



سایت ویژه ریاضیات www.riazisara.ir

درسنامه ها و جزوه های ریاضی

سوالات و پاسخنامه تشریحی کنکور

نمونه سوالات امتحانات ریاضی

نرم افزارهای ریاضیات

و...

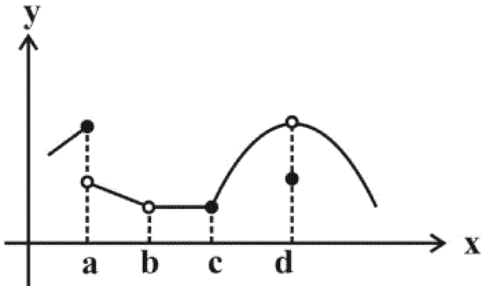
کانال سایت ریاضی سرا در تلگرام:

<https://t.me/riazisara>



(@riazisara)

۹۱- نمودار تابع f به صورت زیر است. این تابع در چند نقطه از نقاط $\{a, b, c, d\}$ حد ندارد؟



۴ (۱)

۳ (۲)

۲ (۳)

۱ (۴)

شما پاسخ نداده اید

۱

۹۲- اگر $f(x) = \frac{|x+2|}{-x-2}$ باشد، آنگاه چند مورد زیر نادرست است؟

الف) $\lim_{x \rightarrow (-2)^+} f(x) = 1$

ب) $\lim_{x \rightarrow (-2)^-} f(x) = -1$

پ) $\lim_{x \rightarrow -2} f(x)$ وجود ندارد.

ت) $\lim_{x \rightarrow -2} f(x) = 1$

۳ (۴)

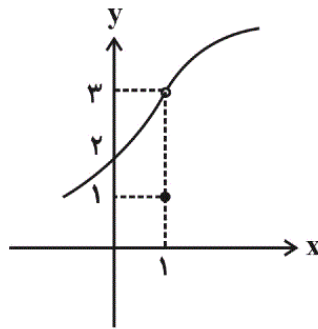
۲ (۳)

۱ (۲)

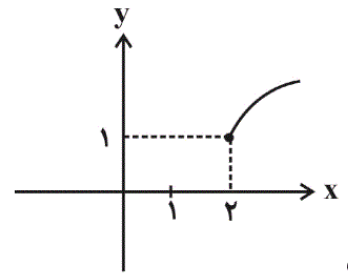
صفر (۱)

شما پاسخ نداده اید

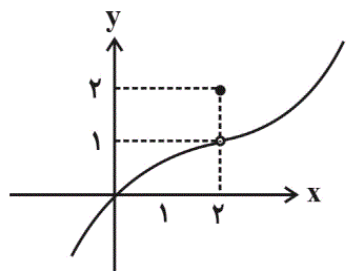
۹۳- در کدام گزینه تساوی داده شده با توجه به شکل نادرست است؟



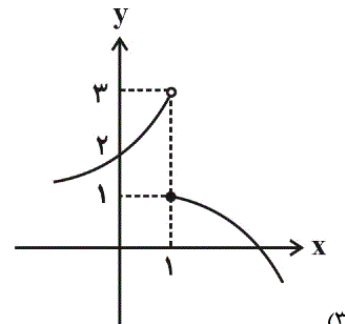
(۲) $\lim_{x \rightarrow 1} f(x) = f(1) + 2$



(۱) $\lim_{x \rightarrow 2^+} f(x) = f(2)$



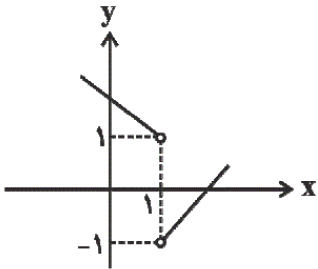
(۴) $\lim_{x \rightarrow 2} f(x) \neq f(2)$



(۳) $\lim_{x \rightarrow 1^+} f(x) - \lim_{x \rightarrow 1^-} f(x) = 2$

شما پاسخ نداده اید

۹۴- اگر نمودار تابع f به صورت زیر باشد، حاصل $\lim_{x \rightarrow 1^+} f(x) + \lim_{x \rightarrow 0^+} f(1-x)$ کدام است؟



(۱) صفر

(۲) ۱

(۳) -۱

(۴) -۲

شما پاسخ نداده اید

۹۵- چه تعداد از توابع زیر در نقطه $x=0$ حد ندارند؟

الف) $f(x) = \begin{cases} \frac{|x|}{x}, & x \neq 0 \\ 0, & x = 0 \end{cases}$

ب) $f(x) = \begin{cases} 1, & x > 0 \\ -1, & x < 0 \end{cases}$

پ) $f(x) = \begin{cases} \sqrt{x}, & x > 0 \\ -\sqrt{-x}, & x < 0 \end{cases}$

ت) $f(x) = \begin{cases} 2x^2, & x \geq 0 \\ 0, & x < 0 \end{cases}$

(۴) ۴

(۳) ۳

(۲) ۲

(۱) ۱

شما پاسخ نداده اید

ریاضی، ریاضی 2، احتمال شرطی و پیش آمد های مستقل، آمار و احتمال - 13970214

۱۰۸- اگر دانش آموزی در دو تیم والیبال و فوتبال مدرسه اش باشد که هر دو تیم به فینال مسابقات رسیده باشند، چنانچه احتمال فقط قهرمانی تیم فوتبال به اندازه $0/2$ بیش تر از احتمال این باشد که تیم والیبال به شرط قهرمانی تیم فوتبال، قهرمان شود و بدانیم احتمال قهرمانی هر دو تیم با هم $0/1$ است. در این صورت احتمال قهرمانی تیم فوتبال چقدر است؟

(۴) $0/6$

(۳) $0/5$

(۲) $0/4$

(۱) $0/3$

شما پاسخ نداده اید

۱۰۹- اگر A و B دو پیشامد باشند به طوری که $P(B|A) = \frac{1}{3}$ ، کدام گزینه درست است؟

(۴) $P(A|(A-B)) = \frac{1}{3}$

(۳) $P(A|(B-A)) = \frac{1}{3}$

(۲) $P((A-B)|A) = \frac{2}{3}$

(۱) $P((A-B)|B) = \frac{2}{3}$

شما پاسخ نداده اید

۱۱۰- احتمال آن که علی در درس ریاضی قبول شود $\frac{1}{4}$ و احتمال آنکه علی یا محمد در درس ریاضی قبول شوند $0/7$ است. احتمال آن که محمد در درس ریاضی قبول شود، کدام است؟

(۴) $0/5$

(۳) $0/4$

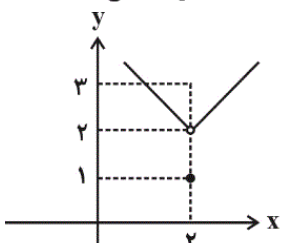
(۲) $0/3$

(۱) $0/2$

شما پاسخ نداده اید

ریاضی، ریاضی 2، محاسبه ی حد تابع، حد و پیوستگی - 13970214

۹۶- نمودار تابع f به صورت زیر است. اگر $g(x) = (x-2)^2 + 1$ باشد، حاصل $\lim_{x \rightarrow 2} [f(x) + g(x)]$ کدام است؟ [۱]، نماد جزء صحیح است.



(۱) صفر

(۲) ۱

(۳) ۲

(۴) ۳

۹۷- اگر $f(x) = \begin{cases} x+3 & , x \geq 0 \\ 2x+2 & , x < 0 \end{cases}$ و $g(x) = \begin{cases} x-1 & , x \geq 0 \\ x & , x < 0 \end{cases}$ باشند، کدام گزینه درست است؟

(۱) f در $x=0$ حد ندارد، g در $x=0$ حد دارد و $f+g$ نیز در $x=0$ حد ندارد.

(۲) f و g در $x=0$ حد ندارند، اما $f+g$ در $x=0$ حد دارد.

(۳) f و g در $x=0$ حد ندارند، اما $f-g$ در $x=0$ حد دارد.

(۴) f و g در $x=0$ حد ندارند.

شما پاسخ نداده اید

۹۸- اگر تابع f در نقطه $x=5$ حد داشته باشد و بدانیم $\lim_{x \rightarrow 5} \frac{4f(x)-3}{2f(x)+1} = 7$ ، آن گاه $\lim_{x \rightarrow 5} f(x)$ کدام است؟

- (۱) $\frac{3}{2}$ (۲) ۱ (۳) $-\frac{3}{2}$ (۴) -۱

شما پاسخ نداده اید

۹۹- حاصل $\lim_{x \rightarrow (-1)^-} (|\frac{5}{x-1}| + |\frac{-5}{x+2}|)$ کدام است؟ ([]، نماد جزء صحیح است.)

