$  است.

(ریاضی ۱- مجموعه، الگو و دنباله- صفحه‌های ۲۵ تا ۲۷)

 ۴

 ۳

 ۲

 ۱

با توجه به شکل، طول مجسمه برابر اندازه DC است.

$$\text{ACB در مثلث} : \tan 45^\circ = \frac{AC}{AB} \Rightarrow 1 = \frac{AC}{35}$$

$$\Rightarrow AC = 35$$

از طرفی:

$$\text{ABD در مثلث} : \tan 40^\circ = \frac{AD}{AB}$$

$$\Rightarrow 0.8 = \frac{AD}{35} \Rightarrow AD = 28$$

$$\Rightarrow \text{طول مجسمه} : DC = AC - AD = 35 - 28 = 7$$

(ریاضی ۱- مثلثات- صفحه‌های ۲۹ تا ۳۵)

 ۴

 ۳

 ۲

 ۱



(کتاب آبی)

$\sin \alpha \cos \alpha$  مثبت است، پس  $\sin \alpha$  و  $\cos \alpha$  هم علامت‌اند، بنابراین زاویه  $\alpha$  می‌تواند در ناحیه اول یا سوم قرار بگیرد. از طرفی  $\cos \alpha \tan \alpha$  منفی است، پس  $\cos \alpha$  و  $\tan \alpha$  مختلف‌العلامت هستند، بنابراین زاویه  $\alpha$  می‌تواند در ناحیه سوم یا چهارم قرار گیرد. برای آن‌که هر دو نامساوی برقرار شود باید زاویه  $\alpha$  در ناحیه سوم قرار داشته باشد.

(ریاضی ۱- مثلثات- صفحه‌های ۳۶ تا ۳۹)

۴

۳ ✓

۲

۱

(کتاب آبی)

$$\underbrace{\sin^4 \theta - \cos^4 \theta}_{\text{اتحاد مزدوج}} + \frac{1}{1 + \tan^2 \theta}$$

$$= (\sin^2 \theta - \cos^2 \theta) \underbrace{(\sin^2 \theta + \cos^2 \theta)}_1 + \frac{1}{\cos^2 \theta}$$

$$= \sin^2 \theta - \cos^2 \theta + \cos^2 \theta = \sin^2 \theta = 1 - \cos^2 \theta$$

بنابراین از آن‌جایی که  $\cos \theta = \frac{\sqrt{3}}{3}$  است، پس:

$$1 - \cos^2 \theta = 1 - \left(\frac{\sqrt{3}}{3}\right)^2 = 1 - \frac{3}{9} = 1 - \frac{1}{3} = \frac{2}{3}$$

(ریاضی ۱- مثلثات- صفحه‌های ۴۲ تا ۴۶)

۴ ✓

۳

۲

۱

(کتاب آبی)

باید تعیین کنیم  $\sqrt[4]{37}$  بین کدام دو عدد صحیح متوالی قرار دارد.

$$2 = \sqrt[4]{16} < \sqrt[4]{37} < \sqrt[4]{81} = 3 \Rightarrow 2 < \sqrt[4]{37} < 3$$

$$\Rightarrow a + b = 5$$

(ریاضی ۱- توان‌های گویا و عبارت‌های پیری- صفحه‌های ۴۸ تا ۵۳)

۴

۳

۲ ✓

۱

(کتاب آبی)

$$\sqrt[3]{A} = (2 - \sqrt{3})^{\frac{2}{3}} (2 + \sqrt{3})^{\frac{4}{3}} \sqrt[3]{\sqrt{2}}$$

توجه کنید:

$$2 + \sqrt{3} = (2 - \sqrt{3})^{-1} \quad \text{پس} \quad (2 - \sqrt{3})(2 + \sqrt{3}) = 1$$

در نتیجه:

$$\begin{aligned} \sqrt[3]{A} &= (2 - \sqrt{3})^{\frac{2}{3}} ((2 - \sqrt{3})^{-1})^{\frac{4}{3}} \sqrt[3]{\sqrt{2}} \\ &= \left( (2 - \sqrt{3})^{\frac{2}{3}} (2 - \sqrt{3})^{-\frac{4}{3}} \right)^{\frac{1}{3}} = (2 - \sqrt{3})^{\frac{2}{3} - \frac{4}{3}} \frac{1}{\sqrt[3]{2}} \\ &= (2 - \sqrt{3})^{\frac{1}{3}} (2)^{\frac{1}{6}} = (4 - 2\sqrt{3})^{\frac{1}{6}} = (3 + 1 - 2\sqrt{3})^{\frac{1}{6}} \\ &= ((\sqrt{3} - 1)^2)^{\frac{1}{6}} = (\sqrt{3} - 1)^{\frac{1}{3}} \Rightarrow A = \sqrt{3} - 1 \end{aligned}$$

