



www.riazisara.ir سایت ویژه ریاضیات

درسنامه ها و جزوه های ریاضی

سوالات و پاسخنامه تشریحی کنکور

نمونه سوالات امتحانات ریاضی

نرم افزارهای ریاضیات

۰۰۹

کanal سایت ریاضی سرا در تلگرام:

<https://t.me/riazisara>



(@riazisara)

ریاضی ، ریاضی پایه ، حد در بی نهایت ، حد - ۱۳۹۷۰۱۳۱

۱۱۳- اگر حد کسر وقتی $x \rightarrow +\infty$ برابر ۲ باشد، آن‌گاه حد این کسر وقتی $x \rightarrow -\infty$ کدام است؟

$$\lim_{x \rightarrow -\infty} \frac{ax - \sqrt{4x^2 + 48}}{\sqrt{x^2 - 4x + 4}}$$

(۴) -۳ (۳) $-\frac{5}{3}$ (۲) $\frac{1}{3}$ (۱) ۱

شما پاسخ نداده اید

۱۱۷- اگر $m + n$ حاصل کدام است؟

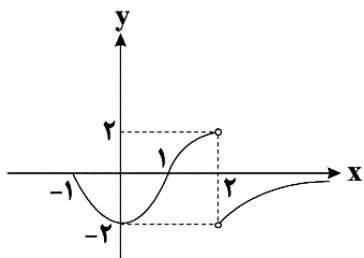
$$\lim_{x \rightarrow \infty} \frac{x^{n-1} + mx^n - 1}{2x^{n+1} + 4x^2 + 3} = -2$$

(۴) ۱ (۳) -۱ (۲) ۲ (۱) -۲

شما پاسخ نداده اید

ریاضی ، ریاضی پایه ، حدچپ و راست ، حد - ۱۳۹۷۰۱۳۱

۱۱۹- اگر نمودار تابع f به صورت زیر باشد، آن‌گاه کدام یک از گزاره‌های زیر صحیح است؟



$$\lim_{x \rightarrow 1} f(x) = 1 \quad (۱)$$

$$\lim_{x \rightarrow -1} f(x) \text{ موجود نیست:} \quad (۲)$$

$$\lim_{x \rightarrow 2} |f(x)| = 2 \quad (۳)$$

$$\lim_{x \rightarrow +\infty} f(x) = +\infty \quad (۴)$$

شما پاسخ نداده اید

۱۲۰- حد چپ تابع با ضابطه‌ی $f(x) = \frac{ax}{3x + [-x]}$ در نقطه $x = 1$ ، به اندازه ۲ واحد از حد راست آن در این نقطه بیشتر است. مقدار کدام است؟ ([] : جزء صحیح)

(۴) -۴ (۳) ۴ (۲) -۲ (۱) ۱

شما پاسخ نداده اید

۱۱۴- اگر حد موجود باشد، حاصل حد کدام است؟

$$\lim_{x \rightarrow \frac{\pi}{2}^-} \frac{\sqrt{a - \sin x}}{2x - \pi}$$

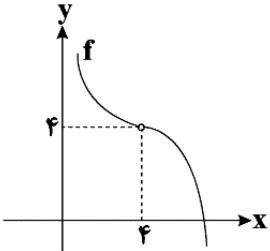
(۴) $-\frac{1}{\sqrt{2}}$ (۳) $\frac{1}{\sqrt{2}}$ (۲) $-\frac{1}{2\sqrt{2}}$ (۱) $\frac{1}{2\sqrt{2}}$

شما پاسخ نداده اید

۱۱۲- با توجه به نمودار f ، حاصل کدام است؟

$$\lim_{x \rightarrow 4^-} \frac{\pi - x}{f(x) - 4}$$

+∞ (۱)
-∞ (۲)
۱ (۳)
۳ (۴)



شما پاسخ نداده اید

ریاضی ، ریاضی پایه ، پیوستگی در نقطه ، پیوستگی - ۱۳۹۷۰۱۳۱

۱۱۸- تابع با ضابطه $f(x) = \begin{cases} \frac{x^2 - 4x + 3}{x - 1}, & |x| > 1 \\ 2 \cos \pi x, & |x| \leq 1 \end{cases}$ چگونه است؟

(۱) در ۱ و (-۱) پیوسته
(۲) در ۱ و (-۱) ناپیوسته
(۳) در ۱ پیوسته و در (-۱) ناپیوسته
(۴) در ۱ ناپیوسته و در (-۱) پیوسته

