سایت ویژه ریاضیات www.riazisara.ir

درســـنامه ها و جـــزوه های ریاضـــی

سوالات و پاسخنامه تشریحی کنکور

نمونه سوالات امتحانات ریاضی

نرم افزارهای ریاضیات

و...

کانال سایت ریاضی سرا در تلگرام:

https://t.me/riazisara (@riazisara)

ریاضي ، هندسه ۲ ، استدلال (هندسه‌ی ۲) ، استدلال در هندسه - ۱۳۹۷۰۱۳۱

۱۳۱- از برخورد نیمسازهای داخلی متوازی‌الاضلاعی به ضلع‌های ۵ و ۱ و یک زاویه 60°، چهارضلعی MNPQ بدست می‌آید. مساحت چهارضلعی حاصل از برخورد نیمسازهای داخلی MNPQ کدام است؟

۱) $4\sqrt{3}-4$

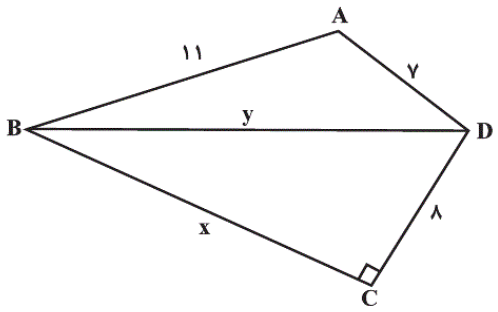
۲) $8-4\sqrt{3}$

۳) $4-2\sqrt{3}$

۴) $8-2\sqrt{3}$

شما پاسخ نداده اید

۱۳۲- در شکل زیر، مجموع مقادیر y کدام است؟ $(x,y\in N)$



۱) ۱۹

۲) ۲۱

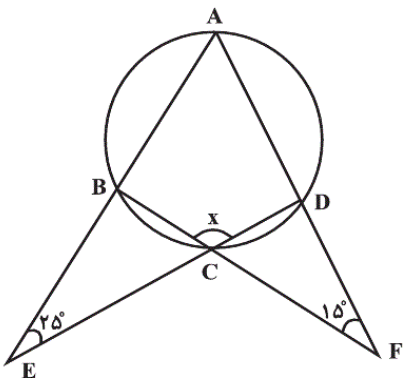
۳) ۲۵

۴) ۲۷

شما پاسخ نداده اید

ریاضي ، هندسه ۲ ، دایره - ۱۳۹۷۰۱۳۱

۱۳۳- در چهارضلعی محاطی ABCD، امتداد اضلاع AB و CD در E و امتداد اضلاع AD و BC در F متقاطع‌اند. زاویهٔ x کدام است؟



۱) 110°

۲) 115°

۳) 120°

۴) 125°

شما پاسخ نداده اید

۱۳۴- مساحت ناحیهٔ محصور بین دایره‌های محیطی و محاطی یک ۱۰ ضلعی منتظم به ضلع ۲، کدام است؟

۱) π

۲) $\frac{\pi}{2}$

۳) $2\pi\sin 36^\circ$

۴) $4\pi\sin 18^\circ$

شما پاسخ نداده اید

www.riazisara.ir

دانلود از سایت ریاضی سرا

۱۳۵- دو دایره در نقاط A و B متقاطع‌اند. نقطهٔ M بیرون دو دایره چنان واقع شده است که $MA = ۳$ و $MB = ۱۲$ می‌باشد. اگر اندازهٔ مماس‌های رسم شده از نقطهٔ M بر دو دایره یکسان باشد، آن‌گاه اندازه این مماس‌ها چقدر است؟

۱) ۶
۲) ۵
۳) ۳
۴) ۴

شما پاسخ نداده اید

ریاضی ، هندسه ۲ ، تبدیل‌ها - ۱۳۹۷۰۱۳۱

۱۳۶- تصویر خط $۲x - ۳y = ۱$ با انتقال $T(x,y) = (x+۴, y+b)$ ، روی خودش می‌افتد. b کدام است؟

۱) $\frac{۱}{۶}$
۲) ۶
۳) $\frac{۳}{۸}$
۴) $\frac{۸}{۳}$

شما پاسخ نداده اید

۱۳۷- تحت یک تجانس به مرکز O، اگر پاره‌خط AB به $A'B'$ تصویر شود و $A'B' = ۳AB$ باشد، طول BB' چند برابر OB است؟

۱) ۳
۲) ۲
۳) $\frac{۱}{۲}$
۴) $\frac{۲}{۳}$

شما پاسخ نداده اید

ریاضی ، هندسه ۲ ، هندسه‌ی فضایی (هندسه‌ی ۲) ، هندسه‌ی فضایی - ۱۳۹۷۰۱۳۱

۱۳۸- در کدام یک از حالت‌های زیر همواره می‌توان یک صفحهٔ یکتا رسم کرد؟

۱) با داشتن سه نقطه
۲) با داشتن دو خط
۳) با داشتن یک نقطه و یک خط
۴) با داشتن دو ضلع متمایز یک متوازی‌الاضلاع

شما پاسخ نداده اید

۱۳۹- سه خط دو به دو متنافر $d_۱$، $d_۲$ و $d_۳$ مفروض هستند. حداکثر چند خط می‌توان رسم کرد که با $d_۳$ موازی بوده و دو خط $d_۱$ و $d_۲$ را قطع نماید؟

۱) صفر
۲) ۱
۳) ۲
۴) بی‌شمار

شما پاسخ نداده اید

دانلود از سایت ریاضی سرا www.riazisara.ir

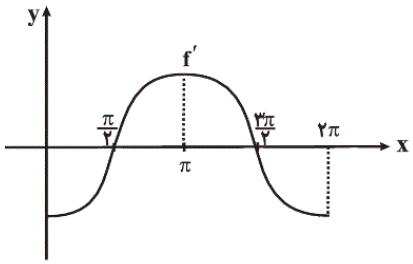
۱۴۰- دوخط متنافر d و d' با صفحهٔ P متقاطع هستند. چند خط یافت می‌شود که این دوخط را قطع کند و با صفحهٔ P موازی باشد؟

۱) بی‌شمار
۲) یک
۳) دو
۴) هیچ

شما پاسخ نداده اید

ریاضي ، ديفرانسيل و انتگرال ، مشتق تابع ، مشتق - ۱۳۹۷۰۱۳۱

۸۱- اگر نمودار مشتق تابع f به صورت زیر باشد، تقعر نمودار تابع f در تمام نقاط کدام بازه رو به پایین است؟



۱) $(\frac{\pi}{2},\frac{3\pi}{2})$
۲) $(\pi,2\pi)$
۳) $(0,\frac{\pi}{2})$
۴) $(\frac{\pi}{2},\pi)$

شما پاسخ نداده اید

۸۲- تابع $f(x)=x^4+(k-1)x^3+(k+3)x$ فاقد نقطهٔ عطف است. عرض می‌نیمم نسبی تابع کدام است؟

۱) ۱
۲) -1
۳) ۳
۴) -3

شما پاسخ نداده اید

۸۳- به ازای کدام مقادیر a، تابع $f(x)=(x-a)e^x$ در فاصلهٔ $(0,+\infty)$ صعودی و تقعر آن به سمت بالا می‌باشد؟

۱) $a\leq 1$
۲) $a\leq 2$
۳) $a>0$
۴) $a\in\mathbb{R}$

شما پاسخ نداده اید

۸۴- جهت تقعر نمودار تابع f با ضابطهٔ $f(x)=x-2\sqrt{x}$ و دامنهٔ $(0,+\infty)$ چگونه است؟

