



سایت ویژه ریاضیات www.riazisara.ir

درسنامه ها و جزوه های ریاضی

سوالات و پاسخنامه تشریحی کنکور

نمونه سوالات امتحانات ریاضی

نرم افزارهای ریاضیات

...

کانال سایت ریاضی سرا در تلگرام:

<https://t.me/riazisara>



(@riazisara)

۲۶- ریشه‌های کدام معادله، از معکوس ریشه‌های معادله‌ی درجه دوم $2x^2 - 3x - 1 = 0$ ، یک واحد کمتر است؟

(۱) $x^2 - 3x + 1 = 0$ (۲) $x^2 + 3x + 1 = 0$ (۳) $x^2 - 5x + 2 = 0$ (۴) $x^2 + 5x + 2 = 0$

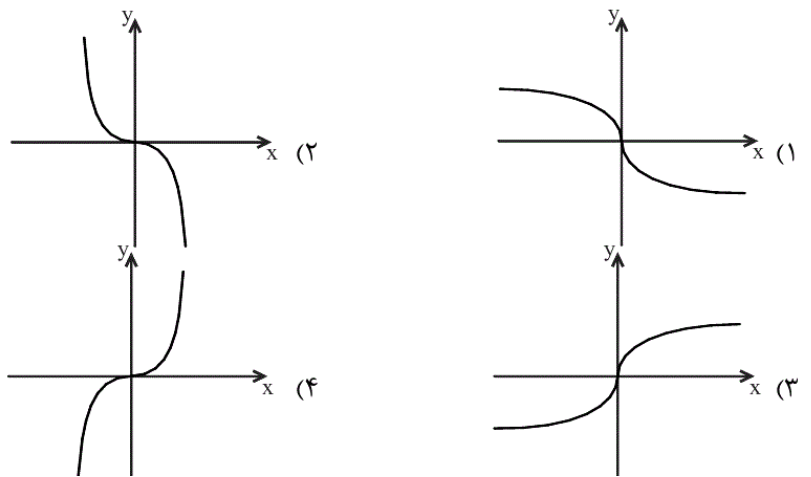
شما پاسخ نداده اید

۲۷- دایره‌ای از دو نقطه‌ی $(0, 1)$ و $(3, 0)$ گذشته و معادله‌ی یک قطر آن به صورت $x - y = 2$ است. شعاع این دایره کدام است؟

(۱) $\sqrt{2}$ (۲) ۲ (۳) $\sqrt{5}$ (۴) ۳

شما پاسخ نداده اید

۲۸- اگر $f(x) = x|x|$ ، آنگاه نمودار تابع $y = f^{-1}(x)$ کدام است؟



شما پاسخ نداده اید

۲۹- حاصل عبارت $\frac{\cos 285^\circ - \sin 255^\circ}{\sin 225^\circ - \sin 105^\circ}$ ، با فرض $\tan 15^\circ = 0/28$ ، کدام است؟

(۱) $-\frac{16}{9}$ (۲) $-\frac{9}{16}$ (۳) $\frac{9}{16}$ (۴) $\frac{16}{9}$

شما پاسخ نداده اید

۳۰- اگر $\log 5 = 3k$ ، آنگاه $\log \sqrt[3]{1/6}$ کدام است؟

(۱) $1 - 4k$ (۲) $2 - 5k$ (۳) $1 - 2k$ (۴) $1 - k$

شما پاسخ نداده اید

۳۱- در دوزنقه‌ای اندازه‌ی قاعده‌ها ۹ و ۴ واحد و طول ساق‌ها ۶ و ۵ واحد است. محیط مثلثی که از امتداد ساق‌ها در بیرون دوزنقه

تشکیل می‌شود، کدام است؟

(۱) $11/5$ (۲) $11/6$ (۳) $12/2$ (۴) $12/8$

شما پاسخ نداده اید

۳۲- تابع با ضابطه‌ی $f(x) = \begin{cases} a \sin 2x & ; \frac{\pi}{4} \leq x < \frac{3\pi}{4} \\ \cos\left(x + \frac{\pi}{4}\right) & ; \frac{3\pi}{4} \leq x < 2\pi \end{cases}$ در $x = \frac{3\pi}{4}$ پیوسته است. مقدار a کدام است؟

