سایت ویژه ریاضیات www.riazisara.ir

درســـنامه ها و جـــزوه های ریاضـــی

سوالات و پاسخنامه تشریحی کنکور

نمونه سوالات امتحانات ریاضی

نرم افزارهای ریاضیات

و...

کانال سایت ریاضی سرا در تلگرام:

https://t.me/riazisara (@riazisara)

دانلود از سایت ریاضی سرا
www.riazisara.ir

ریاضي ، ریاضیات ، - ۱۳۹۷۰۳۰۴

۱- اگر α و β جواب‌های معادلهٔ $x^۲ - ۳x + ۱ = ۰$ باشند، حاصل $\frac{\alpha}{\beta} + \frac{\beta}{\alpha} + ۲(\alpha^۲\beta + \beta^۲\alpha)$ کدام است؟

۱) ۹ ۲) ۱۰ ۳) ۱۲ ۴) ۱۳

شما پاسخ نداده اید

۲- تابع با ضابطهٔ $f(x) = ax + \log_۲(bx^۲ + ۱۴)$ از نقطهٔ $A(۵,۲۱)$ می‌گذرد. اگر $f(۱) = f(-۱) + ۶$ باشد، $f(۳)$ کدام است؟

۱) ۱۴ ۲) ۱۶ ۳) ۱۷ ۴) ۱۸

شما پاسخ نداده اید

۳- دوره تناوب توابع $f(x) = x - [x]$ و $g(x) = ۲\sin(bx) - ۱$ یکسان است. نمودار دو تابع در یک دورهٔ تناوب در چند نقطه یکدیگر را قطع می‌کنند؟ ($b > ۰$ و $[\ ]$، نماد جزء صحیح است.)

۱) ۱ ۲) ۲ ۳) ۳ ۴) صفر

شما پاسخ نداده اید

۴- مجموعهٔ جواب‌های نامعادلهٔ $(x-۱)^۲ \geq \sqrt{۳x^۲ - ۴x + ۱}$ به صورت $(-\infty, a] \cup [b, +\infty) \cup \{۱\}$ است. مقدار ab کدام است؟

۱) ۱ ۲) $\frac{۱}{۳}$ ۳) ۳ ۴) صفر

شما پاسخ نداده اید

۵- اگر $f = \{(۱,۵),(۲,۱),(۳,-۱),(۴,۰)\}$ و $g = \{(۱,۳),(۲,۲),(۳,۴),(۴,۵)\}$ باشد، آنگاه حاصل $(f + ۲g)^{-۱} \circ f(۱)$ کدام است؟

۱) صفر ۲) ۱ ۳) ۲ ۴) ۳

شما پاسخ نداده اید

۶- اگر $\tan x = ۲$ باشد، حاصل عبارت $F(x) = (\sin x + \cos x)^۲ + \cos ۲x$ کدام است؟

۱) $\frac{۹}{۵}$ ۲) $\frac{۲}{۵}$ ۳) $\frac{۶}{۵}$ ۴) صفر

شما پاسخ نداده اید

۷- معادلهٔ $\frac{\sin^۲ ۳x}{\sin^۲ x} - \frac{\cos^۲ ۳x}{\cos^۲ x} = ۴$ چند جواب در بازهٔ $(۰, \pi)$ دارد؟

۱) ۱ ۲) ۲ ۳) ۳ ۴) ۴

شما پاسخ نداده اید

۸- حاصل عبارت $\sin^{-1}(\cos\frac{3\pi}{7}+\sin\frac{\pi}{7}+\cos\frac{4\pi}{7})$ کدام است؟

۱) صفر ۲) ۱ ۳) $\frac{\pi}{7}$ ۴) $\frac{3\pi}{7}$

شما پاسخ نداده اید

۹- حد عبارت $\frac{\sqrt{\cos 3x}-\sqrt{1+\sin^2 x}}{x^2}$، وقتی $x\to 0$ کدام است؟

۱) $-3/5$ ۲) $-2/25$ ۳) $-2/75$ ۴) ۲

شما پاسخ نداده اید

۱۰- تابع $f(x)=\begin{cases}\frac{x\sqrt{x}-\sqrt{x+5}+a}{x-4} & x\neq 4\\ b & x=4\end{cases}$ در دامنه‌اش پیوسته است. مقدار b کدام است؟

۱) $\frac{11}{6}$ ۲) $\frac{13}{6}$ ۳) $\frac{17}{6}$ ۴) $\frac{19}{6}$

شما پاسخ نداده اید

۱۱- بر منحنی $f(x)=x^2-2x-\frac{1}{2}\sqrt{x-1}$ خط مماس موازی محور xها رسم شده است. معادلهٔ این خط کدام است؟

۱) $y=\frac{16}{19}$ ۲) $y=\frac{19}{16}$ ۳) $y=\frac{-16}{19}$ ۴) $y=-\frac{19}{16}$

شما پاسخ نداده اید

۱۲- دنبالهٔ $a_n=\frac{2^{n+2}+4}{2^n+5}$ از نظر یکنوایی چگونه است؟

۱) صعودی ۲) نزولی

۳) ابتدا صعودی سپس نزولی ۴) ابتدا نزولی سپس صعودی

شما پاسخ نداده اید

۱۳- دنبالهٔ همگرای a_n به‌صورت $a_{n+1}=\sqrt{15+2a_n}$ و $a_1=3$ تعریف شده است. حد آن کدام است؟

۱) -3 ۲) $3/9$ ۳) $4/5$ ۴) ۵

شما پاسخ نداده اید

۱۴- حاصل $\lim_{x\to 0}(1-\cos x)\left[\frac{1}{\sin^2 x}\right]$ کدام است؟([ ]، نماد جزء صحیح است.)

۱) صفر ۲) $\frac{1}{2}$ ۳) ۱ ۴) حد وجود ندارد.

شما پاسخ نداده اید

۱۵- اگر عرض از مبدأ مجانب مایل تابع $y=x\sqrt{\frac{4x+k}{x+1}}$ برابر با $\frac{1}{2}$ باشد، k کدام است؟ $(x>0)$

۱) ۵ ۲) $\frac{1}{5}$ ۳) $\frac{1}{6}$ ۴) ۶

شما پاسخ نداده اید

www.riazisara.ir دانلود از سایت ریاضی سرا

۱۶- اگر $f(x)=\sin^{۲} x$ و $\lim\limits_{x\to a}\frac{f(x)-f(a)}{x-a}=\frac{۱}{۲}$ باشد، آنگاه کوچکترین مقدار مثبت a کدام است؟

۱) $\frac{\pi}{۶}$ ۲) $\frac{\pi}{۱۲}$ ۳) $\frac{۵\pi}{۱۲}$ ۴) $\frac{۵\pi}{۶}$

شما پاسخ نداده اید

۱۷- اگر $۲f'(x)+۳f(x)=۷$ و $f(x)$ تابعی وارون‌پذیر روی $\mathbb{R}$ باشد، آنگاه $(f^{-۱})'(۵)$ همواره کدام است؟

۱) $-\frac{۱}{۴}$ ۲) $-\frac{۱}{۸}$ ۳) $\frac{۱}{۲}$ ۴) $-\frac{۱}{۲}$

شما پاسخ نداده اید

۱۸- در کدام بازه تابع $y=\frac{x}{۴}-\tan^{-۱}\frac{x}{۲}$ نزولی اکید است و همچنین تقعری رو به بالا دارد؟

۱) $(-۲,۲)$ ۲) $(-۲,۰)$ ۳) $(۰,۲)$ ۴) $(-۲,۲)-\{۰\}$

شما پاسخ نداده اید

۱۹- مجموع طول نقاط عطف تابع $f(x)=x^{۲}+\cos ۲x$ در بازهٔ $[۰,۲\pi]$ کدام است؟

۱) π ۲) ۲π ۳) ۴π ۴) ۸π

شما پاسخ نداده اید

۲۰- به ازای کدام مقادیر a، تابع f با ضابطهٔ $f(x)=\frac{a}{x}-x^{۲}$، دارای مینیمم نسبی است؟

۱) $|a|<۲$ ۲) $a<۰$ ۳) $a>۰$ ۴) هیچ مقدار a

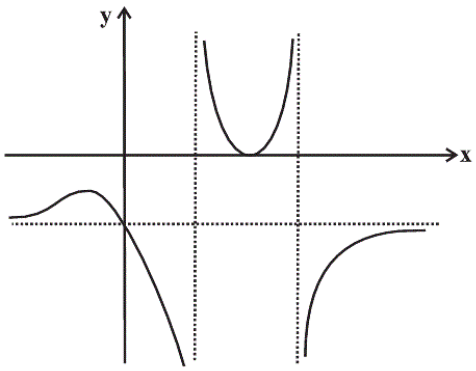
شما پاسخ نداده اید

۲۱- لوزی $ABCD$ بر دایره‌ای به شعاع ۴ محیط شده است. کمترین مقدار محیطی که این لوزی می‌تواند داشته باشد، کدام است؟

۱) ۱۲ ۲) ۱۶ ۳) ۲۰ ۴) ۳۲

شما پاسخ نداده اید

۲۲- اگر نمودار تابع $f(x)=\frac{-x^{۲}+ax-۱}{x^{۲}-۴x+b}$ به صورت مقابل باشد، مقدار ab کدام است؟



۱) ۴

۲) ۲

۳) -۴

۴) -۲

شما پاسخ نداده اید

۲۳- حاصل $\int_{-۱}^{۱}(x-[x])\cos(\pi[x])dx$ کدام است؟ ([ ]، نماد جزء صحیح است.)

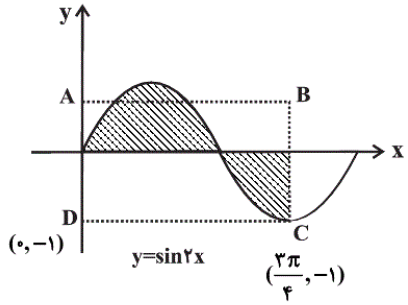
۱) ۱ ۲) ۲ ۳) $\frac{۳}{۲}$ ۴) صفر

شما پاسخ نداده اید

www.riazisara.ir

دانلود از سایت ریاضی سرا

۲۴- اگر در شکل زیر مساحت مستطیل ABCD با مساحت قسمت هاشور خورده برابر باشد، طول پاره خط BC کدام است؟ (ضلع CD ثابت است.)