۱) همواره به سمت بالا
۲) همواره به سمت پایین
۳) ابتدا به سمت بالا سپس به سمت پایین
۴) ابتدا به سمت پایین سپس به سمت بالا

شما پاسخ نداده اید

www.riazisara.ir
دانلود از سایت ریاضی سرا

۸۵- جهت تقعر نمودار تابع $f(x)=\tan^{-1}(\frac{1}{x})$ در بازهٔ $(-\infty,a)$ به سمت پایین است. حداکثر مقدار a کدام است؟

۱) ۱ ۲) -1

۳) $\frac{1}{\sqrt{3}}$ ۴) صفر

شما پاسخ نداده اید

۸۶- شیب خطی که نقاط عطف منحنی $f(x)=Ln(x^2+1)$ را به‌هم وصل می‌کند، کدام است؟

۱) ۱ ۲) $\frac{1}{2}$

۳) ۲ ۴) صفر

شما پاسخ نداده اید

۸۷- نمودار تابع $f(x)=|x|(x-2)$ در بازهٔ $(-1,2)$ از نظر اکسترمم چگونه است؟

۱) فقط یک مینیمم موضعی دارد. ۲) فقط یک ماکزیمم موضعی دارد و فاقد مینیمم موضعی است.

۳) یک ماکزیمم و یک مینیمم موضعی دارد. ۴) اکسترمم موضعی ندارد.

شما پاسخ نداده اید

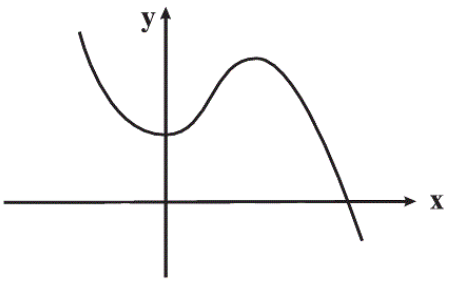
۸۸- اگر $f(x)=2x^3+3x^2+ax+b$ دارای دو نقطهٔ اکسترمم نسبی (موضعی) باشد، حدود a کدام است؟

۱) $a>\frac{3}{2}$ ۲) $a<\frac{3}{2}$

۳) $-\frac{3}{2}<a<\frac{3}{2}$ ۴) $|a|>\frac{3}{2}$

شما پاسخ نداده اید

۸۹- اگر f تابعی پیوسته و مشتق‌پذیر باشد و نمودار f' شبیه به نمودار مقابل باشد، کدام گزینه صحیح است؟



۱) f فاقد اکسترمم - f' دو اکسترمم منفی دارد.

۲) f یک ماکزیمم نسبی و دو نقطهٔ عطف دارد.

۳) f دو اکسترمم و f' دو اکسترمم دارد.

۴) f دو نقطهٔ عطف دارد و f' فاقد اکسترمم است.

شما پاسخ نداده اید

www.riazisara.ir دانلود از سایت ریاضی سرا

۹۰- نقاط $x=-۱$ و $x=۱$ برای تابع $y=x-۲\tan^{-۱}x$ به‌ترتیب از راست به چپ، چه نقاطی می‌باشند؟

۱) ماکزیمم - ماکزیمم
۲) ماکزیمم – مینیمم
۳) مینیمم – ماکزیمم
۴) مینیمم – مینیمم

شما پاسخ نداده اید

۹۱- اگر a و b به ترتیب تعداد نقاط ماکزیمم و مینیمم موضعی منحنی f با ضابطهٔ $f(x)=x^۲+\sqrt{۱-x^۲}$ در بازهٔ $(-۱,۱)$ باشد، آن‌گاه زوج مرتب (a,b) کدام است؟

۱) $(۱,۱)$
۲) $(۲,۲)$
۳) $(۲,۱)$
۴) $(۱,۲)$

شما پاسخ نداده اید

۹۲- نمودار تابع $f(x)=\sin x\cos ۲x$ چند اکسترمم نسبی در بازهٔ $(۰,۲\pi)$ دارد؟

۱) ۲
۲) ۴
۳) ۵
۴) ۶

شما پاسخ نداده اید

۹۳- در تابع $f(x)=x^۴+ax+b$ نقطهٔ $(۱,-۱)$ یک نقطهٔ اکسترمم نسبی است. مقدا $a-b$ کدام است؟

۱) -۶
۲) ۶
۳) -۲
۴) ۲

شما پاسخ نداده اید

۹۴- تابع $f(x)=x^۲e^x$ مفروض است. در این تابع مجموع طول‌های نقاط عطف و نقطهٔ ماکزیمم موضعی f کدام است؟

۱) -۲
۲) -۴
۳) -۶
۴) -۸

شما پاسخ نداده اید

۹۵- نمودار منحنی $f(x)=x\text{Ln}(x+۱)$ چند نقطهٔ اکسترمم نسبی و چند نقطهٔ عطف دارد؟

۱) دواکسترمم و یک عطف
۲) یک اکسترمم و یک عطف
۳) یک اکسترمم داشته و عطف ندارد.
۴) اکسترمم ندارد و یک عطف دارد.

شما پاسخ نداده اید

www.riazisara.ir
دانلود از سایت ریاضی سرا

۹۶- اگر آهنگ متوسط تغییر $f(x)=\sqrt{\frac{\sin x}{1-\cos x}}$ در $\left[\frac{\pi}{2},\pi\right[$ برابر $\frac{k\sqrt{2}}{\pi}$ برابر آهنگ تغییر لحظه‌ای f در $x=\frac{\pi}{2}$ باشد، k کدام است؟

۱) $-4\sqrt{2}$ ۲) $2\sqrt{2}$

۳) $4\sqrt{2}$ ۴) $-2\sqrt{2}$

شما پاسخ نداده اید

۹۷- اگر شعاع دایره‌ای با آهنگ آنی $10cm/s$ بزرگ شود، در لحظه‌ای که مساحت دایره $S_0=20cm^2$ باشد، آهنگ تغییر آنی مساحت آن چند $\frac{cm^2}{s}$ است؟

۱) $\sqrt{\frac{20}{\pi}}$ ۲) $\sqrt{\frac{\pi}{10}}$

۳) $20\sqrt{\pi}$ ۴) $20\sqrt{20\pi}$

شما پاسخ نداده اید

۹۸- طول و عرض مستطیلی به ترتیب برابر ۴ و ۲ واحد است. اگر طول مستطیل با سرعت ۰/۱ واحد بر ثانیه کاهش یابد و عرض آن با سرعت ۰/۲ واحد بر ثانیه افزایش یابد، مساحت مستطیل با چه سرعتی تغییر می‌یابد؟

۱) با سرعت ۰/۶ واحد مربع بر ثانیه کاهش می‌یابد. ۲) با سرعت ۰/۶ واحد مربع بر ثانیه افزایش می‌یابد.

۳) با سرعت ۱ واحد مربع بر ثانیه کاهش می‌یابد. ۴) با سرعت ۱ واحد مربع بر ثانیه افزایش می‌یابد.