- (۱) -۶ (۲) -۷ (۳) -۸ (۴) -۹

شما پاسخ نداده اید

۱۰۰- به ازای کدام مقدار a تابع $f(x)$ در $x=2$ حد دارد؟ ([]، نماد جزء صحیح است.)

$$f(x) = a|\frac{x}{4}| + 2ax|\frac{x}{4}| - [x^2]$$

- (۱) $-\frac{1}{3}$ (۲) $-\frac{5}{4}$ (۳) $\frac{5}{4}$ (۴) $\frac{1}{3}$

شما پاسخ نداده اید

۱۰۱- اگر تابع g یک سهمی با رأس $(0, 3)$ باشد و تابع $f(x) = \begin{cases} |x|-7 & , x \geq 2 \\ g(x) & , x < 2 \end{cases}$ در نقطه $x=2$ حد داشته باشد، حاصل $\lim_{x \rightarrow -1} f(x)$ کدام است؟

- (۱) -۱ (۲) ۱ (۳) صفر (۴) حد ندارد.

شما پاسخ نداده اید

۱۰۲- حاصل $\lim_{x \rightarrow 2} \frac{x^3 + x - 10}{x^2 - 4}$ کدام است؟

- (۱) $\frac{4}{3}$ (۲) صفر (۳) $\frac{13}{4}$ (۴) حد ندارد.

شما پاسخ نداده اید

۱۰۳- حاصل $A = \lim_{x \rightarrow -\frac{\pi}{4}} \frac{1+2\sin x \cos x}{[x]\cos^2 x + \sin^2 x} \times \frac{2}{\cos x + \sin x}$ کدام است؟ ([]، نماد جزء صحیح است.)

- (۱) وجود ندارد. (۲) $-\frac{\sqrt{2}}{2}$ (۳) $\sqrt{2}$ (۴) $-\sqrt{2}$

شما پاسخ نداده اید

$$f(x) = \begin{cases} \sqrt{5x^2 - a} & , x \geq 1 \\ \frac{2x^2 - 3x + 1}{x^2 - 1} & , -2 < x < 1 \\ b|x| + \frac{|x+2|}{x+2} & , x \leq -2 \end{cases}$$

۱۰۴- اگر تابع $x = 1$ و $x = -2$ حد داشته باشد، مقدار $2a \times b$ کدام است؟ ([]، نماد جزء صحیح است.)

۱۹ (۱) -19 (۲) -20 (۳) 20 (۴)

شما پاسخ نداده اید

ریاضی، ریاضی 2، پیوستگی، حد و پیوستگی - 13970214

۱۰۵- کدام تابع در $x = 1$ پیوسته است؟

$$f(x) = \begin{cases} \frac{x^2 - x}{x^2 - 1} & , x \neq 1 \\ -1 & , x = 1 \end{cases} \quad (۲)$$

$$f(x) = \begin{cases} \frac{1}{x^2} & , x \neq 1 \\ 0 & , x = 1 \end{cases} \quad (۱)$$

$$f(x) = \begin{cases} \frac{-x + |x - 2|}{x - 1} & , x \neq 1 \\ -2 & , x = 1 \end{cases} \quad (۴)$$

$$f(x) = \begin{cases} x^2 + 1 + \frac{|x - 1|}{x - 1} & , x \neq 1 \\ 3 & , x = 1 \end{cases} \quad (۳)$$

شما پاسخ نداده اید

$$f(x) = \begin{cases} \frac{\cot x - 1}{\sin x - \cos x} & , x \neq \frac{\pi}{4} \\ k & , x = \frac{\pi}{4} \end{cases}$$

۱۰۶- در تابع $f(x)$ ، به ازای کدام مقدار k تابع در $x = \frac{\pi}{4}$ پیوسته است؟

$-\frac{\sqrt{2}}{2}$ (۴) $\frac{\sqrt{2}}{2}$ (۳) $\sqrt{2}$ (۲) $-\sqrt{2}$ (۱)

شما پاسخ نداده اید

$$f(x) = \begin{cases} |x| & , |x| \leq 2 \\ \frac{4}{x} & , |x| > 2 \end{cases}$$

۱۰۷- تابع $f(x)$ با توجه به نمودارش در چند نقطه از دامنه‌اش ناپیوسته است؟

۳ (۴) ۲ (۳) ۱ (۲) صفر (۱)

شما پاسخ نداده اید

ریاضی، ریاضی 2- سوالات موازی، فرایندهای حدی، حد و پیوستگی - 13970214

$$f(x) = \begin{cases} 2 & , x \in \mathbb{R} - \mathbb{Z} \\ -1 & , x \in \mathbb{Z} \end{cases}$$

۱۱۵- اگر $A = f(0) + \lim_{x \rightarrow 4^-} f(x) + \lim_{x \rightarrow (\frac{1}{4})^+} f(x)$ حاصل $f(x)$ باشد، A کدام است؟

۱ (۱) -1 (۲) 3 (۳) 5 (۴) صفر

شما پاسخ نداده اید

$$f(x) = \begin{cases} \sqrt{x-2} & , x > 2 \\ (x-1)^2 + 1 & , x \leq 1 \end{cases}$$

۱۱۶- در تابع $f(x)$ ، حاصل $\lim_{x \rightarrow 1} f(x)$ و $\lim_{x \rightarrow 2} f(x)$ به ترتیب از راست به چپ کدام است؟

۱، صفر (۱) وجود ندارد، صفر (۲) وجود ندارد، صفر (۳) وجود ندارد (۴) وجود ندارد، وجود ندارد

شما پاسخ نداده اید

۱۱۹- اگر $f(x) = \frac{|x+2|}{-x-2}$ باشد، آنگاه چند مورد زیر نادرست است؟

ت) $\lim_{x \rightarrow -3} f(x) = 1$

۳ (۴)

پ) وجود ندارد: $\lim_{x \rightarrow -2} f(x)$

۲ (۳)

ب) $\lim_{x \rightarrow (-2)^-} f(x) = -1$

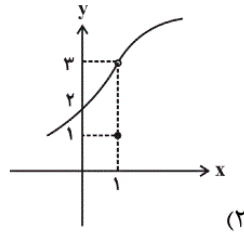
۱ (۲)

الف) $\lim_{x \rightarrow (-2)^+} f(x) = 1$

صفر (۱)

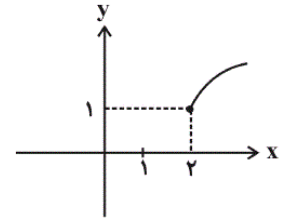
شما پاسخ نداده اید

۱۲۰- در کدام گزینه تساوی داده شده با توجه به شکل نادرست است؟



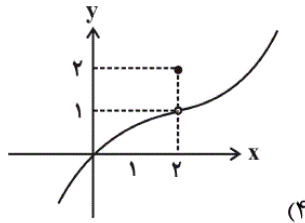
$\lim_{x \rightarrow 1} f(x) = f(1) + 2$

(۲)



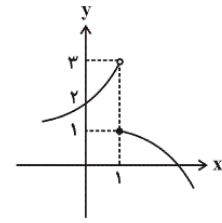
$\lim_{x \rightarrow 2^+} f(x) = f(2)$

(۱)



$\lim_{x \rightarrow 2} f(x) \neq f(2)$

(۴)

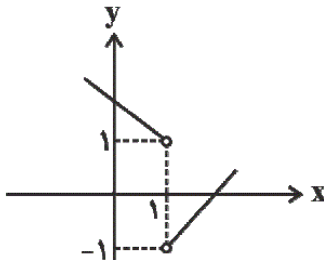


$\lim_{x \rightarrow 1^+} f(x) - \lim_{x \rightarrow 1^-} f(x) = 2$

(۳)

شما پاسخ نداده اید

۱۲۱- اگر نمودار تابع f به صورت زیر باشد، حاصل $\lim_{x \rightarrow 1^+} f(x) + \lim_{x \rightarrow 0^+} f(1-x)$ کدام است؟



صفر (۱)

۱ (۲)

-۱ (۳)

-۲ (۴)

شما پاسخ نداده اید

۱۲۲- چه تعداد از توابع زیر در نقطه $x=0$ حد ندارد؟

الف) $f(x) = \begin{cases} \frac{|x|}{x}, & x \neq 0 \\ 0, & x = 0 \end{cases}$

و

ب) $f(x) = \begin{cases} 1, & x > 0 \\ -1, & x < 0 \end{cases}$

پ) $f(x) = \begin{cases} \sqrt{x}, & x > 0 \\ -\sqrt{-x}, & x < 0 \end{cases}$

و

ت) $f(x) = \begin{cases} 2x^2, & x \geq 0 \\ 0, & x < 0 \end{cases}$

۴ (۴)

