



www.riazisara.ir سایت ویژه ریاضیات

درسنامه ها و جزوه های ریاضی

سوالات و پاسخنامه تشریحی کنکور

نمونه سوالات امتحانات ریاضی

نرم افزارهای ریاضیات

۰۰۹

کanal سایت ریاضی سرا در تلگرام:

<https://t.me/riazisara>



(@riazisara)

۱۰۶- حاصل $\int_0^1 \sqrt[3]{x} dx$ کدام است؟

۱) ۴

۰/۷۵ ۳)

۰/۵ ۲)

۰/۲۵ ۱)

شما پاسخ نداده اید

۱۰۷- اگر $\int \frac{x+2}{x^3} dx = \frac{f(x)}{x^2} + C$ ، آنگاه تابع f کدام است؟

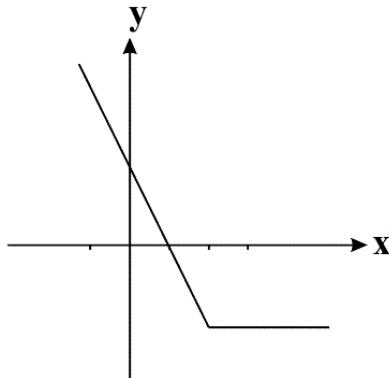
-x + 1 ۴)

x + 1 ۳)

x - 1 ۲)

-x - 1 ۱)

شما پاسخ نداده اید



۱۰۸- با توجه به نمودار تابع $f(x) = |x-2| - x$ حاصل $\int_{-1}^3 f(x) dx$ کدام است؟

۱) ۱

۲) ۲

۰/۵ ۳)

۱/۵ ۴)

شما پاسخ نداده اید

۱۰۹- اگر $\int_0^2 f(x) dx$ حاصل $f(x) = \begin{cases} 1-x & x < 1 \\ x^2 & x > 1 \end{cases}$ کدام است؟

$\frac{19}{6}$ ۴)

$\frac{17}{6}$ ۳)

$\frac{11}{6}$ ۲)

$\frac{5}{6}$ ۱)

شما پاسخ نداده اید

۱۱۰- حاصل $\int_{-2}^2 (2x - [x]) dx$ کدام است؟ ([]، نماد جزء صحیح است.)

-2 ۴)

-1 ۳)

2 ۲)

۱) ۱)

شما پاسخ نداده اید

۱۱۱- حاصل $\int_{-1}^2 (|x|)^{[x+2]} dx$ کدام است؟ ([]: جزء صحیح)

$\frac{14}{3}$ ۴)

$\frac{53}{12}$ ۳)

$\frac{55}{12}$ ۲)

$\frac{13}{3}$ ۱)

شما پاسخ نداده اید

$$112-\text{اگر } \int \frac{(1+x)(1+2x)}{x\sqrt{x}} dx = \frac{f(x)}{\sqrt[3]{x}} + C \text{ باشد } f(x) \text{ کدام است؟}$$

$$2x^2 + 18x - 3 \quad (2) \qquad x^2 + 18x - 6 \quad (1)$$

$$4x^2 + 18x - 6 \quad (4) \qquad x^2 + 18x + 6 \quad (3)$$

شما پاسخ نداده اید

$$113-\text{اگر } f(x) = \frac{f(x)}{x} \text{ ، آنگاه مشتق راست تابع به معادله } y = 2 \text{ در } x=2 \text{ کدام است؟}$$

$$4 \quad (4) \qquad \frac{4}{3} \quad (3) \qquad 2 \quad (2) \qquad \frac{2}{3} \quad (1)$$

شما پاسخ نداده اید

$$114-\text{به ازای کدام مقدار } a \text{ ، حاصل } \int_1^a \left(\frac{x^2-1}{x^2} \right) dx \text{ برابر } \frac{1}{2} \text{ است؟}$$

$$\frac{7}{2} \quad (4) \qquad 3 \quad (3) \qquad \frac{5}{2} \quad (2) \qquad 2 \quad (1)$$

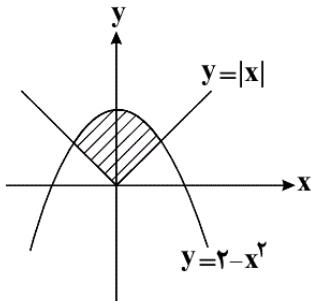
شما پاسخ نداده اید

$$115-\text{حاصل } \int_1^e \frac{e^{[x]}}{x} dx \text{ کدام است؟ () [جزء صحیح]}$$

$$\ln \frac{1}{2} \quad (4) \qquad \ln 2 \quad (3) \qquad \frac{1}{e} \quad (2) \qquad 2 - \ln 2 \quad (1)$$

