



سایت ویژه ریاضیات [www.riazisara.ir](http://www.riazisara.ir)

**درسنامه ها و جزوه های ریاضی**

**سوالات و پاسخنامه تشریحی کنکور**

**نمونه سوالات امتحانات ریاضی**

**نرم افزارهای ریاضیات**

و...

کانال سایت ریاضی سرا در تلگرام:

<https://t.me/riazisara>



(@riazisara)

۸۱- اگر  $f(x) = \begin{cases} ax^2 + x - a & x \geq 2 \\ ax + 1 & x < 2 \end{cases}$  و  $\lim_{x \rightarrow 2^-} f(x) - \lim_{x \rightarrow 2^+} f(x) = 2$  باشد،  $\lim_{x \rightarrow a} f(x)$  کدام است؟

(۱) -۱ (۲) ۲ (۳) -۲۱ (۴) ۱۰

شما پاسخ نداده اید

۸۲- مجموع حد راست و چپ تابع  $f(x) = [\frac{1}{x}]$  هنگامی که  $x \rightarrow \frac{1}{5}$  کدام است؟ ( [ ] ، نماد جزء صحیح است.)

(۱) ۸ (۲) ۹ (۳) ۱۰ (۴) ۱۱

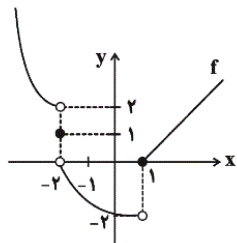
شما پاسخ نداده اید

۸۳- اگر  $f(x) = \begin{cases} 1 & x \in \mathbb{Z} \\ -2 & x \notin \mathbb{Z} \end{cases}$  باشد، حاصل  $\lim_{x \rightarrow 1/99} f(x) + 2 \lim_{x \rightarrow 2} f(x)$  کدام است؟

(۱) ۳ (۲) -۶ (۳) -۳ (۴) صفر

شما پاسخ نداده اید

۸۴- اگر نمودار تابع  $y = f(x)$  به شکل زیر باشد، آن گاه به ازای کدام مقدار  $m$ ، تابع  $g(x) = \frac{3 - 2f(x)}{|2x| + mf(x)}$  وقتی  $x \rightarrow -2$  حد دارد؟



( [ ] ، نماد جزء صحیح است.)

(۱)  $\frac{8}{5}$  (۲)  $\frac{19}{6}$  (۳)  $\frac{8}{3}$  (۴)  $\frac{2}{5}$

شما پاسخ نداده اید

۸۵- اگر  $f(x) = (x-2)^2 + 1$  باشد، مقدار  $\lim_{x \rightarrow 2} [f(x)]$  و  $\lim_{x \rightarrow 1} [f(x)]$  به ترتیب از راست به چپ کدام است؟ ( [ ] ، نماد جزء صحیح است.)

(۱) وجود ندارد. (۲) وجود ندارد، وجود ندارد. (۳) ۲، ۱ (۴) صفر، ۱

شما پاسخ نداده اید

۸۶- اگر بازه  $(-x, 1-4x)$  یک همسایگی برای  $1/4$  و  $1/8$  باشد، محدوده  $x$  کدام است؟

(۱)  $(-0/2, 0/6)$  (۲)  $(0/2, 0/6)$  (۳)  $(-0/1, 0/2)$  (۴)  $(-0/2, 0/1)$

شما پاسخ نداده اید

۸۷- اگر  $\lim_{x \rightarrow 2} \frac{4\sqrt{x+a} - 8}{x^2 - 5x + 6} = b$  باشد، حاصل  $\lim_{x \rightarrow a} \frac{x^2 + bx - a}{x - a}$  کدام است؟ ( $b, a \in \mathbb{R}$ )

(۱) ۱ (۲) ۲ (۳) ۳ (۴) ۴

شما پاسخ نداده اید

۸۸- حاصل  $\lim_{x \rightarrow 1} \frac{2\sqrt{x} - 3x + 1}{x^2 - 1}$  کدام است؟

- (۱) ۱ (۲) -۱ (۳) ۲ (۴) -۲

شما پاسخ نداده اید

۸۹- اگر تابع  $f(x) = [4x] + 2a[-x]$  در  $x = 2$  حد داشته باشد، آن گاه مقدار این حد کدام است؟ ( [ ] ، نماد جزء صحیح است.)

- (۱)  $\frac{1}{2}$  (۲) ۵ (۳)  $-\frac{1}{2}$  (۴) ۱۰

شما پاسخ نداده اید

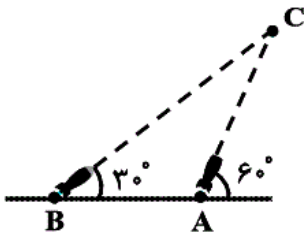
۹۰- حاصل  $\lim_{x \rightarrow \frac{\pi^+}{2}} \frac{\sin x + [\cos x]}{\cos^2 x}$  کدام است؟ ( [ ] ، نماد جزء صحیح است.)

- (۱)  $-\frac{1}{2}$  (۲)  $\frac{1}{2}$  (۳) -۱ (۴) حد وجود ندارد.

شما پاسخ نداده اید

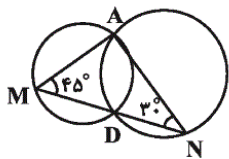
ریاضی ، هندسه ی 2 ، - 13970214

۱۲۱- مطابق شکل، موشک ۱ از نقطه A تحت زاویه  $60^\circ$  و موشک ۲ از نقطه B تحت زاویه  $30^\circ$  نسبت به سطح زمین، روی یک مسیر مستقیم پرتاب می شوند. اگر موشک ۱ بعد از طی یک کیلومتر به نقطه C برسد، موشک ۲ پس از طی چند کیلومتر به همان نقطه می رسد؟



- (۱)  $\frac{1}{2}$   
(۲)  $\frac{\sqrt{3}}{2}$   
(۳) ۱  
(۴)  $\sqrt{3}$

شما پاسخ نداده اید

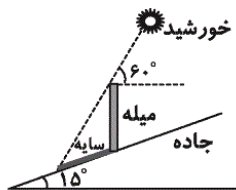


۱۲۲- در شکل مقابل، دو دایره در نقاط A و D متقاطع اند. اگر MN از نقطه D بگذرد، آن گاه مساحت دایره بزرگ تر چند برابر مساحت دایره کوچک تر است؟

- (۱)  $\sqrt{2}$  (۲) ۲ (۳)  $2\sqrt{2}$  (۴) ۴

شما پاسخ نداده اید

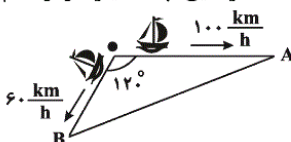
۱۲۳- مطابق شکل، روی یک جاده که با سطح افقی زاویه  $15^\circ$  درجه می سازد، یک میله وجود دارد. اگر زمانی که پرتوی خورشید با زاویه  $60^\circ$  درجه نسبت به سطح افقی می تابد، طول سایه این میله روی جاده ۸ متر باشد، طول این میله چند متر است؟ (راستای میله، عمود بر سطح افقی است.)



- (۱) ۴ (۲)  $4\sqrt{2}$  (۳) ۸ (۴)  $8\sqrt{2}$

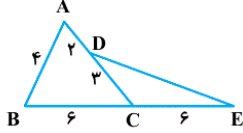
شما پاسخ نداده اید

۱۲۴- دو قایق از یک نقطه در دریاچه، با سرعت های  $60 \frac{\text{km}}{\text{h}}$  و  $100 \frac{\text{km}}{\text{h}}$  و با زاویه  $120^\circ$  از هم دور می شوند. بعد از نیم ساعت، دو قایق چند کیلومتر از هم



- فاصله دارند؟  
(۱) ۷۰ (۲)  $35\sqrt{2}$  (۳)  $35\sqrt{3}$  (۴) ۶۰

شما پاسخ نداده اید

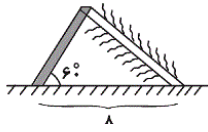


۱۲۵- در شکل مقابل، اندازه DE کدام است؟

- (۱)  $4\sqrt{2}$  (۲)  $5\sqrt{2}$  (۳)  $6\sqrt{2}$  (۴)  $7\sqrt{2}$

شما پاسخ نداده اید

۱۲۶- یک درخت بر اثر طوفان شکسته شده است؛ به طوری که تنه درخت با زمین زاویه  $60^\circ$  می‌سازد و طول آن (از زمین تا محل شکستگی) ۵ متر و فاصله سر درخت تا پای آن ۸ متر است. طول درخت قبل از شکسته شدن چند متر بوده است؟



- (۱) ۱۳ (۲) ۱۲ (۳) ۱۱ (۴) ۱۰

شما پاسخ نداده اید

۱۲۷- طول اضلاع یک مثلث، سه عدد طبیعی متوالی‌اند. اگر کوچک‌ترین زاویه این مثلث، نصف بزرگ‌ترین زاویه آن باشد، مقدار کسینوس بزرگ‌ترین زاویه کدام است؟

- (۱)  $\frac{1}{4}$  (۲)  $\frac{\sqrt{2}}{2}$  (۳)  $\frac{1}{8}$  (۴)  $\frac{\sqrt{2}}{4}$

شما پاسخ نداده اید

۱۲۸- نقطه‌ای روی وتر مثلث قائم‌الزاویه‌ای، از دو ضلع قائم آن به یک فاصله است. اگر این نقطه، وتر را به دو پاره‌خط به طول‌های ۳ و ۴ تقسیم کند، طول ضلع کوچک مثلث کدام است؟

- (۱)  $\frac{2}{1}$  (۲)  $\frac{3}{4}$  (۳)  $\frac{4}{2}$  (۴) ۵

شما پاسخ نداده اید

۱۲۹- در مثلث ABC، میانه AM = ۳ و BC = ۲ است. اگر نیمسازهای دو زاویه AMB و AMC، دو ضلع AB و AC را به ترتیب در نقاط P و Q قطع کنند، آن‌گاه اندازه PQ کدام است؟

- (۱) ۱ (۲)  $\frac{3}{2}$  (۳) ۲ (۴) ۳

شما پاسخ نداده اید

۱۳۰- در مثلث ABC،  $AB = 4$ ،  $BC = 9$  و  $\sin \hat{B} = 2 \sin \hat{C}$  می‌باشد. طول نیمساز داخلی AD کدام است؟

- (۱)  $2\sqrt{3}$  (۲)  $\sqrt{14}$  (۳)  $\sqrt{15}$  (۴) ۴

شما پاسخ نداده اید

ریاضی، حسابان 1 - سوالات موازی، - 13970214

۱۰۱- اگر  $f(x) = \begin{cases} ax^2 + x - a & x \geq 2 \\ ax + 1 & x < 2 \end{cases}$  و  $\lim_{x \rightarrow 2^-} f(x) - \lim_{x \rightarrow 2^+} f(x) = 2$  باشد،  $\lim_{x \rightarrow a} f(x)$  کدام است؟

- (۱) -۱ (۲) ۲ (۳) -۲۱ (۴) ۱۰

شما پاسخ نداده اید

۱۰۲- مجموعه حد راست و چپ تابع  $f(x) = \left[ \frac{1}{x} \right]$  هنگامی که  $x \rightarrow \frac{1}{5}$  کدام است؟ ( [ ]، نماد جزء صحیح است.)

- (۱) ۸ (۲) ۹ (۳) ۱۰ (۴) ۱۱

شما پاسخ نداده اید

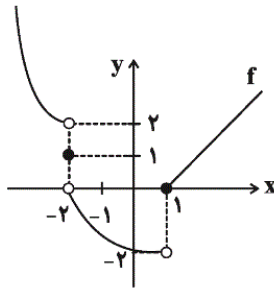
۱۰۳- اگر  $f(x) = \begin{cases} 1 & x \in \mathbb{Z} \\ -2 & x \notin \mathbb{Z} \end{cases}$  باشد، حاصل  $\lim_{x \rightarrow 2} f(x) + 2 \lim_{x \rightarrow 1/99} f(x)$  کدام است؟

- (۱) ۳ (۲) -۶ (۳) -۳ (۴) صفر

شما پاسخ نداده اید

۱۰۴- اگر نمودار تابع  $y = f(x)$  به شکل زیر باشد، آن گاه به ازای کدام مقدار  $m$ ، تابع  $g(x) = \frac{3-2f(x)}{[2x]+mf(x)}$  وقتی  $x \rightarrow -2$  حد دارد؟

( [ ] ، نماد جزء صحیح است.)



(۱)  $\frac{8}{5}$

(۲)  $\frac{19}{6}$

(۳)  $\frac{8}{3}$

(۴)  $\frac{3}{5}$

شما پاسخ نداده اید

۱۰۵- اگر  $f(x) = (x-2)^2 + 1$  باشد، مقدار  $\lim_{x \rightarrow 2} [f(x)]$  و  $\lim_{x \rightarrow 1} [f(x)]$  به ترتیب از راست به چپ کدام است؟ ( [ ] ، نماد جزء صحیح است.)

(۱) وجود ندارد.

(۲) وجود ندارد ، وجود ندارد.

(۳) ۲ ، ۱

(۴) صفر ، ۱

شما پاسخ نداده اید

۱۰۶- اگر بازه  $(a-1, 2a+3)$  یک همسایگی عدد ۳ باشد، بیشترین مقدار صحیح  $a$  کدام است؟

(۴) ۴

(۳) ۳

(۲) ۲

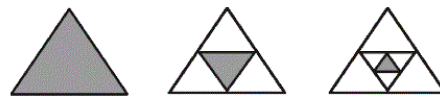
(۱) ۱

شما پاسخ نداده اید

۱۰۷- مطابق شکل، مثلثی متساوی الاضلاع داریم که در هر مرحله، اوساط اضلاع آن را به هم متصل می کنیم تا مثلثی جدید تشکیل شود. در مرحله  $n$ م

اختلاف محیط مثلث ایجاد شده با عددی که محیطهای مثلثهای رنگی به آن نزدیک می شوند، کم تر از  $\frac{1}{15}$  می شود، حداقل مقدار  $n$  کدام است؟

(طول ضلع مثلث مرحله اول را واحد در نظر بگیرید.)