۳ (۳)

۲ (۲)

۱ (۱)

شما پاسخ نداده اید

ریاضی، ریاضی 2- سوالات موازی، نمودارها و کاربردهای توابع نمایی و لگاریتمی، توابع نمایی و لگاریتمی - 13970214

۱۱۱- هر باکتری پس از نیم ساعت به دو باکتری تبدیل می‌شود. اگر نوعی بیماری با ۱۰۰ باکتری شروع شود، پس از ۳ ساعت

تعداد باکتری‌ها کدام است؟

۶۴۰۰ (۴)

۳۲۰۰ (۳)

۸۰۰ (۲)

۱۶۰۰ (۱)

۱۱۲- اختلاف شدت دو زلزله در مقیاس ریشتر برابر $1/4$ است. انرژی زلزله قوی‌تر چند برابر دیگری است؟ $(\log E = 11/8 + 1/5 M, \log 5 = 0/7)$

۶۲۵ (۴)

۱۲۵ (۳)

۲۵ (۲)

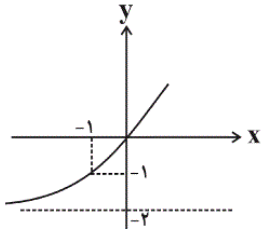
۵ (۱)

شما پاسخ نداده اید

۱۱۳- برای رسم نمودار تابع $y = -\log_p(x-1) + 1$ به کمک انتقال تابع $y = \log_p^x$ کدام گزینه درست است؟

- (۱) ابتدا نمودار را یک واحد به سمت راست انتقال داده سپس نسبت به محور y ها قرینه می‌کنیم و یک واحد به سمت بالا انتقال می‌دهیم.
 (۲) ابتدا نمودار را یک واحد به سمت چپ انتقال داده سپس نسبت به محور x ها قرینه می‌کنیم و یک واحد به سمت بالا انتقال می‌دهیم.
 (۳) ابتدا نمودار را یک واحد به سمت راست انتقال داده سپس نسبت به محور x ها قرینه می‌کنیم و یک واحد به سمت بالا انتقال می‌دهیم.
 (۴) ابتدا نمودار را نسبت به محور x ها قرینه می‌کنیم سپس یک واحد به سمت راست انتقال داده و یک واحد به سمت پایین انتقال می‌دهیم.

شما پاسخ نداده اید



۱۱۴- در دستگاه مختصات زیر، نمودار تابع با ضابطه $y = a + 2^{x+b}$ رسم شده است. مقدار $2a - b$ کدام است؟

-۳ (۱)

۵ (۲)

-۵ (۳)

۳ (۴)

شما پاسخ نداده اید

ریاضی، ریاضی 2- سوالات موازی، محاسبه ی حد تابع، حد و پیوستگی - 13970214

۱۱۷- اگر تابع f در نقطه $x = 1$ دارای حد بوده و $\lim_{x \rightarrow 1} \frac{f^2(x) + 2f(x)}{f(x) + 2x} = 4$ باشد، آنگاه حد تابع f در نقطه $x = 1$ کدام می‌تواند باشد؟

۱ (۴)

صفر (۳)

۲ (۲)

۴ (۱)

شما پاسخ نداده اید

۱۱۸- حاصل حد $\lim_{x \rightarrow 2^+} \frac{2x^2 - [2x^2]}{x^2 - 5x + 6}$ کدام است؟ ([]، نماد جزء صحیح است.)

-۱۲ (۴)

-۸ (۳)

-۴ (۲)

صفر (۱)

شما پاسخ نداده اید

۱۲۳- اگر $f(x) = \begin{cases} x+3, & x \geq 0 \\ 2x+2, & x < 0 \end{cases}$ و $g(x) = \begin{cases} x-1, & x \geq 0 \\ x, & x < 0 \end{cases}$ باشند، کدام گزینه درست است؟

(۱) f در $x=0$ حد ندارد، g در $x=0$ حد دارد و $f+g$ نیز در $x=0$ حد ندارد.

(۲) f و g در $x=0$ حد ندارند، اما $f+g$ در $x=0$ حد دارد.

(۳) f و g در $x=0$ حد ندارند، اما $f-g$ در $x=0$ حد دارد.

(۴) f, g و $f+g$ در $x=0$ حد ندارند.

شما پاسخ نداده اید

۱۲۴- اگر تابع f در نقطه $x = 5$ حد داشته باشد و بدانیم $\lim_{x \rightarrow 5} \frac{4f(x) - 3}{2f(x) + 1} = 7$ ، آنگاه $\lim_{x \rightarrow 5} f(x)$ کدام است؟

-۱ (۴)

 $-\frac{3}{2}$ (۳)

۱ (۲)

 $\frac{3}{2}$ (۱)

شما پاسخ نداده اید

۱۲۵- حاصل $\lim_{x \rightarrow (-1)^-} (|\frac{5}{x-1}| + |\frac{-5}{x+2}|)$ کدام است؟ ([]، نماد جزء صحیح است.)

-۹ (۴)

-۸ (۳)

-۷ (۲)

-۶ (۱)

شما پاسخ نداده اید

۱۲۶- به ازای کدام مقدار a تابع $f(x)$ در $x=2$ حد دارد؟ ([]، نماد جزء صحیح است.)

$$f(x) = a\left[\frac{x}{4}\right] + 2ax\left[-\frac{x}{4}\right] - [x^2]$$

(۴) $\frac{1}{3}$

(۳) $\frac{5}{4}$

(۲) $-\frac{5}{4}$

(۱) $-\frac{1}{3}$

شما پاسخ نداده اید

۱۲۷- اگر تابع g یک سهمی با رأس $(0, 3)$ باشد و تابع $f(x) = \begin{cases} |x| - 7, & x \geq 2 \\ g(x), & x < 2 \end{cases}$ در نقطه $x=2$ حد داشته باشد، حاصل $\lim_{x \rightarrow -1} f(x)$ کدام است؟

(۴) حد ندارد.

(۳) صفر

(۲) ۱

(۱) -۱

شما پاسخ نداده اید

۱۲۸- حاصل $\lim_{x \rightarrow 2} \frac{x^3 + x - 10}{x^2 - 4}$ کدام است؟

(۴) حد ندارد.

(۳) $\frac{13}{4}$

(۲) صفر

(۱) $\frac{4}{3}$

شما پاسخ نداده اید

۱۲۹- حاصل $A = \lim_{x \rightarrow -\frac{\pi}{4}} \frac{1 + 2 \sin x \cos x}{[x] \cos^2 x + \sin^2 x} \times \frac{2}{\cos x + \sin x}$ کدام است؟ ([]، نماد جزء صحیح است.)

(۴) $-\sqrt{2}$

(۳) $\sqrt{2}$

(۲) $-\frac{\sqrt{2}}{2}$

(۱) وجود ندارد.

شما پاسخ نداده اید

۱۳۰- اگر تابع $f(x) = \begin{cases} \sqrt{5x^2 - a}, & x \geq 1 \\ \frac{2x^2 - 3x + 1}{x^2 - 1}, & -2 < x < 1 \\ b[x] + \frac{|x+2|}{x+2}, & x \leq -2 \end{cases}$ در $x=1$ و $x=-2$ حد داشته باشد، مقدار $2a \times b$ کدام است؟ ([]، نماد جزء صحیح است.)

(۴) ۲۰

(۳) -۲۰

(۲) -۱۹

(۱) ۱۹

شما پاسخ نداده اید

۹۱-

(فرشار فرامرزی)

حد راست و چپ تابع در نقطه به طول $x = a$ با هم متفاوت‌اند؛ پس تابع در این نقطه حد ندارد. در نقطه به طول $x = b$ تابع تعریف نشده است، ولی حد راست و چپ با هم برابرند؛ پس تابع در این نقطه حد دارد. در نقطه به طول $x = c$ هم تابع حد دارد.

در نقطه به طول $x = d$ مقدار تابع و حد تابع با هم برابر نیست ولی چون حد راست و چپ با هم برابرند، پس تابع در این نقطه حد دارد.