شما پاسخ نداده اید

116-با توجه به شکل زیر، مساحت ناحیه هاشور خورده کدام است؟



- $\frac{7}{6} \quad (1)$
- $\frac{7}{3} \quad (2)$
- $\frac{5}{6} \quad (3)$
- $\frac{5}{3} \quad (4)$

شما پاسخ نداده اید

117-مساحت محصور به نمودار تابع ($x > 0$) $y = 2 \sin x$ ، محور y ها و خط $y = 2$ چقدر است؟

$$\pi - 2 \quad (4) \qquad 2\pi - 4 \quad (3) \qquad 1 \quad (2) \qquad 2 \quad (1)$$

شما پاسخ نداده اید

$$118-\text{حاصل } \int \frac{\cos^3 x}{1 - \sin x} dx \text{ کدام است؟}$$

$$\sin x - \frac{1}{4} \cos 2x + C \quad (2) \qquad \sin x - \cos 2x + C \quad (1)$$

$$\cos x - \frac{1}{4} \cos 2x + C \quad (4) \qquad \cos x - \cos 2x + C \quad (3)$$

شما پاسخ نداده اید

۱۱۹- کدامیک از نقاط زیر بر روی سهمی با خط هادی $x=2$ و رأس $(5,6)$ قرار دارد؟

- (۹,-۱) (۴) (۸,۰) (۳) (۶,۲) (۲) (-۱,۴) (۱)

شما پاسخ نداده اید

۱۲۰- از نقطه $A(-2,-2)$ مماسی بر دایره به معادله $-21x^2 - 8x + y^2 + 6y = -21$ رسم می‌کنیم. طول خط مماس کدام است؟

- $8\sqrt{2}$ (۴) $5\sqrt{2}$ (۳) $4\sqrt{6}$ (۲) $8\sqrt{6}$ (۱)

شما پاسخ نداده اید

۱۰۱- مرکز دایره‌ای بر خط به معادله $y=2x$ واقع است و این دایره نیمساز ربع اول را با طول‌های ۱ و ۲ قطع می‌کند. کدامیک از

خط‌های زیر بر این دایره مماس است؟

- $x=4$ (۴) $x=3$ (۳) $y=2$ (۲) $y=1$ (۱)

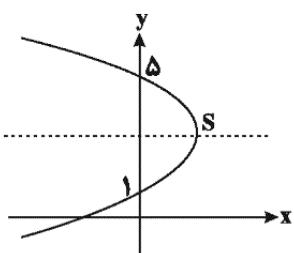
شما پاسخ نداده اید

۱۰۲- در بیضی به معادله $0 = 9x^2 + 4y^2 - 18x + 16y - 11$ ، حاصل ضرب فواصل یک کانون از دو رأس کانونی کدام است؟

- ۴ (۴) ۲ (۳) ۹ (۲) ۳ (۱)

شما پاسخ نداده اید

۱۰۳- در شکل زیر، فاصله رأس سهمی تا محور y ها، ۲ است. این سهمی محور x ها را با چه طولی قطع می‌کند؟



- ۵ (۱)
-۲ (۲)
-۱ (۳)
-۲/۵ (۴)

شما پاسخ نداده اید

۱۰۴- نقطه $(1,-2)$ مرکز هذلولی $4x^2 + mx - 9y^2 + ny = 68$ است. مجموع عرض از مبدأ مجانب‌های این هذلولی کدام است؟

- ۴ (۴) -۳ (۳) -۲ (۲) -۱ (۱)

شما پاسخ نداده اید

۱۰۵- بیضی به کانون‌های $(-1,1)$ و $(1,1)$ و خروج از مرکز e مفروض است. به ازای کدام مقدار e بیضی بر محور y ها مماس

می‌شود؟

- $e = \frac{\sqrt{3}}{3}$ (۴) $e = \frac{1}{3}$ (۳) $e = \frac{\sqrt{2}}{2}$ (۲) $e = \frac{1}{2}$ (۱)