شما پاسخ نداده اید

۱۱۶- به ازای کدام مقدار a تابع با ضابطه $f(x) = \begin{cases} x^2 - ax, & x > -1 \\ [x] - 2, & x \leq -1 \end{cases}$ پیوسته است؟ ([]: جزء صحیح)

(۱) $a = -1$ (۲) $a = 1$ (۳) هیچ مقدار a هر مقدار حقیقی (۴)

شما پاسخ نداده اید

ریاضی ، ریاضی پایه ، تعریف و قضایای حد ، حد - ۱۳۹۷۰۱۳۱

۱۱۱- اگر به ازای هر x داشته باشیم $x = \frac{x-2}{g(x)}$ ، حد تابع $f(x) = \frac{x^2 - 1}{2} \leq \frac{g(x)}{2} \leq \cos x$ در $x = 0$ کدام است؟

(۱) -۱ (۲) صفر (۳) $-\frac{1}{2}$ (۴) ۲

شما پاسخ نداده اید

۱۱۵- اگر $\lim_{x \rightarrow 0} f(x - 4) = \frac{x^2 - 3x - 4}{\sqrt{x} - 2}$ کدام است؟

(۱) ۸ (۲) ۱۲ (۳) ۲۰ (۴) ۶

شما پاسخ نداده اید

ریاضی ، ریاضی عمومی - گواه ، خط و نقطه ، هندسه مختصاتی و منحنی‌های درجه‌ی دوم - ۱۳۹۷۰۱۳۱

۱۰۰- نقطه‌ی (۱, -۳) A وسط قطر مربعی است که یک ضلع آن منطبق بر خط $y = 5 - x$ است. مساحت این مربع کدام است؟

- (۱) ۴۰ (۲) ۴۵ (۳) ۷۵ (۴) ۸۰

شما پاسخ نداده اید

ریاضی ، ریاضی عمومی - گواه ، دستگاه ، هندسه مختصاتی و منحنی‌های درجه‌ی دوم - ۱۳۹۷۰۱۳۱

۱۰۳- معادله‌ی سه ضلع یک مثلث $x + y = 1$ و $2x + y = 2$ است، معادله‌ی خطی که کوچک‌ترین ارتفاع این مثلث بر آن قرار دارد، کدام است؟

$$y + x = \frac{1}{3} \quad (4) \quad y + x = \frac{2}{3} \quad (3) \quad x = \frac{2}{3} \quad (2) \quad y = \frac{2}{3} \quad (1)$$

شما پاسخ نداده اید

۱۰۴- به ازای کدام مقدار m ، دستگاه معادلات دارای بی‌شمار جواب است؟

$$mx + y = m - 1 \quad (4) \quad 3x + (m - 2)y = 4 - 2m \quad (3) \quad -1 \quad (2) \quad -2 \quad (1)$$

شما پاسخ نداده اید

ریاضی ، ریاضی عمومی - گواه ، ماتریس ، هندسه مختصاتی و منحنی‌های درجه‌ی دوم - ۱۳۹۷۰۱۳۱

۱۰۱- اگر $B = \begin{bmatrix} 4 & -6 \\ 3 & -5 \end{bmatrix}$ باشد، ماتریس $A = \begin{bmatrix} 3 & 2 \\ 5 & 4 \end{bmatrix}$ کدام است؟

$$\begin{bmatrix} 10 & -14 \\ -11 & 15 \end{bmatrix} \quad (4) \quad \begin{bmatrix} 10 & -7 \\ -9 & 13 \end{bmatrix} \quad (3) \quad \begin{bmatrix} 8 & -15 \\ -7 & 11 \end{bmatrix} \quad (2) \quad \begin{bmatrix} 5 & -7 \\ -11 & 15 \end{bmatrix} \quad (1)$$

شما پاسخ نداده اید

ریاضی ، ریاضی عمومی - گواه ، مقاطع مخروطی ، هندسه مختصاتی و منحنی‌های درجه‌ی دوم - ۱۳۹۷۰۱۳۱

۱۰۵- دایره‌ای محور x را در دو نقطه به طول‌های ۱ و ۳ قطع کرده و مرکز آن، بر روی نیمساز ربع اول است. شعاع این دایره کدام است؟

$$3 \quad (4) \quad \sqrt{5} \quad (3) \quad 2\sqrt{2} \quad (2) \quad \sqrt{3} \quad (1)$$