(۱) -۱ (۲) صفر (۳) $-\frac{1}{2}$ (۴) ۱

شما پاسخ نداده اید

۳۳- در جعبه‌ای شش مهره‌ی سفید و ۴ مهره‌ی سیاه موجود است. دو مهره‌ی سفید و ۱ مهره‌ی سیاه را بیرون می‌آوریم. با کدام احتمال بدون توجه به اولین مهره، دومین مهره خارج شده سفید است؟

- (۱) $\frac{5}{14}$ (۲) $\frac{3}{7}$ (۳) $\frac{2}{5}$ (۴) $\frac{3}{5}$

شما پاسخ نداده اید

۳۴- احتمال موفقیت عمل جراحی برای شخص A برابر $\frac{1}{9}$ و برای شخص B برابر $\frac{1}{8}$ است. با کدام احتمال، لااقل عمل جراحی برای یکی از این دو نفر، موفقیت‌آمیز است؟

- (۱) $\frac{1}{92}$ (۲) $\frac{1}{94}$ (۳) $\frac{1}{96}$ (۴) $\frac{1}{98}$

شما پاسخ نداده اید

۳۵- در ۱۵۰ داده‌ی آماری با میانگین ۱۲، به دو برابر هر یک از داده‌ها ۳ واحد اضافه می‌کنیم تا داده‌های جدیدی حاصل شود. ضریب تغییرات داده‌های جدید چند برابر ضریب تغییرات داده‌های قبلی است؟

- (۱) $\frac{7}{9}$ (۲) $\frac{5}{6}$ (۳) $\frac{7}{8}$ (۴) $\frac{8}{9}$

شما پاسخ نداده اید

(سراسری تهرپی - ۹۴)

$$2x^2 - 3x - 1 = 0 \Rightarrow \begin{cases} S = \alpha + \beta = \frac{3}{2} \\ P = \alpha\beta = \frac{-1}{2} \end{cases}$$

ریشه‌های معادله‌ی مورد نظر از معکوس ریشه‌های معادله‌ی بالا یک واحد

کمتر است، بنابراین ریشه‌های آن به صورت $\frac{1}{\alpha} - 1$ و $\frac{1}{\beta} - 1$ است، لذا:

$$S' = \left(\frac{1}{\alpha} - 1\right) + \left(\frac{1}{\beta} - 1\right) = \frac{\alpha + \beta}{\alpha\beta} - 2 = \frac{\frac{3}{2}}{\frac{-1}{2}} - 2 = -5$$

$$P' = \left(\frac{1}{\alpha} - 1\right)\left(\frac{1}{\beta} - 1\right) = \frac{1}{\alpha\beta} - \frac{1}{\alpha} - \frac{1}{\beta} + 1 = \frac{1 - (\alpha + \beta)}{\alpha\beta} + 1$$

$$= \frac{1 - \frac{3}{2}}{\frac{-1}{2}} + 1 = 2$$

پس معادله به صورت زیر است:

$$x^2 - S'x + P' = 0 \Rightarrow x^2 + 5x + 2 = 0$$

(هندسهٔ تحلیلی و پیر) (ریاضی ۲، صفحهٔ ۱۳)

۴ ✓

۳

۲

۱

توجه کنید که قطر هر دایره از مرکز آن می‌گذرد، پس مرکز این دایره روی خط به معادله‌ی $x - y = 2$ ، قرار دارد، بنابراین می‌توانیم مختصات مرکز آن را بصورت $\omega(\beta + 2, \beta)$ در نظر بگیریم. فاصله‌ی مرکز دایره از هر نقطه‌ی دلخواه واقع بر آن، برابر با شعاع دایره است، چون دو نقطه‌ی $A(0, 1)$ و $B(3, 0)$ بر این دایره واقعند، پس:

$$R = \omega A = \omega B$$

$$\Rightarrow R = \sqrt{(\beta + 2 - 0)^2 + (\beta - 1)^2} = \sqrt{(\beta + 2 - 3)^2 + (\beta - 0)^2}$$

$$\Rightarrow (\beta + 2)^2 + (\beta - 1)^2 = (\beta - 1)^2 + \beta^2 \Rightarrow (\beta + 2)^2 = \beta^2$$

$$\Rightarrow \beta^2 + 4\beta + 4 = \beta^2 \Rightarrow 4\beta + 4 = 0 \Rightarrow \beta = -1$$

$$\Rightarrow R = \sqrt{(-1 + 2)^2 + (-1 - 1)^2} = \sqrt{5}$$

(هندسهٔ تحلیلی و پیر) (ریاضی ۲، صفحهٔ ۹)