شما پاسخ نداده اید

-106

(بهرام طالبی)

$$\int_0^1 \sqrt[3]{x} dx = \int_0^1 x^{\frac{1}{3}} dx = \left[\frac{x^{\frac{4}{3}}}{\frac{4}{3}} \right]_0^1 = \left(\frac{1}{\frac{4}{3}} - 0 \right) = \frac{3}{4} = 0.75$$

(انتگرال) (ریاضی عمومی، صفحه‌های ۱۶۵ تا ۱۷۲)

۱

۲✓

۳

۴

-107

(عباس امیدوار)

$$\begin{aligned} \int \frac{x+2}{x^3} dx &= \int \left(\frac{1}{x^2} + \frac{2}{x^3} \right) dx = \int \frac{1}{x^2} dx + \int \frac{2}{x^3} dx \\ &= \int x^{-2} dx + 2 \int x^{-3} dx = \frac{x^{-1}}{-1} + 2 \frac{x^{-2}}{-2} + C = -\frac{1}{x} - \frac{1}{x^2} + C \\ &= \frac{-x-1}{x^2} + C \Rightarrow f(x) = -x - 1 \end{aligned}$$

(انتگرال) (ریاضی عمومی، صفحه‌های ۱۶۷ تا ۱۷۲)

۱

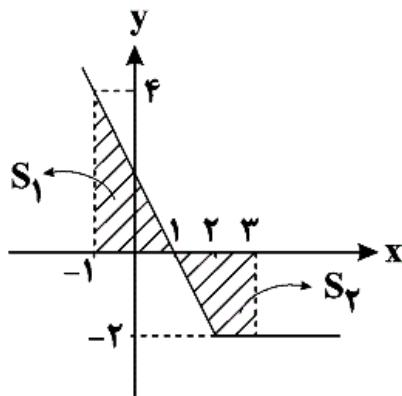
۲

۳

۴✓

(بابک سادات)

حاصل انتگرال صورت سؤال برابر مساحت ناحیه هاشور خورده شکل زیر است. (توجه کنید که ریشه داخل قدر مطلق نقطه شکستگی نمودار تابع است و ریشه تابع $x = 1$ است).



$$\int_{-1}^3 f(x)dx = S_1 - S_2 = \frac{2 \times 4}{2} - \frac{2+1}{2} \times 2 = 4 - 3 = 1$$

(انتگرال) (ریاضی عمومی، صفحه‌های ۱۵۹ تا ۱۶۱)

۴

۳

۲

۱ ✓

(مسین هاجیلو)

چون $x = 1$ نقطه مرزی است، داریم:

$$\begin{aligned} \int_0^1 (1-x)dx + \int_1^2 x^2 dx &= \left[(x - \frac{x^2}{2}) \right]_0^1 + \left[\frac{x^3}{3} \right]_1^2 = (1 - \frac{1}{2}) + (\frac{8}{3} - \frac{1}{3}) \\ &= \frac{1}{2} + \frac{7}{3} = \frac{3+14}{6} = \frac{17}{6} \end{aligned}$$

(انتگرال) (ریاضی عمومی، صفحه‌های ۱۵۷ و ۱۶۵ تا ۱۷۲)

۴

۳ ✓

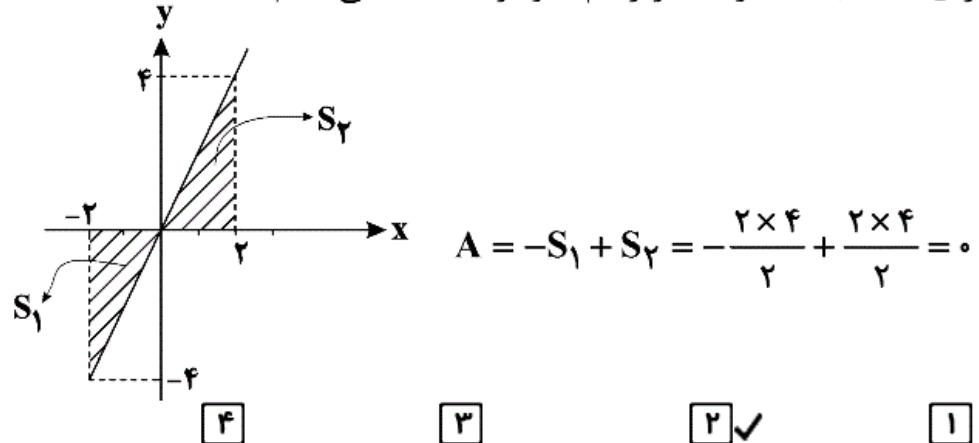
۲

۱

(سروش موئینی)

$$\int_{-2}^2 (2x - [x]) dx = \underbrace{\int_{-2}^2 2x dx}_{A} - \underbrace{\int_{-2}^2 [x] dx}_{B} = 0 - (-2) = 2$$