۱) $\frac{۱}{\pi}$

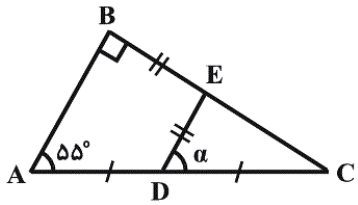
۲) $\frac{۱}{۳\pi}$

۳) $\frac{۲}{۳\pi}$

۴) $\frac{۲}{\pi}$

شما پاسخ نداده اید

۲۵- در شکل مقابل، زاویهٔ α چند درجه است؟



۱) ۶۰°

۲) ۶۵°

۳) ۷۰°

۴) ۷۵°

شما پاسخ نداده اید

۲۶- در مثلث قائم‌الزاویه‌ای، نیمساز یکی از زاویه‌های حاده، روی ضلع روبه‌روی آن، قطعه‌هایی با طول‌های ۴ و ۵ ایجاد می‌کند. طول این نیمساز کدام است؟

۱) $۴\sqrt{۱۰}$

۲) $۸\sqrt{۳}$

۳) ۹

۴) ۱۲

شما پاسخ نداده اید

۲۷- اگر F نقطهٔ تلاقی میانه‌های BE و CD از مثلث ABC و مساحت مثلث DEF برابر با ۴ باشد، آنگاه مساحت مثلث ABE کدام است؟

۱) ۱۲

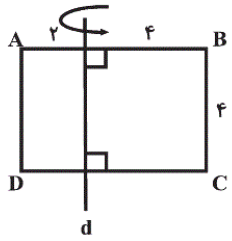
۲) ۱۶

۳) ۲۰

۴) ۲۴

شما پاسخ نداده اید

۲۸- مستطیل ABCD را ۹۰° حول خط d دوران می‌دهیم. مساحت کل جسم حاصل کدام است؟ $(\pi = ۳)$



۱) ۱۲۹

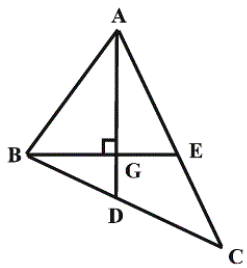
۲) ۱۱۴

۳) ۹۹

۴) ۸۴

شما پاسخ نداده اید

۲۹- در شکل زیر، G نقطهٔ همرسی میانه‌های مثلث ABC است. اگر $EC = ۵$، $GD = ۲$ و $A\hat{G}B$ قائمه باشد، طول BE کدام است؟



۱) ۷

۲) ۸

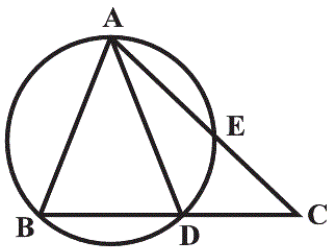
۳) ۹

۴) ۱۰

شما پاسخ نداده اید

www.riazisara.ir
دانلود از سایت ریاضی سرا

۳۰- در مثلث ABC که در آن $AB=۶$، $BC=۷$ و $AC=۸$ هستند، نیمساز AD را رسم می‌کنیم. اگر دایره‌ای که از نقـاط A، B و D می‌گذرد، ضلع AC را در نقطهٔ E قطع کند، حاصل $\frac{CE}{AE}$ کدام است؟



۱) $\frac{۷}{۸}$ ۲) $\frac{۷}{۹}$ ۳) ۱ ۴) $\frac{۷}{۱۰}$

شما پاسخ نداده اید

۳۱- تصویر دایرهٔ C به مرکز $(۲,۱)$ و شعاع یک واحد، تحت انتقال با بردار $\vec{v}=(۳,-۴)$، دایرهٔ C' است. طول مماس مشـترک داخلـی دو دایره کدام است؟

۱) $۲\sqrt{۶}$ ۲) $۲\sqrt{۵}$ ۳) $۳\sqrt{۲}$ ۴) $\sqrt{۲۱}$

شما پاسخ نداده اید

۳۲- دو خط موازی و متمایز d و d' مفروض‌اند و خط Δ با هر دوی آنها متنافر است. اگر خطی موجود نباشد که هر سه خـط d، d' و Δ را قطع کند، آنگاه صفحهٔ شامل خطوط d و d'، نسبت به خط Δ کدام وضعیت را دارد؟

۱) موازی ۲) عمود ۳) متقاطع ۴) خط داخل صفحه قرار می‌گیرد.

شما پاسخ نداده اید

۳۳- قرینهٔ بردار $(b.c)a-(b.a)c$ نسبت به بردار b کدام است؟

۱) $a\times c$ ۲) $b\times(c\times a)$ ۳) $b\times(a\times c)$ ۴) $c\times a$

شما پاسخ نداده اید

۳۴- معادلهٔ صفحهٔ گذرنده از نقطهٔ $(-۱,-۱,۱)$ و عمود بر هر دو صفحهٔ $x-۲y-۸z=۰$ و $۲x+۵y-z=۰$ کدام است؟

۱) $۷x-۳y+۲z=۱۴$ ۲) $۲x+۵y-۳z=۱۲$ ۳) $x-۷y+۳z=۴$ ۴) $۱۴x-۵y+۳z=۱۶$

شما پاسخ نداده اید

۳۵- طول عمود مشترک دو خط متنافر $\begin{cases}۳x-y=۲\\x+y=۱\end{cases}$ و $\begin{cases}x+y=۲\\x+۲y+۳z=۱\end{cases}$ کدام است؟

۱) $\frac{\sqrt{۲}}{۲}$ ۲) $\sqrt{۲}$ ۳) ۲ ۴) $۲\sqrt{۲}$

شما پاسخ نداده اید

۳۶- نقاط $(-۱,۰)$، $(۳,۰)$ و $(۱,-۲)$ روی یک سهمی واقع هستند. از کانون سهمی، خطی موازی با خط هادی آن رسم می‌کنیم تا سهمی را در نقاط M و N قطع کند. اندازهٔ MN چقدر است؟

۱) $\frac{۱}{۴}$ ۲) $\frac{۱}{۲}$ ۳) ۱ ۴) ۲

شما پاسخ نداده اید

۳۷- فاصلهٔ کانونی هذلولی به معادلهٔ $xy=x+y$ کدام است؟

۱) $\sqrt{۲}$ ۲) $۲\sqrt{۲}$ ۳) ۲ ۴) ۴

شما پاسخ نداده اید

www.riazisara.ir دانلود از سایت ریاضی سرا

۳۸- اگر A یک ماتریس مربعی باشد، کدام ماتریس می‌تواند A^tA باشد؟

۱) $\begin{bmatrix} -۱ & ۰ & ۱ \\ ۰ & ۰ & ۲ \\ ۱ & ۲ & ۳ \end{bmatrix}$ ۲) $\begin{bmatrix} ۱ & ۲ & ۳ \\ ۲ & ۴ & ۰ \\ ۳ & ۱ & ۲ \end{bmatrix}$ ۳) $\begin{bmatrix} ۳ & ۰ & ۰ \\ ۰ & ۲ & ۱۴ \\ ۰ & ۱۴ & ۲۰ \end{bmatrix}$ ۴) $\begin{bmatrix} ۱۴ & ۱ & ۴ \\ ۱ & ۲ & ۱ \\ ۴ & ۱ & ۲ \end{bmatrix}$

شما پاسخ نداده اید

۳۹- اگر A و B ماتریس‌های مربعی وارون‌پذیر مرتبهٔ ۳ باشند به گونه‌ای که $A^۳ = I$ و $A + B = AB$ باشد، دترمینان ماتریس $A^{-۱}(A^{-۱} + B^{-۱})^t$ کدام است؟

۱) صفر ۲) ۱ ۳) -۱ ۴) ± ۱

شما پاسخ نداده اید

۴۰- اگر $(A - I)^{-۱} = \begin{bmatrix} ۰ & ۲ & -۱ \\ ۳ & ۱ & ۵ \\ -۴ & -۱ & ۶ \end{bmatrix}$ باشد، آنگاه حاصل $A(A - I)^{-۱}$ کدام است؟

۱) $\begin{bmatrix} ۱ & ۲ & -۱ \\ ۳ & ۲ & ۵ \\ -۴ & -۱ & ۷ \end{bmatrix}$ ۲) $A + I$ ۳) $A - I$ ۴) $\begin{bmatrix} ۱ & ۲ & -۱ \\ ۳ & ۱ & ۵ \\ ۴ & -۱ & ۱ \end{bmatrix}$

شما پاسخ نداده اید

۴۱- اگر مجموع مربعات تعدادی دادهٔ آماری، ۱۰ برابر مجموع داده‌ها بوده و میانگین این داده‌ها برابر ۵ باشد، آنگاه ضریب تغییرات داده‌ها کدام است؟

۱) $\frac{۱}{۲}$ ۲) ۱ ۳) ۲ ۴) داده‌های مسئله کافی نیست.

شما پاسخ نداده اید

۴۲- واریانس ۷ دادهٔ آماری صفر است. اگر دو دادهٔ ۱۶ و ۲۰ به آنها اضافه شود، میانگین داده‌ها تغییر نمی‌کند. انحراف معیار ۹ دادهٔ جدید کدام است؟

۱) $\frac{۲۰}{۳}$ ۲) $\frac{۲۰}{۹}$ ۳) $\frac{۲\sqrt{۲}}{۳}$ ۴) $\frac{۲\sqrt{۲}}{۹}$

شما پاسخ نداده اید

۴۳- تعدادی ورزشکار مرد و زن از دو شهر در سه رشتهٔ ورزشی وجود دارند. حداقل تعداد ورزشکاران چقدر باشد تا مطمئن باشیم دست‌کم ۲ ورزشکار هم‌رشته و همشهری هستند؟

۱) ۱۳ ۲) ۱۴ ۳) ۷ ۴) ۸

شما پاسخ نداده اید

۴۴- رابطهٔ $R = \{(x , y) \in Z^۲ \mid x \le ۲y , |x| \le ۲ - y\}$، دارای چند زوج مرتب است؟

۱) ۷ ۲) ۸ ۳) ۹ ۴) ۱۰

شما پاسخ نداده اید

www.riazisara.ir دانلود از سایت ریاضی سرا

۴۵- مجموعهٔ $\{۱, ۲, ۳, ۴\}$ را به چند طریق می‌توان افراز کرد، به طوری که در هر افراز، ۳ و ۱ عضو یک زیرمجموعه باشند ولی ۲ و ۴ عضو یک زیرمجموعه نباشند؟

۱) ۳ ۲) ۴ ۳) ۵ ۴) ۶

شما پاسخ نداده اید

۴۶- رابطهٔ R بر روی مجموعهٔ $A=\{a,b,c\}$ تعریف شده است. اگر R از بین خواص چهارگانه فقط خاصیت پادتقارنی را داشته باشد، آنگاه حداکثر تعداد اعضای R کدام است؟

۱) ۵ ۲) ۴ ۳) ۳ ۴) ۲

شما پاسخ نداده اید

۴۷- اگر در فضای نمونه‌ای $S=\{a,b,c,d\}$، $P(a)=P(b)=\frac{۱}{۶}$ و پیشامدهای $\{a, b\}$ و $\{a,c\}$ نسبت به یکدیگر مستقل باشند، آنگاه $P(c)$ کدام است؟