۴

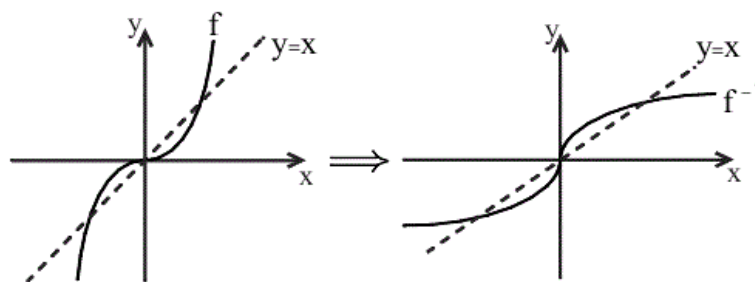
۳ ✓

۲

۱

$$f(x) = x|x| = \begin{cases} x(x) = x^2 & ; x \geq 0 \\ x(-x) = -x^2 & ; x < 0 \end{cases}$$

ابتدا با توجه به ضابطه‌های بالا، نمودار تابع f را رسم کرده و با قرینه کردن آن نسبت به خط به معادله‌ی $y = x$ ، نمودار f^{-1} را به دست می‌آوریم.



(تابع) (ریاضی ۲، صفحهٔ ۵۸)

۴

۳ ✓

۲

۱

(سراسری تهرپی - ۹۴)

$$\frac{\cos 285^\circ - \sin 255^\circ}{\sin 525^\circ - \sin 105^\circ} = \frac{\cos(27^\circ + 15^\circ) - \sin(27^\circ - 15^\circ)}{\sin(54^\circ - 15^\circ) - \sin(9^\circ + 15^\circ)}$$

$$= \frac{\sin 15^\circ - (-\cos 15^\circ)}{\sin 15^\circ - \cos 15^\circ}$$

با تقسیم صورت و مخرج بر $\cos 15^\circ$ خواهیم داشت:

$$= \frac{\tan 15^\circ + 1}{\tan 15^\circ - 1} = \frac{\frac{28}{100} + 1}{\frac{28}{100} - 1} = \frac{-128}{72} = \frac{-16}{9}$$

دقت کنید:

$$\sin(54^\circ - 15^\circ) = \sin(36^\circ + 18^\circ - 15^\circ)$$

$$= \sin(18^\circ - 15^\circ) = \sin 15^\circ$$

(مثلثات) (ریاضی ۲، صفحه ۸۷)

۴

۳

۲

۱ ✓

(سراسری تهرپی خارج از کشور - ۹۰)

$$1/6 = \frac{16}{10} = \frac{8}{5} \Rightarrow \sqrt[3]{1/6} = \sqrt[3]{\frac{8}{5}} = \frac{2}{\sqrt[3]{5}}$$

$$\Rightarrow \log \sqrt[3]{1/6} = \log \frac{2}{\sqrt[3]{5}} = \log 2 - \log \sqrt[3]{5} = \log 2 - \log 5^{\frac{1}{3}}$$

از آنجا که $\log_b a^n = n \log_b a$ ، پس:

$$= \log 2 - \frac{1}{3} \log 5 \quad (*)$$

از $\log 5 = 3k$ می توان نتیجه گرفت:

$$\log \frac{1}{2} = 3k \Rightarrow \log 10 - \log 2 = 3k \Rightarrow 1 - \log 2 = 3k$$

$$\Rightarrow \log 2 = 1 - 3k \quad (**)$$

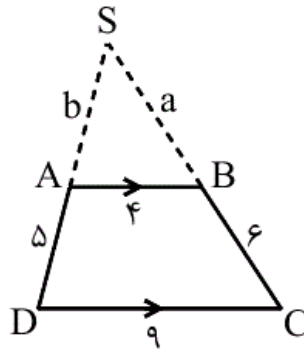
۴

۳

۲

۱ ✓

مطابق شکل، ساق‌های دوزنقه ABCD به طول اضلاع $AB = 4$ ، $CD = 9$ ، $AD = 5$ و $BC = 6$ را امتداد می‌دهیم تا همدیگر را در S قطع کنند.