(ریاضی ۱- توان‌های گویا و عبارت‌های پیروی - صفحه‌های ۵۴ تا ۶۱)

۴

۳

۲

۱ ✓

(کتاب آبی)

$$\begin{aligned} &\underbrace{(x+1)(x^2 - x + 1)} - \underbrace{(x-1)(x^2 + x + 1)} \\ &(x^3 + 1) - (x^3 - 1) = 2 \end{aligned}$$

(ریاضی ۱- توان‌های گویا و عبارت‌های پیروی - صفحه‌های ۶۲ تا ۶۵)

۴

۳

۲ ✓

۱

(کتاب آبی)

در این معادله، مبین معادله  $\Delta = (2\sqrt{5})^2 - 4 \times 5 = 0$  است، چون مبین معادله صفر است، ریشه‌ها برابرند و  $x' = x'' = \frac{-b}{2a} = -\sqrt{5}$  پس هر کدام از ریشه‌ها گنگ هستند.

(ریاضی ۱- معادله‌ها و نامعادله‌ها - صفحه‌های ۷۰ تا ۷۷)

۴

۳

۲ ✓

۱

(کتاب آبی)

معادله محور تقارن سهمی  $y = ax^2 + bx + c$  از فرمول  $x = -\frac{b}{2a}$

به دست می آید.

$$x = -\frac{1}{2(a-1)} = 2 \Rightarrow a - 1 = -\frac{1}{4}$$

$$\Rightarrow y = -\frac{1}{4}x^2 + x + 3$$

در تلاقی با محور  $x$  ها،  $y = 0$  است، پس:

$$y = 0 \Rightarrow -\frac{1}{4}x^2 + x + 3 = 0$$

$$\Rightarrow x^2 - 4x - 12 = 0 \Rightarrow (x-6)(x+2) = 0 \Rightarrow \begin{cases} x = 6 \\ x = -2 \end{cases}$$

پس سهمی در نقطه‌ای به طول مثبت ۶ محور  $x$  ها را قطع می کند.

(ریاضی ۱- معادله‌ها و نامعادله‌ها - صفحه‌های ۷۰ تا ۸۲)

[۴] ✓

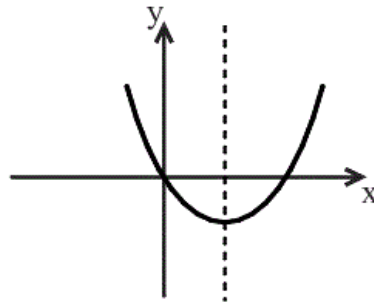
[۳]

[۲]

[۱]

(کتاب آبی)

نمودار از مبدأ گذشته (نقطه  $(0, 0)$ ) در آن صدق می کند. و از ناحیه سوم عبور نمی کند، بنابراین نمودار تقریبی آن، به صورت زیر خواهد بود.

سهمی رو به بالا باز می شود، پس ضریب  $x^2$  مثبت است. در نتیجه:

$$m > 0 \quad (1)$$

از طرفی محور تقارن آن نامنفی است، لذا:

$$x = -\frac{b}{2a} \geq 0 \Rightarrow -\frac{m-1}{2m} \geq 0 \Rightarrow \frac{m-1}{2m} \leq 0$$

$$\Rightarrow 0 < m \leq 1 \quad (2)$$

از اشتراک (۱) و (۲) مجموعه مقادیر  $m$  برابر است با:

$$\xrightarrow{(1) \cap (2)} 0 < m \leq 1$$

اما به ازای  $m = 0$  منحنی به خط  $y = -x$  تبدیل می شود که از ناحیه سوم عبور نمی کند پس مجموعه مقادیر  $m$  به صورت  $0 \leq m \leq 1$  خواهد بود.

(ریاضی ۱- معادله‌ها و نامعادله‌ها - صفحه‌های ۷۸ تا ۹۳)

(کتاب آبی)

در یک تابع اگر، دو زوج مرتب با مؤلفه‌های اول برابر وجود داشته باشد، مؤلفه‌های دوم آن زوج مرتب‌ها نیز برابرند، پس:

$$(7, m^2 - 4m) = (7, 5) \Rightarrow m^2 - 4m = 5$$

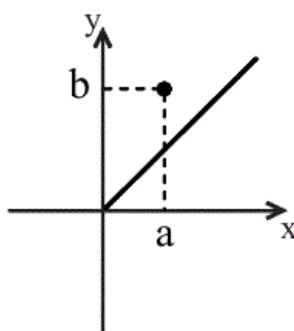
$$\Rightarrow m^2 - 4m - 5 = 0 \Rightarrow (m - 5)(m + 1) = 0$$

$$\Rightarrow \begin{cases} m = -1 \\ m = 5 \end{cases}$$

به ازای  $m = -1$  دو زوج مرتب  $(-1, 2)$  و  $(-1, 6)$  را خواهیم داشت که شرط تابع بودن را برآورده نمی‌کنند، پس  $m = 5$  قابل قبول است. بنابراین:

$$f = \{(-1, 2), (7, 5), (5, 6), (2, 5)\}$$

اگر نقطه  $(a, b)$  بالای نیم‌ساز ناحیه اول باشد، آنگاه:



الف)  $a$  و  $b$  مثبت‌اند.