مرحله اول

مرحله دوم

مرحله سوم

(۱) ۸

(۲) ۹

(۳) ۱۰

(۴) ۱۱

شما پاسخ نداده اید

۱۰۸- حاصل  $\cot 70^\circ (1 + \sin 50^\circ)$  کدام است؟

(۲)  $\sin 20^\circ$

(۱)  $\cos 20^\circ$

(۴)  $\sin 40^\circ$

(۳)  $\cos 40^\circ$

شما پاسخ نداده اید

۱۰۹- حاصل عبارت  $A = \sin x \cos x (\cos^4 x - \sin^4 x)$  به ازای  $x = \frac{\pi}{24}$  با کدام گزینه برابر است؟

- (۱)  $\frac{1}{4}$       (۲)  $\frac{1}{8}$       (۳)  $\frac{\sqrt{3}}{4}$       (۴)  $\frac{\sqrt{3}}{8}$

شما پاسخ نداده اید

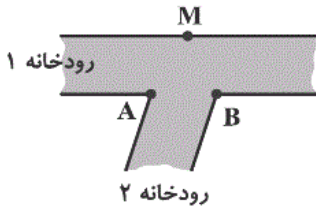
۱۱۰- تفاضل بیشترین مقدار و کمترین مقدار تابع  $y = \sin x + \cos x$  کدام است؟

- (۱) ۲      (۲) ۱      (۳)  $\sqrt{2}$       (۴)  $2\sqrt{2}$

شما پاسخ نداده اید

ریاضی، هندسه ۲- سوالات موازی، - 13970214

۱۳۱- در شکل زیر، می‌خواهیم کنار رودخانه‌ها سه اسکله بسازیم. موقعیت دو اسکله A و B مطابق شکل مشخص است. اگر اسکله M را در جایی از ساحل بسازیم که مسیر MABM کوتاه‌ترین مسیر ممکن باشد، با کدام تبدیل، همواره می‌توان این کار را انجام داد؟



- (۱) انتقال  
(۲) بازتاب  
(۳) دوران  
(۴) تجانس

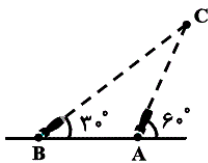
شما پاسخ نداده اید

۱۳۲- دایره‌ای به قطر  $AB = 10$  و خط  $d$  به فاصله  $10^\circ$  از  $AB$  مفروض است. نقطه دلخواه  $M$  روی خط  $d$  به گونه‌ای واقع است که  $MA + MB$  کمترین مقدار ممکن باشد. اگر  $AM$  دایره را در نقطه  $M'$  قطع کند، اندازه  $M'A + M'B$  کدام است؟

- (۱)  $5\sqrt{5}$       (۲)  $6\sqrt{5}$   
(۳)  $10\sqrt{5}$       (۴)  $12\sqrt{5}$

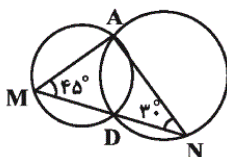
شما پاسخ نداده اید

۱۳۳- مطابق شکل، موشک ۱ از نقطه A تحت زاویه  $60^\circ$  و موشک ۲ از نقطه B تحت زاویه  $30^\circ$  نسبت به سطح زمین، روی یک مسیر مستقیم پرتاب می‌شوند. اگر موشک ۱ بعد از طی یک کیلومتر به نقطه C برسد، موشک ۲ پس از طی چند کیلومتر به همان نقطه می‌رسد؟



- (۱)  $\frac{1}{2}$   
(۲)  $\frac{\sqrt{3}}{2}$   
(۳) ۱  
(۴)  $\sqrt{3}$

شما پاسخ نداده اید



۱۳۴- در شکل مقابل، دو دایره در نقاط A و D متقاطع‌اند. اگر  $MN$  از نقطه D بگذرد، آن‌گاه مساحت دایره بزرگ‌تر چند برابر مساحت دایره کوچک‌تر است؟

- (۱)  $\sqrt{2}$       (۲) ۲      (۳)  $2\sqrt{2}$       (۴) ۴

شما پاسخ نداده اید

۱۳۵- مطابق شکل، روی یک جاده که با سطح افقی زاویه  $15^\circ$  درجه می‌سازد، یک میله وجود دارد. اگر زمانی که پرتوی خورشید با زاویه  $60^\circ$  درجه نسبت به سطح افقی تابد، طول سایه این میله روی جاده ۸ متر باشد، طول این میله چند متر است؟ (راستای میله، عمود بر سطح افقی است).



- (۱) ۴  
(۲)  $4\sqrt{2}$   
(۳) ۸  
(۴)  $8\sqrt{2}$

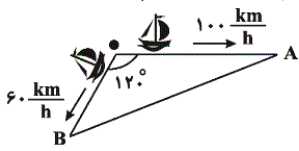
شما پاسخ نداده اید

۱۳۶- در مثلث ABC، رابطه  $\frac{a^2}{b^2} = \frac{\tan \hat{A}}{\tan \hat{B}}$  برقرار است. کدام گزینه همواره صحیح است؟

- (۱) این مثلث در رأس A قائمه است.  
 (۲) این مثلث قائم الزاویه یا متساوی الساقین است.  
 (۳) این مثلث در رأس B قائمه است.  
 (۴) چنین مثلثی وجود ندارد.

شما پاسخ نداده اید

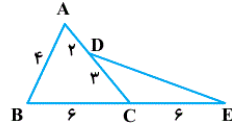
۱۳۷- دو قایق از یک نقطه در دریاچه، با سرعت‌های  $60 \frac{\text{km}}{\text{h}}$  و  $100 \frac{\text{km}}{\text{h}}$  و با زاویه  $120^\circ$  از هم دور می‌شوند. بعد از نیم ساعت، دو قایق چند کیلومتر از هم فاصله دارند؟



(۱) ۷۰  
 (۲)  $25\sqrt{2}$   
 (۳)  $35\sqrt{3}$   
 (۴) ۶۰

شما پاسخ نداده اید

۱۳۸- در شکل مقابل، اندازه DE کدام است؟



(۱)  $4\sqrt{2}$   
 (۲)  $5\sqrt{2}$   
 (۳)  $6\sqrt{2}$   
 (۴)  $7\sqrt{2}$

شما پاسخ نداده اید

۱۳۹- طول اضلاع یک مثلث، سه عدد طبیعی متوالی‌اند. اگر کوچک‌ترین زاویه این مثلث، نصف بزرگ‌ترین زاویه آن باشد، مقدار کسینوس بزرگ‌ترین زاویه کدام است؟

(۱)  $\frac{1}{4}$   
 (۲)  $\frac{\sqrt{2}}{2}$   
 (۳)  $\frac{1}{8}$   
 (۴)  $\frac{\sqrt{2}}{4}$

شما پاسخ نداده اید

۱۴۰- مثلث متساوی الساقین ABC ( $AB = AC$ )، را در نظر بگیرید. اگر  $\hat{A} = 120^\circ$  و طول شعاع دایره محیطی این مثلث برابر با  $\sqrt{12}$  باشد، آن‌گاه طول میانه BM کدام است؟

(۱)  $\sqrt{14}$   
 (۲)  $\sqrt{18}$   
 (۳)  $\sqrt{21}$   
 (۴)  $\sqrt{24}$

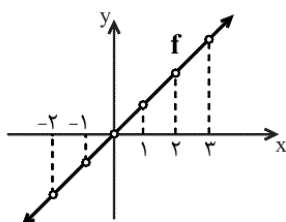
شما پاسخ نداده اید

## ریاضی، حسابان-گواه، - 13970214

۹۱- در کدام تابع با ضابطه زیر، تابع در همسایگی راست عدد یک، تعریف شده ولی در همسایگی چپ آن تعریف نشده است؟

(۱)  $f(x) = \sqrt{x-1}$   
 (۲)  $f(x) = \frac{x^2-1}{x-1}$   
 (۳)  $f(x) = \sqrt{1-x}$   
 (۴)  $f(x) = \begin{cases} x-1, & x < 1 \\ 3, & x = 1 \end{cases}$

شما پاسخ نداده اید



۹۲- نمودار تابع f به شکل مقابل است. تابع f در چه نقاطی حد دارد؟

- (۱) نقاط صحیح  
 (۲) نقاط غیر صحیح  
 (۳) هر نقطه دلخواهی  
 (۴) هیچ نقطه‌ای

شما پاسخ نداده اید

۹۳- با توجه به نمودار تابع با ضابطه  $f(x) = 4x - x^2$ ، حاصل  $\lim_{x \rightarrow 2} [f(x)]$  کدام است؟ ( [ ]، نماد جزء صحیح است.)

- (۱) ۴  
 (۲) وجود ندارد.  
 (۳) ۳  
 (۴) ۲

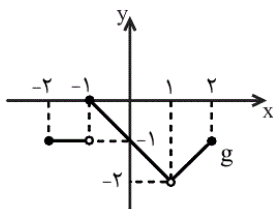
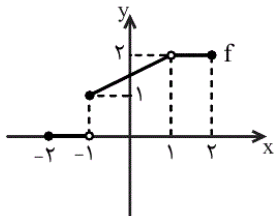
شما پاسخ نداده اید

۹۴- اگر تابع با ضابطه  $f(x) = \begin{cases} \frac{|x|-|x|}{x|x|}, & x < -2 \\ ax + \frac{1}{16}x^2, & x > -2 \end{cases}$  در  $x = -2$  حد داشته باشد، آن‌گاه  $\lim_{x \rightarrow 1} f(x)$  کدام است؟ ( [ ]، نماد جزء صحیح است.)

- (۱)  $\frac{13}{4}$   
 (۲)  $\frac{13}{16}$   
 (۳)  $\frac{13}{8}$   
 (۴)  $\frac{13}{32}$

شما پاسخ نداده اید

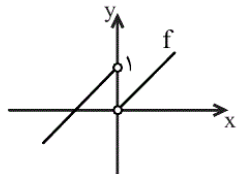
۹۵- اگر نمودار دو تابع  $f$  و  $g$  به صورت زیر باشد، حاصل  $\lim_{x \rightarrow 2^-} (f+g)(x)$  کدام است؟



- (۱) ۱
- (۲) -۱
- (۳) صفر
- (۴) وجود ندارد.

شما پاسخ نداده اید

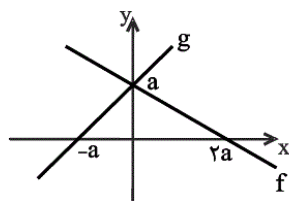
۹۶- شکل مقابل نمودار تابع  $f$  است، حاصل  $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{|f(x)|}{f(x)}$  برابر است با:



- (۱) ۱
- (۲) -۱
- (۳) ۳
- (۴) وجود ندارد.

شما پاسخ نداده اید

۹۷- هرگاه نمودار توابع  $f$  و  $g$  به صورت زیر باشند، حاصل  $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{f(x)-a}{g(x)-a}$  کدام است؟



- (۱) صفر
- (۲)  $-\frac{1}{2}$
- (۳) ۲
- (۴) -۲

شما پاسخ نداده اید

۹۸- قدرمطلق تفاضل حد چپ و راست تابع  $f$  به معادله  $y = \frac{2x^2 - x - 1}{|x - 1|}$  در نقطه  $x = 1$  کدام است؟

- (۱) ۲
- (۲) ۳
- (۳) ۴
- (۴) ۶

شما پاسخ نداده اید

۹۹- حاصل  $\lim_{x \rightarrow -2} \frac{x + \sqrt{2x+8}}{x+2}$  برابر کدام است؟

- (۱)  $-\frac{2}{3}$
- (۲)  $-\frac{2}{3}$
- (۳)  $\frac{2}{3}$
- (۴)  $\frac{2}{3}$

شما پاسخ نداده اید

۱۰۰- حاصل  $\lim_{x \rightarrow \pi^-} \frac{\sin x}{|x - \pi|}$  برابر است با:

- (۱) ۱
- (۲) -۱
- (۳) ۳
- (۴) -۳

شما پاسخ نداده اید

ریاضی، آمار و احتمال، - 13970214

۱۴۱- اگر انحراف معیار داده‌های مثبت  $3x$ ،  $3x$ ،  $x$  و  $x$  برابر ۲ باشد، آن‌گاه ضریب تغییرات این داده‌ها کدام است؟

- (۱)  $\frac{2}{3}$
- (۲)  $\frac{1}{3}$
- (۳)  $\frac{2}{5}$
- (۴)  $\frac{1}{2}$

شما پاسخ نداده اید



۱۴۲- هرگاه ضریب تغییرات داده‌های ۴، ac، b و a، برابر صفر باشد، حاصل  $a + b + c$  کدام است؟

۹ (۴)

۸ (۳)

۴ (۲)

۱ (۱)

شما پاسخ نداده اید

۱۴۳- ۱۷ بوته گل را انتخاب و تعداد گل‌های هر بوته را شمرده‌ایم و نتایج زیر به دست آمده است. در نمودار جعبه‌ای این داده‌ها، واریانس داده‌های داخل جعبه کدام است؟

۶، ۴، ۵، ۲، ۳، ۳، ۷، ۶، ۴، ۲، ۶، ۲، ۳، ۴، ۵، ۲، ۵

$\frac{5}{9}$  (۴)

$\frac{4}{9}$  (۳)

$\frac{2}{3}$  (۲)

$\frac{1}{3}$  (۱)

شما پاسخ نداده اید

۱۴۴- ضریب تغییرات داده‌های ۴۲، ۴۱، ۴۱، ۳۹ و ۳۷ کدام است؟

$\frac{4}{25}$  (۴)

$\frac{2}{25}$  (۳)

$\frac{\sqrt{5}}{25}$  (۲)

$\frac{\sqrt{5}}{50}$  (۱)