۱) $\frac{۱}{۲}$ ۲) $\frac{۱}{۳}$ ۳) $\frac{۱}{۶}$ ۴) $\frac{۱}{۴}$

شما پاسخ نداده اید

۴۸- یک نقطه به طور تصادفی درون یک ۶ ضلعی منتظم به ضلع $\sqrt{۲\pi}$ انتخاب می‌شود. با کدام احتمال فاصلهٔ این نقطه تا هر رأس بیش از یک واحد است؟

۱) $۱-\frac{\sqrt{۳}}{۹}$ ۲) $۱-\frac{۲\sqrt{۳}}{۹}$ ۳) $۱-\frac{\sqrt{۳}}{۶}$ ۴) $۱-\frac{\sqrt{۳}}{۱۲}$

شما پاسخ نداده اید

۴۹- در یک درخت، یک رأس درجهٔ $\Delta=۴$، k رأس درجهٔ ۳، دو رأس درجهٔ ۲ و ۶ رأس درجهٔ یک وجود دارد. k کدام است؟

۱) ۱ ۲) ۲ ۳) ۳ ۴) ۴

شما پاسخ نداده اید

۵۰- اگر $(abcde)_۵=(۴۳۱۳)_۵+(۲۱۰۲۴)_۵$ باشد، حاصل $a+b$ کدام است؟

۱) ۱ ۲) ۲ ۳) ۳ ۴) ۴

شما پاسخ نداده اید

۵۱- به ازای چند عدد طبیعی دو رقمی n، عدد $۵^n+۱$ بر ۱۲۶ بخش‌پذیر است؟

۱) صفر ۲) ۱۳ ۳) ۱۴ ۴) ۱۵

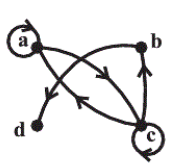
شما پاسخ نداده اید

۵۲- جمع ارقام کوچک‌ترین عدد طبیعی سه رقمی x که در معادلهٔ $۱۶x+۹y=۲^{۱۲}$ صدق می‌کند، چقدر است؟

۱) ۱۳ ۲) ۳ ۳) ۲۳ ۴) ۴

شما پاسخ نداده اید

۵۳- شکل مقابل مربوط به رابطهٔ R است. چند ماتریس مانند N وجود دارد به طوری که $N << M(RoR)$ باشد؟



۱) ۵۱۲ ۲) ۵۱۱ ۳) ۱۲۸ ۴) ۱۲۷

www.riazisara.ir
دانلود از سایت ریاضی سرا

شما پاسخ نداده اید

۵۴- اگر $A = \{a, b, c, d\}$ باشد، آن‌گاه چند تابع پوشا از A به A می‌توان تعریف کرد؟

۱) ۴ ۲) ۲۴ ۳) ۱۶ ۴) صفر

شما پاسخ نداده اید

۵۵- در یک آسایشگاه سالمندان، ۶۰ درصد افرادی که نگه‌داری می‌شوند، مرد و بقیه زن هستند. ۳۰ درصد زنان و ۴۵ درصد مردان بـه آلزایمـر مبتلا هستند. شخصی از این افراد به تصادف انتخاب می‌کنیم. اگر این فرد به آلزایمر مبتلا باشد، چقدر احتمال دارد که زن باشد؟

۱) $\frac{۳}{۵}$ ۲) $\frac{۴}{۱۱}$ ۳) $\frac{۴}{۱۳}$ ۴) $\frac{۷}{۱۱}$

شما پاسخ نداده اید

www.riazisara.ir دانلود از سایت ریاضی سرا

۱- (سعید جعفری)

$$\alpha+\beta=-\frac{(-۳)}{۱}=۳ \quad ; \quad \alpha\beta=\frac{۱}{۱}=۱$$

$$\frac{\alpha}{\beta}+\frac{\beta}{\alpha}+۲(\alpha^۲\beta+\beta^۲\alpha)=\frac{\alpha^۲+\beta^۲}{\alpha\beta}+۲(\alpha^۲\beta+\beta^۲\alpha)$$

از طرفی $\alpha^۲+\beta^۲$ و $\alpha^۲\beta+\beta^۲\alpha$ را می‌توان به صورت‌های زیر نوشت:

$$\alpha^۲+\beta^۲=(\alpha+\beta)^۲-۲\alpha\beta \quad ; \quad \alpha^۲\beta+\beta^۲\alpha=\alpha\beta(\alpha+\beta)$$

$$\Rightarrow \frac{(\alpha+\beta)^۲-۲\alpha\beta}{\alpha\beta}+۲\alpha\beta(\alpha+\beta)=\frac{۳^۲-۲(۱)}{۱}+۲(۱)(۳)$$

$$=۷+۶=۱۳$$

(حسابان - محاسبات جبری، معادلات و نامعادلات؛ صفحه‌های ۱۵ تا ۱۷)

۱ ۲ ۳ ۴✓

۲- (علی‌اکبر علیزاده)

$$f(۱)=f(-۱)+۶ \Rightarrow a+\log_۲^{(b+۱۴)}=-a+\log_۲^{(b+۱۴)}+۶$$

$$\Rightarrow a=۳$$

$$f(x)=۳x+\log_۲^{(bx^۲+۱۴)} \xrightarrow{A\left|{}^{۵}_{۲۱}\right.} ۲۱=۱۵+\log_۲^{(۲۵b+۱۴)}$$

$$\Rightarrow \log_۲^{(۲۵b+۱۴)}=۶ \Rightarrow ۲۵b+۱۴=۶۴ \Rightarrow b=۲$$

$$f(x)=۳x+\log_۲^{(۲x^۲+۱۴)} \Rightarrow f(۳)=۹+\log_۲^{۳۲}=۱۴$$

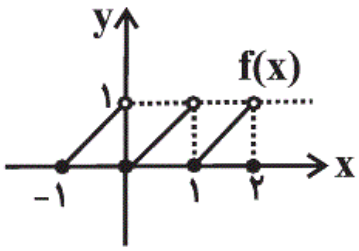
(حسابان - تابع؛ صفحه‌های ۴۴ تا ۴۷
و ریاضی ۲ - توابع نمایی و لگاریتمی؛ صفحه‌های ۱۰۲ تا ۱۱۰)

۱✓ ۲ ۳ ۴

www.riazisara.ir دانلود از سایت ریاضی سرا

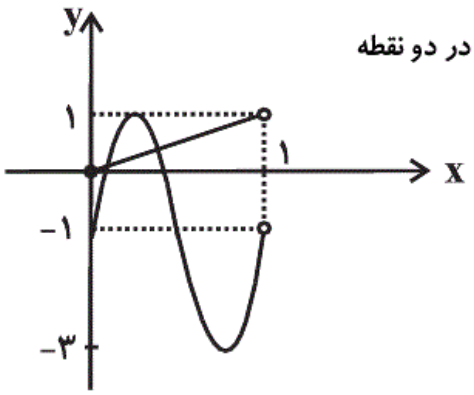
۳- (کاظم اجلالی)

نمودار تابع f به شکل زیر است و دورهٔ تناوب آن برابر یک است.



دورهٔ تناوب تابع g برابر $\frac{۲\pi}{|b|}$ است،

بنابراین نمودار توابع f و g در یک دوره تناوب به شکل مقابل است و نمودارها در دو نقطه یکدیگر را قطع می‌کنند.



(ریاضی ۲ - مثلثات: صفحه‌های ۱۴۲ تا ۱۵۲ و حسابان - تابع: صفحه‌های ۹۶ تا ۱۰۲)

۱ ۲✓ ۳ ۴

۴- (کاظم اجلالی)

ابتدا توجه کنید که باید $۳x^۲ - ۴x + ۱ \geq ۰$. بنابراین $x \in (-\infty, \frac{۱}{۳}] \cup [۱, +\infty)$. طرفین نامعادله را به توان دو می‌رسانیم:

$$(x-۱)^۴ \geq ۳x^۲ - ۴x + ۱$$

$$\Rightarrow x^۴ - ۴x^۳ + ۶x^۲ - ۴x + ۱ \geq ۳x^۲ - ۴x + ۱$$

$$x^۴ - ۴x^۳ + ۳x^۲ \geq ۰ \Rightarrow x^۲(x^۲ - ۴x + ۳) \geq ۰$$

با توجه به جدول تعیین علامت زیر، مجموعهٔ جواب‌های نامعادله به صورت $(-\infty, \frac{۱}{۳}] \cup [۳, +\infty) \cup \{۱\}$ است.

x	$-\infty$		۰		$\frac{۱}{۳}$		۱		۳		$+\infty$
$x^۲(x^۲ - ۴x + ۳)$		$+$	۰	$+$	۰	$-$	۰	$+$	۰	$+$	

بنابراین $a = \frac{۱}{۳}$ و $b = ۳$ و در نتیجه $ab = ۱$.

(حسابان - محاسبات جبری، معادلات و نامعادلات: صفحه‌های ۳۹ تا ۴۲)

۱✓ ۲ ۳ ۴

www.riazisara.ir دانلود از سایت ریاضی سرا

۵- (کیا مقدس نیاک)

$$f(۱)=۵ \Rightarrow (f+۲g)^{-۱}(f(۱))=(f+۲g)^{-۱}(۵)=a$$

$$\Rightarrow (f+۲g)(a)=۵$$

$$\Rightarrow f(a)+۲g(a)=۵ \Rightarrow a=۲$$

(ریاضی ۲ - تابع: صفحه‌های ۴۱ تا ۴۷ و حسابان - تابع: صفحه‌های ۶۹ تا ۷۶ و ۸۵ تا ۸۸)

۱ ۲ ۳✓ ۴

۶- (سعید جعفری)

$$F(x)=(\sin x+\cos x)^{۲}+\cos ۲x$$

$$=\underbrace{\sin^{۲} x+\cos^{۲} x}_{۱}+\underbrace{۲\sin x.\cos x}_{\sin ۲x}+\cos ۲x$$

$$\Rightarrow F(x)=۱+\sin ۲x+\cos ۲x$$

از طرفی می‌دانیم که $\sin ۲x=\frac{۲\tan x}{۱+\tan^{۲} x}$ و همچنین

$$.\cos ۲x=\frac{۱-\tan^{۲} x}{۱+\tan^{۲} x}$$

$$\Rightarrow F(x)=۱+\frac{۲\tan x}{۱+\tan^{۲} x}+\frac{۱-\tan^{۲} x}{۱+\tan^{۲} x}$$

$$\xrightarrow{\tan x=۲} F(\tan x=۲)=۱+\frac{۴}{۵}+\frac{-۳}{۵}=\frac{۵+۴-۳}{۵}=\frac{۶}{۵}$$

(حسابان - مثلثات: صفحه‌های ۱۱۰ تا ۱۱۷)

۱ ۲ ۳✓ ۴

www.riazisara.ir دانلود از سایت ریاضی سرا

۷- (کاظم اجلالی)

معادله را به صورت زیر ساده می‌کنیم.

$$(\frac{\sin ۳x}{\sin x}-\frac{\cos ۳x}{\cos x})(\frac{\sin ۳x}{\sin x}+\frac{\cos ۳x}{\cos x})=۴$$

با فرض $x \neq \frac{k\pi}{۲}$:

$$(\sin ۳x\cos x-\sin x\cos ۳x)(\sin ۳x\cos x+\sin x\cos ۳x)$$

$$=۴\sin^۲ x\cos^۲ x \Rightarrow \sin(۳x-x).\sin(۳x+x)$$

$$=۴\sin^۲ x\cos^۲ x \Rightarrow \sin ۲x.\sin ۴x=۴\sin^۲ x\cos^۲ x$$

$$۲\sin x.\cos x.۴\sin x.\cos x.\cos ۲x=۴\sin^۲ x.\cos^۲ x$$

$$\Rightarrow \cos ۲x=\frac{۱}{۲}$$

بنابراین جواب‌های معادله به صورت زیر هستند:

$$۲x=۲k\pi\pm\frac{\pi}{۳} \Rightarrow x=k\pi\pm\frac{\pi}{۶}$$

جواب‌های معادله در بازهٔ $(۰,\pi)$ عبارتند از: $x=\frac{\pi}{۶}$ و $x=\frac{۵\pi}{۶}$.