ب)  $a < b$ .

بنابراین تنها دو نقطه  $(2, 5)$  و  $(5, 6)$  این شرایط را دارند.

(ریاضی ۱- تابع - صفحه‌های ۹۵ تا ۱۰۰)

 ۴

 ۳

 ۲

 ۱

(کتاب آبی)

از آنجایی که مساحت دایره  $S = \pi R^2$  است، پس مساحت حلقه، اختلاف مساحت دایره به شعاع  $3r$  و دایره به شعاع  $r$  است. پس:

$$S(r) = S_2 - S_1 = \pi(3r)^2 - \pi(r)^2 = 8\pi r^2$$

(ریاضی ۱- تابع - صفحه‌های ۱۰۹ و ۱۱۶)

 ۴

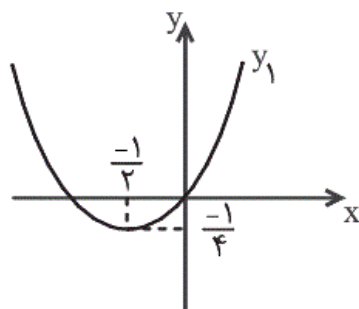
 ۳

 ۲

 ۱

با استفاده از نمودار تابع با ضابطه  $y = x^2$  و تبدیل نمودارها خواهیم

$$\begin{cases} y_1 = x^2 + x = \left(x + \frac{1}{2}\right)^2 - \frac{1}{4} \\ y_2 = x^2 + 2x = (x+1)^2 - 1 \end{cases} \quad \text{داشت:}$$

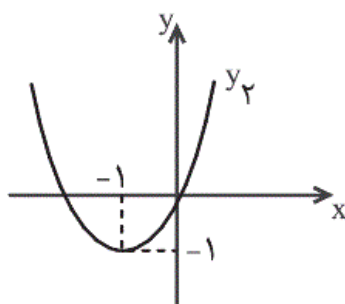


بنابراین برای رسم نمودار تابع  $y_1$ ،

کافی است نمودار تابع  $y = x^2$  را

واحد به چپ و سپس  $\frac{1}{4}$  واحد  $\left(\frac{1}{2}\right)$

به پایین انتقال دهیم.



به طریق مشابه، برای رسم نمودار تابع

$y_2 = x^2 + 2x$ ، کافی است نمودار

تابع  $y = x^2$  را ۱ واحد به چپ و سپس

۱ واحد به پایین انتقال دهیم.

بنابراین اگر بخواهیم نمودار  $y_1 = x^2 + x$  را به  $y_2 = x^2 + 2x$  تبدیل

کنیم باید نمودار  $y_1$   $\left(\frac{1}{2}\right)$  واحد به چپ و سپس  $\frac{3}{4}$  واحد به پایین انتقال

یابد.

(ریاضی ۱- تابع - صفحه‌های ۱۱۳ تا ۱۱۷)

۴

۳

۲

۱ ✓

برای رنگ‌ها، دو حالت (سفید یا مشکی) انتخاب داریم. برای مدل ۳

حالت، برای حجم موتور ۵ حالت و برای دنده تنها یک حالت (اتوماتیک)

انتخاب داریم. بنابراین:

$$\text{تعداد کل حالات} = 2 \times 3 \times 5 \times 1 = 30$$

(ریاضی ۱- شمارش، بدون شمردن - صفحه‌های ۱۱۹ تا ۱۲۶)

۴ ✓

۳

۲

۱

طبق اصل جمع، تعداد حالت‌های مورد نظر برابر است با:

$$N_1 + N_2 = \binom{5}{2} \binom{3}{1} + \binom{5}{3} \binom{3}{0} = 10 \times 3 + 10 \times 1 = 40$$

(ریاضی ۱- شمارش، بدون شمردن - صفحه‌های ۱۳۳ تا ۱۴۰)

ابتدا پیشامد  $A \cup B$  را مشخص می‌کنیم. فرض کنید در هر زوج مرتب، ابتدا نتیجه تاس آبی نوشته شده است:

$$A \cup B = \{(1,1), (1,3), (3,1), (1,5), (5,1), (2,4), (4,2), (3,3), (3,5), (5,3), (5,5)\}$$

در میان یازده عضو پیشامد  $A \cup B$ ، در سه عضوی که زیر آنها خط کشیده شده است، تاس آبی مضرب سه است؛ پس برای به‌دست آوردن  $(A \cup B) - C$ ، باید این سه عضو را از  $A \cup B$  حذف کنیم. بنابراین پیشامد مورد نظر هشت عضو دارد.