شما پاسخ نداده اید

۱۴۵- اگر برای سنجش (پیش‌بینی) نرخ بیکاری در ۱۰ سال آتی، به ازای داده‌های ۱۰ سال گذشته، نصف نرخ بیکاری هر سال را به نرخ بیکاری همان سال بیفزاییم، ضریب تغییرات داده‌های پیش‌بینی شده برای ۱۰ سال آتی، چند برابر ضریب تغییرات داده‌های ۱۰ سال گذشته خواهد بود؟

۱ (۴)

$\frac{1}{2}$  (۳)

$\frac{3}{2}$  (۲)

۳ (۱)

شما پاسخ نداده اید

۱۴۶- در نمودار جعبه‌ای داده‌های ۹، ۲، ۱، ۱۰، ۷، ۳، ۵، حاصل  $\frac{Q_3 + Q_2}{IQR}$  کدام است؟

۴ (۴)

۳ (۳)

۲ (۲)

۱ (۱)

شما پاسخ نداده اید

۱۴۷- در نمودار جعبه‌ای ۳۵ داده آماری، میانگین داده‌های دو طرف جعبه به ترتیب ۱۵ و ۱۸ است. اگر میانگین تمام داده‌ها ۱۶ باشد، آن‌گاه میانگین داده‌های داخل و روی جعبه تقریباً کدام است؟

۱۴/۶۱ (۴)

۱۵/۴۷ (۳)

۱۵/۵۷ (۲)

۱۶ (۱)

شما پاسخ نداده اید

۱۴۸- در نمونه‌گیری طبقه‌ای ۱۲ نفر از بین ۵۷ جوان، ۳۸ کودک و ۱۹ میانسال، باید به ترتیب چند کودک، چند جوان و چند میانسال برداریم؟

۱، ۸، ۳ (۴)

۴، ۴، ۴ (۳)

۲، ۴، ۶ (۲)

۲، ۶، ۴ (۱)

شما پاسخ نداده اید

۱۴۹- نوع کدام یک از متغیرهای زیر با سایرین متفاوت است؟

(۱) میزان تحصیلات افراد یک شهر

(۲) درجه حرارت بدن انسان

(۳) رنگ اتومبیل‌های تولیدی یک کارخانه

(۴) نوع درختان موجود در یک پارک

شما پاسخ نداده اید

۱۵۰- در کدام گزینه زیر، پرسش‌نامه برای جمع‌آوری داده‌ها مناسب است؟

(۱) مسائل فرهنگی کاهش ترافیک

(۲) رنگ اتومبیل‌های پارک شده در یک پارکینگ

(۳) تعداد افرادی از جامعه که نام آن‌ها علی است.

(۴) میزان رضایت افراد از خرید یک کالا

شما پاسخ نداده اید

۱۱۱- حاصل  $\frac{1}{\sin 15^\circ} - \frac{1}{\cos 15^\circ}$ ، کدام است؟

(۱) ۲

(۲)  $\sqrt{6}$

(۳)  $2\sqrt{2}$

(۴)  $2\sqrt{3}$

شما پاسخ نداده اید

۱۱۲- اگر  $\sin \alpha = \frac{5}{13}$  و  $\tan \beta = \frac{3}{4}$  و زاویه‌های  $\alpha$  و  $\beta$  حاده باشند، آن‌گاه مقدار  $\sin(\alpha + \beta)$  کدام است؟

(۱)  $\frac{41}{49}$

(۲)  $\frac{43}{49}$

(۳)  $\frac{56}{65}$

(۴)  $\frac{47}{65}$

شما پاسخ نداده اید

۱۱۳- اگر  $\sin \alpha - \cos \alpha = \frac{1}{2}$ ، آن‌گاه مقدار  $\cos\left(\frac{3\pi}{2} - 2\alpha\right)$  کدام است؟

(۱)  $-\frac{3}{4}$

(۲)  $-\frac{3}{8}$

(۳)  $\frac{3}{8}$

(۴)  $\frac{3}{4}$

شما پاسخ نداده اید

۱۱۴- اگر تابع با ضابطه  $f(x) = \begin{cases} \frac{|x| - [-x]}{x|x|} & , x < -2 \\ ax + \frac{1}{16}x^2 & , x > -2 \end{cases}$  در  $x = -2$  حد داشته باشد، آن‌گاه  $\lim_{x \rightarrow 1} f(x)$  کدام است؟

(۱)  $\frac{13}{4}$

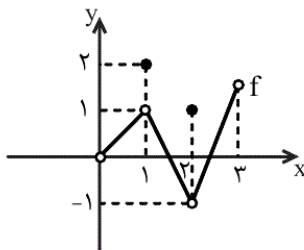
(۲)  $\frac{13}{16}$

(۳)  $\frac{13}{8}$

(۴)  $\frac{13}{32}$

شما پاسخ نداده اید

۱۱۵- نمودار تابع  $f$  در شکل مقابل رسم شده است. حاصل  $\lim_{x \rightarrow 1} f(x) - 2 \lim_{x \rightarrow 2} f(x) - f(1)$  کدام است؟



(۱) ۲

(۲) ۱

(۳) ۳

(۴) صفر

شما پاسخ نداده اید

۱۱۶- با توجه به نمودار تابع  $f(x) = [x] + [-x]$ ، حاصل  $\lim_{x \rightarrow 1} f(x) + 2 \lim_{x \rightarrow \frac{3}{2}} f(x)$  کدام است؟ ( [ ] ، علامت جزء صحیح است.)

(۱) -۱

(۲) -۲

(۳) -۳

(۴) صفر

شما پاسخ نداده اید

۱۱۷- اگر  $f(x) = \frac{x-1}{|x-1|}$ ، آن‌گاه حاصل  $\lim_{x \rightarrow (-1)^-} f(x) + \lim_{x \rightarrow 0^-} f(x) + \lim_{x \rightarrow 1^+} f(x)$  کدام است؟

(۱) ۱

(۲) -۱

(۳) صفر

(۴) ۲

۱۱۸- حاصل  $\lim_{x \rightarrow 0^-} \frac{|x| - [x]}{-2|x| + [x]}$  کدام است؟

۱ (۴)

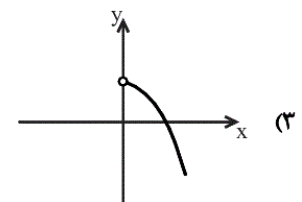
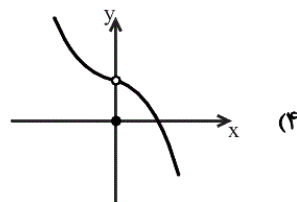
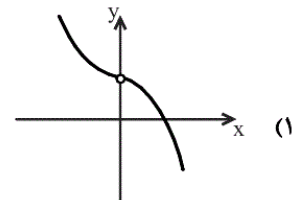
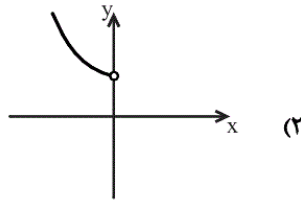
$\frac{1}{2}$  (۳)

$-\frac{1}{2}$  (۲)

-۱ (۱)

شما پاسخ نداده اید

۱۱۹- در کدام نمودار زیر، تابع در همسایگی چپ نقطه صفر تعریف شده ولی در همسایگی راست آن تعریف نشده است؟



شما پاسخ نداده اید

۱۲۰- اگر  $\lim_{x \rightarrow 2} \frac{x^2 - 4}{f(x)} = 2$  باشد، آن گاه  $f$  کدام تابع با ضابطه زیر می تواند باشد؟ ( [ ] ، علامت جزء صحیح است.)

$f(x) = \sqrt{x-2} + 2$  (۴)

$f(x) = \sqrt{2x}$  (۳)

$f(x) = x^2$  (۲)

$f(x) = [x]$  (۱)

شما پاسخ نداده اید

-۸۱

(علی شهبازی)

$$\lim_{x \rightarrow 2^-} f(x) = \lim_{x \rightarrow 2^-} (ax + 1) = 2a + 1$$

$$\lim_{x \rightarrow 2^+} f(x) = \lim_{x \rightarrow 2^+} (ax^2 + x - a) = 4a + 2 - a = 3a + 2$$

$$\Rightarrow (2a + 1) - (3a + 2) = 2 \Rightarrow -a - 1 = 2 \Rightarrow a = -3$$

$$\lim_{x \rightarrow a} f(x) = \lim_{x \rightarrow -3} (-3x + 1) = 9 + 1 = 10$$

(مسایان ۱ - صفحه‌های ۱۲۳ تا ۱۳۶)

۴ ✓

۳

۲

۱

-۸۲

(مهرزاد اسپیدکار)

$$x \rightarrow \frac{1}{\delta}^- \Rightarrow x < \frac{1}{\delta} \Rightarrow \frac{1}{x} > \delta \quad , \quad \lim_{x \rightarrow \frac{1}{\delta}^-} \left[ \frac{1}{x} \right] = [\delta^+] = \delta$$

$$x \rightarrow \frac{1}{\delta}^+ \Rightarrow x > \frac{1}{\delta} \Rightarrow \frac{1}{x} < \delta \quad , \quad \lim_{x \rightarrow \frac{1}{\delta}^+} \left[ \frac{1}{x} \right] = [\delta^-] = \delta - 1$$

$$\lim_{x \rightarrow \frac{1}{\delta}^-} \left[ \frac{1}{x} \right] + \lim_{x \rightarrow \frac{1}{\delta}^+} \left[ \frac{1}{x} \right] = \delta + \delta - 1 = 2\delta - 1$$

(مسایان ۱ - صفحه‌های ۱۲۳ تا ۱۲۹)

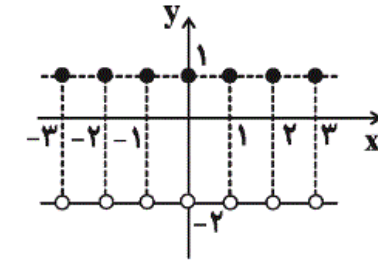
۴

۳

۲ ✓

۱

نمودار تابع  $f$  به صورت زیر است:



پس در اینجا داریم:

$$\lim_{x \rightarrow 2} f(x) + 2 \lim_{x \rightarrow 1/99} f(x) = -2 + 2(-2) = -6$$

نکته: در تابع به فرم  $f(x) = \begin{cases} g(x) & x \in \mathbb{Z} \\ h(x) & x \notin \mathbb{Z} \end{cases}$  به ازای هر  $a \in \mathbb{R}$  داریم:

$$\lim_{x \rightarrow a} f(x) = h(a)$$

(مسئله‌های ۱۱۴ تا ۱۲۲)

۴

۳

۲ ✓

۱

(عزیزاله علی اصغری)

از روی نمودار تابع  $f$ ،  $\lim_{x \rightarrow (-2)^+} f(x) = 2$  و  $\lim_{x \rightarrow (-2)^-} f(x) = 0$  است، بنابراین:

$$\left. \begin{aligned} \lim_{x \rightarrow (-2)^+} g(x) &= \frac{3+0}{-4+0} \\ \lim_{x \rightarrow (-2)^-} g(x) &= \frac{3-4}{-5+2m} \end{aligned} \right\} \begin{array}{l} \text{با هم برابرند} \\ \rightarrow \frac{-1}{2m-5} = \frac{-3}{4} \end{array}$$

$$\Rightarrow \frac{1}{2m-5} = \frac{3}{4} \Rightarrow 4 = 6m - 15 \Rightarrow 6m = 19 \Rightarrow m = \frac{19}{6}$$

(مسئله‌های ۱۲۳ تا ۱۳۶)

۴

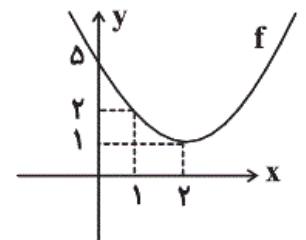
۳

۲ ✓

۱

(علی شهبابی)

نمودار تابع  $f$  را رسم می‌کنیم:



$$\lim_{x \rightarrow 2} [f(x)] = [1^+] = 1$$

$$\lim_{x \rightarrow 1^+} [f(x)] = [2^-] = 1$$

$$\lim_{x \rightarrow 1^-} [f(x)] = [2^+] = 2$$

$\Rightarrow \lim_{x \rightarrow 1} [f(x)]$  : موجود نیست

(مسئله‌های ۱۱۴ تا ۱۲۹)

۴

۳

۲

۱ ✓

باید دو عدد  $1/4$  و  $1/8$  در بازه باشند، پس:

$$\left. \begin{array}{l} 1-4x < 1/4 \Rightarrow 4x > -0/4 \Rightarrow x > -0/1 \\ 2-x > 1/8 \Rightarrow x < 0/2 \end{array} \right\} \rightarrow -0/1 < x < 0/2$$

(مسئله‌های ۱۱۸ و ۱۱۹)

 ۴

 ۳

 ۲

 ۱

(علی یوسفی)

چون حد عبارت مخرج کسر در  $x=2$  برابر با صفر است، حد صورت

کسر نیز باید صفر باشد تا به حالت مبهم  $\frac{0}{0}$  برسیم و پس از رفع ابهام،

حاصل حد برابر با عدد حقیقی  $b$  شود.

$$\lim_{x \rightarrow 2} \frac{4(\sqrt{x+a}-2)}{x^2 - 5x + 6} = \frac{4(\sqrt{2+a}-2)}{0} = \frac{0}{0}$$

$$4(\sqrt{2+a}-2) = 0 \Rightarrow \sqrt{2+a} = 2 \Rightarrow a = 2$$

$$\lim_{x \rightarrow 2} \frac{4(\sqrt{x+2}-2)}{x^2 - 5x + 6} = \lim_{x \rightarrow 2} \frac{4(x+2-4)}{(x-2)(x-3)(\sqrt{x+2}+2)}$$

$$= \frac{4}{(-1)(4)} = -1 = b$$

$$\lim_{x \rightarrow a} \frac{x^2 + bx - a}{x - a} = \lim_{x \rightarrow 2} \frac{x^2 - x - 2}{x - 2} = \lim_{x \rightarrow 2} (x+1) = 3$$