شما پاسخ نداده اید

۱۰۶- شعاع دایره‌ای به مرکز $(-2, 2)$ و مماس خارج بر دایره‌ی $x^2 + y^2 - 2x + 4y + 1 = 0$ ، کدام است؟

$$4 \quad (4) \quad 2\sqrt{3} \quad (3) \quad 2\sqrt{2} \quad (2) \quad 2\sqrt{2} \quad (1)$$

شما پاسخ نداده اید

۱۰۷- معادله‌ی وتر مشترک دو دایره به مرکز $(2, -1)$ و $(1, 2)$ و به شعاع‌های مساوی ۲ واحد کدام است؟

$$2y = 3x \quad (4) \quad 3y = 2x \quad (3) \quad y = 3x \quad (2) \quad x = 2y \quad (1)$$

شما پاسخ نداده اید

۱۰۸- خط هادی یک سهمی به معادله‌ی $x = \frac{13}{4}$ است. هر پرتوی که از نقطه‌ی $\left(-\frac{5}{4}, -2\right)$ بر این سهمی بتابد، در امتداد محور x باز می‌تابد. این سهمی محور x را با کدام طول قطع می‌کند؟

$$\frac{5}{4} \quad (4) \quad \frac{5}{9} \quad (3) \quad \frac{3}{4} \quad (2) \quad \frac{1}{3} \quad (1)$$

شما پاسخ نداده اید

۱۰-۹- وتری از سهمی به معادله‌ی $y^2 = 4(x + y)$ که از کانون بر محور تقارن آن عمود باشد، قطری از یک دایره است. معادله‌ی این دایره کدام است؟

$$x^2 + y^2 + 4y = 0 \quad (2)$$

$$x^2 + y^2 - 4y = 0 \quad (1)$$

$$x^2 + y^2 - 2x + 2y = 2 \quad (4)$$

$$x^2 + y^2 - 2y = 2 \quad (3)$$

شما پاسخ نداده اید

۱۱- محور تقارن یک سهمی با رأس $(-1, 3)$ موازی محور x ها است. اگر این سهمی از نقطه‌ی $(9, 5)$ بگذرد، فاصله کانون تا خط هادی آن، کدام است؟

۴ (۴)

۳/۵ (۳)

۳ (۲)

۲/۵ (۱)

شما پاسخ نداده اید

$$\begin{aligned} \lim_{x \rightarrow 2^-} \frac{4x - \sqrt{4x^2 + 48}}{\sqrt{x^2 - 4x + 4}} &= \lim_{x \rightarrow 2^-} \frac{4x - \sqrt{4x^2 + 48}}{\sqrt{(x-2)^2}} \\ &= \lim_{x \rightarrow 2^-} \frac{4x - \sqrt{4x^2 + 48}}{|x-2|} = \lim_{x \rightarrow 2^-} \frac{4x - \sqrt{4x^2 + 48}}{-(x-2)} \end{aligned}$$

ابهام حد از نوع $\frac{0}{0}$ است، گویا می‌کنیم:

$$\begin{aligned} \lim_{x \rightarrow 2^-} \frac{4x - \sqrt{4x^2 + 48}}{-(x-2)} \times \frac{4x + \sqrt{4x^2 + 48}}{4x + \sqrt{4x^2 + 48}} \\ &= \lim_{x \rightarrow 2^-} \frac{16x^2 - (4x^2 + 48)}{-(x-2)(4x + \sqrt{4x^2 + 48})} = \lim_{x \rightarrow 2^-} \frac{12(x-2)(x+2)}{-(x-2)(4x + \sqrt{4x^2 + 48})} \\ &= \lim_{x \rightarrow 2^-} \frac{12(x+2)}{-(4x + \sqrt{4x^2 + 48})} = \frac{48}{-(8+8)} = -3 \end{aligned}$$

با استفاده از قاعده هوپیتال هم می‌توانید حاصل حد را محاسبه کنید:

$$\begin{aligned} \lim_{x \rightarrow 2^-} \frac{4x - \sqrt{4x^2 + 48}}{-(x-2)} &\xrightarrow{\text{HOP}} \lim_{x \rightarrow 2^-} \frac{4 - \frac{8x}{2\sqrt{4x^2 + 48}}}{-1} \\ &= -4 + \frac{16}{2\sqrt{64}} = -4 + 1 = -3 \end{aligned}$$

(ریاضی ۳، صفحه‌های ۹۰ تا ۹۴ و ۱۰۴ تا ۱۱۵)

۴✓

۳

۲

۱

حد داده شده ابهام $\frac{\infty}{\infty}$ دارد.