شما پاسخ نداده اید

۹۹- استوانه‌ای در حال پر شدن از آب است. شعاع ثابت استوانه چقدر باشد تا سرعت پر شدن استوانه برابر سرعت بالا آمدن آب باشد؟

۱) $\frac{1}{\pi}$ ۲) $\frac{2}{\pi}$

۳) $\frac{1}{\sqrt{\pi}}$ ۴) $\sqrt{\pi}$

شما پاسخ نداده اید

۱۰۰- نقطهٔ M روی بیضی $\frac{x^2}{9}+y^2=1$ در ناحیهٔ اول به سمت رأس $A(3,0)$ در حرکت است. در لحظه‌ای که تصویر M بر روی محور x ها به فاصلهٔ $\frac{3}{2}$ از مبدأ قرار دارد، این فاصله با سرعت $\frac{\sqrt{3}}{20}$ افزایش می‌یابد. سرعت افزایش فاصلهٔ M از مبدأ چقدر است؟

۱) $\frac{2}{15}$ ۲) ۰/۳۵

۳) ۰/۱۵ ۴) $\frac{1}{15}$

شما پاسخ نداده اید

www.riazisara.ir دانلود از سایت ریاضی سرا

۱۱۱- درایهٔ سوم از سطر اول ماتریس الحاقی ماتریس $A=\begin{bmatrix}۱ & ۲ & a\\ ۰ & b & ۲\\ ۰ & -۱ & ۳\end{bmatrix}$، برابر صفر است. اگر $a+b=ab$ باشد، a کدام است؟

۱) صفر
۲) ۱
۳) ۲
۴) ۳

شما پاسخ نداده اید

۱۱۲- اگر $(۲A^t)^{-۱}=\begin{bmatrix}۲ & ۳\\ -۱ & -۱\end{bmatrix}$ باشد، A کدام است؟

۱) $\begin{bmatrix}۴ & -۲\\ ۶ & -۲\end{bmatrix}$
۲) $\begin{bmatrix}-\frac{۱}{۲} & \frac{۱}{۲}\\ -\frac{۳}{۲} & ۱\end{bmatrix}$
۳) $\begin{bmatrix}۱ & \frac{۳}{۲}\\ -\frac{۱}{۲} & -\frac{۱}{۲}\end{bmatrix}$
۴) $\begin{bmatrix}۱ & -\frac{۱}{۲}\\ \frac{۳}{۲} & -\frac{۱}{۲}\end{bmatrix}$

شما پاسخ نداده اید

۱۱۳- ماتریس $A=\begin{bmatrix}۲ & -۱ & ۱\\ ۰ & ۱ & ۳\\ -۲ & ۲ & -۱\end{bmatrix}$ وارون‌پذیر است. به جای درایهٔ صفر، کدام عدد را قرار دهیم تا ماتریس حاصل وارون‌ناپذیر باشد؟

۱) ۴-
۲) ۶-
۳) ۴
۴) ۶

شما پاسخ نداده اید

۱۱۴- فرض کنید $A=\begin{bmatrix}۱ & ۲ & ۴\\ ۱ & ۳ & ۹\\ ۱ & ۴ & ۱۶\end{bmatrix}$ باشد، درایهٔ واقع در سطر دوم و ستون اول ماتریس $A^{-۱}$ کدام است؟

۱) $-\frac{۷}{۲}$
۲) $\frac{۷}{۲}$
۳) ۸
۴) ۸-

شما پاسخ نداده اید

۱۱۵- اگر $A^۳+A^۲+A+I=O$ باشد، آن‌گاه وارون ماتریس A کدام است؟

۱) $A^۳$
۲) $-A^۳$
۳) $A^۳+I$
۴) $A^۳-I$

شما پاسخ نداده اید

دانلود از سایت ریاضی سرا
www.riazisara.ir

۱۱۶- اگر $A=\begin{bmatrix}۱ & -۱ & ۲\\ ۰ & ۱ & ۳\\ -۱ & ۱ & ۲\end{bmatrix}$ باشد، آن‌گاه حاصل $|۲A^{*}|$ کدام است؟

۱) ۱۲۸ ۲) ۸۴

۳) ۶۴ ۴) ۳۲

شما پاسخ نداده اید

۱۱۷- اگر دترمینان ماتریس $A_{۴\times ۴}$، برابر واحد باشد، مقدار $|A^{*}+A^{-۱}|$ چقدر است؟ (A^{*} ماتریس الحاقی ماتریس A است.)

۱) ۸ ۲) ۳۲

۳) ۴ ۴) ۱۶

شما پاسخ نداده اید

۱۱۸- اگر $A=\begin{bmatrix}۰ & ۰ & ۰\\ a & ۰ & ۰\\ b & c & ۰\end{bmatrix}$ باشد، آن‌گاه وارون ماتریس $A+۲I$ کدام است؟

۱) $A^{۲}-۲A+۴I$ ۲) $\frac{۱}{۸}(A^{۲}+۲A+۴I)$

۳) $\frac{۱}{۸}(A^{۲}-۲A+۴I)$ ۴) $A^{۲}+۲A+۴I$

شما پاسخ نداده اید

۱۱۹- هرگاه A و B دو ماتریس مربعی، وارون‌پذیر و از مرتبهٔ n باشند و داشته باشیم $(\lambda \neq ۰,۱)$ $۲B-A=\lambda BA$، در این‌صورت حاصل $|۲A^{-۱}-B^{-۱}|$ کدام است؟

۱) λ ۲) λ^{n}

۳) $\lambda^{n-۱}$ ۴) $\lambda^{n}|A||B|$

شما پاسخ نداده اید

۱۲۰- اگر A ماتریس تبدیل $T(x,y)=(x+۲y,-x-y)$ باشد، با فرض $(A^{-۱}PA)^{۳}=\begin{bmatrix}۲۷ & ۰\\ ۰ & ۸\end{bmatrix}$، درایهٔ سطر اول و ستون اول ماتریس $P^{۳}$ کدام است؟

۱) ۱۰- ۲) ۱۱- ۳) ۱۰ ۴) ۱۱

شما پاسخ نداده اید

www.riazisara.ir دانلود از سایت ریاضی سرا

۱۲۱- روی تاسی ارقام ۴ – ۴ – ۳ – ۳ – ۲ – ۱ نوشته شده است. احتمال آنکه در پرتاب دو بار تاس، مجموع ۵ ظاهر شود، چقدر است؟

۱) $\frac{۱}{۳}$ ۲) $\frac{۱}{۹}$ ۳) $\frac{۲}{۹}$ ۴) $\frac{۴}{۹}$

شما پاسخ نداده اید

۱۲۲- اگر تمامی ۱۰ سؤال دو گزینه‌ای را به تصادف پاسخ دهیم، احتمال اینکه دست‌کم به ۳ سؤال، پاسخ صحیح بدهیم، چقدر است؟

۱) $\frac{۵۶}{۱۰۲۴}$ ۲) $\frac{۹۶۸}{۱۰۲۴}$ ۳) $\frac{۸۴۸}{۱۰۲۴}$ ۴) $\frac{۱۰۱۵}{۱۰۲۴}$

شما پاسخ نداده اید

۱۲۳- عددی را از بین اعداد طبیعی ۱ تا ۱۰۰ انتخاب می‌کنیم. اگر بدانیم بر ۲ بخش‌پذیر است، احتمال آنکه بر ۳ یا ۵ بخش‌پذیر باشد، کدام است؟

۱) $\frac{۱۷}{۵۰}$ ۲) $\frac{۲۳}{۵۰}$ ۳) $\frac{۳۷}{۵۰}$ ۴) $\frac{۲۶}{۵۰}$

شما پاسخ نداده اید

۱۲۴- دو عدد به تصادف از بازهٔ $[۰,۲]$ انتخاب می‌کنیم. احتمال آنکه مجموع این دو عدد بیشتر از ۳ باشد، چقدر است؟