$$AB \parallel CD \xrightarrow{\text{تعمیم قضیه‌ی تالس}} \frac{SA}{SD} = \frac{SB}{SC} = \frac{AB}{CD}$$

$$\Rightarrow \frac{b}{b+5} = \frac{a}{a+6} = \frac{4}{9}$$

$$\Rightarrow \begin{cases} \frac{b}{b+5} = \frac{4}{9} \Rightarrow 9b = 4b + 20 \Rightarrow b = 4 \\ \frac{a}{a+6} = \frac{4}{9} \Rightarrow 9a = 4a + 24 \Rightarrow a = 4/8 \end{cases}$$

$$\Rightarrow \text{محیط مثلث SAB} = 4 + 4/8 + 4 = 12/8$$

(هندسه) (ریاضی ۲، صفحه ۳۵)

۴

۳

۲

۱

برای آن که تابع f در $x = \frac{3\pi}{4}$ پیوسته باشد، باید:

$$f\left(\frac{3\pi}{4}\right) = \lim_{x \rightarrow \frac{3\pi}{4}^+} f(x) = \lim_{x \rightarrow \frac{3\pi}{4}^-} f(x)$$

$$\lim_{x \rightarrow \frac{3\pi}{4}^-} f(x) = a \sin \frac{3\pi}{2} = a(-1) = -a$$

$$\lim_{x \rightarrow \frac{3\pi}{4}^+} f(x) = \lim_{x \rightarrow \frac{3\pi}{4}^+} \cos\left(x + \frac{\pi}{4}\right) = \cos \pi = -1$$

$$\Rightarrow -a = -1 \Rightarrow a = 1$$

(عد و پیوستگی) (ریاضی ۲، صفحه ۱۴۲)

 ۴

 ۳

 ۲

 ۱

(سراسری تهری - ۹۲)

وقتی که رنگ مهره‌ی اول را نمی‌دانیم، مثل آن است که هیچ مهره‌ای خارج نکرده‌ایم، بنابراین احتمال سفید بودن مهره‌ی دوم

برابر با احتمال سفید بودن مهره‌ی اول، یعنی $\frac{2}{5} = \frac{6}{15}$ است.

(آمار و احتمال) (ریاضی ۲، صفحه ۱۴۵)

 ۴

 ۳

 ۲

 ۱

راه حل اول:

$$\begin{aligned}
 P(A \cup B) &= P(A) + P(B) - P(A \cap B) \\
 &= P(A) + P(B) - P(A)P(B) \\
 &= 0/9 + 0/8 - 0/9 \times 0/8 = 0/98
 \end{aligned}$$

راه حل دوم: متمم پیشامد آنکه «حداقل یک نفر عمل موفقیت‌آمیز داشته باشد» آن است که «هیچ‌کدام عمل موفقیت‌آمیز نداشته باشند»، از آنجا که عمل جراحی A و B مستقل از هم است، احتمال پیشامد اخیر برابر است با:

$$(1 - 0/9) \times (1 - 0/8) = 0/02$$

پس احتمال مورد نظر سؤال، برابر می‌شود با $1 - 0/02 = 0/98$.

(آمار و احتمال) (ریاضی ۲، صفحه ۱۵۲)

 ۴

 ۳

 ۲

 ۱

انحراف معیار و میانگین داده‌های اولیه را به ترتیب با σ_x و \bar{X} نشان می‌دهیم، در این صورت ضریب تغییرات این داده‌ها برابر می‌شود با:

$$cv_x = \frac{\sigma_x}{\bar{X}} \quad (*)$$

برای محاسبه‌ی ضریب تغییرات داده‌های جدید، داریم:

$$cv_{(2x+3)} = \frac{\sigma_{(2x+3)}}{2\bar{X}+3}$$

$$\text{می‌دانیم} \quad \begin{cases} \overline{ax+b} = a\bar{x} + b \\ \sigma_{ax+b} = |a| \sigma_x \end{cases} \text{، پس:}$$

$$cv_{(2x+3)} = \frac{2\sigma_x}{2\bar{X}+3} \quad (**)$$

$$\xrightarrow{(*), (**)} \frac{cv_{(2x+3)}}{cv_x} = \frac{\frac{2\sigma_x}{2\bar{X}+3}}{\frac{\sigma_x}{\bar{X}}} = \frac{2\bar{X}}{2\bar{X}+3}$$

با توجه به فرض سؤال $\bar{X} = 12$ ، نسبت ضریب تغییرات داده‌های جدید به ضریب تغییرات داده‌های اولیه، برابر است با:

$$\frac{2 \times 12}{2 \times 12 + 3} = \frac{24}{27} = \frac{8}{9}$$

(آمار و احتمال) (ریاضی ۲، صفحه‌های ۱۶۰ تا ۱۶۲)

۴

۳

۲

۱