با توجه به اینکه توان جمله x^{n-1} در صورت، دو واحد از توان عبارت

x^{n+1} در مخرج، کمتر است، پس برای اینکه حاصل حد ۲-شود، باید:

$$\lim_{x \rightarrow \infty} \frac{x^{n-1} + mx^3 - 1}{2x^{n+1} + 4x^2 + 2} = \lim_{x \rightarrow \infty} \frac{mx^3}{2x^{n+1}} = -2 \quad (*)$$

باید درجه صورت و مخرج یکسان باشد، بنابراین:

در نتیجه:

$$\xrightarrow{(*)} \lim_{x \rightarrow \infty} \frac{mx^3}{2x^3} = -2 \Rightarrow \frac{m}{2} = -2 \Rightarrow m = -4$$

$$\Rightarrow m + n = -2$$

(ریاضی ۳، صفحه‌های ۱۰۴ تا ۱۱۵)

۴

۳

۲

۱ ✓

ریاضی ، ریاضی پایه ، حدچپ و راست ، حد - ۱۳۹۷۰۱۳۱

۱۱۸-گزینه «۳»

با توجه به شکل در صورت سوال، حاصل حدها به صورت زیر است:

$$\lim_{x \rightarrow -1} f(x) = 0$$

$$\lim_{x \rightarrow 1} f(x) = 0$$

$$\lim_{x \rightarrow +\infty} f(x) = 0$$

در مورد حد گزینه «۳»، چون حد چپ تابع در $x = 2$ برابر ۲ و حد راست

تابع برابر (-۲) است، بنابراین:

$$\lim_{x \rightarrow 2} |f(x)| = 2$$

(ریاضی ۳، صفحه‌های ۷۷ و ۱۰۴ تا ۷۳)

۴

۳ ✓

۲

۱

$$\lim_{x \rightarrow 1^-} f(x) = 2 + \lim_{x \rightarrow 1^+} f(x) \quad (*)$$

حال حد های چپ و راست را در $x = 1$ محاسبه می کنیم:

$$\lim_{x \rightarrow 1^+} f(x) = \lim_{x \rightarrow 1^+} \frac{ax}{3x + [-x]} = \frac{a}{3 - 2} = a$$

$$\lim_{x \rightarrow 1^-} f(x) = \lim_{x \rightarrow 1^-} \frac{ax}{3x + [-x]} = \frac{a}{3 - 1} = \frac{a}{2}$$

$$\xrightarrow{(*)} \frac{a}{2} = 2 + a \Rightarrow \frac{-a}{2} = 2 \Rightarrow a = -4$$

(ریاضی ۳، صفحه های ۷۵ تا ۷۷)

۴✓

۳

۲

۱

(میثم همزه لوبی)

حد مخرج برابر صفر است. برای اینکه حاصل حد موجود باشد، باید حد صورت نیز صفر باشد:

$$\lim_{x \rightarrow \frac{\pi}{2}^-} \sqrt{a - \sin x} = 0 \Rightarrow \sqrt{a - 1} = 0 \Rightarrow a = 1$$

حاصل حد، ابهام $\frac{0}{0}$ دارد. برای رفع ابهام، از روش تغییر متغیر استفاده

می کنیم:

$$\begin{cases} x - \frac{\pi}{2} = t \Rightarrow x = \frac{\pi}{2} + t \\ x \rightarrow \frac{\pi}{2}^- \Rightarrow t \rightarrow 0^- \end{cases} \Rightarrow \text{حد} = \lim_{t \rightarrow 0^-} \frac{\sqrt{1 - \sin(\frac{\pi}{2} + t)}}{2(t + \frac{\pi}{2}) - \pi}$$

$$= \lim_{t \rightarrow 0^-} \frac{\sqrt{1 - \cos t}}{2t} = \lim_{t \rightarrow 0^-} \frac{\sqrt{\frac{t^2}{2}}}{2t} = \lim_{t \rightarrow 0^-} \frac{\frac{|t|}{\sqrt{2}}}{2t} = \lim_{t \rightarrow 0^-} \frac{-t}{2\sqrt{2}t} = -\frac{1}{2\sqrt{2}}$$

(ریاضی ۳، صفحه های ۸۲ تا ۹۰)