۱) $\frac{۱}{۲}$ ۲) $\frac{۱}{۶}$ ۳) $\frac{۱}{۴}$ ۴) $\frac{۱}{۸}$

شما پاسخ نداده اید

۱۲۵- اگر یک مثلث به تصادف ترسیم شود، احتمال اینکه هر سه زاویهٔ آن حاده باشد، چقدر است؟

۱) $\frac{۱}{۴}$ ۲) $\frac{۱}{۲}$ ۳) $\frac{۳}{۸}$ ۴) $\frac{۳}{۴}$

شما پاسخ نداده اید

۱۲۶- هر یک از اعداد ۱، ۲، ۳، ۴، ۵، ۶ را در یکی از ۷ خانهٔ هم ردیف می‌نویسیم. با کدام احتمال، ارقام در خانه‌های متوالی قرار گرفته و مضارب ۳، کنار هم هستند؟

۱) $\frac{۲}{۱۵}$ ۲) $\frac{۱}{۱۵}$ ۳) $\frac{۲}{۲۱}$ ۴) $\frac{۱}{۲۱}$

شما پاسخ نداده اید

۱۲۷- در پرتاب سه تاس، احتمال آنکه مجموع سه تاس، عددی زوج و بزرگتر از ۵ باشد، کدام است؟

۱) $\frac{۳۵}{۷۲}$ ۲) $\frac{۹۵}{۲۱۶}$ ۳) $\frac{۱}{۲}$ ۴) $\frac{۲۱۱}{۲۱۶}$

شما پاسخ نداده اید

۱۲۸- تاسی را سه بار پرتاب می‌کنیم. اگر بدانیم حاصلضرب اعداد ظاهر شده بر ۵ بخش‌پذیر است، چقدر احتمال دارد که حاصلضرب این اعداد بر ۱۰ بخش‌پذیر باشد؟

۱) $\frac{۷۱}{۹۱}$ ۲) $\frac{۷۲}{۹۱}$ ۳) $\frac{۷۳}{۹۱}$ ۴) $\frac{۷۴}{۹۱}$

شما پاسخ نداده اید

۱۲۹- در ظرفی ۴ مهرهٔ سیاه با شماره‌های ۱ تا ۴ و ۴ مهرهٔ سفید با شماره‌های ۱ تا ۴ وجود دارد. از این ظرف ۲ مهره به تصادف انتخاب می‌کنیم. اگر جمع اعداد این دو مهره برابر با ۴ باشد، با کدام احتمال این دو مهره همرنگ می‌باشند؟

۱) $\frac{۱}{۳}$ ۲) $\frac{۱}{۵}$ ۳) $\frac{۱}{۲}$ ۴) $\frac{۲}{۵}$

شما پاسخ نداده اید

۱۳۰- اگر A و B دو پیشامد مستقل باشند و داشته باشیم $P(B \mid A)=\frac{۱}{۴}$ و $P(A)=\frac{۵}{۹}$، حاصل $\frac{P(A \cap B')}{P(A \cup B)}$ کدام است؟

۱) $\frac{۵}{۸}$ ۲) $\frac{۳}{۸}$ ۳) $\frac{۵}{۱۸}$ ۴) $\frac{۵}{۳۶}$

شما پاسخ نداده اید

www.riazisara.ir دانلود از سایت ریاضی سرا

۱۰۱- دورهٔ تناوب تابع $y = \left|\sin\frac{\pi x}{۵}\right|$ کدام است؟

۱) ۱۰
۲) $\frac{۵}{۲}$
۳) $\frac{۱۵}{۴}$
۴) ۵

شما پاسخ نداده اید

۱۰۲- حاصل عبارت $A = [\tan\frac{\pi}{۵}] + [\tan\frac{۲\pi}{۵}] + [\tan\frac{۳\pi}{۵}] + [\tan\frac{۴\pi}{۵}]$ کدام است؟ ([ ]، نماد جزء صحیح است.)

۱) ۲-
۲) ۱-
۳) ۲
۴) صفر

شما پاسخ نداده اید

۱۰۵- حاصل $A = (۱ - \cot ۱۷^\circ)(\cot ۲۸^\circ - ۱)$ کدام است؟

۱) ۲
۲) ۱
۳) ۲-
۴) ۱-

شما پاسخ نداده اید

۱۰۶- مقدار $\frac{\sin ۵^\circ \sin ۵۵^\circ \sin ۶۵^\circ}{\cos ۷۵^\circ}$ برابر است با:

۱) $\frac{۱}{۲}$
۲) $\frac{۱}{۴}$
۳) $\frac{۱}{۸}$
۴) $\frac{۳}{۴}$

شما پاسخ نداده اید

۱۰۷- جواب کلی معادلهٔ مثلثاتی $\sin x \cos^۵ x - \cos x \sin^۵ x = \frac{۱}{۴}$ به کدام صورت است؟

۱) $\frac{k\pi}{۲} - \frac{\pi}{۸}$
۲) $k\pi + \frac{\pi}{۴}$
۳) $k\pi - \frac{\pi}{۴}$
۴) $\frac{k\pi}{۲} + \frac{\pi}{۸}$

شما پاسخ نداده اید

دانلود از سایت ریاضی سرا www.riazisara.ir

۱۰۸- معادلهٔ $\sin 3x - \sin x = \cos 3x + \cos x$ در بازهٔ $[0,2\pi]$ چند جواب دارد؟

۱) ۶ ۲) ۲

۳) ۳ ۴) ۴

شما پاسخ نداده اید

۱۰۹- حاصل $\tan(2\sin^{-1}\frac{3}{4})$ کدام است؟

۱) $3\sqrt{7}$ ۲) $-3\sqrt{7}$

۳) $6\sqrt{7}$ ۴) $-6\sqrt{7}$

شما پاسخ نداده اید

۱۱۰- نمودار تابع $y = \cos(2\cos^{-1} x)$ به صورت کدام یک از شکل‌های زیر است؟

۱) قسمتی از دایره ۲) قسمتی از بیضی

۳) قسمتی از یک سهمی ۴) قسمتی از یک هذلولی

شما پاسخ نداده اید

ریاضي ، ریاضي پایه ، تابع حسابان - ۱۳۹۷۰۱۳۱

۱۰۳- برد تابع $f(x) = \left|3x - [3x + \frac{5}{2}]\right|$ کدام است؟ ([ ]، نماد جزء صحیح است.)

۱) $(\frac{3}{2},\frac{5}{2})$ ۲) $(\frac{3}{2},\frac{5}{2}]$

۳) $[\frac{3}{2},\frac{5}{2}]$ ۴) $[\frac{3}{2},\frac{5}{2})$

شما پاسخ نداده اید

۱۰۴- با کدام ضابطهٔ $f(x)$ همواره تساوی $f(x).(-1)^{[x]} = -|f(x)|$ برقرار است؟ ([ ]، نماد جزء صحیح است.)