(حسابان - مثلثات: صفحه‌های ۱۱۸ تا ۱۲۳)

۱ ۲✓ ۳ ۴

۸- (علی‌اکبر علیزاده)

$$\frac{۳\pi}{۷}+\frac{۴\pi}{۷}=\pi \Rightarrow \cos\frac{۳\pi}{۷}+\cos\frac{۴\pi}{۷}=۰$$

$$\sin^{-۱}(۰+\sin\frac{\pi}{۷})=\sin^{-۱}(\sin\frac{\pi}{۷})=\frac{\pi}{۷}$$

(حسابان - مثلثات: صفحه‌های ۱۲۴ تا ۱۳۰)

۱ ۲ ۳✓ ۴

www.riazisara.ir دانلود از سایت ریاضی سرا

۹- (محمدطاهر شعاعی)

$$\lim_{x\to 0}\frac{\sqrt{\cos 3x}-\sqrt{1+\sin^2 x}}{x^2}$$

$$=\lim_{x\to 0}\frac{\sqrt{\cos 3x}-\sqrt{1+\sin^2 x}}{x^2}\times\frac{\sqrt{\cos 3x}+\sqrt{1+\sin^2 x}}{\sqrt{\cos 3x}+\sqrt{1+\sin^2 x}}$$

$$=\lim_{x\to 0}\frac{\cos 3x-1-\sin^2 x}{x^2(\sqrt{\cos 3x}+\sqrt{1+\sin^2 x})}=\lim_{x\to 0}\frac{-2\sin^2\frac{3x}{2}-\sin^2 x}{2x^2}$$

$$=\frac{-2\times\frac{9}{4}-1}{2}=\frac{-5/5}{2}=-2/75$$

(حسابان - حد و پیوستگی توابع: صفحه‌های ۱۵۰ تا ۱۵۳)

۱ ۲ ۳✓ ۴

www.riazisara.ir دانلود از سایت ریاضی سرا

-۱۰

توجه کنید که حد تابع f در $x=۴$ باید موجود و برابر $f(۴)$ باشد. پس باید حد زیر موجود باشد:

$$\lim_{x\to ۴}\frac{x\sqrt{x}-\sqrt{x+۵}+a}{x-۴}$$

با توجه به این که حد مخرج کسر صفر است، حد صورت کسر هم باید صفر باشد. (در غیر این صورت حد تابع در $x=۴$ وجود ندارد.)

$$\lim_{x\to ۴}(x\sqrt{x}-\sqrt{x+۵}+a)=۸-۳+a=۰\Rightarrow a=-۵$$

پس:

$$\lim_{x\to ۴}f(x)=\lim_{x\to ۴}\frac{x\sqrt{x}-\sqrt{x+۵}-۵}{x-۴}$$

$$=\lim_{x\to ۴}\frac{x\sqrt{x}-۸}{x-۴}-\lim_{x\to ۴}\frac{\sqrt{x+۵}-۳}{x-۴}$$

$$=\lim_{x\to ۴}\frac{x^{۳}-۶۴}{(x-۴)(x\sqrt{x}+۸)}-\lim_{x\to ۴}\frac{(x+۵)-۹}{(x-۴)(\sqrt{x+۵}+۳)}$$

$$=\lim_{x\to ۴}\frac{x^{۲}+۴x+۱۶}{x\sqrt{x}+۸}-\lim_{x\to ۴}\frac{۱}{\sqrt{x+۵}+۳}=۳-\frac{۱}{۶}=\frac{۱۷}{۶}$$

(برای محاسبهٔ حد می‌توانید از قاعدهٔ هوپیتال هم استفاده کنید.)

بنابراین:

$$b=\lim_{x\to ۴}f(x)=\frac{۱۷}{۶}$$

(حسابان - حد و پیوستگی توابع: صفحه‌های ۱۵۴ تا ۱۵۸)

۱ ۲ ۳✓ ۴

www.riazisara.ir دانلود از سایت ریاضی سرا

-۱۱ (کیا مقدس‌نیاک)

خط مماس موازی محور x ها $\Rightarrow f' = ۰ \Rightarrow f'(x) = ۲x - ۲ - \frac{۱}{۴\sqrt{x-۱}} = ۰$

$$\Rightarrow ۲(x-۱) = \frac{۱}{۴\sqrt{x-۱}} \xrightarrow{\sqrt{x-۱}=t>۰} ۲t^۲ = \frac{۱}{۴t} \Rightarrow ۸t^۳ = ۱$$

$$\Rightarrow t^۳ = \frac{۱}{۸} \Rightarrow t = \frac{۱}{۲} \Rightarrow \sqrt{x-۱} = \frac{۱}{۲} \Rightarrow x-۱ = \frac{۱}{۴} \Rightarrow x = \frac{۵}{۴}$$

$$f(\frac{۵}{۴}) = (\frac{۵}{۴})^۲ - ۲(\frac{۵}{۴}) - \frac{۱}{۲}\sqrt{\frac{۵}{۴}-۱} = \frac{۲۵}{۱۶} - \frac{۱۰}{۴} - \frac{۱}{۴}$$

$$= \frac{۲۵-۴۰-۴}{۱۶} = \frac{-۱۹}{۱۶} \Rightarrow \text{معادلهٔ خط مماس} : y = \frac{-۱۹}{۱۶}$$

(حسابان - مشتق توابع؛ صفحه‌های ۱۶۰ تا ۱۷۵)

۱ ۲ ۳ ۴✓

-۱۲ (کیا مقدس‌نیاک)

$$a_n = \frac{۲^۲ \times ۲^n + ۴}{۲^n + ۵} = \frac{۴ \times ۲^n + ۴}{۲^n + ۵} = \frac{۴(۲^n + ۱)}{۲^n + ۵} = \frac{۴(۲^n + ۵ - ۴)}{۲^n + ۵}$$

$$= \frac{۴(۲^n + ۵) - ۱۶}{۲^n + ۵} = ۴ - \frac{۱۶}{۲^n + ۵} \Rightarrow a_n = ۴ - \frac{۱۶}{۲^n + ۵}$$

$$a_{n+۱} \geq a_n \Leftrightarrow ۴ - \frac{۱۶}{۲^{n+۱} + ۵} \geq ۴ - \frac{۱۶}{۲^n + ۵}$$

$$\Leftrightarrow \frac{۱۶}{۲^n + ۵} \geq \frac{۱۶}{۲^{n+۱} + ۵} \Leftrightarrow ۲^{n+۱} + ۵ \geq ۲^n + ۵ \Leftrightarrow ۲^{n+۱} \geq ۲^n$$

$$\Leftrightarrow ۲(۲^n) \geq ۲^n \Leftrightarrow ۲ \geq ۱ \Leftrightarrow$$ دنباله صعودی است.

البته واضح است که با افزایش n مقدار مخرج کسر $\frac{۱۶}{۲^n + ۵}$ افزایش یافته و مقدار کسر کاهش می‌یابد و در نتیجه مقدار کمتری از ۴ کم می‌شود. پس مقدار a_n در حال افزایش است.

(دیفرانسیل - دنباله‌ها؛ صفحه‌های ۲۳ تا ۲۷)

۱✓ ۲ ۳ ۴

www.riazisara.ir دانلود از سایت ریاضی سرا

۱۳- (پیمان بهرام‌پور)

فرض می‌کنیم که $\lim_{n\to\infty} a_n = \lim_{n\to\infty} a_{n+1} = L$ در نتیجه:

$$L = \sqrt{15+2L} \Rightarrow L^2 = 15+2L \Rightarrow L^2-2L-15 = 0$$
$$\Rightarrow L = -3 \text{ و } 5$$

از طرفی $L > 0$ لذا، $L = 5$ قابل قبول است.