۴

۳

۲✓

۱

وقتی با مقادیر کمتر از $x = 4$ روی نمودار به ۴ نزدیک می‌شویم، عرض نقاط تابع، با مقادیر بیشتر از $x = 4$ به ۴ نزدیک می‌شوند. با توجه به توضیح فوق حاصل حد را می‌یابیم:

$$\lim_{x \rightarrow 4^-} \frac{\pi - x}{f(x) - 4} \xrightarrow{\pi \approx 3.14} \frac{3.14 - 4}{4^+ - 4} = \frac{-0.86}{0^+} = -\infty$$

(ریاضی ۳، صفحه‌های ۹۱۶ تا ۱۰۳۳)

۴

۳

۲✓

۱

ریاضی، ریاضی پایه، پیوستگی در نقطه، پیوستگی - ۱۳۹۷۰۱۳۱

$$f(x) = \begin{cases} \frac{(x-1)(x-3)}{(x-1)}, & x > 1 \text{ یا } x < -1 \\ 2\cos\pi x, & -1 \leq x \leq 1 \end{cases}$$

$$f(1) = \lim_{x \rightarrow 1^-} 2\cos\pi x = \lim_{x \rightarrow 1^+} (x-3) = -2$$

$$\lim_{x \rightarrow (-1)^-} f(x) = \lim_{x \rightarrow (-1)^-} (x-3) = -4 \quad \text{در } x = -1 \text{ داریم:}$$

$$\lim_{x \rightarrow (-1)^+} f(x) = f(-1) = 2\cos\pi(-1) = -2$$

بنابراین تابع f در $x = 1$ پیوسته است.

(ریاضی ۳، صفحه‌های ۱۱۵ تا ۱۱۳)

۴

۳✓

۲

۱

برای این که تابع در $x = -1$ پیوسته باشد، باید حدهای چپ و راست و

مقدار تابع را در $x = -1$ محاسبه کرده و با هم برابر قرار دهیم:

$$\left. \begin{aligned} \lim_{x \rightarrow (-1)^+} f(x) &= \lim_{x \rightarrow (-1)^+} (x^2 - ax) = 1 + a \\ \lim_{x \rightarrow (-1)^-} f(x) &= \lim_{x \rightarrow (-1)^-} ([x] - 2) = [(-1)^-] - 2 = -2 - 2 = -4 \\ f(-1) &= -1 - 2 = -3 \end{aligned} \right\}$$

$$\Rightarrow 1 + a = -4 = -3$$

پس هیچ مقداری برای a نمی‌توان یافت تا تابع f در $x = -1$ پیوسته باشد.

(ریاضی ۳، صفحه‌های ۱۵ تا ۲۱)

۴

۳ ✓

۲

۱

ریاضی ، ریاضی پایه ، تعریف و قضایای حد ، حد - ۱۳۹۷۰۱۳۱

$$\lim_{x \rightarrow 0} f(x) = \lim_{x \rightarrow 0} \frac{x - 2}{g(x)} = \frac{\lim_{x \rightarrow 0} (x - 2)}{\lim_{x \rightarrow 0} g(x)} = \frac{-2}{\lim_{x \rightarrow 0} g(x)} \quad (*)$$

حال باید با توجه به نامساوی $1 - \frac{x^2}{2} \leq \frac{g(x)}{2} \leq \cos x$ را در

$x = 0$ محاسبه کنیم:

$$\begin{cases} \lim_{x \rightarrow 0} (1 - \frac{x^2}{2}) = 1 & \text{قضیه فشردگی} \\ \lim_{x \rightarrow 0} \cos x = 1 & \\ \end{cases} \Rightarrow \lim_{x \rightarrow 0} \frac{g(x)}{2} = 1$$

$$\Rightarrow \lim_{x \rightarrow 0} g(x) = 2$$

$$\lim_{x \rightarrow 0} f(x) = \frac{-2}{\lim_{x \rightarrow 0} g(x)} = -\frac{2}{2} = -1 \quad \text{بنابراین با توجه به (*) داریم:}$$

(ریاضی ۳، صفحه‌های ۸۲ تا ۹۰)

۴

۳

۲

۱ ✓

(هرضیه گورنری)

«۳» - گزینه «۱۱۵»

به رابطه زیر توجه کنید:

$$\lim_{x \rightarrow 0} f(x) = \lim_{x \rightarrow 4} f(x - 4)$$

$$\lim_{x \rightarrow 4} f(x - 4) = \lim_{x \rightarrow 4} \frac{x^2 - 4x - 4}{\sqrt{x} - 2} = \frac{0}{0}$$

$$\Rightarrow \lim_{x \rightarrow 4} \frac{(x - 4)(x + 1)}{\sqrt{x} - 2} = \lim_{x \rightarrow 4} \frac{(\sqrt{x} + 2)(\sqrt{x} - 2)(x + 1)}{\sqrt{x} - 2} = 2.$$