(مسئله‌های ۱۳۰ تا ۱۳۶ و ۱۴۱ تا ۱۴۴)

 ۴

 ۳

 ۲

 ۱

(مهمربصطفی ابراهیمی)

$$\lim_{x \rightarrow 1} \frac{2\sqrt{x} - 3x + 1}{x^2 - 1} = \lim_{x \rightarrow 1} \frac{(2\sqrt{x} - 2) + (3 - 3x)}{x^2 - 1}$$

$$\lim_{x \rightarrow 1} \left( \frac{2(\sqrt{x}-1)}{(x-1)(x+1)} + \frac{3(1-x)}{(x-1)(x+1)} \right)$$

$$= \lim_{x \rightarrow 1} \left( \frac{2(\sqrt{x}-1)}{(\sqrt{x}-1)(\sqrt{x}+1)(x+1)} - \frac{3}{x+1} \right)$$

$$\lim_{x \rightarrow 1} \left( \frac{2}{(\sqrt{x}+1)(x+1)} - \frac{3}{x+1} \right) = \frac{2}{2 \times 2} - \frac{3}{2} = \frac{1}{2} - \frac{3}{2} = -1$$

(مسئله‌های ۱۳۰ تا ۱۳۶ و ۱۴۱ تا ۱۴۴)

 ۴

 ۳

 ۲

 ۱

باید حد چپ و راست در  $x = 2$  برابر باشند:

$$\lim_{x \rightarrow 2^+} ([4x] + 2a[-x]) = [8^+] + 2a \underbrace{[-2]^-}_{-2} = 8 - 4a$$

$$\lim_{x \rightarrow 2^-} ([4x] + 2a[-x]) = [8^-] + 2a \underbrace{[-2]^+}_{-2} = 7 - 4a$$

$$\Rightarrow 8 - 4a = 7 - 4a \Rightarrow a = \frac{1}{2} \Rightarrow \lim_{x \rightarrow 2} ([4x] + [-x]) = 5$$

$$\Rightarrow \begin{cases} \lim_{x \rightarrow 2^+} ([4x] + [-x]) = 5 \\ \lim_{x \rightarrow 2^-} ([4x] + [-x]) = 5 \end{cases}$$

نکته: قرینه  $2^+$ ،  $2^-$  است و قرینه  $(-2)^+$ ،  $(-2)^-$  است.

(مسابان ۱- صفحه‌های ۱۲۳ تا ۱۳۶)

 ۴

 ۳

 ۲

 ۱

(معمد مصطفی ابراهیمی)

-۹۰

با توجه به شکل وقتی  $x \rightarrow \frac{\pi^+}{2}$  میل می‌کند، مقادیر تابع  $y = \cos x$

از مقادیر کم‌تر از صفر به عدد صفر نزدیک می‌شود.

$$\lim_{x \rightarrow \frac{\pi^+}{2}} \frac{\sin x + [\cos x]}{\cos^2 x} = \lim_{x \rightarrow \frac{\pi^+}{2}} \frac{\sin x + [0^-]}{\cos^2 x}$$

$$= \lim_{x \rightarrow \frac{\pi^+}{2}} \frac{\sin x - 1}{\cos^2 x} = \lim_{x \rightarrow \frac{\pi^+}{2}} \frac{\sin x - 1}{1 - \sin^2 x}$$

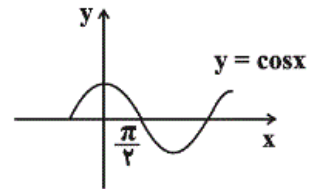
$$= \lim_{x \rightarrow \frac{\pi^+}{2}} \frac{\sin x - 1}{(1 - \sin x)(1 + \sin x)} = \lim_{x \rightarrow \frac{\pi^+}{2}} \frac{-1}{1 + \sin x} = \frac{-1}{1+1} = -\frac{1}{2}$$

(مسابان ۱- صفحه‌های ۱۲۳ تا ۱۲۹ و ۱۳۷ تا ۱۴۴)

 ۴

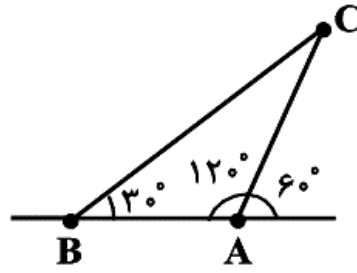
 ۳

 ۲

 ۱


خواسته مسئله اندازه BC است. با توجه به قضیه سینوس‌ها در مثلث

ABC داریم:



$$\frac{AC}{\sin 30^\circ} = \frac{BC}{\sin 120^\circ} \Rightarrow \frac{1}{2} = \frac{BC}{\frac{\sqrt{3}}{2}}$$

$$\Rightarrow BC = \sqrt{3}$$

(هندسه ۲- صفحه‌های ۶۲ تا ۶۵)

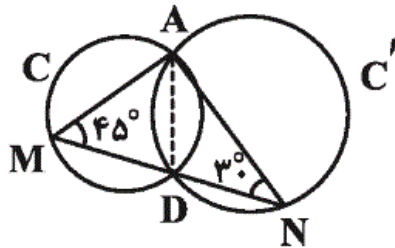
۴ ✓

۳

۲

۱

(امیر حسین ابومصوب)



وتر مشترک AD را رسم می‌کنیم. حال با توجه به قضیه سینوس‌ها در

مثلث‌های AMD و ADN داریم:

$$\left\{ \begin{array}{l} \Delta AMD: \frac{AD}{\sin 45^\circ} = 2R \Rightarrow R = \frac{AD}{2 \sin 45^\circ} = \frac{AD\sqrt{2}}{2} \\ \Delta ADN: \frac{AD}{\sin 30^\circ} = 2R' \Rightarrow R' = \frac{AD}{2 \sin 30^\circ} = AD \end{array} \right.$$

بنابراین:

$$\frac{S'}{S} = \frac{\pi R'^2}{\pi R^2} = \left(\frac{R'}{R}\right)^2 = \left(\frac{AD}{\frac{AD\sqrt{2}}{2}}\right)^2 = (\sqrt{2})^2 = 2$$

(هندسه ۲- صفحه‌های ۶۲ تا ۶۵)

۴

۳

۲ ✓

۱



مطابق شکل،  $AB$  مسیر پرتو خورشید است. اگر  $AX$  را خط افق در نظر بگیریم، در نتیجه:

$$\begin{cases} AX \parallel BY \\ BH \perp AX \end{cases} \Rightarrow BH \perp BY$$

پس اندازه زاویه  $ABC$  برابر با  $30^\circ$  درجه است. حال طبق قضیه سینوس‌ها در مثلث  $ABC$  داریم:

$$\frac{BC}{\sin 45^\circ} = \frac{AC}{\sin 30^\circ} \Rightarrow \frac{BC}{\sqrt{2}} = \frac{8}{2}$$

$$\Rightarrow BC = 8\sqrt{2}$$

(هندسه ۲ - صفحه‌های ۶۲ تا ۶۵)

۴

۳

۲

۱

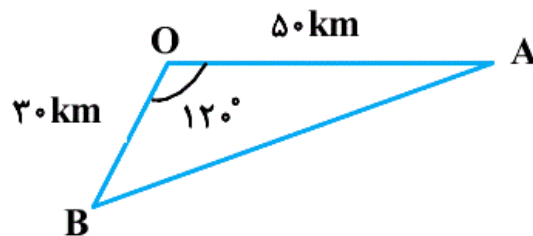
(سیدسروش کریمی مداحی)

۱۲۴-

ابتدا مسافت طی شده، توسط هر قایق را محاسبه می‌کنیم:

$$OA = 100 \times 0.5 = 50 \text{ km}, \quad OB = 60 \times 0.5 = 30 \text{ km}$$

حال به کمک قضیه کسینوس‌ها داریم:



$$AB^2 = OA^2 + OB^2 - 2OA \times OB \times \cos 120^\circ$$

$$\Rightarrow AB^2 = 2500 + 900 - 2 \times 50 \times 30 \times \left(-\frac{1}{2}\right) = 4900$$

$$\Rightarrow AB = 70 \text{ km}$$

(هندسه ۲ - صفحه‌های ۶۶ تا ۶۹)

۴

۳

۲

۱

$$\Rightarrow \cos \hat{C}_1 = \frac{3}{4} \Rightarrow \cos \hat{C}_2 = -\frac{3}{4}$$

در نتیجه با توجه به قضیه کسینوس‌ها در مثلث CDE داریم:

$$DE^2 = CD^2 + CE^2 - 2CD \times CE \times \cos \hat{C}_2$$

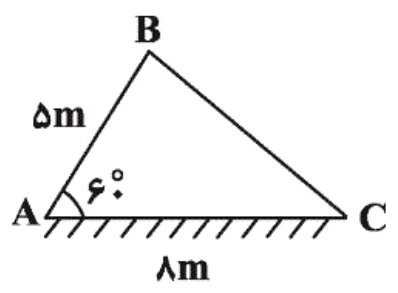
$$\Rightarrow DE^2 = 9 + 36 - 2 \times 3 \times 6 \times \left(-\frac{3}{4}\right) = 72$$

$$\Rightarrow DE = 6\sqrt{2}$$

(هندسه ۲ - صفحه‌های ۶۶ تا ۶۹)

- ۴                       ۳                       ۲                       ۱

(معمّر طاهر شعاعی) -۱۲۶



طول درخت برابر  $AB + BC$  است. داریم:

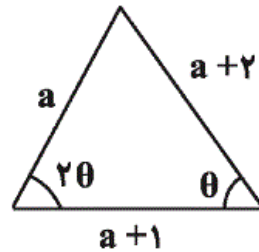
$$BC^2 = AB^2 + AC^2 - 2AB \times AC \times \cos 60^\circ$$

$$= 5^2 + 8^2 - 2 \times 5 \times 8 \times \frac{1}{2} \Rightarrow BC^2 = 25 + 64 - 40 = 49 \Rightarrow BC = 7$$

$$\text{طول درخت} = AB + BC = 5 + 7 = 12 \text{ m}$$

(هندسه ۲ - صفحه‌های ۶۶ تا ۶۹)

- ۴                       ۳                       ۲                       ۱



با توجه به مفروضات مسئله و بنابر قضیه سینوس‌ها داریم:

$$\frac{a}{\sin \theta} = \frac{a+2}{\sin(2\theta)} \Rightarrow \frac{a}{\sin \theta} = \frac{a+2}{2 \sin \theta \cos \theta} \Rightarrow \cos \theta = \frac{a+2}{2a} \quad (1)$$

از طرفی بنابر قضیه کسینوس‌ها داریم:

$$a^2 = (a+1)^2 + (a+2)^2 - 2(a+1)(a+2)\cos \theta$$

$$\Rightarrow \cos \theta = \frac{(a+1)^2 + (a+2)^2 - a^2}{2(a+1)(a+2)} \quad (2)$$

حال با مقایسه روابط (۱) و (۲) نتیجه می‌شود:

$$\frac{a+2}{2a} = \frac{(a+1)^2 + (a+2)^2 - a^2}{2(a+1)(a+2)}$$

$$= \frac{(a+1)(a+5)}{2(a+1)(a+2)} = \frac{a+5}{2(a+2)} \Rightarrow a = 4$$

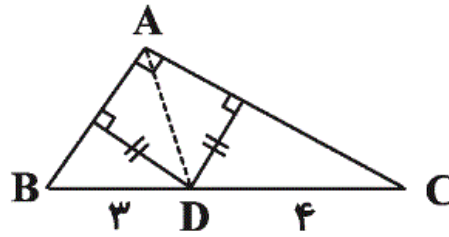
۴

۳ ✓

۲

۱

چون نقطه D از دو ضلع AB و AC به یک فاصله است، پس روی نیمساز زاویه A قرار دارد. در نتیجه:



$$\frac{AB}{AC} = \frac{BD}{CD} = \frac{3}{4} \Rightarrow \begin{cases} AB = 3k \\ AC = 4k \end{cases}$$

طبق قضیه فیثاغورس نتیجه می‌شود:  $BC = 5k$ ، بنابراین:

$$BC = 7 \Rightarrow 5k = 7 \Rightarrow k = \frac{7}{5} = 1\frac{2}{5}$$

$$AB = 3k = 3 \times 1\frac{2}{5} = 4\frac{6}{5}$$

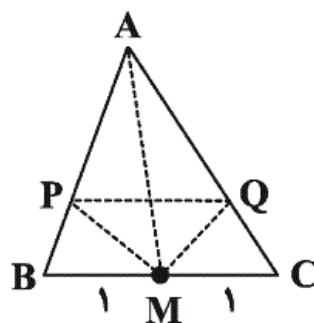
(هندسه ۲- صفحه‌های ۷۰ و ۷۱)

 ۴

 ۳

 ۲

 ۱



با توجه به قضیه نیمسازها در دو مثلث  $AMB$  و  $AMC$  داریم:

$$\left. \begin{array}{l} \frac{AP}{BP} = \frac{AM}{BM} = \frac{3}{1} \\ \frac{AQ}{QC} = \frac{AM}{MC} = \frac{3}{1} \end{array} \right\} \Rightarrow \frac{AP}{BP} = \frac{AQ}{QC}$$

بنابراین با توجه به عکس قضیه تالس نتیجه می‌گیریم که  $PQ \parallel BC$  است. در نتیجه داریم:

$$\frac{PQ}{BC} = \frac{AP}{AB} = \frac{AP}{AP + BP} = \frac{AM}{AM + BM} = \frac{3}{4}$$

$$\Rightarrow PQ = \frac{3}{4}BC = \frac{3}{4} \times 2 = \frac{3}{2}$$

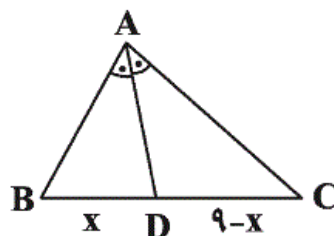
(هندسه ۲- صفحه‌های ۷۰ و ۷۱)