۱) $\sin \pi x$ ۲) $-3\sin \pi x$

۳) $\cos \pi x$ ۴) $-\cos \pi x$

شما پاسخ نداده اید

ریاضي ، هندسه ۲ - گواه ، استدلال (هندسه‌ی ۲) ، استدلال در هندسه - ۱۳۹۷۰۱۳۱

دانلود از سایت ریاضی سرا www.riazisara.ir

۱۴۱- در مثلث ABC، ضلع $AC = ۶$ و میانه $BM = ۵$ است. اگر نیمسازهای دو زاویهٔ AMB و CMB، دو ضلع دیگر این مثلث را در نقاط P و Q قطع کنند، اندازهٔ PQ کدام است؟

۱) ۳/۲۵ ۲) ۳/۵

۳) ۳/۷۵ ۴) ۴

شما پاسخ نداده اید

۱۴۲- در چهارضلعی $ABCD$، عمودمنصف‌های دو ضلع مقابل AB و CD در نقطهٔ M متقاطع‌اند. اگر $BC > AD$، آنگاه کدام نابرابری همواره صحیح است؟

۱) $\hat{AMB} > \hat{BMC}$ ۲) $\hat{CAB} > \hat{CAD}$

۳) $\hat{BMC} > \hat{AMD}$ ۴) $\hat{CMD} > \hat{AMB}$

شما پاسخ نداده اید

ریاضی ، هندسه ۲ - گواه ، دایره - ۱۳۹۷۰۱۳۱

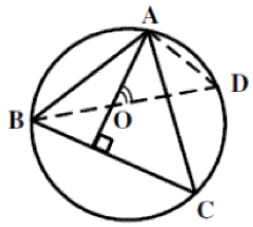
۱۴۳- در مثلثی به طول اضلاع ۷، ۵ و ۳ واحد، دایرهٔ محاطی خارجی بر ضلع متوسط و امتداد دو ضلع دیگر مماس است. نقطهٔ تماس، ضلع متوسط را به کدام نسبت تقسیم می‌کند؟

۱) $\frac{۱}{۹}$ ۲) $\frac{۱}{۶}$

۳) $\frac{۱}{۵}$ ۴) $\frac{۲}{۹}$

شما پاسخ نداده اید

۱۴۴- در شکل زیر، O محل تلاقی ارتفاع‌های مثلث ABC است. زاویهٔ $\hat{AOD}$ برابر کدام است؟



۱) $\hat{OBC}$ ۲) $\hat{CAD}$

۳) $\hat{OAC}$ ۴) $\hat{ADO}$

شما پاسخ نداده اید

۱۴۵- ذوزنقهٔ متساوی‌الساقینی به طول قاعده‌های ۶ و $\frac{۳۲}{۳}$ واحد، بر دایره‌ای محیط است. کوتاه‌ترین فاصلهٔ رأس ذوزنقه تا نقاط دایره چند واحد است؟

۱) $\frac{۱}{۲}$ ۲) $\frac{\sqrt{۳}}{۲}$

۳) ۱ ۴) $\sqrt{۳}$

شما پاسخ نداده اید

www.riazisara.ir
دانلود از سایت ریاضی سرا

۱۴۶- خط $y = 2x$ را یک بار تحت تبدیل $T_1(x,y) = (x+1, y+1)$ و یک بار تحت تبدیل $T_2(x, y) = (\frac{x}{2}, \frac{y}{2})$ تصویر می‌کنیم، فاصلهٔ بین دو خط تبدیل یافته کدام است؟

۱) $\frac{2\sqrt{5}}{5}$

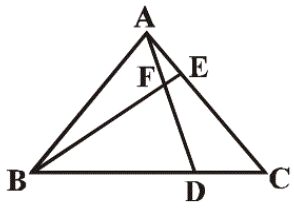
۲) $\sqrt{5}$

۳) $\frac{1}{5}$

۴) $\frac{\sqrt{5}}{5}$

شما پاسخ نداده اید

۱۴۷- در شکل زیر، اگر مثلث ABC متساوی‌الاضلاع باشد و $BD = CE$، آن‌گاه پاره‌خط‌های AD و BE دوران یافتهٔ یک‌دیگر نسبت به چه مرکز و با چه زاویه‌ای هستند؟



۱) نقطهٔ تلاقی میانه‌های مثلث ABC، 60°

۲) نقطهٔ F، 60°

۳) نقطهٔ تلاقی میانه‌های مثلث ABC، 120°

۴) نقطهٔ F، 120°

شما پاسخ نداده اید

ریاضی ، هندسه ۲ - گواه ، هندسه‌ی فضایی (هندسه‌ی ۲) ، هندسه‌ی فضایی - ۱۳۹۷۰۱۳۱

۱۴۸- دو خط d و d' و نقطهٔ O مفروض‌اند. خط گذرا بر O و متقاطع با دو خط d و d' در کدام حالت وجود ندارد؟ (صفحهٔ P شامل نقطهٔ O و d' است.)

۱) $d \cap P = \{O\}$

۲) $d \perp P$

۳) $d \subset P$

۴) $d \parallel P$

شما پاسخ نداده اید

۱۴۹- خط d و نقطهٔ O در خارج صفحهٔ P مفروض‌اند. در کدام حالت، فقط یک خط گذرنده بر نقطهٔ O که موازی صفحهٔ P و متقاطع با خط d باشد، وجود دارد؟

۱) $d \subset P$

۲) $d \parallel P$

۳) $d \cap P \neq \varnothing$

۴) صفحهٔ گذرنده بر O و d موازی صفحه P باشد.

شما پاسخ نداده اید

۱۵۰- دو خط متنافر d و d' و نقطهٔ A خارج آن‌ها، مفروض هستند. ازنقطهٔ A چند صفحه می‌توان رسم کرد که با این دو خط موازی باشد؟

۱) هیچ

۲) فقط یکی

۳) فقط دو تا

۴) بی‌شمار

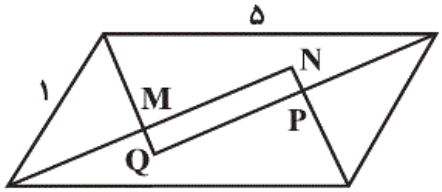
شما پاسخ نداده اید

www.riazisara.ir
دانلود از سایت ریاضی سرا

ریاضي ، هندسه ۲ ، استدلال (هندسه‌ی ۲) ، استدلال در هندسه - ۱۳۹۷۰۱۳۱

-۱۳۱ *(سروش موئینی)*

طول اضلاع مستطیل $MNPQ$ عبارتند از:



$$|a-b|\sin\frac{\theta}{۲}=۴\sin ۳۰^\circ=۲$$

$$|a-b|\cos\frac{\theta}{۲}=۴\cos ۳۰^\circ=۲\sqrt{۳}$$

پس طول ضلع مربع حاصل از برخورد نیمسازهای داخلی چهارضلعی $MNPQ$ برابر است با:

$$x=\frac{\sqrt{۲}}{۲}(۲\sqrt{۳}-۲)=\sqrt{۶}-\sqrt{۲}$$

و مساحت آن $(\sqrt{۶}-\sqrt{۲})^۲=۸-۴\sqrt{۳}$ است.

(هندسه ۲ - استدلال در هندسه: صفحهٔ ۱۱)

۱) ۲) ✓ ۳) ۴)

-۱۳۲ *(رضا عباسی‌اصل)*

$$\overset{\triangle}{ABD}: |۷-۱۱|<y<۷+۱۱\Rightarrow ۴<y<۱۸ \quad (۱)$$

از طرفی BD وتر مثلث قائم‌الزاویهٔ BCD است. پس: $BD>CD\Rightarrow y>۸$ (۲)

از (۱) و (۲) داریم: $۸<y<۱۸$

مقادیر طبیعی y از رابطهٔ فوق عبارتند از: $۹,۱۰,۱۱,۱۲,\ldots,۱۷$

با توجه به رابطهٔ فیثاغورس $y^۲=x^۲+۸^۲$، فقط به ازای $y=۱۰$ و $y=۱۷$، به ترتیب مقادیر طبیعی $x=۶$ و $x=۱۵$ حاصل می‌شود.