(ریاضی ۱- آمار و احتمال - صفحه‌های ۱۳۲ تا ۱۳۶)

 ۴

 ۳

 ۲

 ۱

اگر هیچ شرطی اعمال نشود، برای خارج کردن مهره اول، پنج حالت، مهره دوم، چهار حالت، مهره سوم، سه حالت، مهره چهارم، دو حالت و برای خارج کردن مهره پنجم یک حالت وجود دارد. پس با توجه به اصل ضرب، فضای نمونه‌ای در این سؤال  $n(S) = 5!$  عضو دارد.

برای آنکه دو مهره با شماره فرد بطور متوالی خارج نشوند، باید مهره‌ها بصورت یک در میان فرد و زوج خارج شوند، توجه کنید که مهره اول نمی‌تواند زوج باشد، زیرا در اینصورت قطعاً دو مهره آخر فرد خواهند بود، بنابراین مهره اول باید فرد باشد و برای آن سه حالت وجود دارد، مهره دوم باید زوج باشد و برای آن دو حالت وجود دارد، مهره سوم باید فرد باشد و برای آن دو حالت (یکی از فردها در انتخاب اول خارج شده است) و در نتیجه برای مهره‌های چهارم و پنجم فقط یک حالت مطلوب امکان‌پذیر است؛ پس اگر پیشامد مطلوب را  $A$  بنامیم، طبق اصل ضرب  $n(A) = 3 \times 2 \times 2 \times 1 \times 1$

$$\Rightarrow P(A) = \frac{3 \times 2 \times 2 \times 1 \times 1}{5!} = \frac{12}{120} = \frac{1}{10} = 0.1$$

(ریاضی ۱- ترکیبی - صفحه‌های ۱۱۹ تا ۱۳۲ و ۱۳۶ تا ۱۵۱)

 ۴

 ۳

 ۲

 ۱

تعداد تصادفات رانندگی، متغیر کمی گسسته؛ گروه خونی افراد، متغیر کیفی اسمی و میزان آلودگی هوا، متغیر کمی پیوسته است.

(ریاضی ۱- آمار و احتمال - صفحه‌های ۱۶۲ تا ۱۷۰)

 ۴

 ۳

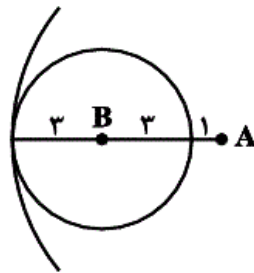
 ۲

 ۱

۶۱-

(کتاب آبی)

نقطه مشترک دو دایره یکی به مرکز  $A$  و به شعاع ۷ سانتی متر و دیگری به مرکز  $B$  و شعاع ۳ سانتی متر، نقطه مطلوب مسأله است. لذا بنا بر شکل، مسأله تنها ۱ جواب دارد.



(هندسه ۱- ترسیم‌های هندسی و استدلال- صفحه‌های ۱۰ و ۱۱)

۴

۳

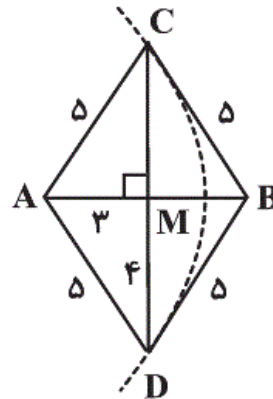
۲

۱

۶۲-

(کتاب آبی)

مطابق شکل، چون  $C$  و  $D$  روی عمودمنصف  $AB$  می‌باشند، پس  $AC = BC = ۵$  و  $AD = BD = ۵$  می‌باشد.



به کمک قضیه فیثاغورس در مثلث‌های قائم‌الزاویه، مقدار  $MC = MD = ۴$  می‌باشد. چون قطرهای عمودمنصف یکدیگرند، پس یک لوزی به اقطار ۶ و ۸ و ضلع ۵ داریم.

(هندسه ۱- ترسیم‌های هندسی و استدلال- صفحه‌های ۱۰ تا ۱۴)

۴

۳

۲

۱

۶۳-

(کتاب آبی)

الف) نقطه هم‌رسی عمودمنصف‌های هر مثلث، از سه رأس آن مثلث به یک فاصله است.