(ریاضی ۲، فرایندهای حدی، صفحه‌های ۱۲۳ تا ۱۲۷)

۴

۳

۲

۱

۹۲-

(مهمر بهیرایی)

$$x \rightarrow (-2)^+ \Rightarrow |x+2| = x+2$$

$$\Rightarrow \lim_{x \rightarrow (-2)^+} f(x) = \lim_{x \rightarrow (-2)^+} \frac{x+2}{-(x+2)} = -1 \quad (1)$$

$$x \rightarrow (-2)^- \Rightarrow |x+2| = -(x+2)$$

$$\Rightarrow \lim_{x \rightarrow (-2)^-} f(x) = \lim_{x \rightarrow (-2)^-} \frac{-(x+2)}{-(x+2)} = 1 \quad (2)$$

$\xrightarrow{(2),(1)} \lim_{x \rightarrow -2} f(x)$: وجود ندارد

$$\lim_{x \rightarrow -2} f(x) = \lim_{x \rightarrow -2} \frac{-(x+2)}{-(x+2)} = 1$$

بنابراین موارد (الف) و (ب) نادرست هستند.

(ریاضی ۲، فرایندهای حدی، صفحه‌های ۱۲۳ تا ۱۲۷)

۴

۳

۲

۱

در گزینه «۳» با توجه به شکل داریم:

$$\begin{cases} \lim_{x \rightarrow 1^+} f(x) = 1 \\ \lim_{x \rightarrow 1^-} f(x) = 3 \end{cases} \Rightarrow \lim_{x \rightarrow 1^+} f(x) - \lim_{x \rightarrow 1^-} f(x) = 1 - 3 = -2$$

(ریاضی ۲، فرایندهای سری، صفحه‌های ۱۲۳ تا ۱۲۷)

 ۴

 ۳

 ۲

 ۱

(نیما سلطانی)

$$\lim_{x \rightarrow 1^+} f(x) = -1$$

$$x \rightarrow 0^+ \Rightarrow x > 0 \Rightarrow 1 - x < 1$$

$$\Rightarrow \lim_{x \rightarrow 0^+} f(1-x) = \lim_{x \rightarrow 1^-} f(x) = 1$$

$$\Rightarrow \lim_{x \rightarrow 1^+} f(x) + \lim_{x \rightarrow 0^+} f(1-x) = -1 + 1 = 0$$

(ریاضی ۲، فرایندهای سری، صفحه‌های ۱۲۳ تا ۱۲۷)

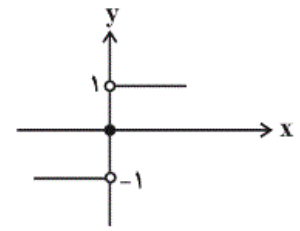
 ۴

 ۳

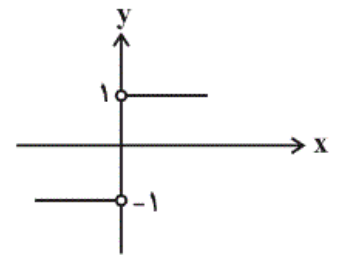
 ۲

 ۱

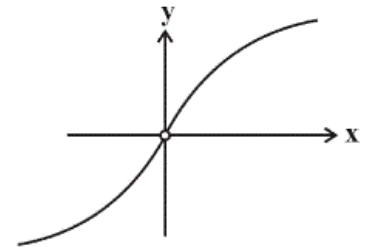
$$\text{الف) } f(x) = \begin{cases} \frac{|x|}{x} & , x \neq 0 \\ 0 & , x = 0 \end{cases}$$



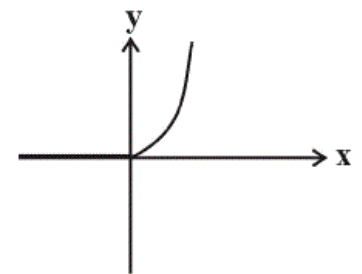
$$\text{ب) } f(x) = \begin{cases} 1 & , x > 0 \\ -1 & , x < 0 \end{cases}$$



$$\text{پ) } f(x) = \begin{cases} \sqrt{x} & , x > 0 \\ -\sqrt{-x} & , x < 0 \end{cases}$$



$$\text{ت) } f(x) = \begin{cases} 2x^2 & , x \geq 0 \\ 0 & , x < 0 \end{cases}$$



از روی نمودارهای رسم شده مشخص است که توابع موارد (الف) و (ب) در نقطه $x = 0$ حد ندارند.

(ریاضی ۲، فرایندهای عددی، صفحه‌های ۱۲۰ تا ۱۲۷)

 ۴

 ۳

 ۲

 ۱

ریاضی، ریاضی ۲، احتمال شرطی و پیش آمد های مستقل، آمار و احتمال - 13970214

احتمال فقط قهرمانی تیم فوتبال $P(B-A)$

احتمال قهرمانی تیم والیبال به شرط قهرمانی تیم فوتبال $P(A|B)$

احتمال قهرمانی هر دو تیم $P(A \cap B)$

$$P(B-A) = P(A|B) + 0/2$$

$$\Rightarrow P(B) - P(B \cap A) = \frac{P(A \cap B)}{P(B)} + 0/2$$

$$\xrightarrow{P(B)=x} x - 0/1 = \frac{0/1}{x} + 0/2 \xrightarrow{\times x} x^2 - 0/1x = 0/1 + 0/2x$$

$$x^2 - 0/3x - 0/1 = 0 \Rightarrow (x - 0/5)(x + 0/2) = 0$$

$$\Rightarrow \begin{cases} P(B) = x = 0/5 \\ P(B) = x = -0/2 \end{cases}$$

(ریاضی ۲، احتمال شرطی و پیشامدهای مستقل، صفحه‌های ۱۴۴ تا ۱۵۲)

۴

۳ ✓

۲

۱

(ابراهیم نبفی)

-۱۰۹

در گزینه «۲» داریم:

$$\begin{aligned} P((A-B)|A) &= \frac{P((A-B) \cap A)}{P(A)} = \frac{P(A-B)}{P(A)} \\ &= \frac{P(A) - P(A \cap B)}{P(A)} = 1 - \frac{P(A \cap B)}{P(A)} \end{aligned}$$

$$\xrightarrow{P(B|A) = \frac{P(A \cap B)}{P(A)}} = 1 - P(B|A) = 1 - \frac{1}{3} = \frac{2}{3}$$

تشریح گزینه‌های دیگر:

$$۱) P((A-B)|B) = \frac{P((A-B) \cap B)}{P(B)} = \frac{P(\emptyset)}{P(B)} = \frac{0}{P(B)} = 0$$

$$۳) P(A|(B-A)) = \frac{P(A \cap (B-A))}{P(B-A)} = \frac{P(\emptyset)}{P(B-A)} = \frac{0}{P(B-A)} = 0$$

$$۴) P(A|(A-B)) = \frac{P(A \cap (A-B))}{P(A-B)} = \frac{P(A-B)}{P(A-B)} = 1$$

(ریاضی ۲، احتمال شرطی و پیشامدهای مستقل، صفحه‌های ۱۴۴ تا ۱۵۲)

۴

۳

۲ ✓

۱

قبول شدن علی در درس ریاضی را پیشامد **A** و قبول شدن محمد در درس ریاضی را پیشامد **B** در نظر می‌گیریم، احتمال قبولی علی یا محمد $P(A \cup B) = 0/7$ است، بنابراین:

$$P(A \cup B) = P(A) + P(B) - P(A \cap B)$$

قبولی علی در درس ریاضی مستقل از قبولی محمد است، پس:

$$P(A \cap B) = P(A) \cdot P(B) \Rightarrow 0/7 = 0/5 + P(B) - (0/5) \times P(B)$$

$$\Rightarrow \frac{1}{2} P(B) = 0/2 \Rightarrow P(B) = 0/4$$

(ریاضی ۲، احتمال شرطی و پیشامدهای مستقل، صفحه‌های ۱۴۴ تا ۱۵۲)

 ۴

 ۳

 ۲

 ۱

ریاضی، ریاضی ۲، محاسبه ی حد تابع، حد و پیوستگی - 13970214

در تابع g داریم:

$$x \rightarrow 2 \Rightarrow (x-2)^2 \rightarrow 0^+ \Rightarrow (x-2)^2 + 1 \rightarrow 1^+$$

در تابع f با توجه به نمودار، وقتی $x \rightarrow 2$ ، نمودار تابع با مقادیر

بیشتر از ۲ به ۲ نزدیک می‌شود، پس: $x \rightarrow 2 \Rightarrow f(x) \rightarrow 2^+$

$$\lim_{x \rightarrow 2} [f(x) + g(x)] = [2^+ + 1^+] = [3^+] = 3 \quad \text{بنابراین داریم:}$$

(ریاضی ۲، محاسبه حد توابع، صفحه‌های ۱۲۸ تا ۱۳۶)