(دیفرانسیل - دنباله‌ها: صفحه‌های ۲۷ تا ۴۱ و ۵۰)

۱ ۲ ۳ ۴✓

۱۴- (کیا مقدس‌نیاک)

$$x \to 0 \Rightarrow \sin^2 x \to 0^+$$

حال عبارت را در $1+\cos x$ ضرب و تقسیم می‌کنیم:

$$\lim_{x\to 0}(1-\cos^2 x)\left[\frac{1}{\sin^2 x}\right]\left(\frac{1}{1+\cos x}\right)$$
$$= \lim_{x\to 0}\left(\sin^2 x\left[\frac{1}{\sin^2 x}\right]\right)\left(\frac{1}{1+1}\right) = 1\times\frac{1}{2} = \frac{1}{2}$$

نکته:
$$\lim_{u\to 0} u\left[\frac{1}{u}\right] = 1$$

(دیفرانسیل - حد و پیوستگی: صفحه‌های ۵۱ تا ۸۷)

۱ ۲✓ ۳ ۴

$$y = \sqrt{\frac{(x+1)(4x^2+(k-4)x)+(4-k)x}{x+1}}$$

$$y = \sqrt{4x^2+(k-4)x+\frac{(4-k)x}{x+1}} \Rightarrow \lim_{x\to+\infty} y = \sqrt{4}\left|x+\frac{k-4}{8}\right|$$

$$y = 2x+\frac{k-4}{4} \Rightarrow \text{عرض از مبدا} = \frac{k-4}{4} = \frac{1}{2} \Rightarrow k = 6$$

(دیفرانسیل – حد و پیوستگی: صفحه‌های ۱۰۴ تا ۱۲۰)

۱ ۲ ۳ ۴✓

www.riazisara.ir دانلود از سایت ریاضی سرا

۱۶- (سعید بحفری)

حد داده شده در صورت سؤال تعریف $f'(a)$ می‌باشد. پس داریم: $f'(a)=\frac{۱}{۲}$

$$f(x)=\sin^۲ x \Rightarrow f'(x)=۲\sin x\cos x=\sin ۲x$$

$$\Rightarrow f'(a)=\sin ۲a=\frac{۱}{۲}\Rightarrow ۲a=\frac{\pi}{۶}\Rightarrow a=\frac{\pi}{۱۲}$$

(حسابان — مشتق توابع: صفحه‌های ۱۸۲ تا ۱۸۴ و مثلثات: صفحه‌های ۱۱۸ تا ۱۲۳)

۱ ۲✓ ۳ ۴

۱۷- (سعید بحفری)

$$(۵,a)\in f^{-۱}\Rightarrow (a,۵)\in f\Rightarrow f(a)=۵$$

$$۲f'(x)+۳f(x)=۷\xrightarrow{x=a}۲f'(a)+۳f(a)=۷$$

$$\Rightarrow ۲f'(a)+۳(۵)=۷\Rightarrow f'(a)=-۴$$

$$(f^{-۱})'(۵)=\frac{۱}{f'(a)}=-\frac{۱}{۴}$$

(ریاضی ۲ – تابع: صفحه‌های ۴۱ تا ۴۷ و حسابان – مشتق توابع: صفحه‌های ۱۸۴ تا ۱۸۷)

۱✓ ۲ ۳ ۴

۱۸- (سعید بحفری)

برای نزولی اکید بودن باید $y'<۰$ باشد.

$$y=\frac{x}{۴}-\tan^{-۱}\frac{x}{۲}\Rightarrow y'=\frac{۱}{۴}-\frac{\frac{۱}{۲}}{۱+(\frac{x}{۲})^۲}$$

$$\Rightarrow y'=\frac{۱}{۴}-\frac{۲}{۴+x^۲}<۰\Rightarrow \frac{۲}{۴+x^۲}>\frac{۱}{۴}\Rightarrow x^۲+۴<۸$$

$$\Rightarrow x^۲<۴$$

$$\Rightarrow |x|<۲\Rightarrow -۲<x<۲ \qquad (*)$$

برای تقعر روبه بالا داشتن باید $y''>۰$ باشد.

$$y''=-\frac{-۲\times ۲x}{(۴+x^۲)^۲}=\frac{۴x}{(۴+x^۲)^۲}>۰\Rightarrow x>۰ \quad (**)$$

$$(*),(**)\Rightarrow ۰<x<۲ \text{ یا } x\in(۰,۲)$$

(دیفرانسیل – مشتق و کاربرد آن: صفحه‌های ۱۷۸ تا ۱۸۴)

۱ ۲ ۳✓ ۴

www.riazisara.ir دانلود از سایت ریاضی سرا

۱۹- (کیا مقدس نیاک)

$$f'(x)=۲x-۲\sin ۲x \Rightarrow f''(x)=۲-۴\cos ۲x=۰$$

$$\Rightarrow \cos ۲x=\frac{۱}{۲}$$

$$\Rightarrow ۲x=۲k\pi\pm\frac{\pi}{۳}\Rightarrow x=k\pi\pm\frac{\pi}{۶}\Rightarrow x=\frac{\pi}{۶},\frac{۷\pi}{۶},\frac{۵\pi}{۶},\frac{۱۱\pi}{۶}$$

$$\text{مجموع طول نقاط عطف}=\frac{\pi}{۶}+\frac{۷\pi}{۶}+\frac{۵\pi}{۶}+\frac{۱۱\pi}{۶}+=\frac{۲۴\pi}{۶}=۴\pi$$

(دیفرانسیل - مشتق و کاربرد آن؛ صفحه‌های ۱۸۰ تا ۱۸۴)

۱ ۲ ۳✓ ۴

۲۰- (سینا محمدپور)

می‌دانیم در این تابع، مشتق تابع در نقطهٔ مینیمم نسبی برابر با صفر است. پس داریم:

$$f'(x)=-\frac{a}{x^۲}-۲x=\frac{-(a+۲x^۳)}{x^۲}$$

$$f'(x)=۰\Rightarrow x_۰=\sqrt[۳]{-\frac{a}{۲}}$$

حال از آنجایی که در همسایگی این نقطه به ازای همهٔ مقادیر a (جز صفر) علامت f' از مثبت به منفی تغییر می‌کند، بنابراین همواره $x=x_۰$ نقطهٔ ماکزیمم نسبی است و تابع هیچ‌گاه مینیمم نسبی ندارد.

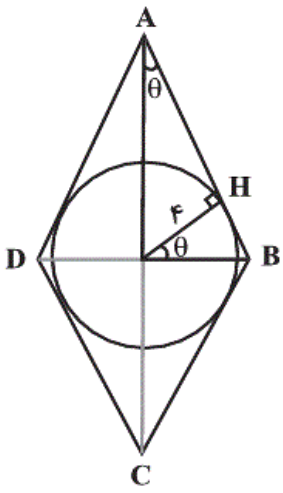
(دیفرانسیل - مشتق و کاربرد آن؛ صفحه‌های ۱۸۴ تا ۱۹۱)

۱ ۲ ۳ ۴✓

www.riazisara.ir دانلود از سایت ریاضی سرا

-۲۱ (جهانبخش نیکنام)

مطابق شکل مقابل داریم:



$$AB = AH + HB = ۴\cot\theta + ۴\tan\theta$$

بنابراین محیط لوزی برابر است با:

$$P(\theta) = ۱۶(\tan\theta + \cot\theta)$$

حال داریم:

$$P'(\theta) = ۱۶(۱ + \tan^۲\theta - ۱ - \cot^۲\theta) = ۰$$

$$\Rightarrow \tan\theta = \cot\theta \Rightarrow \theta = \frac{\pi}{۴} \Rightarrow P_{min} = P\left(\frac{\pi}{۴}\right) = ۱۶(۱+۱) = ۳۲$$

توجه کنید که چون حاصل ضرب $\tan\theta$ و $\cot\theta$ مقدار ثابتی است، مجموع آنها وقتی می‌نیمم است که این دو مقدار مساوی باشند.

(دیفرانسیل - مشتق و کاربرد آن: صفحه‌های ۱۶۵ تا ۱۷۷)

۱ ۲ ۳ ۴✓

-۲۲ (جهانبخش نیکنام)

نمودار تابع بر محور طول‌ها مماس است، پس معادلهٔ $f(x) = ۰$ ریشهٔ مضاعف دارد، یعنی: $-x^۲ + ax - ۱ = ۰$ ریشهٔ مضاعف دارد. پس:

$$\Delta = a^۲ - ۴ = ۰ \Rightarrow a = \pm ۲$$

چون ریشهٔ تابع عددی مثبت است، پس فقط $a = ۲$ قابل قبول است.

از طرف دیگر مجانب افقی تابع، خط $y = -۱$ است. همچنین مجانب افقی تابع نمودار تابع را روی محور عرض‌ها قطع می‌کند. پس:

$$f(۰) = -\frac{۱}{b} = -۱ \Rightarrow b = ۱$$

در نتیجه: $ab = ۲$.

(دیفرانسیل - مشتق و کاربرد آن: صفحه‌های ۱۹۷ تا ۲۱۰)

۱ ۲✓ ۳ ۴

www.riazisara.ir دانلود از سایت ریاضی سرا

-۲۳ (کیا مقدس‌نیاک)

$$\text{انتگرال مورد نظر} = \int_{-1}^{0}(x-(-1))\cos(\pi(-1))dx + \int_{0}^{1}(x-0)\cos(\pi(0))dx$$

$$= \int_{-1}^{0}(-x-1)dx + \int_{0}^{1}xdx = -\int_{-1}^{0}xdx - \int_{-1}^{0}1dx + \int_{0}^{1}xdx$$

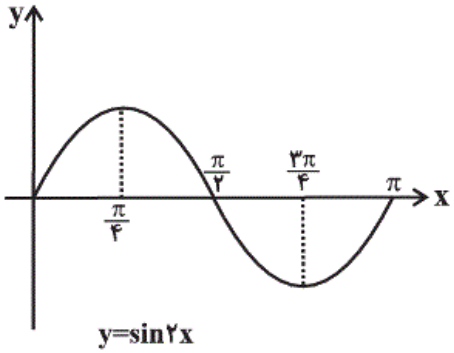
$$= -\frac{x^2}{2}\Big|_{-1}^{0} - x\Big|_{-1}^{0} + \frac{x^2}{2}\Big|_{0}^{1}$$

$$= -(0-\frac{1}{2}) - (0-(-1)) + (\frac{1}{2}-0) = \frac{1}{2} - 1 + \frac{1}{2} = 0$$

(دیفرانسیل - انتگرال: صفحه‌های ۲۴۱ تا ۲۴۹)

۱ ۲ ۳ ۴✓

-۲۴ (کیا مقدس‌نیاک)



$$S = \int_{0}^{\frac{\pi}{2}} \sin 2x dx - \int_{\frac{\pi}{2}}^{\frac{3\pi}{4}} \sin 2x dx$$

$$\Rightarrow S = -\frac{1}{2}\cos 2x\Big|_{0}^{\frac{\pi}{2}} + \frac{1}{2}\cos 2x\Big|_{\frac{\pi}{2}}^{\frac{3\pi}{4}}$$

$$= -\frac{1}{2}(-1-1) + \frac{1}{2}(0-(-1)) = \frac{3}{2}$$

$$S_{ABCD} = |AB| \times |BC| \xrightarrow{|AB|=\frac{3\pi}{4}} \frac{3\pi}{4}(|BC|) = \frac{3}{2}$$

$$\Rightarrow |BC| = \frac{2}{\pi}$$

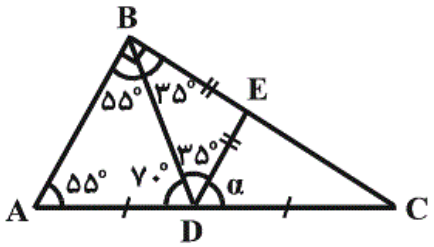
(دیفرانسیل - انتگرال: صفحه‌های ۲۴۱ تا ۲۴۹)

۱ ۲ ۳ ۴✓

www.riazisara.ir دانلود از سایت ریاضی سرا

۲۵- (رضا عباسی‌اصل)