ب) نقطه هم‌رسی نیمسازهای زاویه‌های داخلی هر مثلث، از سه ضلع آن به یک فاصله است.

به عنوان مثال نقض برای گزاره (ج)، مثلث قائم‌الزاویه را در نظر بگیرید که نقطه هم‌رسی ارتفاع‌ها، رأس قائمه آن می‌باشد که روی مثلث است.

(هندسه ۱- ترسیم‌های هندسی و استدلال- صفحه‌های ۱۷ تا ۲۷)

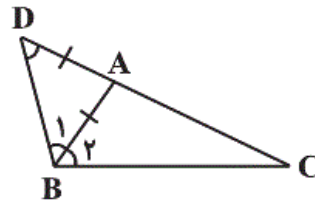
۴

۳

۲

۱

(کتاب آبی)



$$AD = AB \Rightarrow \hat{D} = \hat{B}_1$$

$$\Rightarrow \hat{D} < \hat{B}_1 + \hat{B}_2$$

$$\Rightarrow \triangle BCD : BC < DC$$

(هندسه ۱- ترسیم‌های هندسی و استدلال- صفحه‌های ۱۷ تا ۲۷)

۴ ✓

۳

۲

۱

(کتاب آبی)

مراحل اثبات غیرمستقیم یا برهان خلف (صفحه ۲۴ کتاب درسی)

(هندسه ۱- ترسیم‌های هندسی و استدلال- صفحه ۲۴)

۴

۳ ✓

۲

۱

(کتاب آبی)

راه حل اول:

$$\frac{x}{3} = \frac{y}{5} = \frac{3z}{4} \Rightarrow \frac{x}{3} = \frac{y}{5} = \frac{z}{\frac{4}{3}}$$

$$\Rightarrow \frac{x}{3} = \frac{x+y+z}{3+5+\frac{4}{3}} = \frac{x+y+z}{\frac{28}{3}}$$

$$\Rightarrow \frac{x+y+z}{x} = \frac{\frac{28}{3}}{3} = \frac{28}{9}$$

راه حل دوم:

$$\frac{x}{3} = \frac{y}{5} = \frac{3z}{4} \Rightarrow \begin{cases} \frac{x}{3} = \frac{y}{5} \Rightarrow y = \frac{5}{3}x \\ \frac{x}{3} = \frac{3z}{4} \Rightarrow z = \frac{4}{9}x \end{cases}$$

$$\Rightarrow \frac{x+y+z}{x} = \frac{x + \frac{5}{3}x + \frac{4}{9}x}{x} = \frac{28}{9}$$

(هندسه ۱- قضیه تالس، تشابه و کاربردهای آن- صفحه‌های ۳۰ تا ۳۳)

۴

۳

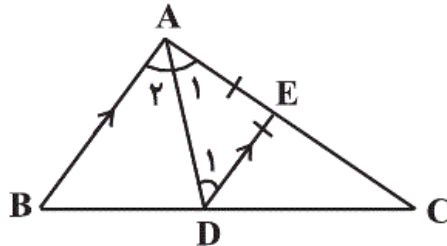
۲ ✓

۱



(کتاب آبی با کمی تغییر)

چون  $AD$  نیمساز است، پس  $\hat{A}_1 = \hat{A}_2$  و چون  $AB \parallel DE$  و  $AD$  مورب است، در نتیجه  $\hat{A}_2 = \hat{D}_1$  و می‌توان گفت که  $\hat{A}_1 = \hat{D}_1$ . در نتیجه مثلث  $ADE$  متساوی‌الساقین است و  $AE = DE$ . از طرفی با فرض اول مسأله معلوم می‌شود که  $AB = 12$  و  $AC = 20$ . حال طبق قضیه تالس داریم:



$$DE \parallel AB \Rightarrow \frac{EC}{AC} = \frac{DE}{AB} \xrightarrow{DE=AE} \frac{EC}{AC} = \frac{AE}{AB}$$

$$\Rightarrow \frac{EC}{AC} = \frac{AC - EC}{AB} \Rightarrow \frac{EC}{20} = \frac{20 - EC}{12}$$

$$\Rightarrow \frac{EC}{5} = \frac{20 - EC}{3} \Rightarrow 100 - 5EC = 3EC$$

$$\Rightarrow 8EC = 100 \Rightarrow EC = 12.5$$

(هندسه ۱- قضیه تالس، تشابه و کاربردهای آن- صفحه‌های ۳۴ تا ۳۷)

۴

۳

۲✓

۱

چون NP با AB موازی است، بنابراین فاصله بین دو خط ثابت است، یعنی:  $NH = MH'$ .