(ریاضی ۳، صفحه‌های ۹۰ تا ۹۶)

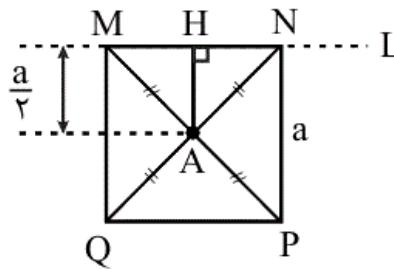
۴

۳ ✓

۲

۱

شکل فرضی مقابل را در نظر می‌گیریم.



همانطور که در شکل ملاحظه می‌شود،
فاصله‌ی وسط قطر مربع از هر ضلع آن،
برابر با نصف طول ضلع مربع است.

پس در این سؤال اگر طول ضلع مربع

را a بنامیم، داریم:

$$\begin{cases} L : 2y - x - 5 = 0 \\ A(3, -1) \end{cases} \Rightarrow AH = \frac{a}{2} = \frac{|2y_A - x_A - 5|}{\sqrt{2^2 + (-1)^2}}$$

$$\Rightarrow \frac{a}{2} = \frac{|-2 - 3 - 5|}{\sqrt{5}} \Rightarrow a = \frac{20}{\sqrt{5}}$$

$$\Rightarrow S = a^2 = \frac{400}{5} = 80$$

(هنرسه مختصاتی و منحنی‌های درجه دوم) (ریاضی عمومی، صفحه‌های ۱۰۹ تا ۱۱۲)

۴ ✓

۳

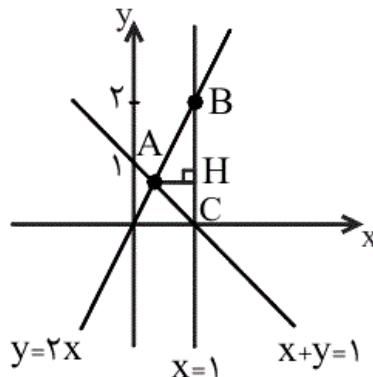
۲

۱

ریاضی ، ریاضی عمومی - گواه ، دستگاه ، هندسه مختصاتی و منحنی‌های درجهی دوم - ۱۳۹۷۰۱۳۱

۱۰۳- گزینه «۱»

(سراسری تبریزی - ۱۴۰)



با رسم خطوط در یک دستگاه، مطابق شکل کوچکترین ارتفاع مثلث ABC پاره خط AH می‌باشد که معادله‌ی آن

$$y = \frac{2}{3}x$$

$$\begin{cases} y = 2x \\ x + y = 1 \end{cases} \xrightarrow{\text{از حل دستگاه}} \begin{cases} x = \frac{1}{3} \\ y = \frac{2}{3} \end{cases} : \text{مختصات نقطه‌ی } A$$

پس معادله‌ی AH به صورت $y = \frac{2}{3}x$ می‌باشد.

(هندسه مختصاتی و منفی‌های درجه (۲۰۳) (ریاضی عمومی، صفحه‌های ۱۱۹ تا ۱۲۳)

۴

۳

۲

۱ ✓

۱۰۴- گزینه «۲»

(سراسری تبریزی - ۹۳)

شرط آنکه دستگاه $\begin{cases} ax + by = c \\ a'x + b'y = c' \end{cases}$ بی‌شمار جواب داشته باشد آن است

$$I: \frac{m}{3} = \frac{1}{m-2} = \frac{m-1}{4-2m} \quad II$$

که $\frac{a}{a'} = \frac{b}{b'} = \frac{c}{c'}$. بنابراین:

$$I: \frac{m}{3} = \frac{1}{m-2} \Rightarrow m(m-2) = 3 \Rightarrow m^2 - 2m - 3 = 0$$

$$\Rightarrow \begin{cases} m = -1 \\ m = 3 \end{cases}$$

به ازای $m = -1$ ، سه کسر با هم برابرند ولی به ازای $m = 3$ تساوی برقرار نیست.