برای محاسبه A و B از رسم نمودار استفاده می‌کنیم:



(مینم همنزه لویی)

$$\begin{aligned} \int_{-1}^2 (|x|)^{[x+2]} dx &= \int_{-1}^0 (-x)^1 dx + \int_0^1 (x)^1 dx + \int_1^2 (x)^3 dx \\ &= \left[-\frac{x^2}{2} \right]_{-1}^0 + \left[\frac{x^3}{3} \right]_0^1 + \left[\frac{x^4}{4} \right]_1^2 = (0 - (-\frac{1}{2})) + (\frac{1}{3} - 0) + (\frac{16}{4} - \frac{1}{4}) \\ &= \frac{1}{2} + \frac{1}{3} + \frac{15}{4} = \frac{6+4+45}{12} = \frac{55}{12} \end{aligned}$$

(انگلرال) (ریاضی عمومی، صفحه‌های ۱۵۷ و ۱۶۵ تا ۱۷۲)



(رسول محسنی هنمش)

$$\begin{aligned}
 \int \frac{1+3x+2x^2}{x\sqrt{x}} dx &= \int \frac{1+3x+2x^2}{\frac{x}{\sqrt{x}}} dx \\
 &= \int x^{-\frac{1}{2}} dx + 3 \int x^{\frac{1}{2}} dx + 2 \int x^{\frac{3}{2}} dx \\
 &= \frac{x^{-\frac{1}{2}}}{-\frac{1}{2}} + 3 \frac{x^{\frac{1}{2}}}{\frac{1}{2}} + 2 \frac{x^{\frac{3}{2}}}{\frac{3}{2}} + C = -\frac{2}{\sqrt{x}} + 6\sqrt{x} + \frac{4}{3}x\sqrt{x} + C \\
 &= \frac{-6 + 18x + 4x^3}{3\sqrt{x}} + C \Rightarrow f(x) = -6 + 18x + 4x^3
 \end{aligned}$$

(انگلرال) (ریاضی عمومی، صفحه‌های ۱۶۷ تا ۱۷۳)

 ۴✓ ۳ ۲ ۱

(آرش رحیمی)

$$\begin{aligned}
 y(x) &= \frac{f(x)}{x} \\
 \Rightarrow y'(x) &= \frac{f'(x)x - f(x)(1)}{x^2} \Rightarrow y'(2) = \frac{f'(2)(2) - f(2)}{4} \quad (*)
 \end{aligned}$$

$$f(x) = \int_2^x \frac{t^2}{1+\sqrt{2t}} dt \Rightarrow \begin{cases} f(2) = \int_2^2 \frac{t^2}{1+\sqrt{2t}} dt = 0 \\ f'(x) = \frac{x^2}{1+\sqrt{2x}} \Rightarrow f'(2) = \frac{4}{3} \end{cases}$$

$$(*) \Rightarrow y'(2) = \frac{\frac{4}{3} \times 2 - 0}{4} = \frac{2}{3}$$

(انگلرال) (ریاضی عمومی، صفحه‌های ۱۶۹ تا ۱۷۳)

 ۴ ۳ ۲ ۱✓

(فرهاد هامی)

$$\begin{aligned}
 \int_1^a \left(\frac{x^2 - 1}{x^2} \right) dx &= \int_1^a \left(1 - \frac{1}{x^2} \right) dx = x + \frac{1}{x} \Big|_1^a = \left(a + \frac{1}{a} \right) - (2) = \frac{1}{2} \\
 \Rightarrow a + \frac{1}{a} &= \frac{5}{2}
 \end{aligned}$$

پس با توجه به گزینه‌ها $a = 2$ است. (انگلرال) (ریاضی عمومی، صفحه‌های ۱۶۵ تا ۱۷۳) ۴ ۳ ۲ ۱✓