به عبارتی ارتفاع مثلث OMN و متوازی الاضلاع BMNP با هم برابرند. در نتیجه نسبت مساحت‌های آنها برابر است با:

$$\frac{S(\triangle OMN)}{S(\triangle BMNP)} = \frac{\frac{1}{2} ON \times MH'}{BM \times MH'} = \frac{1}{2} \left( \frac{ON}{BM} \right) \quad (*)$$

$$ON \parallel AM \xrightarrow{\triangle AMC} \frac{NC}{AC} = \frac{ON}{AM} \quad (**)$$

طبق فرض  $\frac{MA}{MB} = \frac{2}{3}$  و از این که  $MN \parallel BC$  نتیجه می‌شود که

$$\frac{AN}{NC} = \frac{MA}{MB} = \frac{2}{3}$$

پس می‌توان در نظر گرفت  $AN = 2x$  و  $NC = 3x$ ،  $MA = 2y$  و  $MB = 3y$ ، بنابراین:

$$(**) \Rightarrow \frac{3x}{5x} = \frac{ON}{2y} \Rightarrow ON = \frac{6}{5}y$$

$$(*) \Rightarrow \frac{S(\triangle OMN)}{S(\triangle BMNP)} = \frac{1}{2} \left( \frac{ON}{BM} \right) = \frac{1}{2} \left( \frac{\frac{6}{5}y}{3y} \right) = \frac{1}{5} = 20\%$$

(هندسه ۱- قضیه تالس، تشابه و کاربردهای آن - صفحه‌های ۳۴ تا ۳۷)

۴

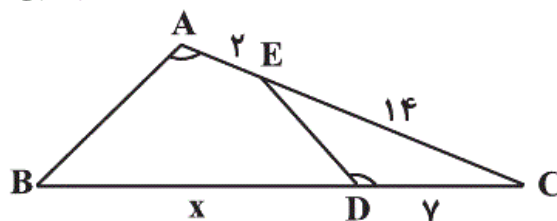
۳

۲

۱ ✓

(کتاب آبی)

-۶۹



$$\left\{ \begin{array}{l} \hat{D} = \hat{A} \\ \hat{C} = \hat{C} \end{array} \right. \xrightarrow{\text{تساوی زاویه‌ها}} \triangle ABC \sim \triangle DEC$$

$$\Rightarrow \frac{BC}{EC} = \frac{AC}{DC} \Rightarrow \frac{7+x}{14} = \frac{14}{7} \Rightarrow \frac{7+x}{2} = 14$$

$$\Rightarrow 7+x = 32 \Rightarrow x = 25$$

(هندسه ۱- قضیه تالس، تشابه و کاربردهای آن - صفحه‌های ۳۸ تا ۴۱)

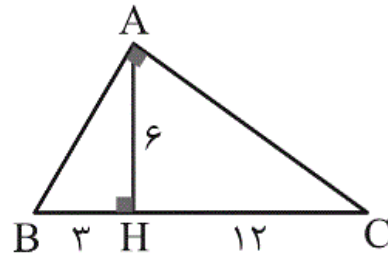
۴ ✓

۳

۲

۱

(کتاب آبی)



$$\frac{\frac{\Delta}{2} AH \times BC}{\frac{\Delta}{2} AH \times BH} = \frac{BC}{BH} \quad (*)$$

از طرفی:  $AH^2 = BH \times CH \Rightarrow 6^2 = BH \times 12 \Rightarrow BH = 3$   
 $\Rightarrow BC = BH + CH = 3 + 12 = 15$

$$\xrightarrow{(*)} \frac{\frac{\Delta}{2} S(ABC)}{\frac{\Delta}{2} S(ABH)} = \frac{BC}{BH} = \frac{15}{3} = 5$$

(هندسه ۱- قضیه تالس، تشابه و کاربردهای آن- صفحه‌های ۴۱ تا ۴۴)

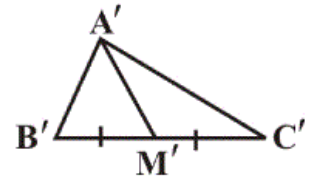
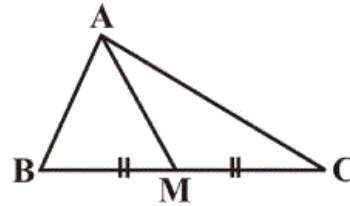
۴

۳ ✓

۲

۱

از فصل ۲ می‌دانیم که با رسم میانه هر مثلث، دو مثلث هم مساحت ایجاد می‌شود که مساحت هر یک، نصف مساحت مثلث اولیه است. یعنی در دو شکل زیر می‌توان نوشت:



$$\begin{cases} S(\triangle ABM) = \frac{1}{2} S(\triangle ABC) \\ S(\triangle A'C'M') = \frac{1}{2} S(\triangle A'B'C') \end{cases}$$

$$\frac{S(\triangle ABM)}{S(\triangle A'C'M')} = \frac{\frac{1}{2} S(\triangle ABC)}{\frac{1}{2} S(\triangle A'B'C')} = \frac{S(\triangle ABC)}{S(\triangle A'B'C')}$$

پس:

یعنی به جای  $\frac{S(\triangle ABC)}{S(\triangle A'B'C')}$  می‌توانیم  $\frac{S(\triangle ABM)}{S(\triangle A'C'M')}$  را محاسبه کنیم.