 ۴

 ۳

 ۲

 ۱



قضیه سینوسها:  $\frac{AC}{\sin \hat{B}} = \frac{AB}{\sin \hat{C}} \Rightarrow \frac{AC}{AB} = \frac{\sin \hat{B}}{\sin \hat{C}}$

$$\Rightarrow \frac{AC}{4} = 2 \Rightarrow AC = 8$$

قضیه نیمسازها:  $\frac{BD}{DC} = \frac{AB}{AC} \Rightarrow \frac{x}{9-x} = \frac{4}{8} = \frac{1}{2}$

$$\Rightarrow 2x = 9 - x \Rightarrow x = 3 \Rightarrow BD = 3, DC = 6$$

بنابراین:

$$AD^2 = AB \times AC - BD \times DC$$

$$\Rightarrow AD^2 = 4 \times 8 - 3 \times 6 = 32 - 18 = 14 \Rightarrow AD = \sqrt{14}$$

(هندسه ۲ - صفحه‌های ۶۲ تا ۶۵ و ۷۰ تا ۷۲)

۴

۳

۲✓

۱

ریاضی، حسابان ۱ - سوالات موازی، - 13970214

-۱۰۱

(علی شهرابی)

$$\lim_{x \rightarrow 2^-} f(x) = \lim_{x \rightarrow 2^-} (ax + 1) = 2a + 1$$

$$\lim_{x \rightarrow 2^+} f(x) = \lim_{x \rightarrow 2^+} (ax^2 + x - a) = 4a + 2 - a = 3a + 2$$

$$\Rightarrow (2a + 1) - (3a + 2) = 2 \Rightarrow -a - 1 = 2 \Rightarrow a = -3$$

$$\lim_{x \rightarrow a} f(x) = \lim_{x \rightarrow -3} (-3x + 1) = 9 + 1 = 10$$

(حسابان ۱ - حد و پیوستگی - صفحه‌های ۱۲۳ تا ۱۳۶)

۴✓

۳

۲

۱

(مهرداد اسپیکرکار)

$$x \rightarrow \frac{1}{5}^- \Rightarrow x < \frac{1}{5} \Rightarrow \frac{1}{x} > 5 \Rightarrow \lim_{x \rightarrow \frac{1}{5}^-} \left[ \frac{1}{x} \right] = [5^+] = 5$$

$$x \rightarrow \frac{1}{5}^+ \Rightarrow x > \frac{1}{5} \Rightarrow \frac{1}{x} < 5 \Rightarrow \lim_{x \rightarrow \frac{1}{5}^+} \left[ \frac{1}{x} \right] = [5^-] = 4$$

$$\lim_{x \rightarrow \frac{1}{5}^-} \left[ \frac{1}{x} \right] + \lim_{x \rightarrow \frac{1}{5}^+} \left[ \frac{1}{x} \right] = 5 + 4 = 9$$

(مسئله ۱- هر و پیوستگی - صفحه‌های ۱۲۳ تا ۱۲۹)

۴

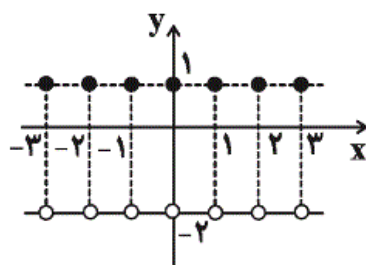
۳

۲ ✓

۱

(شروین سیاح‌نیا)

-۱۰۳

نمودار تابع  $f$  به صورت زیر است:

پس در اینجا داریم:

$$\lim_{x \rightarrow 2} f(x) + 2 \lim_{x \rightarrow 1/99} f(x) = -2 + 2(-2) = -6$$

در تابع به فرم  $f(x) = \begin{cases} g(x) & x \in \mathbb{Z} \\ h(x) & x \notin \mathbb{Z} \end{cases}$  به ازای هر  $a \in \mathbb{R}$  داریم:

$$\lim_{x \rightarrow a} f(x) = h(a)$$

(مسئله ۱- هر و پیوستگی - صفحه‌های ۱۱۴ تا ۱۲۲)

۴

۳

۲ ✓

۱

-۱۰۴

(عزیزاله علی اصغری)

در نمودار تابع  $f$ ،  $\lim_{x \rightarrow (-2)^+} f(x) = 0$  و  $\lim_{x \rightarrow (-2)^-} f(x) = 2$  است،

بنابراین:

$$\left. \begin{array}{l} \lim_{x \rightarrow (-2)^+} g(x) = \frac{3+0}{-4+0} \\ \lim_{x \rightarrow (-2)^-} g(x) = \frac{3-4}{-5+2m} \end{array} \right\} \xrightarrow{\text{با هم برابرند}} \frac{-1}{2m-5} = \frac{-3}{4}$$

$$\Rightarrow \frac{1}{2m-5} = \frac{3}{4} \Rightarrow 4 = 6m - 15 \Rightarrow 6m = 19 \Rightarrow m = \frac{19}{6}$$

(مسئله ۱- سر و پیوستگی - صفحه‌های ۱۲۳ تا ۱۳۶)

۴

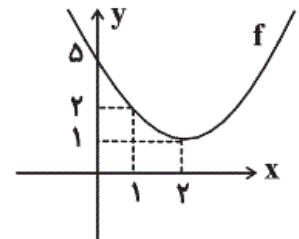
۳

۲ ✓

۱

(علی شهرابی)

-۱۰۵

نمودار تابع  $f$  را رسم می‌کنیم:

$$\lim_{x \rightarrow 2} [f(x)] = [1^+] = 1$$

$$\lim_{x \rightarrow 1^+} [f(x)] = [2^-] = 1$$

$$\lim_{x \rightarrow 1^-} [f(x)] = [2^+] = 2$$

 $\Rightarrow \lim_{x \rightarrow 1} [f(x)]$  : موجود نیست

(مسئله ۱- سر و پیوستگی - صفحه‌های ۱۱۱۴ تا ۱۲۹)

۴

۳

۲

۱ ✓

(مهمر طاهر شعاعی)

-۱۰۶

برای آن که بازه داده شده یک همسایگی عدد ۳ باشد، باید داشته باشیم:

$$a-1 < 3 < 2a+3 \Rightarrow \begin{cases} a-1 < 3 \\ 3 < 2a+3 \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} a < 4 \\ 0 < a \end{cases} \xrightarrow{\text{اشتراک}} 0 < a < 4$$

بنابراین مجموعه مقادیر قابل قبول  $a$  برابر است با  $0 < a < 4$  و بیش‌ترین مقدار صحیح  $a$  برابر ۳ است.

(مسئله ۱- سر و پیوستگی - صفحه‌های ۱۱۸ و ۱۱۹)

۴

۳ ✓

۲

۱



(مهمربوار مسنی)

در هر مرحله مثلث اصلی به ۴ مثلث همنهشت تقسیم می‌شود که هر کدام با مثلث اولیه متشابه هستند، بنابراین مساحت مثلث  $\frac{1}{4}$  برابر می‌شود در

$$k^2 = \frac{1}{4} \Rightarrow k = \frac{1}{2}$$
 نتیجه:

بنابراین طول ضلع مثلث در هر مرحله  $\frac{1}{2}$  برابر می‌شود:

مرحله	۱	۲	۳	....	n
طول ضلع	۱	$\frac{1}{2}$	$\frac{1}{4}$	....	$(\frac{1}{2})^{n-1}$
محیط	۳	$3(\frac{1}{2})$	$3(\frac{1}{4})$	....	$3(\frac{1}{2})^{n-1}$

با توجه به جدول متوجه می‌شویم که جملات در حال نزدیک شدن به صفر هستند، بنابراین حد جملات صفر است:

$$|3(\frac{1}{2})^{n-1} - 0| < \frac{1}{150}$$

$$\Rightarrow (\frac{1}{2})^{n-1} < \frac{1}{450} \Rightarrow 2^{n-1} > 450$$

$$\Rightarrow 2^n > 900 \xrightarrow{n \text{ عدد طبیعی}} n \geq 10$$

(مسئله ۱- هر و پیوستگی - صفحه‌های ۱۱۴ تا ۱۲۲)

[۴]

[۳]✓

[۲]

[۱]

(مهمربوار اسپیدکار)

$$\cot 7^\circ (1 + \sin 5^\circ) = \frac{\cos 7^\circ (1 + \sin 5^\circ)}{\sin 7^\circ}$$

چون زوایای  $4^\circ$  و  $5^\circ$  متمم هستند، می‌توان  $1 + \sin 5^\circ$  را به صورت  $1 + \cos 4^\circ$  نوشت و سپس از اتحاد  $1 + \cos 2x = 2 \cos^2 x$  استفاده کرد. بنابراین:

$$\frac{\cos 7^\circ}{\sin 7^\circ} (1 + \cos 4^\circ) = \frac{\cos 7^\circ}{\sin 7^\circ} (2 \cos^2 2^\circ)$$

$$\frac{\cos 7^\circ}{\sin 7^\circ} = \cos 2^\circ \quad \frac{\cos 7^\circ}{\cos 2^\circ} (2 \cos^2 2^\circ) = 2 \cos 2^\circ \cos 7^\circ$$

$$\frac{\cos 7^\circ}{\cos 2^\circ} = \sin 2^\circ \quad 2 \cos 2^\circ \sin 2^\circ = \sin 4^\circ$$

(مسئله ۱- مثلثات - صفحه‌های ۱۱۰ تا ۱۱۲)

[۴]✓

[۳]

[۲]

[۱]

عبارت  $\cos^4 x - \sin^4 x$  را با اتحاد مزدوج تجزیه می‌کنیم:

$$\cos^4 x - \sin^4 x = (\underbrace{\cos^2 x - \sin^2 x}_{\cos 2x})(\underbrace{\cos^2 x + \sin^2 x}_1) = \cos 2x$$

$$\Rightarrow A = \frac{1}{2} \underbrace{\sin 2x \cos 2x}_{\frac{1}{2} \sin 4x} = \frac{1}{4} \sin 4x \xrightarrow{x = \frac{\pi}{24}} \frac{1}{4} \sin \frac{\pi}{6} = \frac{1}{4} \times \frac{1}{2} = \frac{1}{8}$$

(مسئله ۱- مثلثات - صفحه‌های ۱۱۰ تا ۱۱۲)

۴

۳

۲

۱

(مهندس مصطفی ابراهیمی)

-۱۱۰

می‌دانیم  $\sin x + \cos x = \sqrt{2} \sin(x + \frac{\pi}{4})$  می‌باشد. پس:

$$-1 \leq \sin(x + \frac{\pi}{4}) \leq 1 \xrightarrow{\times \sqrt{2}} -\sqrt{2} \leq \sqrt{2} \sin(x + \frac{\pi}{4}) \leq \sqrt{2}$$

بیشترین مقدار تابع برابر  $\sqrt{2}$  و کمترین مقدار آن  $-\sqrt{2}$  است.

$$\text{تفاضل: } \sqrt{2} - (-\sqrt{2}) = 2\sqrt{2}$$

(مسئله ۱- مثلثات - صفحه‌های ۱۱۰ تا ۱۱۲)

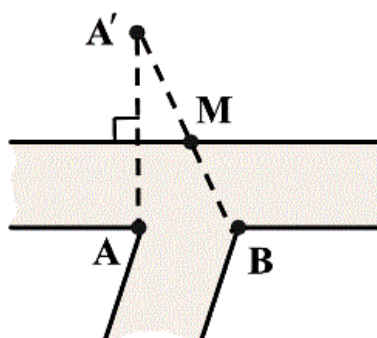
۴

۳

۲

۱

طول مسیر  $MABM$  برابر با  $MA + AB + MB$  است. چون طول  $AB$  ثابت است، پس برای یافتن کوتاه‌ترین مسیر  $MABM$  باید کم‌ترین مقدار  $MA + MB$  را بیابیم. از طرفی بنا بر مسئله هرون می‌دانیم برای یافتن کم‌ترین مقدار  $MA + MB$ ، باید از تبدیل بازتاب کمک بگیریم.