(میثم همنه لوبی)

$$\int_1^e \frac{[x]}{x} dx = \int_1^e \frac{1}{x} dx + \int_1^e \frac{e}{x} dx = [\ln x]_1^e + [e \ln x]_1^e$$

$$= (\ln e - \ln 1) + e(\ln e - \ln 1) = (1 - 0) + e(1 - 1) = 1 - e$$

(انگلرال) (ریاضی عمومی، صفحه‌های ۱۵۷ و ۱۶۵ تا ۱۷۲)

۴

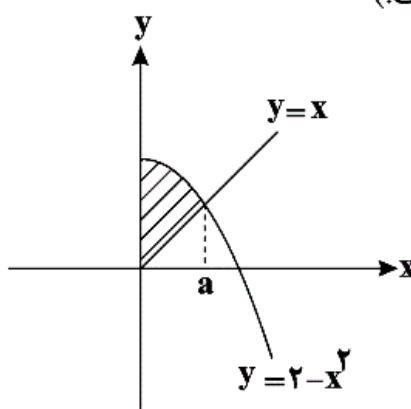
۳

۲

۱ ✓

(محمد رضا میرجلیلی)

چون ناحیه هاشورخورده نسبت به محور y ها متقارن است، پس مساحت نیمه سمت راست ناحیه را محاسبه کرده و سپس آن را دو برابر می‌کنیم.
(دقت کنید که به ازای $|x| > 0$ ، $x = |x|$ است).



نقطه تلاقی دو نمودار برابر است با:

$$2 - x^2 = x \Rightarrow x^2 + x - 2 = 0 \Rightarrow (x-1)(x+2) = 0 \xrightarrow{x>0} x = 1$$

$$\Rightarrow a = 1$$

پس مساحت ناحیه هاشورخورده برابر است با:

$$\int_0^1 ((2 - x^2) - x) dx = \int_0^1 (2 - x^2 - x) dx = 2x - \frac{x^3}{3} - \frac{x^2}{2} \Big|_0^1 \\ = 2 - \frac{1}{3} - \frac{1}{2} = \frac{7}{6}$$

$$\Rightarrow 2\left(\frac{7}{6}\right) = \frac{7}{3} = \text{مساحت ناحیه هاشورخورده}$$

(انگلرال) (ریاضی عمومی، صفحه‌های ۱۶۵ تا ۱۷۳)

۴

۳

۲ ✓

۱

$$S = \int_{0}^{\frac{\pi}{2}} (2 - 2\sin x) dx = 2x + 2\cos x \Big|_0^{\frac{\pi}{2}}$$

$$= \left(2\left(\frac{\pi}{2}\right) - 2\cos\left(\frac{\pi}{2}\right) \right) - (0 + 2) \Rightarrow S = \pi - 2$$

(انتگرال) (ریاضی عمومی، صفحه‌های ۱۶۵ تا ۱۷۳)

✓

۳

۲

۱

(مینم همنه لوبی)

-۱۱۸-

$$\begin{aligned} \int \frac{\cos^3 x}{1 - \sin x} dx &= \int \frac{\cos x (\cos^2 x)}{1 - \sin x} dx = \int \frac{\cos x (1 - \sin^2 x)}{1 - \sin x} dx \\ &= \int \frac{\cos x (1 - \sin x)(1 + \sin x)}{1 - \sin x} dx = \int \cos x (1 + \sin x) dx \\ &= \int \cos x dx + \int \cos x \sin x dx = \int \cos x dx + \int \frac{1}{2} \sin 2x dx \\ &= \sin x - \frac{1}{4} \cos 2x + C \end{aligned}$$

(انتگرال) (ریاضی عمومی، صفحه‌های ۱۶۷ تا ۱۷۲)

۳

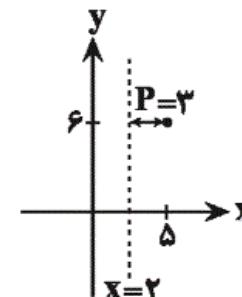
۲

۱

با توجه به مختصات رأس و معادله خط هادی، معادله سهمنی برابر است با:

$$(y - 6)^2 = 4(3)(x - 5)$$

$$(y - 6)^2 = 12(x - 5)$$



$$(y - 6)^2 = 12(x - 5)$$

اگر $x = 8$ باشد:

$$\Rightarrow (y - 6)^2 = 36 \Rightarrow y - 6 = \pm 6 \Rightarrow \begin{cases} y = 0 \\ y = 12 \end{cases}$$

بنابراین سهمنی موردنظر از نقطه $(8, 0)$ می‌گذرد.