می‌دانیم که در دو مثلث متشابه، نسبت مساحت‌ها، برابر با مجذور نسبت تشابه است. بنابراین از  $\frac{AC}{A'C'} = \frac{AB}{A'B'} = 2$ ، می‌توان نتیجه گرفت که

$$\frac{S(\triangle ABC)}{S(\triangle A'B'C')} = 2^2 = 4$$

(هندسه ۱- قضیه تالس، تشابه و کاربردهای آن - صفحه‌های ۴۵ تا ۴۹)

۴ ✓

۳

۲

۱

(کتاب آبی)

تعداد قطرهای هر  $n$  ضلعی محدب، برابر با  $\frac{n(n-3)}{2}$  است، پس طبق فرض مسأله، داریم:

$$\frac{n(n-3)}{2} = n + 42 \Rightarrow n(n-3) = 2(n+42)$$

$$\Rightarrow n^2 - 3n = 2n + 84 \Rightarrow n^2 - 5n - 84 = 0$$

$$\Rightarrow (n-12)(n+7) = 0$$

$$\Rightarrow \begin{cases} n = 12 & \text{قابل قبول} \\ n = -7 & \text{غیرقابل قبول} \end{cases} \Rightarrow \text{تعداد قطرها} = \frac{12 \times (12-3)}{2} = 54$$

(هنرسه ۱- هندسه - صفحه‌های ۵۳ و ۵۵)

۴ ✓

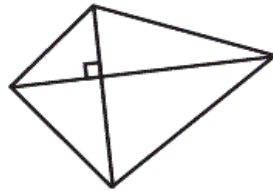
۳

۲

۱

(کتاب آبی)

هر چهارضلعی که قطرهای آن برابر و عمود بر هم باشند، لزوماً مربع نیست. مانند شکل روبه‌رو:



(هنرسه ۱- هندسه - صفحه‌های ۵۶ تا ۶۵)

۴ ✓

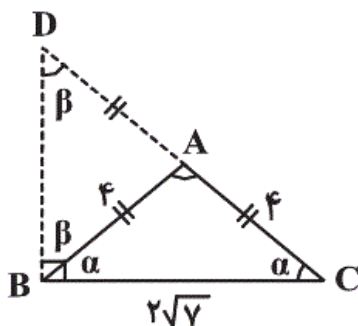
۳

۲

۱

مطابق شکل زیر، با امتداد ضلع AC به اندازه خودش تا نقطه D، مثلث DBC به دست می آید.

راه اول:



$$\hat{A} + \hat{B} + \hat{C} = 180^\circ$$

$$\Rightarrow \hat{A} + \alpha + \alpha = 180^\circ$$

$$\Rightarrow \hat{A} = 180^\circ - 2\alpha \quad \text{(I)}$$

زاویه A برای مثلث متساوی الساقین ADB، زاویه خارجی است. پس:

$$\hat{A} = \beta + \beta \Rightarrow \hat{A} = 2\beta \quad \text{(II)}$$

$$\xrightarrow{\text{(I),(II)}} 180^\circ - 2\alpha = 2\beta \Rightarrow \alpha + \beta = 90^\circ$$

پس مثلث DBC در رأس B قائم الزاویه است.

$$\Delta \text{ DBC در فیثاغورس: } BD^2 = DC^2 - BC^2$$

$$\Rightarrow DB = \sqrt{8^2 - (2\sqrt{7})^2} = 6$$

راه دوم: برای اثبات قائم الزاویه بودن مثلث DBC می توان گفت از آن جا که طول میانه BA، نصف طول ضلع CD است، پس مثلث در رأس B قائم الزاویه است.