 ۴

 ۳

 ۲

 ۱

$$(f+g)(x) = \begin{cases} 2x+2 & , x \geq 0 \\ 3x+2 & , x < 0 \end{cases} \Rightarrow \lim_{x \rightarrow 0} (f+g)(x) = 2$$

$$(f-g)(x) = \begin{cases} 4 & , x \geq 0 \\ x+2 & , x < 0 \end{cases} \Rightarrow \lim_{x \rightarrow 0} (f-g)(x) = \text{حد ندارد}$$

(ریاضی ۲، محاسبه حد توابع، صفحه‌های ۱۲۸ تا ۱۳۶)

 ۴

 ۳

 ۲

 ۱

با فرض $\lim_{x \rightarrow 5} f(x) = 1$ و استفاده از قضایای حد داریم:

$$\lim_{x \rightarrow 5} \frac{4f(x) - 3}{2f(x) + 1} = \frac{\lim_{x \rightarrow 5} 4f(x) - 3}{\lim_{x \rightarrow 5} 2f(x) + 1} = \frac{4 \lim_{x \rightarrow 5} f(x) - 3}{2 \lim_{x \rightarrow 5} f(x) + 1}$$

$$= \frac{4 \cdot 1 - 3}{2 \cdot 1 + 1} = 1 \Rightarrow 4 \cdot 1 - 3 = 1 \cdot 4 + 1 \Rightarrow 1 \cdot 1 = -1 \cdot 0$$

$$\Rightarrow 1 = \lim_{x \rightarrow 5} f(x) = -1$$

(ریاضی ۲، مناسبه هر توابع، صفحه‌های ۱۲۸ تا ۱۳۶)

 ۴

 ۳

 ۲

 ۱

وقتی $x \rightarrow (-1)^-$ داریم: $\frac{5}{x-1} \rightarrow -\frac{5}{2}$ پس:

$$\lim_{x \rightarrow (-1)^-} \left[\frac{5}{x-1} \right] = \left[-\frac{5}{2} \right] = -3$$

حال برای محاسبه جزء صحیح دیگر داریم:

$$x < -1 \Rightarrow x + 2 < 1 \Rightarrow \frac{1}{x+2} > 1$$

$$\Rightarrow \frac{-5}{x+2} < -5 \Rightarrow \lim_{x \rightarrow (-1)^-} \left[\frac{-5}{x+2} \right] = -6$$

$$-3 - 6 = -9$$

بنابراین جواب مسأله برابر است با:

(ریاضی ۲، مناسبه هر توابع، صفحه‌های ۱۳۴ تا ۱۳۶)

 ۴

 ۳

 ۲

 ۱

(فریده هاشمی)

$$\begin{aligned}\lim_{x \rightarrow 2^-} f(x) &= \lim_{x \rightarrow 2^-} \left(a \left[\frac{2^-}{2} \right] + 2ax \left[-\frac{2^-}{2} \right] - [(2^-)^2] \right) \\ &= \lim_{x \rightarrow 2^-} (a(0) + 2ax(-1) - 4) = -4a - 4\end{aligned}$$

$$\begin{aligned}\lim_{x \rightarrow 2^+} f(x) &= \lim_{x \rightarrow 2^+} \left(a \left[\frac{2^+}{2} \right] + 2ax \left[-\frac{2^+}{2} \right] - [(2^+)^2] \right) \\ &= \lim_{x \rightarrow 2^+} (a(1) + 2ax(-2) - 4) = -7a - 4\end{aligned}$$

برای این که در $x = 2$ حد داشته باشد باید حد چپ و راست آن با هم برابر باشد:

$$-4a - 4 = -7a - 4 \Rightarrow a = -\frac{1}{3}$$

(ریاضی ۲، مناسبه در توابع، صفحه‌های ۱۳۴ تا ۱۳۶)

۴

۳

۲

۱ ✓

(عمید علیزاده)

-۱۰۱

$$g(x) = ax^2 + bx + c \Rightarrow x_s = \frac{-b}{2a} = 0 \Rightarrow b = 0$$

$$g(x) = ax^2 + c \xrightarrow{S(0,3)} 3 = 0 + c \Rightarrow c = 3$$

$$\Rightarrow g(x) = ax^2 + 3$$

$$f(x) = \begin{cases} |x| - 7, & x \geq 2 \rightarrow \lim_{x \rightarrow 2^+} f(x) = \lim_{x \rightarrow 2^+} (|x| - 7) \\ = 2 - 7 = -5 \\ ax^2 + 3, & x < 2 \rightarrow \lim_{x \rightarrow 2^-} f(x) = \lim_{x \rightarrow 2^-} (ax^2 + 3) \\ = 4a + 3 \end{cases}$$

چون f در $x = 2$ حد دارد، پس حد چپ و راست برابرند.

$$4a + 3 = -5 \Rightarrow 4a = -8 \Rightarrow a = -2 \Rightarrow g(x) = -2x^2 + 3$$

$$\lim_{x \rightarrow -1} f(x) = \lim_{x \rightarrow -1} g(x) = \lim_{x \rightarrow -1} (-2x^2 + 3) = 1$$

(ریاضی ۲، مناسبه در توابع، صفحه‌های ۱۲۸ تا ۱۳۶)

۴

۳

۲ ✓

۱

(ابراهیم نبغی)

چون حد تابع به صورت $\frac{0}{0}$ می‌شود، به صورت زیر حد را محاسبه می‌کنیم:

$$x^2 - 4 = (x-2)(x+2)$$

$$x^3 + x - 10 \left| \begin{array}{l} x-2 \\ x^2 + 2x + 5 \end{array} \right.$$

$$\underline{-(x^3 - 2x^2)}$$

$$2x^2 + x - 10$$

$$\underline{-(2x^2 - 4x)}$$

$$5x - 10$$

$$\underline{-(5x - 10)}$$

$$\cdot \Rightarrow x^3 + x - 10 = (x-2)(x^2 + 2x + 5)$$

$$\Rightarrow \lim_{x \rightarrow 2} \frac{x^3 + x - 10}{x^2 - 4} = \lim_{x \rightarrow 2} \frac{(x-2)(x^2 + 2x + 5)}{(x-2)(x+2)} = \frac{13}{4}$$

(ریاضی ۲، مناسبه هر توابع، صفحه‌های ۱۲۸ تا ۱۳۶)

۴

۳ ✓

۲

۱

(مهمر بصیرایی)

$$x \rightarrow -\frac{\pi}{4} \Rightarrow -1 < x < 0 \Rightarrow \left[-\frac{\pi}{4}\right] = -1$$

$$\Rightarrow \frac{1 + 2 \sin x \cos x}{-\cos^2 x + \sin^2 x} = \frac{(\sin x + \cos x)^2}{(\sin x - \cos x)(\sin x + \cos x)}$$

$$\Rightarrow A = \lim_{x \rightarrow -\frac{\pi}{4}} \frac{2(\sin x + \cos x)^2}{(\sin x - \cos x)(\sin x + \cos x)^2}$$

$$= \lim_{x \rightarrow -\frac{\pi}{4}} \frac{2}{\sin x - \cos x} = \frac{2}{-\frac{\sqrt{2}}{2} - \frac{\sqrt{2}}{2}} = \frac{2}{-\sqrt{2}} = -\sqrt{2}$$

(ریاضی ۲، مناسبه هر توابع، صفحه‌های ۱۳۴ تا ۱۳۶)

۴ ✓

۳

۲

۱

(مهری ملا، مضافی)

$$\lim_{x \rightarrow 1^-} f(x) = \lim_{x \rightarrow 1^-} \frac{2x^2 - 3x + 1}{x^2 - 1} = \lim_{x \rightarrow 1^-} \frac{(x-1)(2x-1)}{(x-1)(x+1)}$$

$$= \lim_{x \rightarrow 1^-} \frac{2x-1}{x+1} = \frac{1}{2}$$

$$\lim_{x \rightarrow 1^+} f(x) = \lim_{x \rightarrow 1^+} \sqrt{\delta x^2 - a} = \sqrt{\delta - a}$$

f در $x = 1$ حد دارد، بنابراین:

$$\sqrt{\delta - a} = \frac{1}{2} \Rightarrow \delta - a = \frac{1}{4} \Rightarrow a = \delta - \frac{1}{4} = \frac{19}{4}$$

$$\lim_{x \rightarrow (-2)^+} f(x) = \lim_{x \rightarrow (-2)^+} \frac{2x^2 - 3x + 1}{x^2 - 1} = \frac{15}{3} = 5$$

$$\lim_{x \rightarrow (-2)^-} f(x) = \lim_{x \rightarrow (-2)^-} b|x| + \frac{|x+2|}{x+2} = -3b - 1$$

f در $x = -2$ حد دارد، بنابراین:

$$\Rightarrow -3b - 1 = 5 \Rightarrow -3b = 6 \Rightarrow b = -2$$

$$\Rightarrow 2a \times b = 2 \times \frac{19}{4} \times (-2) = -19$$

(ریاضی ۲، مناسبه هر توابع، صفحه‌های ۱۲۸ تا ۱۳۶)