(هندسه مختصاتی و منفی‌های درجه (۲۰۳) (ریاضی عمومی، صفحه‌های ۱۱۹ تا ۱۲۳)

۴

۳

۲ ✓

۱

$$A = \begin{bmatrix} 3 & 2 \\ 5 & 4 \end{bmatrix} \Rightarrow A^{-1} = \frac{1}{3 \times 4 - 2 \times 5} \begin{bmatrix} 4 & -2 \\ -5 & 3 \end{bmatrix} = \frac{1}{-2} \begin{bmatrix} 4 & -2 \\ -5 & 3 \end{bmatrix}$$

$$A^{-1}(2B) = 2A^{-1}B = 2 \times \frac{1}{-2} \begin{bmatrix} 4 & -2 \\ -5 & 3 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} 4 & -6 \\ 3 & -5 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 10 & -14 \\ -11 & 15 \end{bmatrix}$$

(ماتریس) (ریاضی ۲، صفحه‌های ۱۱۴۸ تا ۱۷۴)

۴✓

۳

۲

۱

ریاضی ، ریاضی عمومی - گواه ، مقاطع مخروطی ، هندسه مختصاتی و منحنی‌های درجه‌ی دوم - ۱۳۹۷۰۱۳۱

«۱۰۵» - گزینه «۳»

از آنجا که مرکز دایره روی نیمساز ربع اول (یعنی خط $y = x$) قرار دارد، می‌توانیم آن را به صورت $(\omega(\alpha, \alpha))$ در نظر بگیریم.

از طرفی این دایره، محور x را با طول‌های ۱ و ۳ قطع کرده است، یعنی دو نقطه‌ی $A(1, 0)$ و $B(3, 0)$ روی این دایره واقع‌اند.

. $R = A\omega = B\omega$ بنابراین

$$\begin{aligned} A\omega = B\omega &\Rightarrow \sqrt{(\alpha-1)^2 + (\alpha-0)^2} = \sqrt{(\alpha-3)^2 + (\alpha-0)^2} \\ &\Rightarrow (\alpha-1)^2 + \alpha^2 = (\alpha-3)^2 + \alpha^2 \Rightarrow (\alpha-1)^2 = (\alpha-3)^2 \\ &\Rightarrow \alpha^2 - 2\alpha + 1 = \alpha^2 - 6\alpha + 9 \Rightarrow 4\alpha = 8 \Rightarrow \alpha = 2 \\ &\Rightarrow R = A\omega = \sqrt{(2-1)^2 + 2^2} = \sqrt{5} \end{aligned}$$

(هندسه مختصاتی و منحنی‌های درجه دو) (ریاضی عمومی، صفحه‌های ۱۱۲۵ تا ۱۱۲۶)

۴

۳✓

۲

۱

۱۰۶- گزینه «۲»

(سراسری تبریزی فارج از کشور - ۹۳)

می‌دانیم اگر $C: x^2 + y^2 + ax + by + c = 0$ ، معادله‌ی یک دایره باشد

و $\omega\left(\frac{-a}{2}, \frac{-b}{2}\right)$ مختصات مرکز و شعاع این دایره به ترتیب برابر با

$$R = \sqrt{\left(\frac{a}{2}\right)^2 + \left(\frac{b}{2}\right)^2 - c}$$

$$C: x^2 + y^2 - 2x + 4y + 1 = 0$$

$$\Rightarrow \omega\left(-\frac{2}{2}, \frac{-4}{2}\right) = (1, -2) \quad \text{و} \quad R = \sqrt{(-1)^2 + 2^2 - 1} = 2$$

۴

۳

۲✓

۱

۱۰۷- گزینه «۲»

(سراسری تبریزی فارج از کشور - ۸۴)

معادله‌ی دایره‌ای به مرکز $R(\alpha, \beta)$ و شعاع R به صورت

$$(x - \alpha)^2 + (y - \beta)^2 = R^2$$

$$\omega_1(-1, 2), R_1 = 2 \Rightarrow C_1: (x + 1)^2 + (y - 2)^2 = 4$$

$$\Rightarrow C_1: x^2 + y^2 + 2x - 4y + 1 = 0$$

$$\omega_2(2, 1), R_2 = 2 \Rightarrow C_2: (x - 2)^2 + (y - 1)^2 = 4$$

$$\Rightarrow C_2: x^2 + y^2 - 4x - 2y + 1 = 0$$

$$(x^2 + y^2 + 2x - 4y + 1) - (x^2 + y^2 - 4x - 2y + 1) = 0$$

$$\Rightarrow 6x - 2y = 0 \xrightarrow{\div 2} y = 3x$$

(معادله‌ی وتر مشترک دو دایره‌ی C_1 و C_2)

(هنرسه مفهومی و منفی‌های درجه دو) (ریاضی عمومی، صفحه‌های ۱۲۵ تا ۱۲۱)

۴

۳

۲✓

۱

هر پرتوی که از نقطه‌ی $\left(-\frac{5}{4}, -2\right)$ بتابد، بازتاب آن در امتداد محور x هاست، پس این نقطه کانون سهمی است. خط هادی سهمی به معادله‌ی $\frac{13}{4} = x$ است، پس سهمی افقی بوده و دهانه‌ی آن به سمت چپ باز می‌شود.