مجموع مقادیر طبیعی $y=۱۰+۱۷=۲۷$

(هندسه ۲ - استدلال در هندسه: صفحه‌های ۲۵ و ۲۶)

۱) ۲) ۳) ✓ ۴)

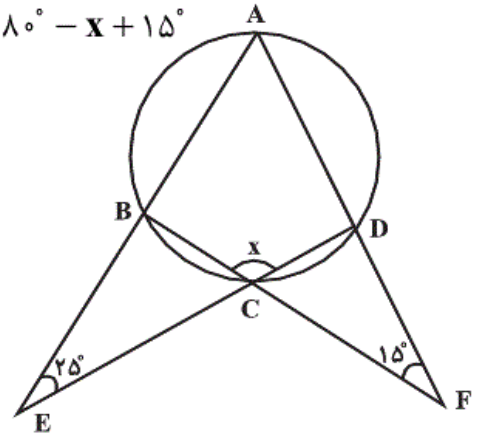
ریاضي ، هندسه ۲ ، دایره - ۱۳۹۷۰۱۳۱

www.riazisara.ir دانلود از سایت ریاضی سرا

-۱۳۳ (محمدطاهر شعاعی)

چون چهارضلعی $ABCD$ محاطی است، پس: $\hat{A} = ۱۸۰^\circ - \hat{C} = ۱۸۰^\circ - x$ از طرفی در چهارضلعی مقعر $AECF$ داریم:

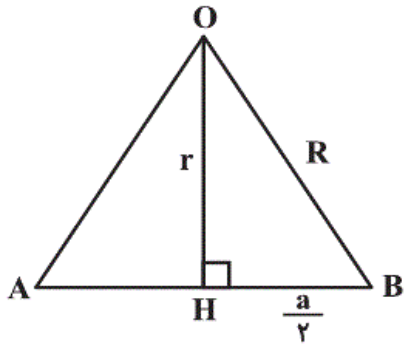
$$E\hat{C}F = \hat{E} + \hat{A} + \hat{F} \Rightarrow x = ۲۵^\circ + ۱۸۰^\circ - x + ۱۵^\circ$$
$$\Rightarrow ۲x = ۲۲۰^\circ \Rightarrow x = ۱۱۰^\circ$$



(هندسه ۲ - دایره: صفحه‌های ۵۸ و ۵۹)

۱ ✓ ۲ ۳ ۴

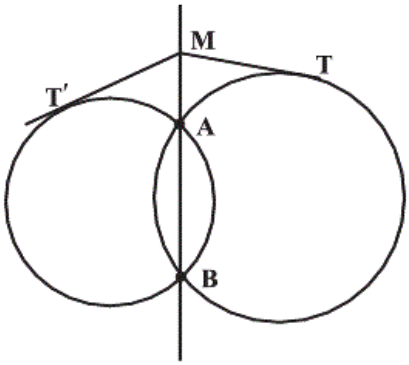
بنابراین داریم: $S = \pi \frac{a^۲}{۴} = \pi \times \frac{۴}{۴} = \pi$ (ناحیهٔ محصور)



(هندسه ۲ - دایره: صفحه‌های ۵۲، ۵۳، ۵۸ و ۵۹)

۱ ✓ ۲ ۳ ۴

-۱۳۵ (نادر حاجی‌زاده)



مکان هندسی نقاطی که از آنها مماس‌هایی هم اندازه بر دو دایره رسم می‌شود وتر مشترک آنهاست. پس نقطهٔ M روی وتر مشترک دو دایره واقع است.

$$MA \times MB = MT^۲$$
$$\Rightarrow MT = \sqrt{۳ \times ۱۲} = ۶$$

(هندسه ۲ - دایره: صفحه‌های ۵۴ و ۷۴ تا ۷۸)

۱ ✓ ۲ ۳ ۴

www.riazisara.ir دانلود از سایت ریاضی سرا

-۱۳۶ (سروش موئینی)

بردار انتقال $\vec{U}=(۴,b)$ است که باید با خط موازی باشد:

$$\text{شیب خط}=\frac{۲}{۳} \qquad \text{شیب بردار}=\frac{b}{۴}$$

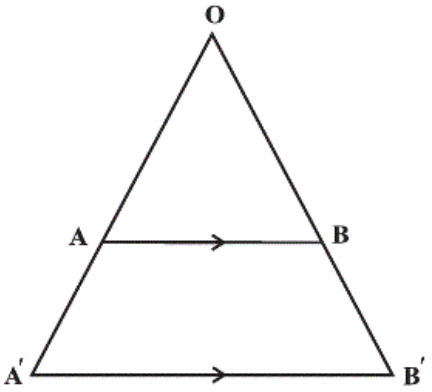
$$\Rightarrow \frac{b}{۴}=\frac{۲}{۳}\Rightarrow b=\frac{۸}{۳}$$

(هندسه ۲ - تبدیل‌های هندسی؛ صفحه‌های ۹۱ تا ۹۶ و ۱۱۹ تا ۱۲۲)

۱ ۲ ۳ ۴✓

-۱۳۷ (رضا عباسی‌اصل)

در شکل مقابل بنا به قضیهٔ تالس داریم:



$$\frac{OB}{OB'}=\frac{AB}{A'B'}\Rightarrow \frac{OB}{OB'}=\frac{AB}{۳AB}$$

$$\Rightarrow \frac{OB}{OB'}=\frac{۱}{۳} \xrightarrow[\text{در مخرج}]{\text{تفاضل نسبت}}$$

$$\Rightarrow \frac{OB}{OB'-OB}=\frac{۱}{۳-۱}\Rightarrow \frac{OB}{BB'}=\frac{۱}{۲}\Rightarrow BB'=۲OB$$

(هندسه ۲ - تبدیل‌های هندسی؛ صفحه‌های ۱۱۲ تا ۱۱۹)

۱ ۲✓ ۳ ۴

ریاضي ، هندسه ۲ ، هندسه‌ی فضایي (هندسه‌ی ۲) ، هندسه‌ی فضایي - ۱۳۹۷۰۱۳۱

-۱۳۸ (حمید کروسی)

برای هر یک از گزینه‌های ۱، ۲ و ۳، مثال نقض داریم:

۱) اگر سه نقطه متمایز و روی یک خط باشند، بی‌شمار صفحه می‌توان رسم کرد.

۲) اگر دو خط متنافر باشند، صفحه‌ای قابل رسم نمی‌باشد.

۳) اگر نقطه روی خط قرار داشته باشد، بی‌شمار صفحه قابل رسم است.

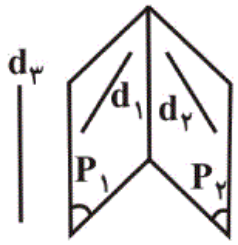
دو ضلع متمایز یک متوازی‌الاضلاع، یا موازی‌اند و یا متقاطع و در هر کدام از این دو حالت، یک صفحه‌ی یکتا، قابل رسم است.

(هندسه ۲ - هندسه در فضا؛ صفحهٔ ۱۳۶)

۱ ۲ ۳ ۴✓

www.riazisara.ir دانلود از سایت ریاضی سرا

-۱۳۹ (محمودرضا اسلامی)



صفحات P_1 و P_2 را به ترتیب گذرنده بر d_1 و d_2 به موازات d_3 رسم می‌کنیم. فصل مشترک این دو صفحه که یک خط مشخص است، هم موازی d_3 است و هم دو خط d_1 و d_2 را قطع می‌کند.