(هنرسه مفهومی و منفی‌های درجه دو) (ریاضی عمومی، صفحه‌های ۱۲۵ تا ۱۳۴)

۴

۳✓

۲

۱

در معادله دایره داده شده داریم:

$$x^2 - 8x + y^2 + 6y = -21 \Rightarrow (x - 4)^2 + (y + 3)^2 = 4$$

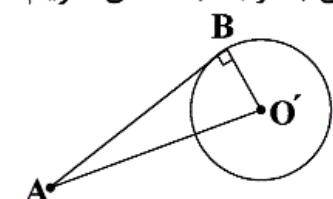
$$\Rightarrow R = 2, O'(4, -3)$$

حال با توجه به شکل داریم: $O'A = \sqrt{(-2 - 4)^2 + (-11 - (-3))^2} = 10$

$$O'B = R = 2$$

$$\Rightarrow O'A^2 = O'B^2 + AB^2$$

$$100 = 4 + AB^2 \Rightarrow AB = \sqrt{96} = 4\sqrt{6}$$



(هنرسه مفهومی و منفی‌های درجه دو) (ریاضی عمومی، صفحه‌های ۱۲۱ تا ۱۲۵)

۴

۳

۲✓

۱

مختصات مرکز این دایره را به صورت $\omega(\alpha, 2\alpha)$ در نظر می‌گیریم، از آنجا که این دایره نیمساز ربع اول را با طول‌های ۱ و ۲ قطع می‌کند، از دو نقطه $A(1, 1)$ و $B(2, 2)$ می‌گذرد، با توجه به تعریف دایره، باید:

$$\text{شعاع دایره: } A\omega = B\omega \Rightarrow \sqrt{(\alpha - 1)^2 + (2\alpha - 1)^2}$$

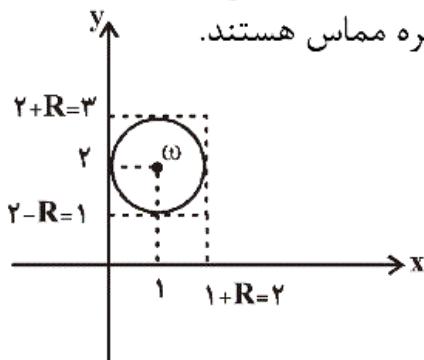
$$= \sqrt{(\alpha - 2)^2 + (2\alpha - 2)^2}$$

$$\Rightarrow (\alpha^2 - 2\alpha + 1) + (4\alpha^2 - 4\alpha + 1) = (\alpha^2 - 4\alpha + 4) + (4\alpha^2 - 8\alpha + 4)$$

$$\Rightarrow -2\alpha + 1 + 1 = 4 - 8\alpha + 4 \Rightarrow 6\alpha = 6 \Rightarrow \alpha = 1$$

$$\Rightarrow \begin{cases} \omega(1, 2) \\ R = A\omega = \sqrt{(1-1)^2 + (2-1)^2} = 1 \end{cases}$$

دایره را در دستگاه مختصات رسم می‌کنیم، ملاحظه می‌شود که خطوط $x = 0$ و $y = 1$ بر این دایره مماس هستند.



(هنرسه مفهومی و منفی‌های درجه (دو^۳) (ریاضی عمومی، صفحه‌های ۱۲۱ تا ۱۲۵)

۴

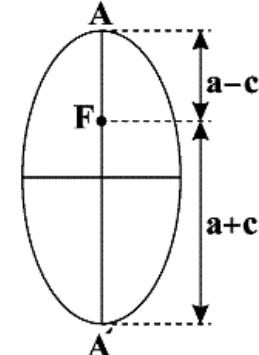
۳

۲

۱ ✓

ابتدا معادله داده شده را استاندارد می‌کنیم:

$$\begin{aligned}
 & 9x^2 - 18x + 4y^2 + 16y - 11 = 0 \\
 \Rightarrow & 9(x^2 - 2x + 1 - 1) + 4(y^2 + 4y + 4 - 4) - 11 = 0 \\
 \Rightarrow & 9((x-1)^2 - 1) + 4((y+2)^2 - 4) - 11 = 0 \\
 \Rightarrow & 9(x-1)^2 - 9 + 4(y+2)^2 - 16 - 11 = 0 \\
 \Rightarrow & 9(x-1)^2 + 4(y+2)^2 = 36 \xrightarrow{\div 36} \\
 & \frac{(x-1)^2}{9} + \frac{(y+2)^2}{4} = 1 \\
 \Rightarrow & \begin{cases} a^2 = 9 \\ b^2 = 4 \end{cases} \quad (*) \\
 \end{aligned}$$