طول رأس سهمی وسط خط هادی و کانون سهمی است و چون سهمی افقی است، عرض رأس آن با عرض کانون یکی است، پس $y_S = -2$

$$\Rightarrow x_S = \frac{\frac{13}{4} + \frac{-5}{4}}{2} = 1, S(1, -2)$$

$$p = \frac{13}{4} - 1 = \frac{9}{4} \quad (\text{فاصله‌ی بین خط هادی و رأس})$$

$$\Rightarrow (y + 2)^2 = -4p(x - 1) \Rightarrow (y + 2)^2 = -4\left(\frac{9}{4}\right)(x - 1)$$

$$\Rightarrow (y + 2)^2 = -9x + 9$$

$y = 0 \Rightarrow 4 = -9x + 9 \Rightarrow 9x = 5$ محل برخورد با محور x ها

$$\Rightarrow x = \frac{5}{9}$$

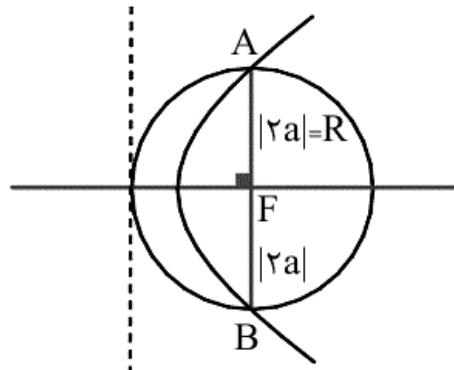
۴

۳✓

۲

۱

در هر سهمی بمعادله $(y - \beta)^2 = 4a(x - \alpha)$ یا $(x - \alpha)^2 = 4a(y - \beta)$ ، طول وتری از سهمی که در کانون بر محور تقارن آن عمود می‌شود (و ترکانونی) برابر است با $|4a|$.



$$\begin{aligned} y^2 = 4(x + 1) &\Rightarrow y^2 = 4x + 4 \Rightarrow y^2 - 4y = 4x \\ &\Rightarrow y^2 - 4y + 4 = 4x + 4 \Rightarrow (y - 2)^2 = 4(x + 1) \\ &\Rightarrow 4a = 4 \Rightarrow |4a| = 4 \end{aligned}$$

طبق فرض سؤال و با توجه به شکل، دایره‌ی مورد نظر، دایره‌های است به قطر \mathbf{AB} و طبق نکته‌ی بالا $AB = |4a| = 4$ ، پس شعاع دایره برابر است با

$R = \frac{1}{2}AB = 2$ است، داریم:

$$(y - 2)^2 = 4(x + 1) \Rightarrow \begin{cases} S(\alpha = -1, \beta = 2) \\ 4a = 4 \Rightarrow a = 1 \end{cases}$$

سهمی افقی و دهانه به سمت راست

$$\Rightarrow F(\alpha + a, \beta) = (0, 2)$$

⇒ شعاع دایره و $(0, 2)$: مرکز دایره

$$\Rightarrow x^2 + (y - 2)^2 = 4 : \text{معادله‌ی دایره}$$

(هندسه مختصاتی و منفی‌های درجه (۲۰م) (ریاضی عمومی، صفحه‌های ۱۲۵ تا ۱۳۴))

۱

۲

۳

۴ ✓

$$\xrightarrow{\alpha=-1, \beta=2} (y - 2)^2 = 4p(x + 1)$$

$$(5, 9) \in \Rightarrow (9 - 2)^2 = 4p(5 + 1) \Rightarrow p = \frac{36}{4 \times 6} = \frac{3}{2}$$

$$\Rightarrow FH = 2p = 2 \times \frac{3}{2} = 3$$

(هندسه مختصاتی و منفی‌های درجه (۲۰م) (ریاضی عمومی، صفحه‌های ۱۲۵ تا ۱۳۴))

۱

۲

۳ ✓

۴