از B به D وصل می‌کنیم، می‌دانیم در مثلث قائم‌الزاویه، میانهٔ نظیر وتر نصف وتر است، پس داریم:



$$AD = DB = DC$$

$\overset{\Delta}{ABD}$ متساوی‌الساقین است $\Rightarrow A\hat{B}D = \hat{A} = ۵۵^\circ$

$$\Rightarrow A\hat{D}B = ۱۸۰^\circ - ۲\times ۵۵^\circ = ۷۰^\circ$$

$$D\hat{B}E = ۹۰^\circ - ۵۵^\circ = ۳۵^\circ \xrightarrow{\overset{\Delta}{BDE}\ \text{متساوی‌الساقین}} B\hat{D}E = ۳۵^\circ$$

$$۷۰^\circ + ۳۵^\circ + \alpha = ۱۸۰^\circ \Rightarrow \alpha = ۷۵^\circ$$

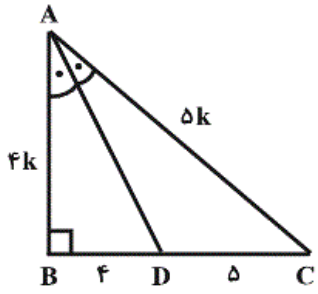
(هندسه ۱ - هندسه و استدلال: صفحه‌های ۱۱ تا ۱۴ و ۲۲)

۱ ۲ ۳ ۴✓

۲۶- (رضا عباسی‌اصل)

AD نیمساز $\Rightarrow \dfrac{AB}{AC} = \dfrac{BD}{DC}$

$$\frac{AB}{AC} = \frac{۴}{۵} \Rightarrow \begin{cases} AB = ۴k \\ AC = ۵k \end{cases}$$



بنابه قضیهٔ فیثاغورس در مثلث ABC داریم:

$$\overset{\Delta}{ABC}: AC^۲ = AB^۲ + BC^۲ \Rightarrow ۲۵k^۲ = ۱۶k^۲ + ۸۱$$

$$\Rightarrow ۹k^۲ = ۸۱ \Rightarrow k^۲ = ۹ \Rightarrow k = ۳ \Rightarrow AB = ۱۲$$

$$\overset{\Delta}{ABD}: AD^۲ = AB^۲ + BD^۲$$

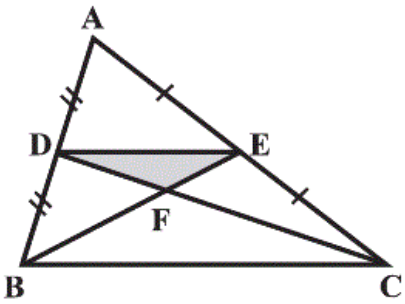
$$= ۱۲^۲ + ۴^۲ = ۱۶۰ \Rightarrow AD = ۴\sqrt{۱۰}$$

(هندسه ۱ - مساحت و قضیهٔ فیثاغورس: صفحه‌های ۵۷ تا ۶۱ و هندسه ۲ - استدلال در هندسه: صفحه‌های ۱۳ و ۱۴)

۱✓ ۲ ۳ ۴

www.riazisara.ir دانلود از سایت ریاضی سرا

-۲۷ (رضا عباسی‌اصل)



$$\frac{AD}{AB}=\frac{AE}{AC}=\frac{۱}{۲}\xrightarrow{\text{عکس قضیهٔ تالس}}DE\parallel BC$$

$$\xrightarrow{\text{قضیهٔ تالس}}\frac{DE}{BC}=\frac{۱}{۲}$$

مثلث‌های DEF و BFC متشابهند و داریم:

$$k=\frac{DE}{BC}=\frac{۱}{۲}\Rightarrow\frac{S_{DEF}}{S_{BFC}}=k^۲\Rightarrow\frac{۴}{S_{BFC}}=(\frac{۱}{۲})^۲\Rightarrow S_{BFC}=۱۶$$

حال:

$$S_{ABC}=۳S_{BFC}=۳\times۱۶=۴۸$$

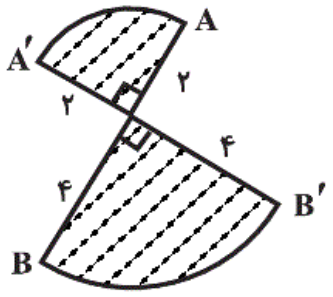
$$S_{ABE}=\frac{۱}{۲}S_{ABC}=\frac{۱}{۲}\times۴۸=۲۴$$

(هندسه ۱ - تشابه: صفحه‌های ۷۷ تا ۸۳ و ۹۷ تا ۱۰۶)

۱ ۲ ۳ ۴✓

-۲۸ (رضا عباسی‌اصل)

در این صورت قاعدهٔ جسم حاصل به شکل زیر خواهد بود که محیط آن برابر است با:



$$\text{محیط قاعده}=|\overset{\frown}{AA'}|+|\overset{\frown}{BB'}|+AB+A'B'$$

$$=\frac{۱}{۴}(۲\pi\times۲)+\frac{۱}{۴}(۲\pi\times۴)+۶+۶$$

$$=۳\pi+۱۲=۳\times۳+۱۲=۲۱$$

$$\text{مساحت قاعده}=\frac{۱}{۴}\pi\times۲^۲+\frac{۱}{۴}\pi\times۴^۲=۵\pi=۵\times۳=۱۵$$

$$\text{مساحت جانبی}=\text{محیط قاعده}\times\text{ارتفاع}=۲۱\times۴=۸۴$$

$$\text{مساحت کل}=۲\times۱۵+۸۴=۱۱۴$$

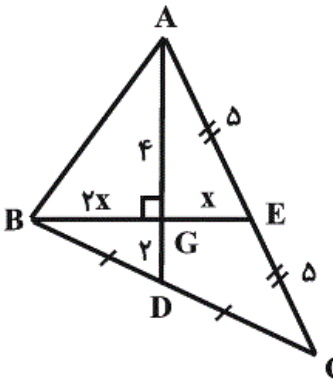
(هندسه ۱ - شکل‌های فضایی: صفحه‌های ۱۲۱ و ۱۲۲)

۱ ۲✓ ۳ ۴

www.riazisara.ir دانلود از سایت ریاضی سرا

۲۹- (رضا عباسی‌اصل)

با توجه به اینکه میانه‌های هر مثلث همدیگر را به نسبت ۲ به ۱ قطع می‌کنند، داریم:



$$AG = ۲GD = ۴$$
$$BG = ۲GE = ۲x$$

در نتیجه:

$$\overset{\Delta}{AGE} : x^۲ = ۲۵ - ۱۶ \Rightarrow x = ۳$$
$$\Rightarrow BE = ۳x = ۹$$

(هندسه ۲ - استدلال در هندسه: صفحهٔ ۳۶)

۴ ۳✓ ۲ ۱

۳۰- (محمدطاهر شعاعی)

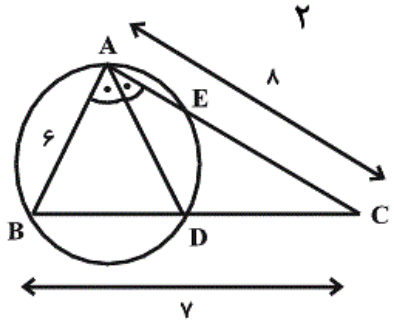
$$\hat{A} \text{ نیمساز } AD \Rightarrow \frac{BD}{AB} = \frac{CD}{AC} \Rightarrow \frac{BD}{۶} = \frac{CD}{۸}$$

$$\Rightarrow \frac{BD}{۶} = \frac{CD}{۸} = \frac{\overset{BC}{\cancel{BD+CD}}}{۶+۸} = \frac{۷}{۱۴} \Rightarrow \begin{cases} BD = ۶ \times \frac{۱}{۲} = ۳ \\ CD = ۸ \times \frac{۱}{۲} = ۴ \end{cases}$$

و با استفاده از رابطهٔ طولی امتداد وترهای دایره داریم:

$$CE \times AC = CD \times BC \Rightarrow CE \times ۸ = ۴ \times ۷ \Rightarrow CE = \frac{۷}{۲}$$

$$\frac{CE}{AE} = \frac{\frac{۷}{۲}}{۸ - \frac{۷}{۲}} = \frac{۷}{۱۶ - ۷} = \frac{۷}{۹}$$

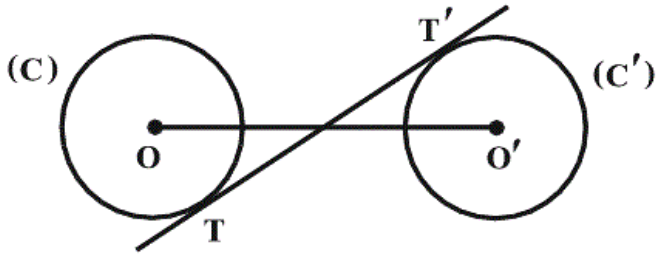


(هندسه ۲ - استدلال در هندسه: صفحه‌های ۱۳ و ۱۴ و دایره: صفحه‌های ۷۴ تا ۷۸)

۴ ۳ ۲✓ ۱

www.riazisara.ir دانلود از سایت ریاضی سرا

-۳۱ *(محمدطاهر شعاعی)*



چون انتقال تبدیل ایزومتری است، پس شعاع دایرهٔ تصویر برابر همان شعاع دایرهٔ مفروض است. یعنی: $R' = R = ۱$

طول خط‌المرکزین دو دایره برابر همان طول بردار انتقال .. می‌باشد، داریم:

$$OO' = |\vec{v}| = \sqrt{۳^۲ + (-۴)^۲} = ۵$$

طول مماس مشترک داخلی دو دایره $TT' = \sqrt{d^۲ - (R + R')^۲}$

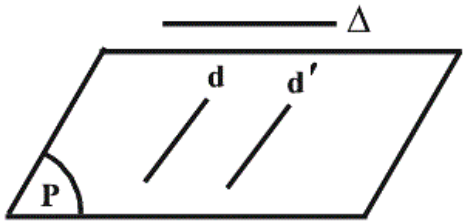
$$= \sqrt{۵^۲ - (۲)^۲} = \sqrt{۲۵ - ۴} = \sqrt{۲۱}$$

(هندسه ۲ - دایره: صفحه‌های ۸۰ و ۸۱ - تبدیل‌های هندسی: صفحه‌های ۹۱ تا ۹۶)

۱ ۲ ۳ ۴✓

-۳۲ *(نادر حاجی‌زاده)*

فرض کنید صفحهٔ P شامل دو خط d و d' و Δ با صفحهٔ P موازی باشد. واضح است که نمی‌توان خطی یافت که هر سه خط d ، d' و Δ را قطع کند. در سه حالت دیگر بی‌شمار خط یافت می‌شود که هر سه خط d ، d' و Δ را قطع می‌کنند.