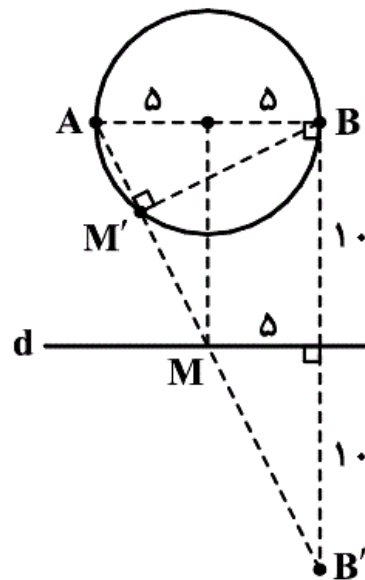
(هندسه ۲- تبدیل‌های هندسی و کاربردها- صفحه‌های ۵۳ تا ۵۶)

۴

۳

۲ ✓

۱



مطابق شکل برای یافتن نقطه  $M$  ابتدا نقطه  $B$  را نسبت به خط  $d$  بازتاب داده و نقطه حاصل را  $B'$  می‌نامیم. محل برخورد  $AB'$  با خط  $d$ ، نقطه  $M$  و محل برخورد آن با دایره، نقطه  $M'$  است. زاویه  $AM'B$  قائمه است؛ زیرا این زاویه محاطی، روبه‌رو به قطر دایره می‌باشد. طبق رابطه فیثاغورس و مساحت در مثلث قائم‌الزاویه داریم:

$$\triangle ABB' : AB'^2 = AB^2 + BB'^2 = 100 + 400 = 500$$

$$\Rightarrow AB' = 10\sqrt{5}$$

$$S_{\triangle ABB'} = \frac{1}{2} \underbrace{AB}_{10} \times \underbrace{BB'}_{20} = \frac{1}{2} \underbrace{M'B}_{4\sqrt{5}} \times \underbrace{AB'}_{10\sqrt{5}}$$

$$\Rightarrow M'B = 4\sqrt{5}$$

$$\triangle AM'B : AB^2 = M'A^2 + M'B^2 \Rightarrow 100 = M'A^2 + 80$$

$$\Rightarrow M'A = 2\sqrt{5} \Rightarrow M'A + M'B = 6\sqrt{5}$$

(هندسه ۲- تبدیل‌های هندسی و کاربردها- صفحه‌های ۵۳ تا ۵۶)

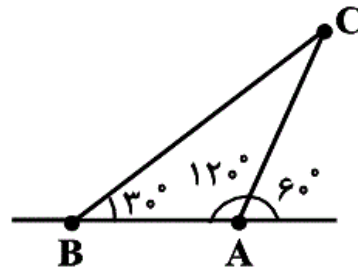
[۴]

[۳]

[۲] ✓

[۱]

خواسته مسئله اندازه BC است. با توجه به قضیه سینوس‌ها در مثلث ABC داریم:



$$\frac{AC}{\sin 30^\circ} = \frac{BC}{\sin 120^\circ} \Rightarrow \frac{1}{2} = \frac{BC}{\frac{\sqrt{3}}{2}}$$

$$\Rightarrow BC = \sqrt{3}$$

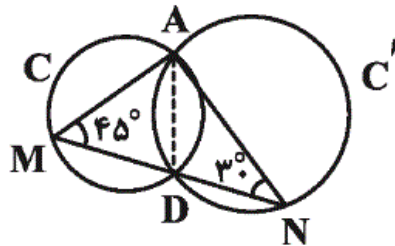
(هندسه ۲- روابط طولی در مثلث- صفحه‌های ۶۲ تا ۶۵)

۴ ✓

۳

۲

۱



وتر مشترک AD را رسم می‌کنیم. حال با توجه به قضیه سینوس‌ها در مثلث‌های AMD و ADN داریم:

$$\begin{cases} \Delta AMD: \frac{AD}{\sin 45^\circ} = 2R \Rightarrow R = \frac{AD}{2 \sin 45^\circ} = \frac{AD\sqrt{2}}{2} \\ \Delta ADN: \frac{AD}{\sin 30^\circ} = 2R' \Rightarrow R' = \frac{AD}{2 \sin 30^\circ} = AD \end{cases}$$

بنابراین:

$$\frac{S'}{S} = \frac{\pi R'^2}{\pi R^2} = \left(\frac{R'}{R}\right)^2 = \left(\frac{AD}{\frac{AD\sqrt{2}}{2}}\right)^2 = (\sqrt{2})^2 = 2$$

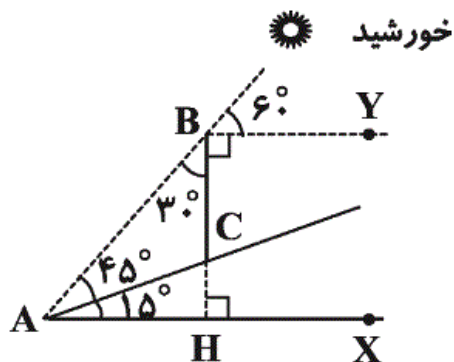
(هندسه ۲- روابط طولی در مثلث- صفحه‌های ۶۲ تا ۶۵)

۴

۳

۲ ✓

۱



مطابق شکل،  $AB$  مسیر پرتو خورشید است. اگر  $AX$  را خط افق در نظر بگیریم، در نتیجه:

$$\begin{cases} AX \parallel BY \\ BH \perp AX \end{cases} \Rightarrow BH \perp BY$$

پس اندازه زاویه  $ABC$  برابر با  $30$  درجه است. حال طبق قضیه سینوس‌ها در مثلث  $ABC$  داریم:

$$\frac{BC}{\sin 45^\circ} = \frac{AC}{\sin 30^\circ} \Rightarrow \frac{BC}{\frac{\sqrt{2}}{2}} = \frac{8}{\frac{1}{2}}$$

$$\Rightarrow BC = 8\sqrt{2}$$

(هندسه ۲- روابط طولی در مثلث- صفحه‌های ۶۲ تا ۶۵)

 ۴

 ۳

 ۲

 ۱

با توجه به رابطه سینوس‌ها در مثلث داریم:

$$\frac{a}{\sin \hat{A}} = \frac{b}{\sin \hat{B}} \Rightarrow \frac{a^2}{b^2} = \frac{\sin^2 \hat{A}}{\sin^2 \hat{B}}$$

$$\frac{\sin^2 \hat{A}}{\sin^2 \hat{B}} = \frac{\tan \hat{A}}{\tan \hat{B}} \Rightarrow \frac{\sin^2 \hat{A}}{\sin^2 \hat{B}} = \frac{\frac{\sin \hat{A}}{\cos \hat{A}}}{\frac{\sin \hat{B}}{\cos \hat{B}}} \Rightarrow$$

$$\Rightarrow \frac{\sin \hat{A}}{\sin \hat{B}} = \frac{\cos \hat{B}}{\cos \hat{A}} \Rightarrow \sin \hat{A} \times \cos \hat{A} = \sin \hat{B} \times \cos \hat{B}$$

$$\Rightarrow \frac{\sin(2\hat{A})}{2} = \frac{\sin(2\hat{B})}{2} \Rightarrow \sin(2\hat{A}) = \sin(2\hat{B})$$

سینوس دو زاویه با هم برابر شده است. این دو زاویه یا با هم برابرند یا مکمل یکدیگرند، پس:

$$\begin{cases} 2\hat{A} = 2\hat{B} \Rightarrow \hat{A} = \hat{B} \\ \text{یا} \\ 2\hat{A} + 2\hat{B} = 180^\circ \Rightarrow \hat{A} + \hat{B} = 90^\circ \Rightarrow \hat{C} = 90^\circ \end{cases}$$

پس مثلث  $ABC$  یا متساوی‌الساقین است و یا این‌که در رأس  $C$

قائم‌الزاویه ( $\hat{C} = 90^\circ$ ) می‌باشد.

(هنر سه ۲- روابط طولی در مثلث- صفحه‌های ۶۲ تا ۶۵)

 ۴

 ۳

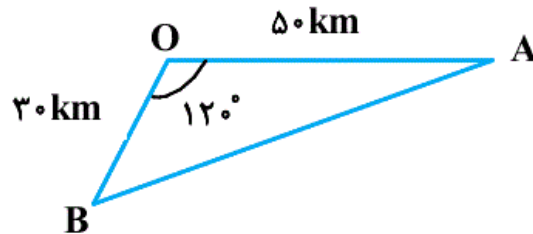
 ۲

 ۱

ابتدا مسافت طی شده، توسط هر قایق را محاسبه می‌کنیم:

$$OA = 100 \times 0.5 = 50 \text{ km} \quad , \quad OB = 60 \times 0.5 = 30 \text{ km}$$

حال به کمک قضیه کسینوس‌ها داریم:



$$AB^2 = OA^2 + OB^2 - 2 \cdot OA \cdot OB \cdot \cos 120^\circ$$

$$\Rightarrow AB^2 = 2500 + 900 - 2 \times 50 \times 30 \times \left(-\frac{1}{2}\right) = 4900$$

$$\Rightarrow AB = 70 \text{ km}$$

(هندسه ۲- روابط طولی در مثلث - صفحه‌های ۶۶ تا ۶۹)

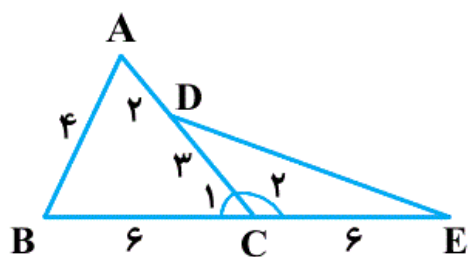
 ۴

 ۳

 ۲

 ۱





مطابق شکل  $\hat{C}_1 + \hat{C}_2 = 180^\circ$  است. بنابراین  $\cos \hat{C}_1 = -\cos \hat{C}_2$

می‌باشد. حال در مثلث  $ABC$ ، به کمک قضیه کسینوس‌ها مقدار  $\cos \hat{C}_1$

را می‌یابیم:

$$AB^2 = AC^2 + BC^2 - 2AC \times BC \times \cos \hat{C}_1$$

$$\Rightarrow 16 = 25 + 36 - 2 \times 2 \times 6 \times \cos \hat{C}_1$$

$$\Rightarrow \cos \hat{C}_1 = \frac{3}{4} \Rightarrow \cos \hat{C}_2 = -\frac{3}{4}$$

در نتیجه با توجه به قضیه کسینوس‌ها در مثلث  $CDE$  داریم:

$$DE^2 = CD^2 + CE^2 - 2CD \times CE \times \cos \hat{C}_2$$

$$\Rightarrow DE^2 = 9 + 36 - 2 \times 3 \times 6 \times \left(-\frac{3}{4}\right) = 72$$

$$\Rightarrow DE = 6\sqrt{2}$$

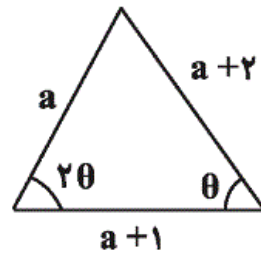
(هندسه ۲- روابط طولی در مثلث- صفحه‌های ۶۶ تا ۶۹)

 ۴

 ۳

 ۲

 ۱



با توجه به مفروضات مسئله و بنابر قضیه سینوس‌ها داریم:

$$\frac{a}{\sin \theta} = \frac{a+2}{\sin(2\theta)} \Rightarrow \frac{a}{\sin \theta} = \frac{a+2}{2 \sin \theta \cos \theta} \Rightarrow \cos \theta = \frac{a+2}{2a} \quad (1)$$

از طرفی بنابر قضیه کسینوس‌ها داریم:

$$a^2 = (a+1)^2 + (a+2)^2 - 2(a+1)(a+2)\cos \theta$$

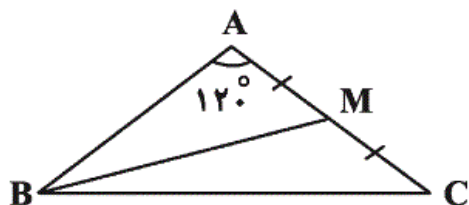
$$\Rightarrow \cos \theta = \frac{(a+1)^2 + (a+2)^2 - a^2}{2(a+1)(a+2)} \quad (2)$$

 ۴

 ۳ ✓

 ۲

 ۱



طبق قضیه سینوس‌ها، داریم:

$$\frac{a}{\sin \hat{A}} = \frac{b}{\sin \hat{B}} = \frac{c}{\sin \hat{C}} = 2R$$

بنابراین:

$$\frac{a}{\sin 120^\circ} = 2\sqrt{12} \Rightarrow a = 6$$

$$\frac{b}{\sin 30^\circ} = 2\sqrt{12} \Rightarrow b = \sqrt{12} \Rightarrow c = \sqrt{12}$$

حال با توجه به قضیه میانه‌ها که از رابطه کسینوس‌ها به دست می‌آید،

نتیجه می‌شود:

$$2BM^2 = a^2 + c^2 - \frac{b^2}{2} \Rightarrow 2BM^2 = 36 + 12 - 6$$

$$\Rightarrow BM^2 = 21 \Rightarrow BM = \sqrt{21}$$

(هنر سه ۲- روابط طولی در مثلث - صفحه‌های ۶۲ تا ۶۹)

 ۴

 ۳

 ۲

 ۱

-۹۱

(کتاب آبی)

با توجه به دامنه تابع  $f(x) = \sqrt{x-1}$  که به صورت  $D_f : x \geq 1$  یا به عبارت دیگر بازه  $(1, +\infty)$  است تابع  $f$  به ازای مقادیر بیشتر از یک تعریف می‌شود، اما به ازای مقادیر کمتر از یک تعریف نمی‌شود، پس می‌توان گفت تابع  $f$  در همسایگی راست یک تعریف شده ولی در همسایگی چپ آن تعریف نمی‌شود. توجه کنید که در گزینه (۲) تابع  $f$  هم در همسایگی راست و هم در همسایگی چپ یک تعریف می‌شود. همچنین در گزینه‌های (۳) و (۴) تابع در همسایگی چپ یک تعریف می‌شود ولی در همسایگی راست آن تعریف نمی‌شود.

(مسئله ۱- صفحه‌های ۱۱۸ و ۱۱۹)

۴

۳

۲

۱ ✓

-۹۲

(کتاب آبی)

در هر نقطه دلخواه  $x_0$ ، وقتی  $x$  از دو طرف به  $x_0$  میل می‌کند، مقادیر تابع به عدد مفروض  $L$  نزدیک می‌شوند، پس تابع  $f$  در هر نقطه دلخواهی حد دارد. توجه کنید که حد تابع در یک نقطه به مقدارش در آن نقطه ارتباطی ندارد.