حاصل ضرب فوایل یک کانون از دو رأس کانونی برابر است با:

$$AF \times FA' = (a - c)(a + c) = a^2 - c^2 = b^2 \xrightarrow{(*)} b^2 = 4$$

(هندسه مختصاتی و منفی‌های درجه دوم) (ریاضی عمومی، صفحه‌های ۱۳۵ تا ۱۳۹)

۴ ✓

۳

۲

۱

$$(y-3)^2 = -4P(x-2) \xrightarrow[\text{روی سهمی است}]{\text{نقطه}(0,1)} (1-3)^2 = -4P(0-2)$$

$$\Rightarrow 4 = -4P(-2) \Rightarrow P = \frac{1}{2} \xrightarrow[\text{معادله}]{\text{جایگذاری در}} (y-3)^2 = -4\left(\frac{1}{2}\right)(x-2)$$

$$\Rightarrow (y-3)^2 = -2(x-2) \xrightarrow[\text{محور X ها}]{\text{برخورد با}} (0-3)^2 = -2(x-2)$$

$$\Rightarrow 9 = -2x + 4 \Rightarrow 2x = 4 - 9 = -5 \Rightarrow x = -2/5$$

(هندسه مختصاتی و منفی‌های درجه دوم) (ریاضی عمومی، صفحه‌های ۱۳۴ تا ۱۳۵)

۴ ✓

۳

۲

۱

(علی شهرابی)

$$\frac{fx^2 + mx - 9y^2 + ny - 68 = 0}{f(x,y)}$$

$$f'_x = \lambda x + m = 0 \xrightarrow{x=1} \lambda + m = 0 \Rightarrow m = -\lambda$$

$$f'_y = -18y + n = 0 \xrightarrow{y=-2} 36 + n = 0 \Rightarrow n = -36$$

معادله هذلولی را ساده‌تر می‌نویسیم:

$$4x^2 - \lambda x - 9y^2 - 36y = 68 \Rightarrow 4(x^2 - 2x + 1) - 9(y^2 + 4y + 4)$$

$$= 68 + 4 - 36 \Rightarrow 4(x-1)^2 - 9(y+2)^2 = 36$$

$$4(x-1)^2 - 9(y+2)^2 = 0 \Rightarrow 2|y+2| = 2|x-1|$$

$$\begin{aligned} 3y + 6 &= 2x - 2 \Rightarrow y = \frac{2}{3}x - \frac{\lambda}{3} \\ \Rightarrow 3y + 6 &= -2x + 2 \Rightarrow y = \frac{-2}{3}x - \frac{4}{3} \end{aligned}$$

(هنرسه مفهومی و منفی‌های درجه دو) (ریاضی عمومی، صفحه‌های ۱۳۰ تا ۱۳۸)

۴✓

۳

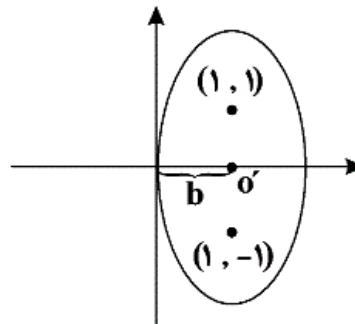
۲

۱

(محمد مصطفی ابراهیمی)

$$F(1,1), F'(1,-1) \Rightarrow FF' = 2c = 2 \Rightarrow c = 1$$

$$e = \frac{c}{a} = \frac{1}{a} \Rightarrow e = \frac{1}{a}$$



شکل را نگاه کنید. بیضی در صورتی بر محور y ها مماس می‌شود که b = 1 باشد. می‌دانیم:

$$a^2 = b^2 + c^2 \xrightarrow{b=c=1} a^2 = 1 + 1 = 2 \Rightarrow a = \sqrt{2}$$

بنابراین $e = \frac{1}{\sqrt{2}} = \frac{\sqrt{2}}{2}$ است.

(هنرسه مفهومی و منفی‌های درجه دو) (ریاضی عمومی، صفحه‌های ۱۳۵ تا ۱۳۹)

۴

۳

۲✓

۱