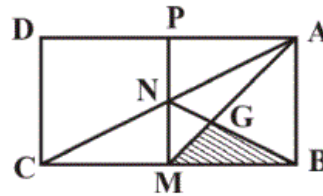
(هندسه ۱- چندضلعی ها- صفحه های ۶۰ و ۶۳)

۴

۳ ✓

۲

۱



با توجه به شکل،  $MP$  موازی  $AB$  و  $CD$  و به فاصله یکسان از آن‌هاست، پس با توجه به قضیه تالس برای مثلث  $ABC$  می‌توان نتیجه گرفت که  $M$  و  $N$  وسط اضلاع  $BC$  و  $AC$  هستند. در مثلث  $ABC$ ،  $AM$  و  $BN$  میانه‌های وارد بر اضلاع  $BC$  و  $AC$  هستند که در نقطه  $G$  (مرکز ثقل مثلث)، متقاطع‌اند.

می‌دانیم که سه میانه مثلث در مرکز ثقل مثلث هم‌رسند، طوری که مثلث را به شش مثلث هم‌مساحت تقسیم می‌کنند، پس:

$$S(\triangle BGM) = \frac{1}{6} S(\triangle ABC) \quad (*)$$

از طرفی واضح است که مساحت مثلث  $ABC$  برابر مساحت یکی از مربع‌های کوچک است، پس از نتیجه  $(*)$  نتیجه می‌شود که مساحت ناحیه هاشورخورده،  $\frac{1}{6}$  مساحت یک مربع است.

(هندسه ۱- پنر ضلعی‌ها- صفحه‌های ۶۵ تا ۶۸)

۴

۳

۲

۱ ✓

$$\Rightarrow 16/5 = i - i' + \frac{13}{2} - \frac{6}{2}$$

$$\Rightarrow 16/5 = i - i' + 3/5 \Rightarrow i - i' = 13$$

(هندسه ۱- پنر ضلعی‌ها- صفحه‌های ۶۹ تا ۷۳)

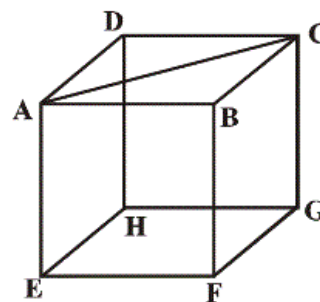
۴

۳ ✓

۲

۱

(کتاب آبی)



-۷۷  
مطابق شکل مقابل، قطر  $AC$  با یال‌های  $BH$ ،  $DH$ ،  $GH$ ،  $EF$  و  $FG$  متناظر است.

(هندسه ۱- تجسم فضایی- صفحه‌های ۷۸ تا ۸۲)

۴

۳

۲ ✓

۱

-۷۸

(کتاب آبی)

اولاً: داریم  $P \perp Q$  و  $P' \perp Q$ ، پس فصل مشترک  $P$  و  $P'$  (خط  $d$ ) نیز بر  $Q$  عمود است.

ثانیاً: خط  $\Delta$  نیز بر صفحه  $Q$  عمود است، بنابراین داریم:

$$d \perp Q, \Delta \perp Q \Rightarrow d \parallel \Delta$$

(هندسه ۱- تقسم فضایی - صفحه‌های ۸۳ تا ۸۶)

۴

۳

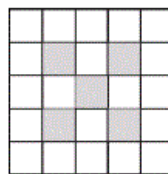
۲

۱

-۷۹

(کتاب آبی)

شکل زیر، نمای بالای اولیه جسم است. واضح است که با برداشتن ۴ ردیف بالایی مکعب‌ها (هر ردیف شامل  $5 \times 5$  مکعب است)، همین نما از بالا دیده می‌شود.



با کمی دقت مشخص می‌شود که با برداشتن مکعب‌هایی که رنگ شده‌اند، بازهم تغییری در نمای بالا ایجاد نخواهد شد. بنابراین حداکثر تعداد مکعب‌های قابل برداشتن برابر است با:

$$4 \times 5 \times 5 + 5 = 105$$

(هندسه ۱- تقسم فضایی - صفحه‌های ۸۷ تا ۹۱)

۴

۳

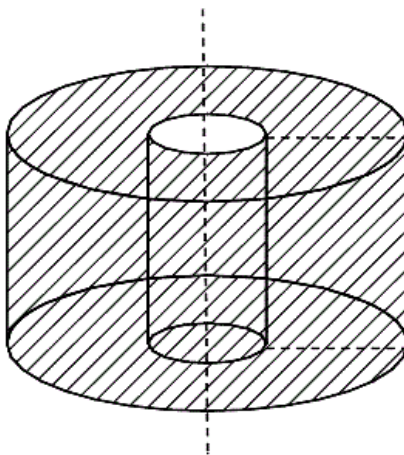
۲

۱

-۸۰

(کتاب آبی)

شکل فضایی ایجاد شده مطابق شکل زیر، استوانه‌ای است که درون آن یک استوانه خالی است.



(هندسه ۱- تقسم فضایی - صفحه‌های ۹۵ و ۹۶)

۴

۳

۲

۱