۴

۳

۲ ✓

۱

ریاضی، ریاضی ۲، پیوستگی، حد و پیوستگی - 13970214

(ابراهیم نبفی)

$$۱) f(x) = \begin{cases} \frac{1}{x^2} & , x \neq 1 \\ 0 & , x = 1 \end{cases}$$

در $x = 1$ ناپیوسته است. $f(1) = 0$ و $\lim_{x \rightarrow 1} f(x) = \lim_{x \rightarrow 1} \left(\frac{1}{x^2}\right) = 1$

$$۲) f(x) = \begin{cases} \frac{x^2 - x}{x^2 - 1} & , x \neq 1 \\ -1 & , x = 1 \end{cases} \Rightarrow f(1) = -1, \lim_{x \rightarrow 1} f(x) = \lim_{x \rightarrow 1} \left(\frac{x^2 - x}{x^2 - 1}\right)$$

$$= \lim_{x \rightarrow 1} \frac{x(x-1)}{(x-1)(x+1)} = \lim_{x \rightarrow 1} \frac{x}{x+1} = \frac{1}{2}$$

با توجه به این که مقادیر حد چپ و راست و مقدار تابع در نقطه $x = 1$ با هم برابر نیستند، تابع در این نقطه ناپیوسته است.

$$۳) f(x) = \begin{cases} x^2 + 1 + \frac{|x-1|}{x-1} & , x \neq 1 \\ 3 & , x = 1 \end{cases}$$

$$\Rightarrow \begin{cases} \lim_{x \rightarrow 1^+} f(x) = \lim_{x \rightarrow 1^+} \left(x^2 + 1 + \frac{(x-1)}{(x-1)}\right) = 3 \\ f(1) = 3 \\ \lim_{x \rightarrow 1^-} f(x) = \lim_{x \rightarrow 1^-} \left(x^2 + 1 + \frac{-(x-1)}{(x-1)}\right) = 1 \end{cases}$$

این تابع در نقطه $x = 1$ فقط پیوستگی راست دارد اما ناپیوسته است.

$$۴) f(x) = \begin{cases} \frac{-x + |x-2|}{x-1} & , x \neq 1 \\ -2 & , x = 1 \end{cases}$$

 ۴ ✓

 ۳

 ۲

 ۱

شرط پیوستگی تابع f در $x = \frac{\pi}{4}$ آن است که $\lim_{x \rightarrow \frac{\pi}{4}} f(x) = f\left(\frac{\pi}{4}\right)$ باشد.

$$\begin{aligned} \lim_{x \rightarrow \frac{\pi}{4}} f(x) &= \lim_{x \rightarrow \frac{\pi}{4}} \frac{\cot x - 1}{\sin x - \cos x} = \frac{0}{0} \\ \Rightarrow \lim_{x \rightarrow \frac{\pi}{4}} \frac{\frac{\cos x}{\sin x} - 1}{\sin x - \cos x} &= \lim_{x \rightarrow \frac{\pi}{4}} \frac{\cos x - \sin x}{\sin x (\sin x - \cos x)} \\ &= \lim_{x \rightarrow \frac{\pi}{4}} \frac{-(\sin x - \cos x)}{\sin x (\sin x - \cos x)} = \lim_{x \rightarrow \frac{\pi}{4}} \frac{-1}{\sin x} \\ &= \frac{-1}{\frac{\sqrt{2}}{2}} = \frac{-2}{\sqrt{2}} \times \frac{\sqrt{2}}{\sqrt{2}} = \frac{-2\sqrt{2}}{2} = -\sqrt{2} \Rightarrow f\left(\frac{\pi}{4}\right) = k = -\sqrt{2} \end{aligned}$$

(ریاضی ۲، پیوستگی، صفحه‌های ۱۳۷ تا ۱۴۲)

 ۴

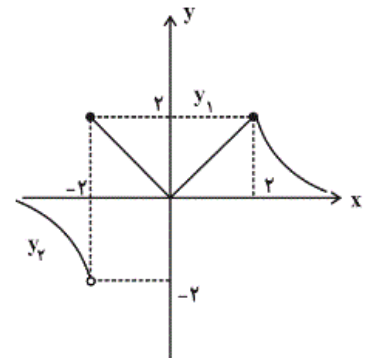
 ۳

 ۲

 ۱

با رسم نمودار تابع $y_1 = |x|$ در بازه $[-2, 2]$ و $y_2 = \frac{4}{x}$ در $(-\infty, -2) \cup (2, +\infty)$ می‌توانیم تعداد نقاط ناپیوستگی آن را تعیین کنیم.

$$f(x) = \begin{cases} |x|, & -2 \leq x \leq 2 \\ \frac{4}{x}, & x < -2, x > 2 \end{cases}$$



با توجه به نمودار f ، این تابع فقط در یک نقطه یعنی $x = -2$ ناپیوستگی دارد.

(ریاضی ۲، پیوستگی، صفحه‌های ۱۳۷ تا ۱۴۲)

 ۴

 ۳

 ۲

 ۱

(مهروی ملارمفدانی)

$$0 \in \mathbb{Z} \Rightarrow f(0) = -1$$

وقتی $x \rightarrow 4^-$ ، x مقداری غیرصحيح دارد، پس: $\lim_{x \rightarrow 4^-} f(x) = 2$

وقتی $x \rightarrow (\frac{1}{4})^+$ ، x مقداری غیرصحيح دارد، پس:

$$\lim_{x \rightarrow (\frac{1}{4})^+} f(x) = 2 \Rightarrow A = -1 + 2 + 2 = 3$$

(ریاضی ۲، فرآیندهای عددی، صفحه‌های ۱۲۳ تا ۱۲۷)

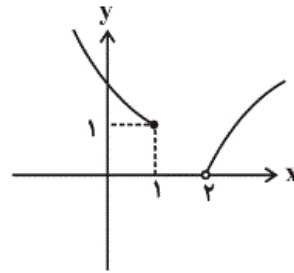
 ۴ ۳ ۲ ۱

(فرنود فارسی‌بانی)

با توجه به نمودار تابع f مشخص می‌شود که تابع در $x = 1$ ، حد راست ندارد بنابراین حد این تابع زمانی که $x \rightarrow 1$ موجود نیست و همچنین در نقطه $x = 2$ حد چپ تعریف نمی‌شود که باعث می‌شود تابع در این نقطه هم حد نداشته باشد.

$$\lim_{x \rightarrow 1^+} f(x) = \text{وجود ندارد} \rightarrow \lim_{x \rightarrow 1} f(x) = \text{وجود ندارد}$$

$$\lim_{x \rightarrow 2^-} f(x) = \text{وجود ندارد} \rightarrow \lim_{x \rightarrow 2} f(x) = \text{وجود ندارد}$$



(ریاضی ۲، فرآیندهای عددی، صفحه‌های ۱۲۳ تا ۱۲۷)

 ۴ ۳ ۲ ۱

(معمد بصیرایی)

$$x \rightarrow (-2)^+ \Rightarrow |x+2| = x+2$$

$$\Rightarrow \lim_{x \rightarrow (-2)^+} f(x) = \lim_{x \rightarrow (-2)^+} \frac{x+2}{-(x+2)} = -1 \quad (1)$$

$$x \rightarrow (-2)^- \Rightarrow |x+2| = -(x+2)$$

$$\Rightarrow \lim_{x \rightarrow (-2)^-} f(x) = \lim_{x \rightarrow (-2)^-} \frac{-(x+2)}{-(x+2)} = 1 \quad (2)$$

وجود ندارد: $\lim_{x \rightarrow -2} f(x)$ $\xrightarrow{(2),(1)}$

$$\lim_{x \rightarrow -2} f(x) = \lim_{x \rightarrow -2} \frac{-(x+2)}{-(x+2)} = 1$$

بنابراین موارد (الف) و (ب) نادرست هستند.