(مسئله ۱- صفحه‌های ۱۱۴ تا ۱۲۲)

۴

۳ ✓

۲

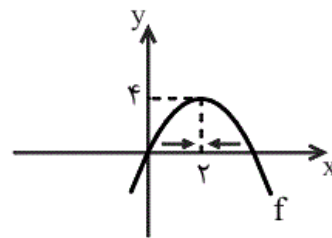
۱

-۹۳

(کتاب آبی)

نمودار تابع با ضابطه  $f(x) = 4x - x^2$  را رسم می‌کنیم.

$$\begin{aligned} f(x) &= 4x - x^2 = -(x^2 - 4x) = -(x^2 - 4x + 4) + 4 \\ &= -(x-2)^2 + 4 \end{aligned}$$



با توجه به نمودار، چه با مقادیر کمتر و چه با مقادیر بیش‌تر از  $x = 2$  به آن نزدیک شویم مقادیر تابع  $f$  با مقادیر کمتر از چهار به آن نزدیک می‌شود، یعنی در چنین حالتی  $f(x)$  در بازه  $(3, 4)$  قرار می‌گیرد که در این بازه، مقدار جزء صحیح برابر با ۳ است، پس:

$$\lim_{x \rightarrow 2} [f(x)] = 3$$

(مسئله ۱- صفحه‌های ۱۱۴ تا ۱۲۹)

۴

۳ ✓

۲

۱

ابتدا توجه کنید برای آنکه تابع در  $x = -2$  حد داشته باشد باید حد چپ و حد راست آن در این نقطه موجود و با هم برابر باشند.

$$f(x) = \begin{cases} \frac{|x| - [x]}{x|x|} & ; x < -2 \\ ax + \frac{1}{16}x^2 & ; x > -2 \end{cases}$$

برای محاسبه حد چپ در  $x = -2$  از ضابطه بالایی استفاده می‌کنیم. دقت کنید وقتی  $x \rightarrow (-2)^-$ ، می‌توانیم فرض کنیم  $-3 < x < -2$  که در این صورت  $[x] = -3$  و به دلیل منفی بودن  $x$ ،  $|x| = -x$ ، پس:

$$\begin{aligned} \lim_{x \rightarrow (-2)^-} f(x) &= \lim_{x \rightarrow (-2)^-} \frac{|x| - [x]}{x|x|} = \lim_{x \rightarrow (-2)^-} \frac{-x + 3}{x(-x)} \\ &= \frac{2 + 3}{-4} = -\frac{5}{4} \quad (*) \end{aligned}$$

برای محاسبه حد راست در  $x = -2$  از ضابطه پایینی استفاده می‌کنیم:

$$\begin{aligned} \lim_{x \rightarrow (-2)^+} f(x) &= \lim_{x \rightarrow (-2)^+} \left( ax + \frac{1}{16}x^2 \right) = -2a + \frac{1}{16} \times 4 \\ &= -2a + \frac{1}{4} \quad (**) \end{aligned}$$

$$\xrightarrow{(*), (**)} -2a + \frac{1}{4} = -\frac{5}{4} \Rightarrow 2a = \frac{5}{4} + \frac{1}{4} \Rightarrow a = \frac{3}{4}$$

چون  $x = 1$  در شرط ضابطه پایینی قرار دارد، برای محاسبه حد تابع در  $x = 1$  داریم:

$$\lim_{x \rightarrow 1} f(x) = \lim_{x \rightarrow 1} \left( \frac{3}{4}x + \frac{1}{16}x^2 \right) = \frac{3}{4} + \frac{1}{16} = \frac{13}{16}$$

(مسئله ۱- صفحه‌های ۱۲۳ تا ۱۲۹)

 ۴

 ۳

 ۲

 ۱

(کتاب آبی)

$$\text{با توجه به شکل : } \begin{cases} \lim_{x \rightarrow 2^-} f(x) = 2 \\ \lim_{x \rightarrow 2^-} g(x) = -1 \end{cases}$$

$$\Rightarrow \lim_{x \rightarrow 2^-} (f + g)(x) = \lim_{x \rightarrow 2^-} f(x) + \lim_{x \rightarrow 2^-} g(x) = 2 + (-1) = 1$$

(مسایان ۱- صفحه‌های ۱۱۴ تا ۱۳۶)

۴

۳

۲

۱ ✓

(کتاب آبی)

از آنجایی که تابع  $f$  در یک همسایگی محذوف صفر مثبت است، پس:

$$\lim_{x \rightarrow 0} \frac{|f(x)|}{f(x)} = \lim_{x \rightarrow 0} \frac{f(x)}{f(x)} = 1$$

(مسایان ۱- صفحه‌های ۱۱۴ تا ۱۳۶)

۴

۳

۲

۱ ✓

(کتاب آبی)

از آنجایی که  $f(0) = g(0) = a$ ، پس:

$$\lim_{x \rightarrow 0} \frac{f(x) - a}{g(x) - a} \quad (\text{حد ابهام } \frac{0}{0} \text{ دارد})$$

برای رفع ابهام، معادله خط‌های  $y = f(x)$  و  $y = g(x)$  را می‌یابیم:

$$f: \frac{x}{2a} + \frac{y}{a} = 1 \Rightarrow f(x) = \frac{-1}{2}x + a$$

$$g: \frac{x}{-a} + \frac{y}{a} = 1 \Rightarrow g(x) = x + a$$

$$\lim_{x \rightarrow 0} \frac{f(x) - a}{g(x) - a} = \lim_{x \rightarrow 0} \frac{\frac{-1}{2}x + a - a}{x + a - a} = \frac{-1}{2} \quad \text{لذا:}$$

نکته: معادله خطی که طول از مبدأ آن  $a$  و عرض از مبدأ آن  $b$  باشد به

$$\frac{x}{a} + \frac{y}{b} = 1 \quad \text{صورت مقابل است:}$$

(مسایان ۱- صفحه‌های ۱۴۱ تا ۱۴۴)

۴

۳

۲ ✓

۱

(کتاب آبی)

$$y = \frac{2x^2 - x - 1}{|x-1|} = \frac{(2x+1)(x-1)}{|x-1|}$$

$$\begin{aligned} \lim_{x \rightarrow 1^+} y &= \lim_{x \rightarrow 1^+} \frac{x-1}{|x-1|} (2x+1) = \lim_{x \rightarrow 1^+} \frac{x-1}{x-1} (2x+1) \\ &= \lim_{x \rightarrow 1^+} (2x+1) = 3 \end{aligned}$$

$$\lim_{x \rightarrow 1^-} y = \lim_{x \rightarrow 1^-} \frac{x-1}{-(x-1)} (2x+1) = \lim_{x \rightarrow 1^-} (-(2x+1)) = -3$$

پس:

$$\left| \lim_{x \rightarrow 1^+} y - \lim_{x \rightarrow 1^-} y \right| = |3 - (-3)| = 6$$

(مسئله ۱- صفحه‌های ۱۲۳ تا ۱۲۹ و ۱۴۱ تا ۱۴۴)

۴ ✓

۳

۲

۱

(کتاب آبی)

-۹۹

$$\lim_{x \rightarrow -2} \frac{x + \sqrt{2x+8}}{x+2} \quad (\text{حد ابهام } \frac{0}{0} \text{ دارد})$$

صورت و مخرج را در مزدوج عبارت صورت ضرب می‌کنیم:

$$\begin{aligned} \lim_{x \rightarrow -2} \frac{x + \sqrt{2x+8}}{x+2} &= \lim_{x \rightarrow -2} \frac{x^2 - 2x - 8}{(x+2)(x - \sqrt{2x+8})} \\ &= \lim_{x \rightarrow -2} \frac{(x+2)(x-4)}{(x+2)(x - \sqrt{2x+8})} = \frac{-6}{-2-2} = \frac{3}{2} \end{aligned}$$

(مسئله ۱- صفحه‌های ۱۴۱ تا ۱۴۴)

۴ ✓

۳

۲

۱

با در نظر گرفتن  $x - \pi = \alpha$ ، داریم:

$$\begin{cases} x = \pi + \alpha \\ x \rightarrow \pi^- \Rightarrow \alpha \rightarrow 0^- \end{cases}$$

بنابراین:

$$\lim_{x \rightarrow \pi^-} \frac{\sin x}{|x - \pi|} = \lim_{\alpha \rightarrow 0^-} \frac{\sin(\pi + \alpha)}{|\alpha|} \quad (*)$$

وقتی  $\alpha \rightarrow 0^-$ ،  $\alpha < 0$ ، پس  $|\alpha| = -\alpha$  و می‌دانیم  $\sin(\pi + \alpha) = -\sin \alpha$ ، بنابراین حد (\*) برابر است با:

$$\lim_{\alpha \rightarrow 0^-} \frac{-\sin \alpha}{-\alpha} = \lim_{\alpha \rightarrow 0^-} \frac{\sin \alpha}{\alpha} = 1$$

(حسابان ۱- صفحه‌های ۱۳۰ تا ۱۳۴)

۴

۳

۲

۱ ✓

ریاضی، آمار و احتمال، - 13970214

(معمد پوراحمدی)

$$\bar{x} = \frac{x + x + 3x + 3x}{4} \Rightarrow \bar{x} = \frac{8x}{4} \Rightarrow \bar{x} = 2x$$

$$\sigma^2 = \frac{\sum (x_i - \bar{x})^2 \times f_i}{n} \Rightarrow 4 = \frac{(x - 2x)^2 \times 2 + (3x - 2x)^2 \times 2}{4}$$

$$\Rightarrow 16 = 2x^2 + 2x^2 \Rightarrow 4x^2 = 16 \Rightarrow x^2 = 4 \xrightarrow{x > 0} x = 2$$

$$\bar{x} = 2x \Rightarrow \bar{x} = 4$$

$$CV = \frac{\sigma}{\bar{x}} = \frac{2}{4} = \frac{1}{2}$$

(آمار و احتمال - آمار توصیفی - صفحه‌های ۹۶ و ۹۷)

۴ ✓

۳

۲

۱



اگر ضریب تغییرات برابر صفر باشد، یعنی  $\frac{\sigma}{\bar{X}}$  برابر صفر و در نتیجه  $\sigma$

صفر است و اگر  $\sigma$  صفر باشد، همه داده‌ها برابر با میانگین هستند. پس:

$$a = b = ac = ۴$$

در نتیجه  $a = b = ۴$  و  $c = ۱$  می‌باشد، پس:

$$a + b + c = ۴ + ۴ + ۱ = ۹$$

(آمار و احتمال - آمار توصیفی - صفحه‌های ۹۶ و ۹۷)

 ۴

 ۳

 ۲

 ۱

(فشار فرامرزی)

ابتدا داده‌ها را مرتب می‌کنیم:

$$\begin{array}{ccccccccccc}
 ۲ & , & ۲ & , & ۲ & , & ۲ & , & ۳ & , & ۳ & , & ۳ & , & ۴ & , & ۴ & , & ۴ \\
 & & & & & & & & \downarrow & & & & & & & & \downarrow & & \\
 & & & & & & & & & & & & & & & & & & Q_2 = ۴ \\
 Q_1 = \frac{۲+۳}{۲} = ۲.۵ & & & & & & & & & & & & & & & & & & & 
 \end{array}$$

$$\begin{array}{cccccccc}
 ۵ & , & ۵ & , & ۵ & , & ۶ & , & ۶ & , & ۶ & , & ۷ \\
 & & & & & & \downarrow & & & & & & \\
 Q_3 = \frac{۵+۶}{۲} = ۵.۵ & & & & & & & & & & & & & 
 \end{array}$$

 ۴

 ۳

 ۲

 ۱

(امار موقادری)

$$\bar{x} = \frac{۳۷ + ۳۹ + ۴۱ + ۴۱ + ۴۲}{۵} = ۴۰$$

$x_i$	۳۷	۳۹	۴۱	۴۱	۴۲
$x_i - \bar{x}$	-۳	-۱	۱	۱	۲
$(x_i - \bar{x})^2$	۹	۱	۱	۱	۴

$$\sigma = \sqrt{\frac{\sum_{i=1}^n (x_i - \bar{x})^2}{n}} = \sqrt{\frac{۹+۱+۱+۱+۴}{۵}} = \sqrt{\frac{۱۶}{۵}} = \frac{۴\sqrt{۵}}{۵}$$

$$\Rightarrow CV = \frac{\sigma}{\bar{x}} = \frac{\frac{۴\sqrt{۵}}{۵}}{۴۰} = \frac{\sqrt{۵}}{۵۰}$$

(آمار و احتمال - آمار توصیفی - صفحه‌های ۹۶ و ۹۷)

۴

۳

۲

۱✓

(امیر هوشنگ فمسه)

-۱۴۵

توجه: می‌دانیم اگر داده‌ها  $n$  برابر شوند، میانگین و انحراف معیار هم $n$  برابر می‌شوند. اگر داده‌های ۱۰ سال گذشته  $x_1, x_2, \dots, x_{10}$ 

باشند، داده‌های پیش‌بینی شده برای ۱۰ سال آتی

 $\frac{۳}{۲}x_1, \frac{۳}{۲}x_2, \dots, \frac{۳}{۲}x_{10}$  خواهند شد.

۴✓

۳

۲

۱

با توجه به فعالیت صفحات ۹۷ و ۹۸ کتاب درسی، مقدار IQR به معنای دامنه میان چارکی  $Q_3 - Q_1$  می‌باشد.

۱، ۲، ۳، ۵، ۷، ۹، ۱۰

$$Q_1 = 2, \quad Q_2 = 5, \quad Q_3 = 9$$

$Q_2$  میانه کل داده‌ها و  $Q_1$  چارک اول و  $Q_3$  چارک سوم است.

$$\frac{Q_3 + Q_2}{IQR} = \frac{9 + 5}{9 - 2} = 2$$

(آمار و احتمال - آمار توصیفی - صفحه‌های ۹۷ تا ۱۰۰)

 ۴

 ۳

 ۲

 ۱

(امین کریمی)

توزیع فراوانی در نمودار جعبه‌ای به صورت ۸-۱۹-۸ است که در آن ۱۹ داده داخل و روی جعبه قرار می‌گیرند.

$$\sum f_i \bar{x}_i = n\bar{x} = 35 \times 16 \Rightarrow 15 \times 8 + 18 \times 8 + 19 \times \bar{x}_2 = 35 \times 16$$

$$\Rightarrow \bar{x}_2 = 15 / 57 = \text{میانگین داده‌های داخل و روی جعبه}$$

(آمار و احتمال - آمار توصیفی - صفحه‌های ۹۷ تا ۱۰۰)

 ۴

 ۳

 ۲

 ۱

$$\text{نفر} = 114 = 57 + 38 + 19 = \text{تعداد کل افراد}$$

$$\text{نفر} = 4 = \frac{1}{3} \times 12 = \frac{38}{114} \times 12 = \text{تعداد کودکان}$$

$$\text{نفر} = 6 = \frac{1}{2} \times 12 = \frac{57}{114} \times 12 = \text{تعداد جوانان}$$

$$\text{نفر} = 2 = \frac{1}{6} \times 12 = \frac{19}{114} \times 12 = \text{تعداد افراد میانسال}$$

(آمار و احتمال - آمار استنباطی - صفحه‌های ۱۰۶ و ۱۰۷)

۴

۳

۲

۱ ✓

(امیر حسین ابومحبوب)

-۱۴۹

درجه حرارت بدن انسان، متغیری کمی است، در حالی که میزان

تحصیلات افراد یک شهر، رنگ اتومبیل‌های تولیدی یک کارخانه و نوع

درختان موجود در یک پارک، همگی متغیرهای کیفی هستند.