در صورتی که دو صفحه‌ی P_1 و P_2، موازی یکدیگر باشند، چنین خطی وجود ندارد.

(هندسه ۲ - هندسه در فضا: صفحه‌های ۱۳۹ تا ۱۴۷)

۱ ۲✓ ۳ ۴

-۱۴۰ (رضا عباسی‌اصل)

می‌دانیم اگر خطی با یکی از دو صفحهٔ موازی، متقاطع باشد، حتماً با دیگری نیز متقاطع است. پس هرصفحهٔ موازی با صفحهٔ P، دو خط d و d' را قطع می‌کند و خط واصل بین دو نقطهٔ تلاقی، شرایط مسأله را داراست.

(هندسه ۲ - هندسه در فضا: صفحه‌های ۱۳۹ تا ۱۴۷)

۱✓ ۲ ۳ ۴

ریاضی ، دیفرانسیل و انتگرال ، مشتق تابع ، مشتق - ۱۳۹۷۰۱۳۱

-۸۱ (آریان حیدری)

هر جا که f' نزولی باشد، مشتق آن یعنی f'' منفی است و لذا تقعر نمودار f به سمت پایین می‌باشد. با توجه به شکل، f' تنها در فاصلهٔ $(\pi, 2\pi)$ نزولی است.

(دیفرانسیل - مشتق و کاربرد آن: صفحه‌های ۱۸۰ تا ۱۸۴)

۱ ۲✓ ۳ ۴

www.riazisara.ir دانلود از سایت ریاضی سرا

$$f'(x) = ۴x^۳ + ۳(k-۱)x^۲ + k + ۳$$

$$f''(x) = ۱۲x^۲ + ۶(k-۱)x$$

اگر $k = ۱$ آن‌گاه $f''(x) = ۱۲x^۲$ و تقعر تابع همواره رو به بالاست و تابع فاقد نقطه عطف خواهد بود. در غیر این صورت معادله $f''(x)$ دارای دو ریشه ساده می‌شود که این نقاط طول نقاط عطف تابع خواهند بود.

$$k = ۱ \rightarrow f(x) = x^۴ + ۴x \qquad f'(x) = ۴x^۳ + ۴$$

x	$-\infty$		-۱		$+\infty$
f'		$-$	∄	$+$	

بنابراین طول مینیمم نسبی تابع $x = -۱$ و عرض آن $f(-۱) = -۳$ است.

(دیفرانسیل - مشتق و کاربرد آن: صفحه‌های ۱۸۰ تا ۱۹۱)

۱ ۲ ۳ ۴✓

www.riazisara.ir دانلود از سایت ریاضی سرا

$$f'(x) > 0 \Rightarrow x - a + 1 > 0 \Rightarrow x > a - 1$$

$$f''(x) > 0 \Rightarrow x - a + 2 > 0 \Rightarrow x > a - 2$$

از آنجا که اشتراک $x > a-1$ و $x > a-2$ به‌صورت $x > a-1$ است و به ازای تمامی x هایی که $x > 0$ باید رابطهٔ $x > a-1$ برقرار باشد، کافی است $a - 1 \leq 0$ باشد. یعنی باید $a \leq 1$ باشد.

(دیفرانسیل - مشتق و کاربرد آن: صفحه‌های ۱۸۰ تا ۱۸۴)

۱ ✓ ۲ ۳ ۴

-۸۴ (کاظم اجلالی)

مشتق دوم تابع را تعیین علامت می‌کنیم.

$$f'(x) = 1 - \frac{1}{\sqrt{x}} \Rightarrow f''(x) = \frac{1}{2\sqrt{x^3}}$$

چون $x > 0$ بنابراین $f''(x) > 0$ و جهت تقعر نمودار تابع همواره به سمت بالاست.

(دیفرانسیل - مشتق و کاربرد آن: صفحه‌های ۱۸۰ تا ۱۸۴)

۱ ✓ ۲ ۳ ۴

www.riazisara.ir دانلود از سایت ریاضی سرا

-۸۵ (کاظم اجلالی)

مشتق دوم تابع را تعیین علامت می‌کنیم.

$$f'(x)=\frac{-\frac{1}{x^2}}{1+(\frac{1}{x})^2}=-\frac{1}{x^2+1}$$

$$f''(x)=\frac{2x}{(x^2+1)^2}$$

واضح است که در بازهٔ $(-\infty,0)$ داریم $f''(x)<0$ و در بازهٔ $(0,+\infty)$ داریم $f''(x)>0$. پس بزرگترین مقدار a برابر صفر است.

(دیفرانسیل - مشتق و کاربرد آن: صفحه‌های ۱۸۰ تا ۱۸۴)

۱ ۲ ۳ ۴✓

-۸۶ (امیرهوشنگ خمسه)

$$f'(x)=\frac{2x}{x^2+1}\Rightarrow f''(x)=\frac{2(x^2+1)-2x(2x)}{(x^2+1)^2}$$

$$2x^2+2-4x^2=0\Rightarrow 2-2x^2=0\Rightarrow\begin{cases}x=1\\x=-1\end{cases}$$

$$x=1\rightarrow f(1)=\ln 2$$

$$x=-1\rightarrow f(-1)=\ln(2)$$

$$\Rightarrow m=\frac{\Delta y}{\Delta x}=\frac{\ln 2-\ln 2}{1-(-1)}=0$$

(دیفرانسیل - مشتق و کاربرد آن: صفحه‌های ۱۸۰ تا ۱۸۴)

۱ ۲ ۳ ۴✓

www.riazisara.ir دانلود از سایت ریاضی سرا

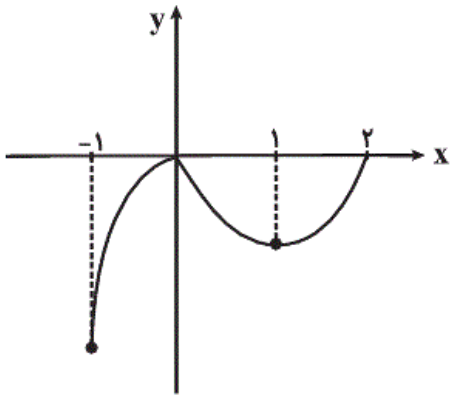
-۸۷ (حبیب شفیعی)

$$f(x)=\begin{cases}-x^{۲}+۲x & -۱\le x<۰\\ x^{۲}-۲x & ۰\le x\le ۲\end{cases}$$

$$\Rightarrow f'(x)=\begin{cases}-۲x+۲ & -۱<x<۰\\ \text{وجود ندارد} & x=۰\\ ۲x-۲ & ۰<x<۲\end{cases}$$

به کمک تعیین علامت مشتق و جدول رفتار تابع، نقاط اکسترمم را تعیین می‌کنیم:

x	-۱		۰		۱		۲
f'		$+$	$\|$	$-$	۰	$+$	
f		↗	$\|$	↘		↗	



تابع در $x=۰$ ماکزیمم موضعی و در $x=۱$ می‌نیمم موضعی دارد. البته به کمک رسم نمودار نیز می‌توانستیم نقاط اکسترمم را به‌دست آوریم:

(دیفرانسیل - مشتق و کاربرد آن؛ صفحه‌های ۱۸۴ تا ۱۹۱)

۱ ۲ ۳✓ ۴

-۸۸ (فریدون ساعتی)