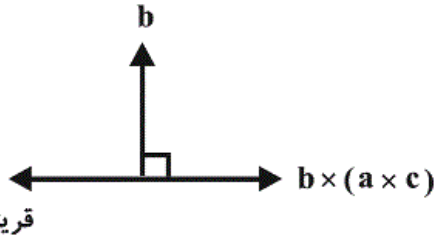
(هندسه ۲ - هندسه در فضا: صفحه‌های ۱۳۹ تا ۱۴۷)

۱✓ ۲ ۳ ۴

-۳۳ *(علی ایمانی)*

$$(b.c)a - (b.a)c = b \times (a \times c)$$

از طرفی بردار $b \times (a \times c)$ ، عمود بر بردار $\vec{b}$ است. بنابراین مطابق شکل زیر خواهیم داشت:



قرینه

$$b \times (a \times c) \text{ قرینهٔ } = -b \times (a \times c) = b \times (c \times a)$$

(هندسه تحلیلی - بردارها: صفحه‌های ۲۵ تا ۲۹ و ۳۳)

۱ ۲✓ ۳ ۴

www.riazisara.ir دانلود از سایت ریاضی سرا

-۳۴ (سیدامیر ستوده)

$$\vec{n}=\begin{vmatrix} i & j & k \\ ۱ & -۲ & -۸ \\ ۲ & ۵ & -۱ \end{vmatrix}=۴۲i-۱۵j+۹k \,||\, ۱۴i-۵j+۳k$$

$$\Rightarrow ۱۴(x-۱)-۵(y+۱)+۳(z+۱)=۰$$

$$\Rightarrow ۱۴x-۵y+۳z=۱۶$$

(هندسه تحلیلی - خط و صفحه: صفحه‌های ۴۲ و ۴۳)

۱ ۲ ۳ ۴✓

-۳۵ (کیوان دارابی)

دو خط متنافر داده شده بر دو صفحهٔ موازی واقع هستند. که این صفحات در معادلات ظاهر شده‌اند. اولی در صفحهٔ $x+y=۱$ و دومی در صفحهٔ $x+y=۲$ واقع است. پس کافی است فاصلهٔ این دو صفحهٔ موازی از یکدیگر را پیدا کنیم:

$$d=\frac{|۲-۱|}{\sqrt{۱^۲+۱^۲}}=\frac{\sqrt{۲}}{۲}$$

(هندسه تحلیلی - خط و صفحه: صفحهٔ ۴۹)

۱✓ ۲ ۳ ۴

-۳۶ (عباس اسدی‌امیرآبادی)

دو نقطهٔ $(۰,-۱)$ و $(۰,۳)$، دارای طول‌های برابر هستند، پس سهمی افقی است.

محور تقارن سهمی، خط $y=\frac{-۱+۳}{۲}=۱$ است. بنابراین نقطهٔ دیگر داده شده یعنی $(-۲,۱)$، رأس سهمی می‌باشد. داریم:

$$(y-۱)^۲=۴a(x+۲)\xrightarrow{(۰,۳)}۴=۴a\times ۲\Rightarrow ۴a=۲$$

طول وتر کانونی سهمی (پاره‌خط MN) برابر $۴a$ یعنی ۲ است.

(هندسه تحلیلی - مقاطع مخروطی: صفحه‌های ۶۴ تا ۷۰)

۱ ۲ ۳ ۴✓

www.riazisara.ir دانلود از سایت ریاضی سرا

-۳۷ (کیوان دارابی)

$$xy = x + y \Rightarrow xy - x - y = ۰ \Rightarrow (x-۱)(y-۱) - ۱ = ۰$$

$$\Rightarrow (x-۱)(y-۱) = ۱$$

خواص هندسی این هذلولی با هذلولی $xy = ۱$ تفاوتی ندارد. پس معادلهٔ این هذلولی را استاندارد می‌کنیم.

$$\xrightarrow{\text{استانداردسازی}} x^۲ - y^۲ = ۲ \Rightarrow \frac{x^۲}{۲} - \frac{y^۲}{۲} = ۱$$

$$c^۲ = a^۲ + b^۲ = ۲ + ۲ = ۴ \Rightarrow c = ۲ \Rightarrow ۲c = ۴$$

(هندسه تحلیلی - مقاطع مخروطی؛ صفحه‌های ۸۳ تا ۹۲)

۱ ۲ ۳ ۴✓

-۳۸ (نادر حاجی‌زاده)

اولاً A^tA متقارن است، پس گزینهٔ «۲» حذف می‌شود. ثانیاً درایه‌های روی قطر اصلی A^tA نمی‌توانند منفی باشند، پس گزینهٔ «۱» حذف می‌شود. از طرفی $|A^tA| = |A|^۲$، پس دترمینان ماتریس باید مثبت باشد، پس گزینهٔ «۳» نیز حذف می‌شود.

(هندسه تحلیلی - ماتریس و دترمینان؛ صفحه‌های ۱۰۵ تا ۱۰۷)

۱ ۲ ۳ ۴✓

-۳۹ (رضا عباسی‌اصل)

$$A^۳ = I \Rightarrow |A^۳| = |I| \Rightarrow |A^۳| = ۱ \Rightarrow |A| = ۱$$

در رابطهٔ $A + B = AB$، از چپ $A^{-۱}$ و از راست $B^{-۱}$ را ضرب می‌کنیم:

$$A^{-۱}(A+B)B^{-۱} = A^{-۱}(AB)B^{-۱}$$

$$\Rightarrow A^{-۱}AB^{-۱} + A^{-۱}BB^{-۱} = (A^{-۱}A)(BB^{-۱})$$

$$\Rightarrow IB^{-۱} + A^{-۱}I = I^۲ \Rightarrow B^{-۱} + A^{-۱} = I$$

$$\Rightarrow (B^{-۱} + A^{-۱})^t = I \Rightarrow |(B^{-۱} + A^{-۱})^t| = ۱$$

بنابراین داریم: $|A^{-۱}(A^{-۱} + B^{-۱})^t| = |A^{-۱}| \times |(A^{-۱} + B^{-۱})^t|$

$$= \frac{۱}{|A|} \times ۱ = ۱ \times ۱ = ۱$$

(هندسه تحلیلی - دستگاه معادلات خطی؛ صفحه‌های ۱۳۱ تا ۱۳۷)

۱ ۲✓ ۳ ۴

www.riazisara.ir دانلود از سایت ریاضی سرا

-۴۰ (کیوان دارابی)

$$(A-I)(A-I)^{-1}=I \Rightarrow A(A-I)^{-1}-I(A-I)^{-1}=I$$

$$\Rightarrow A(A-I)^{-1}=I+(A-I)^{-1}$$

$$=\begin{bmatrix}1&0&0\\0&1&0\\0&0&1\end{bmatrix}+\begin{bmatrix}0&2&-1\\3&1&5\\-4&-1&6\end{bmatrix}=\begin{bmatrix}1&2&-1\\3&2&5\\-4&-1&7\end{bmatrix}$$

(هندسه تحلیلی - دستگاه معادلات خطی: صفحه‌های ۱۳۱ تا ۱۳۷)

۱ ✓ ۲ ۳ ۴

-۴۱ (علی ایمانی)

فرض کنیم تعداد داده‌ها، برابر n باشد، در این صورت داریم:

$$\frac{\sum x_i}{n}=\bar{x} \Rightarrow \sum x_i = n\times 5 = 5n$$

$$\sum x_i^2 = 10\sum x_i$$

$$\sum x_i^2 = 10\times 5n = 50n$$

$$\sigma^2=\frac{\sum x_i^2}{n}-\bar{x}^2=\frac{50n}{n}-5^2=50-25=25\Rightarrow\sigma=5$$

$$CV=\frac{\sigma}{\bar{x}}=\frac{5}{5}=1$$

(آمار و مدلسازی - شاخص‌های پراکندگی: صفحه‌های ۱۴۸ تا ۱۵۸)

۱ ۲ ✓ ۳ ۴

-۴۲ (امیرهوشنگ خمسه)

چون واریانس صفر است، همهٔ داده‌ها و میانگین برابرند.

$$\bar{x}=\frac{7\bar{x}+16+20}{9}\Rightarrow 9\bar{x}=7\bar{x}+36\Rightarrow\bar{x}=18$$

$$\sigma=\sqrt{\frac{(18-18)^2+\ldots+(20-18)^2+(16-18)^2}{9}}=\sqrt{\frac{8}{9}}=\frac{2\sqrt{2}}{3}$$

(آمار و مدل‌سازی - شاخص‌های مرکزی: صفحه‌های ۱۲۵ تا ۱۲۷
و شاخص‌های پراکندگی: صفحه‌های ۱۴۸ تا ۱۵۳)

۱ ۲ ۳ ✓ ۴

-۴۳ (علی ایمانی)

تعداد لانه‌ها $n=3\times 2=6$

دقت کنید که ورزشکار از یک جنسیت درخواست نشده است.
بنابراین کافی است حداقل ۷ ورزشکار موجود باشند. تا مطمئن باشیم حداقل دو نفر از آن ها، هم رشته و همشهری هستند.

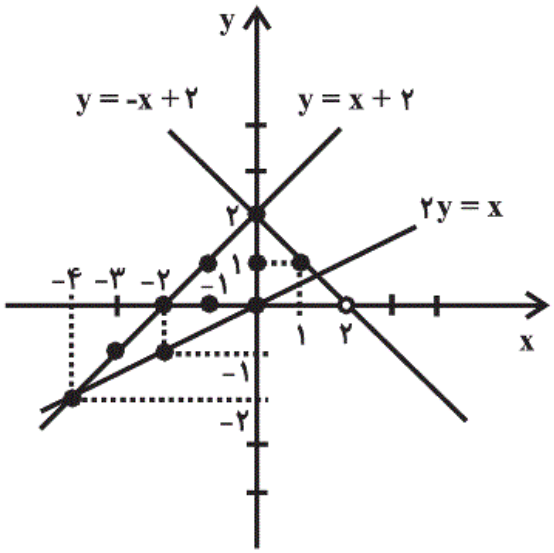
(جبر و احتمال - استدلال ریاضی: صفحه‌های ۲۸ تا ۳۰)

۱ ۲ ۳ ✓ ۴

www.riazisara.ir دانلود از سایت ریاضی سرا

۴۴- *(رحمت عین‌علیان)*

با توجه به رابطهٔ داده شده، نمودار آن به صورت زیر است:



تعداد ۱۰ نقطه در رابطهٔ موردنظر صدق می‌کند.