(ریاضی ۲، فرایندهای عددی، صفحه‌های ۱۲۳ تا ۱۲۷)

 ۴

 ۳

 ۲

 ۱

$$\begin{cases} \lim_{x \rightarrow 1^+} f(x) = 1 \\ \lim_{x \rightarrow 1^-} f(x) = 3 \end{cases} \Rightarrow \lim_{x \rightarrow 1^+} f(x) - \lim_{x \rightarrow 1^-} f(x) = 1 - 3 = -2$$

(ریاضی ۲، فرایندهای عددی، صفحه‌های ۱۲۳ تا ۱۲۷)

 ۴

 ۳

 ۲

 ۱

(نیما سلطانی)

-۱۲۱

$$\lim_{x \rightarrow 1^+} f(x) = -1$$

$$x \rightarrow 0^+ \Rightarrow x > 0 \Rightarrow 1-x < 1 \Rightarrow \lim_{x \rightarrow 0^+} f(1-x) = 1$$

$$\Rightarrow \lim_{x \rightarrow 1^+} f(x) + \lim_{x \rightarrow 0^+} f(1-x) = -1 + 1 = 0$$

(ریاضی ۲، فرایندهای عددی، صفحه‌های ۱۲۳ تا ۱۲۷)

 ۴

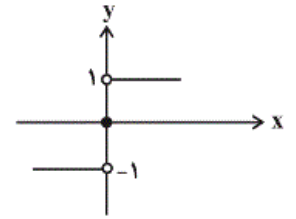
 ۳

 ۲

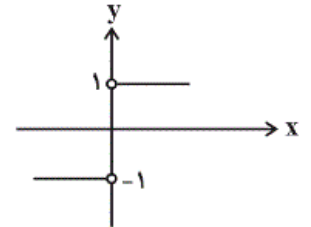
 ۱

نمودار هر یک از توابع داده شده را رسم می‌کنیم:

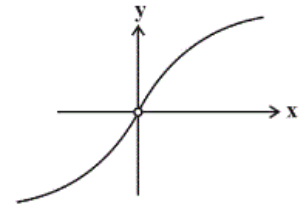
$$\text{الف) } f(x) = \begin{cases} \frac{|x|}{x}, & x \neq 0 \\ 0, & x = 0 \end{cases}$$



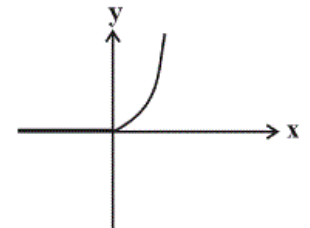
$$\text{ب) } f(x) = \begin{cases} 1, & x > 0 \\ -1, & x < 0 \end{cases}$$



$$\text{پ) } f(x) = \begin{cases} \sqrt{x}, & x > 0 \\ -\sqrt{-x}, & x < 0 \end{cases}$$



$$\text{ت) } f(x) = \begin{cases} 2x^2, & x \geq 0 \\ 0, & x < 0 \end{cases}$$



از روی نمودارهای رسم شده مشخص است که توابع موارد (الف) و (ب) در نقطه $x = 0$ حد ندارند.

(ریاضی ۲، فرایندهای عددی، صفحه‌های ۱۲۰ تا ۱۲۷)

 ۴

 ۳

 ۲

 ۱

ریاضی، ریاضی ۲- سوالات موازی، نمودارها و کاربردهای توابع نمایی و لگاریتمی، توابع نمایی و لگاریتمی - 13970214

-۱۱۱

(نیما سلطانی)

چون هر نیم ساعت باکتری‌ها دو برابر می‌شوند، پس تعداد باکتری‌ها

$$p(t) = 1000 \times 2^{2t}$$

بعد از t ساعت برابر است با:

$$\Rightarrow p(3) = 1000 \times 2^6 = 1000 \times 64 = 64000$$

(ریاضی ۲، نمودارها و کاربردهای توابع نمایی و لگاریتمی، صفحه‌های ۱۱۷ و ۱۱۸)

 ۴

 ۳

 ۲

 ۱

(نیما سلطانی)

$$M_2 - M_1 = 1/4$$

$$\Rightarrow \begin{cases} 1/\delta M_2 = \log E_2 - 11/8 \\ 1/\delta M_1 = \log E_1 - 11/8 \end{cases}$$

$$\longrightarrow 1/\delta (M_2 - M_1) = \log E_2 - \log E_1$$

$$\Rightarrow 1/\delta \times 1/4 = \log \frac{E_2}{E_1}$$

$$\Rightarrow 1/\delta \times 2 \log \delta = \log \frac{E_2}{E_1} \Rightarrow \log \frac{E_2}{E_1} = 2 \log \delta$$

$$\Rightarrow \log \frac{E_2}{E_1} = \log \delta^2 \Rightarrow \frac{E_2}{E_1} = 125$$

(ریاضی ۲، نمودارها و کاربردهای توابع نمایی و لگاریتمی، صفحه‌های ۱۱۷ و ۱۱۸)

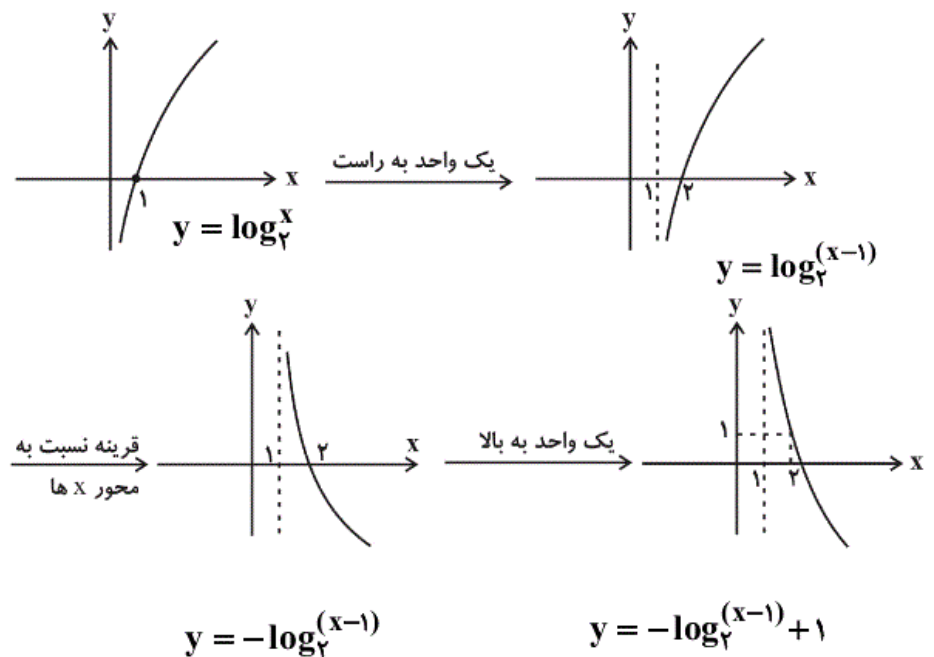
۴

۳ ✓

۲

۱

(امیر قربانی)



(ریاضی ۲، نمودارها و کاربردهای توابع نمایی و لگاریتمی، صفحه‌های ۱۱۵ تا ۱۱۸)

۴

۳ ✓

۲

۱

$$a = -2, b = 1$$

$$\Rightarrow 2a - b = -4 - 1 = -5$$

(ریاضی ۲، نمودارها و کاربردهای توابع نمایی و لگاریتمی، صفحه‌های ۱۱۵ تا ۱۱۸)

۴

۳ ✓

۲

۱

$$\Rightarrow \frac{t^2 + 2t}{t+2} = 4 \Rightarrow t^2 + 2t = 4t + 8 \Rightarrow t^2 - 2t - 8 = 0$$

$$\Rightarrow (t-4)(t+2) = 0 \Rightarrow \begin{cases} t = 4 \\ t = -2 \end{cases}$$

به ازای $t = -2$ حد مخرج کسر صفر می‌شود. با توجه به گزینه‌ها حد تابع f در نقطه $x = 1$ برابر 4 است.