(آمار و احتمال - آمار استنباطی - صفحه‌های ۱۱۴ و ۱۱۵)

۴

۳

۲ ✓

۱

بهترین راه برای مسائل فرهنگی کاهش ترافیک، روش مصاحبه است. روش مناسب برای بررسی رنگ اتومبیل‌های پارک شده در یک پارکینگ، مشاهده است. برای یافتن تعداد افراد با نام علی از اطلاعات ذخیره شده (دادگان) باید بهره بگیریم. مناسب‌ترین راه برای کسب میزان رضایت افراد از خرید یک کالا پرسش‌نامه می‌باشد.

(آمار و احتمال - آمار استنباطی - صفحه‌های ۱۱۲ و ۱۱۳)

۴ ✓

۳

۲

۱

ریاضی، حسابان گواه-سوال‌ت موازی، - 13970214

-۱۱۱

(کتاب آبی)

مخرج مشترک می‌گیریم:

$$\frac{1}{\sin 15^\circ} - \frac{1}{\cos 15^\circ} = \frac{\cos 15^\circ - \sin 15^\circ}{\sin 15^\circ \cos 15^\circ}$$

در صورت کسر از رابطه  $\sin x - \cos x = \sqrt{2} \sin(x - \frac{\pi}{4})$  و در مخرج

از رابطه  $\sin 2x = 2 \sin x \cos x$  استفاده می‌کنیم:

$$\begin{aligned} \Rightarrow \frac{\cos 15^\circ - \sin 15^\circ}{\sin 15^\circ \cos 15^\circ} &= \frac{-\sqrt{2} \sin(15^\circ - 45^\circ)}{\frac{1}{2} \sin(2 \times 15^\circ)} \\ &= \frac{-\sqrt{2} \sin(-30^\circ)}{\frac{1}{2} \sin 30^\circ} = \frac{-\sqrt{2}(-\sin 30^\circ)}{\frac{1}{2} \sin 30^\circ} = \frac{\sqrt{2}}{\frac{1}{2}} = 2\sqrt{2} \end{aligned}$$

(حسابان ۱- مثلثات - صفحه‌های ۱۱۰ تا ۱۱۲)

۴

۳

۲

۱

ابتدا با توجه به  $\sin \alpha = \frac{5}{13}$  ، مقدار  $\cos \alpha$  را بدست می آوریم:

$$\cos^2 \alpha = 1 - \sin^2 \alpha = 1 - \left(\frac{5}{13}\right)^2 = 1 - \frac{25}{169} = \frac{144}{169}$$

$$\xrightarrow{\text{حاده } \alpha} \cos \alpha = \frac{12}{13}$$

با توجه به  $\tan \beta = \frac{3}{4}$  ، مقدار  $\sin \beta$  و  $\cos \beta$  را بدست می آوریم.

$$1 + \tan^2 \beta = \frac{1}{\cos^2 \beta} \Rightarrow 1 + \frac{9}{16} = \frac{1}{\cos^2 \beta}$$

$$\Rightarrow \frac{25}{16} = \frac{1}{\cos^2 \beta} \xrightarrow{\text{حاده } \beta} \cos \beta = \frac{4}{5}$$

$$\sin^2 \beta = 1 - \cos^2 \beta = 1 - \left(\frac{4}{5}\right)^2 = 1 - \frac{16}{25} = \frac{9}{25}$$

$$\xrightarrow{\text{حاده } \beta} \sin \beta = \frac{3}{5}$$

[۴]

[۳]✓

[۲]

[۱]

توجه کنید که:

$$\cos\left(\frac{3\pi}{2} - 2\alpha\right) = \cos\left(\frac{3\pi}{2} - \left(\frac{\pi}{2} + 2\alpha\right)\right) = \cos\left(\frac{\pi}{2} + 2\alpha\right) = -\sin 2\alpha$$

برای محاسبه  $-\sin 2\alpha$  ، طرفین تساوی  $\sin \alpha - \cos \alpha = \frac{1}{2}$  را به توان

دو می رسانیم:

$$\sin^2 \alpha + \cos^2 \alpha - 2 \sin \alpha \cos \alpha = \frac{1}{4}$$

$$\Rightarrow 1 - \sin 2\alpha = \frac{1}{4} \Rightarrow -\sin 2\alpha = \frac{-3}{4}$$

(مسایران ۱- مثلثات - صفحه های ۱۱۰ تا ۱۱۲)

[۴]

[۳]

[۲]

[۱]✓

ابتدا توجه کنید برای آنکه تابع در  $x = -2$  حد داشته باشد باید حد چپ و حد راست آن در این نقطه موجود و با هم برابر باشند.

$$f(x) = \begin{cases} \frac{|x| - [x]}{x|x|} & ; x < -2 \\ ax + \frac{1}{16}x^2 & ; x > -2 \end{cases}$$

برای محاسبه حد چپ در  $x = -2$  از ضابطه بالایی استفاده می‌کنیم. دقت

کنید وقتی  $x \rightarrow (-2)^-$ ، می‌توانیم فرض کنیم  $-3 < x < -2$  که در این صورت  $[x] = -3$  و به دلیل منفی بودن  $x$ ،  $|x| = -x$ ، پس:

$$\begin{aligned} \lim_{x \rightarrow (-2)^-} f(x) &= \lim_{x \rightarrow (-2)^-} \frac{|x| - [x]}{x|x|} = \lim_{x \rightarrow (-2)^-} \frac{-x + 3}{x(-x)} \\ &= \frac{2 + 3}{-4} = -\frac{5}{4} \quad (*) \end{aligned}$$

برای محاسبه حد راست در  $x = -2$  از ضابطه پایینی استفاده می‌کنیم:

$$\begin{aligned} \lim_{x \rightarrow (-2)^+} f(x) &= \lim_{x \rightarrow (-2)^+} \left( ax + \frac{1}{16}x^2 \right) = -2a + \frac{1}{16} \times 4 \\ &= -2a + \frac{1}{4} \quad (**) \end{aligned}$$

$$\xrightarrow{(*), (**)} -2a + \frac{1}{4} = -\frac{5}{4} \Rightarrow 2a = \frac{5}{4} + \frac{1}{4} \Rightarrow a = \frac{3}{4}$$

چون  $x = 1$  در شرط ضابطه پایینی قرار دارد، برای محاسبه حد تابع در  $x = 1$  داریم:

$$\lim_{x \rightarrow 1} f(x) = \lim_{x \rightarrow 1} \left( \frac{3}{4}x + \frac{1}{16}x^2 \right) = \frac{3}{4} + \frac{1}{16} = \frac{13}{16}$$

(مسئله ۱- هر و پیوستگی - صفحه‌های ۱۲۳ تا ۱۲۹)

 ۴

 ۳

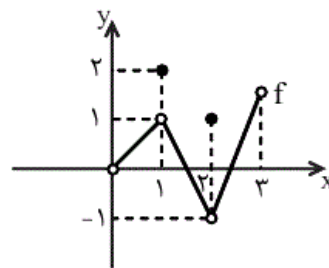
 ۲

 ۱

(کتاب آبی)

با توجه به نمودار، اگر مقادیر  $x$  از چپ و راست به یک نزدیک شوند، مقادیر  $y$  به یک نزدیک می‌شوند، پس:

$$\lim_{x \rightarrow 1} f(x) = 1$$



و اگر مقادیر  $x$  به ۲ نزدیک شوند، مقادیر  $y$  به  $(-1)$  نزدیک می‌شوند، پس:

$$\lim_{x \rightarrow 2} f(x) = -1$$

همچنین اگر  $x = 1$ ، آنگاه  $y = 2$ ، پس  $f(1) = 2$ ، بنابراین:

$$\lim_{x \rightarrow 1} f(x) - 2 \lim_{x \rightarrow 2} f(x) - f(1) = 1 - 2(-1) - 2 = 1$$

(مسئله ۱-۵ در و پیوستگی - صفحه‌های ۱۱۴ تا ۱۲۹)

۴

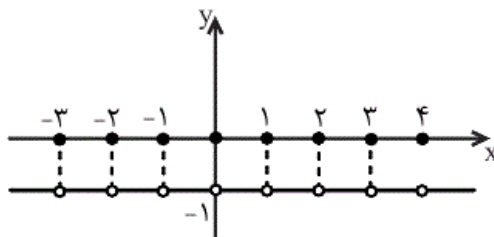
۳

۲

۱

(کتاب آبی)

می‌دانیم  $f(x) = [x] + [-x] = \begin{cases} 0 & x \in \mathbb{Z} \\ -1 & x \notin \mathbb{Z} \end{cases}$  و نمودار آن به صورت



زیر است:

حد این تابع در تمام نقاط برابر  $-1$  است. پس:

$$\lim_{x \rightarrow 1} f(x) + 2 \lim_{x \rightarrow \frac{3}{2}} f(x) = -1 + 2(-1) = -3$$

(مسئله ۱-۵ در و پیوستگی - صفحه‌های ۱۱۴ تا ۱۲۲)

۴

۳

۲

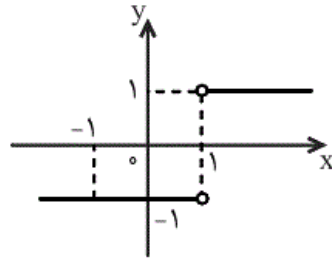
۱



ابتدا توجه کنید که:

$$f(x) = \frac{x-1}{|x-1|} = \begin{cases} \frac{x-1}{x-1} = 1 & ; x > 1 \\ \frac{x-1}{-(x-1)} = -1 & ; x < 1 \end{cases}$$

پس نمودار تابع به صورت زیر است؛ با توجه به این نمودار، داریم:



$$\lim_{x \rightarrow (-1)^-} f(x) = -1 \quad \text{و} \quad \lim_{x \rightarrow 0^-} f(x) = -1 \quad \text{و} \quad \lim_{x \rightarrow 1^+} f(x) = 1$$

بنابراین مجموع سه حد بالا، برابر است با  $-1 - 1 + 1 = -1$ .

(مسئله ۱- هر و پیوستگی - صفحه‌های ۱۱۴ تا ۱۲۹)

۴

۳

۲ ✓

۱

(کتاب آبی)

-۱۱۸

وقتی  $x \rightarrow 0^-$ ، می‌توان فرض کرد  $-1 < x < 0$  که در این صورت  $[x] = -1$  و به خاطر منفی بودن  $x$ ،  $|x| = -x$ ، پس داریم:

$$\begin{aligned} \lim_{x \rightarrow 0^-} \frac{|x| - [x]}{2|x| + [x]} &= \lim_{x \rightarrow 0^-} \frac{-x - (-1)}{2(-x) + (-1)} \\ &= \lim_{x \rightarrow 0^-} \frac{-x + 1}{-2x - 1} = \frac{0 + 1}{0 - 1} = -1 \end{aligned}$$

(مسئله ۱- هر و پیوستگی - صفحه‌های ۱۲۳ تا ۱۳۶)

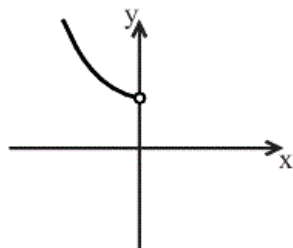
۴

۳

۲

۱ ✓

در گزینه (۲) تابع به ازای مقادیر بیشتر از صفر تعریف نمی‌شود، بنابراین در همسایگی راست صفر تعریف نشده است، اما تابع به ازای مقادیر کمتر از صفر تعریف شده است بنابراین در همسایگی چپ صفر تعریف شده است.



در گزینه‌های (۱) و (۴) تابع هم در همسایگی راست و هم در همسایگی چپ صفر تعریف شده است. در گزینه (۳) تابع در همسایگی راست صفر تعریف شده است ولی در همسایگی چپ آن تعریف نشده است.

(مسئله ۱- هر دو پیوستگی - صفحه‌های ۱۱۸ و ۱۱۹)

 ۴

 ۳

 ۲

 ۱

با استفاده از قضیه‌های حد داریم:

$$\lim_{x \rightarrow 2} \frac{x^3 - 4}{f(x)} = 2 \Rightarrow \frac{\lim_{x \rightarrow 2} (x^3 - 4)}{\lim_{x \rightarrow 2} f(x)} = 2$$

$$\Rightarrow \frac{2^3 - 4}{\lim_{x \rightarrow 2} f(x)} = 2 \Rightarrow \lim_{x \rightarrow 2} f(x) = \frac{2^3 - 4}{2} = 2$$

حال گزینه‌ها را امتحان می‌کنیم:

گزینه (۱):  $f(x) = [x] \Rightarrow \lim_{x \rightarrow 2} f(x)$  وجود ندارد.

دقت کنید که تابع  $f(x) = [x]$  در نقاط با طول صحیح حد ندارد.

گزینه (۲):  $f(x) = x^2 \Rightarrow \lim_{x \rightarrow 2} f(x) = 2^2 = 4$

گزینه (۳):  $f(x) = \sqrt{2x} \Rightarrow \lim_{x \rightarrow 2} f(x) = \sqrt{2 \times 2} = 2$

گزینه (۴):  $f(x) = \sqrt{x-2} + 2 \Rightarrow D_f : x - 2 \geq 0 \Rightarrow D_f : x \geq 2$   
 $\Rightarrow \lim_{x \rightarrow 2} f(x)$  وجود ندارد.

دقت کنید که تابع  $f$  در همسایگی  $x = 2$  تعریف نشده، پس در این نقطه حد ندارد.

(مسئله ۱- هر دو پیوستگی - صفحه‌های ۱۲۳ تا ۱۳۶)

 ۴

 ۳

 ۲

 ۱