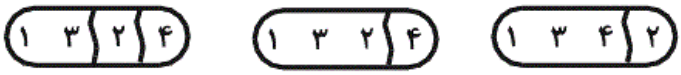
x	-۴	-۳	-۲	-۲	-۱	-۱	۰	۰	۰	۱
y	-۲	-۱	-۱	۰	۰	۱	۰	۱	۲	۱

(جبر و احتمال - مجموعه، ضرب دکارتی و رابطه: صفحه‌های ۶۰ تا ۶۵)

۱ ۲ ۳ ۴✓

۴۵- *(رحمت عین‌علیان)*

دو عدد ۱ و ۳ باید در یک زیر مجموعه از افراز باشد و ۲ و ۴ نباید درون یک زیر مجموعه قرار گیرند. در نتیجه افرازهای مطلوب به شکل زیر است:



(جبر و احتمال - مجموعه، ضرب دکارتی و رابطه: صفحه‌های ۶۵ و ۶۶)

۱✓ ۲ ۳ ۴

۴۶- *(نادر حاجی‌زاده)*

چون تعداد اعضای R باید حداکثر باشد پس برای از بین بردن خواص دیگر باید کمترین زوج مرتب را از بین ۹ زوج مرتب حذف کنیم. مثلاً برای از بین بردن خاصیت بازتابی کافی است فقط (c, c) را حذف کنیم:

$$R = \{(a, a), (b, b), (a, b), (c, a), (b, c)\}$$

رابطهٔ فوق فقط پادتقارنی است و بیشترین تعداد عضو را دارد.

(جبر و احتمال - مجموعه، ضرب دکارتی و رابطه: صفحه‌های ۶۵ تا ۶۸ و ریاضیات گسسته - ترکیبیات: صفحه‌های ۵۸ تا ۶۳)

۱✓ ۲ ۳ ۴

www.riazisara.ir دانلود از سایت ریاضی سرا

-۴۷ (کیوان دارابی)

$$P(S)=۱\Rightarrow P(a)+P(b)+P(c)+P(d)=۱$$

$$\Rightarrow P(c)+P(d)=۱-\frac{۱}{۶}-\frac{۱}{۶}=\frac{۲}{۳}$$

از طرفی پیشامدهای A و B مستقل‌اند، پس داریم:

$$\left.\begin{matrix}A=\{a\ ,\ b\}\\ B=\{a\ ,\ c\}\end{matrix}\right\}\Rightarrow P(A\cap B)=P(A)\times P(B)$$

$$\Rightarrow P(a)=\big(P(a)+P(b)\big)\big(P(a)+P(c)\big)$$

$$\Rightarrow \frac{۱}{۶}=\frac{۱}{۳}(\frac{۱}{۶}+P(c))\Rightarrow P(c)=\frac{۱}{۲}-\frac{۱}{۶}=\frac{۱}{۳}$$

(جبر و احتمال - احتمال: صفحه‌های ۹۵ تا ۹۹ و ریاضیات گسسته - احتمال: صفحه‌های ۸۳ و ۸۴)

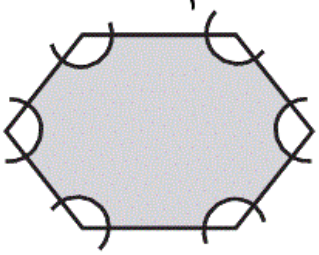
۱ ۲✓ ۳ ۴

-۴۸ (امیرهوشنگ خمسه)

اندازهٔ هر زاویهٔ داخلی ۶ ضلعی منتظم $\frac{(۶-۲)\times ۱۸۰^\circ}{۶}=۱۲۰^\circ$ است.

مساحت هر ۶ ضلعی منتظم، برابر $۶\times\frac{\sqrt{۳}}{۴}a^۲$ می‌باشد که در این سؤال $a=\sqrt{۲\pi}$ است. پیشامد مورد نظر، معادل ناحیهٔ هاشور خورده است. ۶ قطاع ۱۲۰° به شعاع ۱ هستند، به عبارتی $۶\times ۱۲۰^\circ=۷۲۰^\circ$ که مساحت ۲ دایره به شعاع ۱ است.

$$P(A)=\frac{\frac{۳\sqrt{۳}}{۲}(۲\pi)-۲\pi(۱)}{\frac{۳\sqrt{۳}}{۲}(۲\pi)}=\frac{(۳\sqrt{۳}-۲)\pi}{۳\sqrt{۳}\pi}\times\frac{\sqrt{۳}}{\sqrt{۳}}=\frac{۹-۲\sqrt{۳}}{۹}$$



$$=۱-\frac{۲\sqrt{۳}}{۹}$$

(جبر و احتمال - احتمال: صفحه‌های ۱۰۰ تا ۱۰۹)

۱ ۲✓ ۳ ۴

www.riazisara.ir دانلود از سایت ریاضی سرا

-۴۹ (رحمت عین‌علیان)

تعداد رأس	۱	k	۲	۶
درجه	۴	۳	۲	۱

$$\sum \deg(v_i) = 2q \Rightarrow (1\times 4)+(k\times 3)+(2\times 2)+(6\times 1) = 2q$$

$$4+3k+4+6 = 2(p-1) \xrightarrow{p=1+k+2+6 \Rightarrow p=9+k}$$

$$14+3k = 2(8+k) \Rightarrow 14+3k = 16+2k \Rightarrow k = 2$$

(ریاضیات گسسته - گراف: صفحه‌های ۱۷ و ۱۸)

۱ ۲✓ ۳ ۴

-۵۰ (رحمت عین‌علیان)

با توجه به اینکه اعداد در مبنای ۵ دارای ارقام بین صفر تا ۴ هستند پس مجموع برابر است با:

$$\begin{array}{r} {}^{1}\quad {}^{1} \\ (2\ 1\ 0\ 2\ 4)_5 \\ +\quad (4\ 3\ 1\ 3)_5 \\ \hline (3\ 0\ 3\ 4\ 2)_5 \end{array}$$

$$\Rightarrow (a\ b\ c\ d\ e)_5 = (3\ 0\ 3\ 4\ 2)_5 \Rightarrow a+b = 3+0 = 3$$

(ریاضیات گسسته - نظریه اعداد: صفحه‌های ۳۲ تا ۳۴)

---

۱ ۲ ۳✓ ۴

-۵۱ (عزیزاله علی‌اصغری)

اگر 5^n+1 بر ۱۲۶ بخش‌پذیر باشد، آن‌گاه داریم:

$$5^n+1 \overset{126}{\equiv} 0 \Rightarrow 5^n \overset{126}{\equiv} -1$$

$$(5^3)^{2k+1} \overset{126}{\equiv} -1 \Rightarrow 5^{6k+3} \overset{126}{\equiv} -1 \qquad (k\in Z)$$ از طرفی داریم:

$$10 \le 6k+3 \le 99 \Rightarrow 2 \le k \le 16$$

یعنی به ازای ۱۵ مقدار k و در نتیجه ۱۵ عدد طبیعی دو رقمی n، عدد 5^n+1 بر ۱۲۶ بخش‌پذیر است.

(ریاضیات گسسته - نظریه اعداد: صفحه‌های ۴۸ تا ۵۱)

۱ ۲ ۳ ۴✓

www.riazisara.ir دانلود از سایت ریاضی سرا

-۵۲ (امیرهوشنگ خمسه)

$$16x+9y=2^{12} \Rightarrow 16x \overset{9}{\equiv} 2^{12} \quad (*)$$

$$2^3 \overset{9}{\equiv} -1 \Rightarrow 2^{12} \overset{9}{\equiv} 1$$

از طرفی داریم:

پس رابطهٔ $(*)$ به‌صورت زیر در می‌آید:

$$16x \overset{9}{\equiv} 1 \Rightarrow -2x \overset{9}{\equiv} 1$$

$$\Rightarrow -2x \overset{9}{\equiv} -8 \Rightarrow x \overset{9}{\equiv} 4 \Rightarrow x=9k+4$$

$$\xrightarrow{k=11} x_{min}=103 \xrightarrow{\text{جمع ارقام}} 1+0+3=4$$

(ریاضیات گسسته - نظریه اعداد: صفحه‌های ۴۸ تا ۵۳)

۱ ۲ ۳ ۴✓

-۵۳ (امیرهوشنگ خمسه)

می‌دانیم $M(RoR)=[M(R)]^2$ در نتیجه:

$$M^{(2)}=\begin{bmatrix}1&0&1&0\\0&0&0&1\\1&1&1&0\\0&0&0&0\end{bmatrix}\begin{bmatrix}1&0&1&0\\0&0&0&1\\1&1&1&0\\0&0&0&0\end{bmatrix}=\begin{bmatrix}1&1&1&0\\0&0&0&0\\1&1&1&1\\0&0&0&0\end{bmatrix}$$

$$N \ll \begin{bmatrix}1&1&1&0\\0&0&0&0\\1&1&1&1\\0&0&0&0\end{bmatrix}$$

نامساوی در صورتی برقرار است که درایه‌هایی که در ماتریس سمت راست، برابر یک هستند، در ماتریس N، صفر یا یک باشند. پس طبق اصل ضرب $2^7=128$ ماتریس از نوع N وجود دارد.

(ریاضیات گسسته - ترکیبیات: صفحه‌های ۵۸ تا ۶۳)

۱ ۲ ۳✓ ۴

-۵۴ (محمد صحت‌کار)

برای آنکه تابع F از A به A پوشا باشد، باید هر عضو از A با یک عضو منحصر به خود از A نظیر شود (تابع یک به یک باشد.)

تعداد توابع یک به یک روی $A = P(4,4)=4!=24$

(ریاضیات گسسته - ترکیبیات: صفحهٔ ۶۶ و ریاضی ۲ - ترکیبیات: صفحهٔ ۱۸۶)

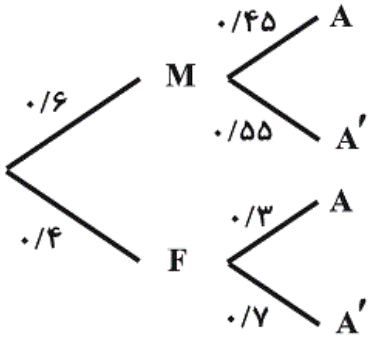
---

۱ ۲✓ ۳ ۴

www.riazisara.ir دانلود از سایت ریاضی سرا

-۵۵ (رحمت عین‌علیان)

M : مردان F : زنان A : افراد مبتلا به آلزایمر



طبق قاعدهٔ بیز خواهیم داشت:

$$P(F \mid A)=\frac{P(F)\times P(A \mid F)}{P(A)}$$

$$=\frac{(۰/۴\times ۰/۳)}{(۰/۴\times ۰/۳)+(۰/۶\times ۰/۴۵)}=\frac{۰/۱۲}{۰/۱۲+۰/۲۷}=\frac{۴}{۱۳}$$

(ریاضیات گسسته - احتمال: صفحه‌های ۸۵ تا ۹۰)

۱ ۲ ۳✓ ۴

www.kanoon.ir

www.riazisara.ir دانلود از سایت ریاضی سرا