(ریاضی ۲، مناسبه در توابع، صفحه‌های ۱۲۸ تا ۱۳۶)

۴

۳

۲

۱

(نیما سلطانی)

-۱۱۸

ابتدا مقدار جزء صحیح را مشخص می‌نماییم:

$$(x \rightarrow 2^+) \Rightarrow (2x^2 \rightarrow 8^+) \Rightarrow [2x^2] = 8$$

حال به بررسی حد می‌پردازیم. با جایگذاری به حالت $\frac{\text{صفر}}{\text{صفر}}$ می‌رسیم

پس ساده می‌کنیم.

$$\begin{aligned} \lim_{x \rightarrow 2^+} \frac{2x^2 - 8}{x^2 - 5x + 6} &= \lim_{x \rightarrow 2^+} \frac{2(x-2)(x+2)}{(x-2)(x-3)} \\ &= \lim_{x \rightarrow 2^+} \frac{2(x+2)}{x-3} = \frac{2(4)}{-1} = -8 \end{aligned}$$

(ریاضی ۲، مناسبه در توابع، صفحه‌های ۱۲۸ تا ۱۳۶)

۴

۳

۲

۱

$$\begin{cases} \lim_{x \rightarrow 0^+} g(x) = -1 \\ \lim_{x \rightarrow 0^-} g(x) = 0 \end{cases} \Rightarrow \lim_{x \rightarrow 0} g(x) = \text{حد ندارد}$$

$$(f+g)(x) = \begin{cases} 2x+2, & x \geq 0 \\ 3x+2, & x < 0 \end{cases} \Rightarrow \lim_{x \rightarrow 0} (f+g)(x) = 2$$

$$(f-g)(x) = \begin{cases} 4, & x \geq 0 \\ x+2, & x < 0 \end{cases} \Rightarrow \lim_{x \rightarrow 0} (f-g)(x) = \text{حد ندارد}$$

(ریاضی ۲، مناسبه در توابع، صفحه‌های ۱۲۸ تا ۱۳۶)

۴

۳

۲

۱

با فرض $\lim_{x \rightarrow 5} f(x) = l$ و استفاده از قضایای حد داریم:

$$\begin{aligned} \lim_{x \rightarrow 5} \frac{4f(x) - 3}{2f(x) + 1} &= \frac{\lim_{x \rightarrow 5} 4f(x) - 3}{\lim_{x \rightarrow 5} 2f(x) + 1} = \frac{4 \lim_{x \rightarrow 5} f(x) - 3}{2 \lim_{x \rightarrow 5} f(x) + 1} \\ &= \frac{4l - 3}{2l + 1} = 7 \Rightarrow 4l - 3 = 14l + 7 \Rightarrow 10l = -10 \\ &\Rightarrow l = \lim_{x \rightarrow 5} f(x) = -1 \end{aligned}$$

(ریاضی ۲، مناسبه هر توابع، صفحه‌های ۱۲۸ تا ۱۳۶)

 ۴

 ۳

 ۲

 ۱

(سینا ممبرپور)

وقتی $x \rightarrow (-1)^-$ داریم: $\frac{5}{x-1} \rightarrow -\frac{5}{2}$ پس:

$$\lim_{x \rightarrow (-1)^-} \left[\frac{5}{x-1} \right] = \left[-\frac{5}{2} \right] = -3$$

حال برای محاسبه جزء صحیح دیگر داریم:

$$\begin{aligned} x < -1 &\Rightarrow x + 2 < 1 \Rightarrow \frac{1}{x+2} > 1 \\ &\Rightarrow \frac{-5}{x+2} < -5 \Rightarrow \lim_{x \rightarrow (-1)^-} \left[\frac{-5}{x+2} \right] = -6 \end{aligned}$$

$$-3 - 6 = -9$$

بنابراین جواب مسأله برابر است با:

(ریاضی ۲، مناسبه هر توابع، صفحه‌های ۱۳۴ تا ۱۳۶)

 ۴

 ۳

 ۲

 ۱

$$\begin{aligned} \lim_{x \rightarrow 2^+} f(x) &= \lim_{x \rightarrow 2^+} \left(a \left[\frac{2^+}{2} \right] + 2ax \left[-\frac{2^+}{2} \right] - [(2^+)^2] \right) \\ &= \lim_{x \rightarrow 2^+} (a(1) + 2ax(-2) - 4) = -7a - 4 \end{aligned}$$

برای این که در $x = 2$ حد داشته باشد باید حد چپ و راست آن با هم برابر باشد:

$$-4a - 3 = -7a - 4 \Rightarrow a = -\frac{1}{3}$$

(ریاضی ۲، مناسبه هر توابع، صفحه‌های ۱۳۴ تا ۱۳۶)

 ۴

 ۳

 ۲

 ۱

$$g(x) = ax^2 + bx + c \Rightarrow x_s = \frac{-b}{2a} = 0 \Rightarrow b = 0$$

$$g(x) = ax^2 + c \xrightarrow{S(0,3)} 3 = 0 + c \Rightarrow c = 3$$

$$\Rightarrow g(x) = ax^2 + 3$$

$$f(x) = \begin{cases} |x| - 7 & , x \geq 2 \rightarrow \lim_{x \rightarrow 2^+} f(x) = \lim_{x \rightarrow 2^+} (|x| - 7) \\ = 2 - 7 = -5 \\ ax^2 + 3 & , x < 2 \rightarrow \lim_{x \rightarrow 2^-} f(x) = \lim_{x \rightarrow 2^-} (ax^2 + 3) \\ = 4a + 3 \end{cases}$$

چون f در $x = 2$ حد دارد، پس حد چپ و راست برابرند.

$$4a + 3 = -5 \Rightarrow 4a = -8 \Rightarrow a = -2 \Rightarrow g(x) = -2x^2 + 3$$

$$\lim_{x \rightarrow -1} f(x) = \lim_{x \rightarrow -1} g(x) = \lim_{x \rightarrow -1} -2x^2 + 3 = 1$$

(ریاضی ۲، مناسبه هر توابع، صفحه‌های ۱۲۸ تا ۱۳۶)

 ۴

 ۳

 ۲

 ۱

(ابراهیم نبفی)

-۱۲۸

چون حد تابع به صورت $\frac{0}{0}$ می‌شود، به صورت زیر حد را محاسبه می‌کنیم:

$$x^2 - 4 = (x - 2)(x + 2)$$

$$\frac{x^3 + x - 10}{-(x^3 - 2x^2)} \quad \left| \begin{array}{l} x - 2 \\ \hline x^2 + 2x + 5 \end{array} \right.$$

$$\frac{2x^2 + x - 10}{-(2x^2 - 4x)}$$

$$\frac{5x - 10}{-(5x - 10)}$$

$$\frac{0}{0}$$

$$\frac{0}{0} \Rightarrow x^3 + x - 10 = (x - 2)(x^2 + 2x + 5)$$

$$\Rightarrow x^3 + x - 10 = (x - 2)(x^2 + 2x + 5)$$

 ۴

 ۳

 ۲

 ۱

(مهم بصیرایی)

$$x \rightarrow -\frac{\pi}{4} \Rightarrow -1 < x < 0 \Rightarrow \left[-\frac{\pi}{4}\right] = -1$$

$$\Rightarrow \frac{1 + 2 \sin x \cos x}{-\cos^2 x + \sin^2 x} = \frac{(\sin x + \cos x)^2}{(\sin x - \cos x)(\sin x + \cos x)}$$

$$\Rightarrow A = \lim_{x \rightarrow -\frac{\pi}{4}} \frac{2(\sin x + \cos x)^2}{(\sin x - \cos x)(\sin x + \cos x)^2}$$

$$= \lim_{x \rightarrow -\frac{\pi}{4}} \frac{2}{\sin x - \cos x} = \frac{2}{-\frac{\sqrt{2}}{2} - \frac{\sqrt{2}}{2}} = \frac{2}{-\sqrt{2}} = -\sqrt{2}$$

(ریاضی ۲، مناسبه هر توابع، صفحه‌های ۱۳۴ تا ۱۳۶)

۴ ✓

۳

۲

۱

$$\begin{aligned}\lim_{x \rightarrow 1^-} f(x) &= \lim_{x \rightarrow 1^-} \frac{2x^2 - 3x + 1}{x^2 - 1} = \lim_{x \rightarrow 1^-} \frac{(x-1)(2x-1)}{(x-1)(x+1)} \\ &= \lim_{x \rightarrow 1^-} \frac{2x-1}{x+1} = \frac{1}{2}\end{aligned}$$

$$\lim_{x \rightarrow 1^+} f(x) = \lim_{x \rightarrow 1^+} \sqrt{5x^2 - a} = \sqrt{5 - a}$$

f در $x = 1$ حد دارد، بنابراین:

$$\sqrt{5 - a} = \frac{1}{2} \Rightarrow 5 - a = \frac{1}{4} \Rightarrow a = 5 - \frac{1}{4} = \frac{19}{4}$$

$$\lim_{x \rightarrow (-2)^+} f(x) = \lim_{x \rightarrow (-2)^+} \frac{2x^2 - 3x + 1}{x^2 - 1} = \frac{15}{3} = 5$$

$$\lim_{x \rightarrow (-2)^-} f(x) = \lim_{x \rightarrow (-2)^-} b|x| + \frac{|x+2|}{x+2} = -3b - 1$$

f در $x = -2$ حد دارد، بنابراین:

$$-3b - 1 = 5 \Rightarrow -3b = 6 \Rightarrow b = -2$$

$$\Rightarrow 2a \times b = 2 \times \frac{19}{4} \times (-2) = -19$$

(ریاضی ۲، مناسبه هر توابع، صفحه‌های ۱۲۸ تا ۱۳۶)

۴

۳

۲ ✓

۱

www.kanoon.ir