تابع f دارای دو نقطهٔ اکسترمم نسبی است. پس مشتق تابع دارای ۲ ریشهٔ متمایز است. در نتیجه می‌بایست $\Delta_{f'}>۰$:

$$f'(x)=۶x^{۲}+۶x+a:\Delta_{f'}>۰\Rightarrow (۶)^{۲}-۴(۶)(a)>۰$$

$$\Rightarrow -۲۴a>-۳۶\Rightarrow a<\frac{۳}{۲}$$

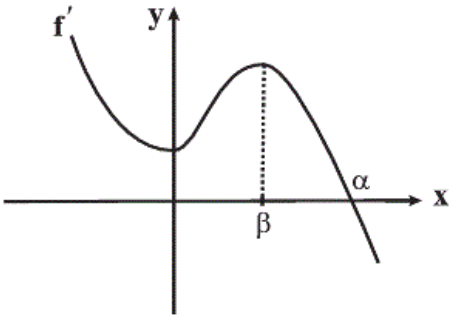
(دیفرانسیل - مشتق و کاربرد آن؛ صفحه‌های ۱۸۴ تا ۱۹۱)

۱ ۲✓ ۳ ۴

www.riazisara.ir دانلود از سایت ریاضی سرا

-۸۹ (سیروس نصیری)

اگر نقطهٔ برخورد f' با محور x ها، α باشد.



x		α	
f′	+	۰	−

پس $x=\alpha$ نقطهٔ ماکزیمم نسبی $f(x)$ است.

f' در فاصلهٔ $(-\infty,۰)$ نزولی اکید و در فاصلهٔ $(۰,\beta)$ صعودی اکید و مجدداً در فاصله $(\beta,+\infty)$ نزولی اکید است. پس می‌توان جدول زیر را در نظر گرفت:

x	−∞		۰		β		+∞
f″		−	‖	+	‖	−	

در نتیجه f دارای دو نقطهٔ عطف به طول‌های ۰ و β می‌باشد.

(دیفرانسیل - مشتق و کاربرد آن: صفحه‌های ۱۸۰ تا ۱۹۱)

۱ ۲✓ ۳ ۴

-۹۰ (محمدرضا شوکتی بیرق)

کافی است، مشتق تابع را تعیین علامت کنیم.

$$y=x-۲\tan^{-۱}x \Rightarrow y'=۱-\frac{۲}{۱+x^۲}=\frac{x^۲-۱}{۱+x^۲}=۰$$

$$y'=۰ \Rightarrow x=\pm ۱$$

x	−∞		−۱		۱		+∞
y′		+	۰	−	۰	+	
y		↗	max	↘	min	↗	

(دیفرانسیل - مشتق و کاربرد آن: صفحه‌های ۱۸۴ تا ۱۹۱)

۱ ۲✓ ۳ ۴

www.riazisara.ir دانلود از سایت ریاضی سرا

$$x=0, \sqrt{1-x^2}=\frac{1}{2} \Rightarrow -x^2=-\frac{3}{4} \Rightarrow x=\pm\frac{\sqrt{3}}{2}$$

x	-1		$-\frac{\sqrt{3}}{2}$		0		$\frac{\sqrt{3}}{2}$		1
$f'(x)$		$+$	0	$-$	0	$+$	0	$-$	
$f(x)$		$\nearrow$	$\frac{5}{4}$	$\searrow$	1	$\nearrow$	$\frac{5}{4}$	$\searrow$	
			max		min		max		

(دیفرانسیل - مشتق و کاربرد آن: صفحه‌های ۱۸۴ تا ۱۹۱)

۱ ۲ ۳✓ ۴

۹۲- (عباس اعترازیان)

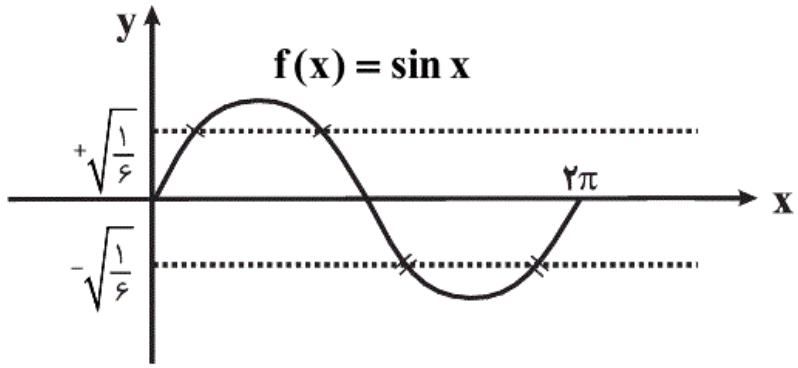
$$y=\sin x\cos 2x \Rightarrow y'=\cos x\cos 2x-2\sin 2x\sin x=0$$

$$\Rightarrow \cos x(1-2\sin^2 x)-4\sin^2 x\cos x=0$$

$$\Rightarrow \cos x(-6\sin^2 x+1)=0$$

$$\Rightarrow \begin{cases} \cos x=0 \Rightarrow x=\frac{\pi}{2}, \frac{3\pi}{2} \\ \sin^2 x=\frac{1}{6} \Rightarrow \sin x=\pm\sqrt{\frac{1}{6}} \end{cases}$$

بنابراین با توجه به نمودار زیر، تابع دارای ۶ اکسترمم نسبی است.



(دیفرانسیل - مشتق و کاربرد آن: صفحه‌های ۱۸۴ تا ۱۹۱)

۱ ۲ ۳ ۴✓

www.riazisara.ir دانلود از سایت ریاضی سرا

-۹۳ (کاظم اجلالی)

چون نمودار تابع از نقطهٔ $(-۱,۱)$ می‌گذرد، پس $f(۱) = -۱$. بنابراین:

$$۱ + a + b = -۱ \Rightarrow b = -a - ۲$$

چون تابع در هر نقطه مشتق‌پذیر است و طول نقطهٔ اکسترمم تابع برابر ۱ است، پس $f'(۱) = ۰$. بنابراین:

$$f'(x) = ۴x^۳ + a \Rightarrow f'(۱) = ۴ + a = ۰ \Rightarrow a = -۴ \Rightarrow b = ۲$$

در نتیجه: $a - b = -۶$

(دیفرانسیل - مشتق و کاربرد آن؛ صفحه‌های ۱۸۴ تا ۱۹۱)

۱ ✓ ۲ ۳ ۴

-۹۴ (فریدون ساعتی)

$$f(x) = x^۲e^x \Rightarrow f'(x) = ۲xe^x + x^۲e^x = (۲x + x^۲)e^x = ۰$$

$$\rightarrow ۲x + x^۲ = ۰ \rightarrow x = ۰, x = -۲$$

x		-۲		۰	
y'	$+$	۰	$-$	۰	$+$
	↗	Max	↘	Min	↗

$\Rightarrow$ طول نقطه ماکزیمم $= -۲$

$$f''(x) = (۲ + ۲x)e^x + (۲x + x^۲)e^x = (۲ + ۴x + x^۲)e^x$$

$$۲ + ۴x + x^۲ = ۰ \Rightarrow x = \frac{-۴ \pm \sqrt{۸}}{۲} = -۲ \pm \sqrt{۲}$$

هر دو نقطه، نقاط عطف منحنی تابع‌اند، زیرا تابع در این نقطه‌ها مشتق‌پذیر بوده و تقعر آن عوض می‌شود.

مجموع طول نقاط عطف $= (-۲ + \sqrt{۲}) + (-۲ - \sqrt{۲}) + (-۲) = -۶$

و نقطهٔ ماکسیمم موضعی

(دیفرانسیل - مشتق و کاربرد آن؛ صفحه‌های ۱۸۰ تا ۱۹۱)

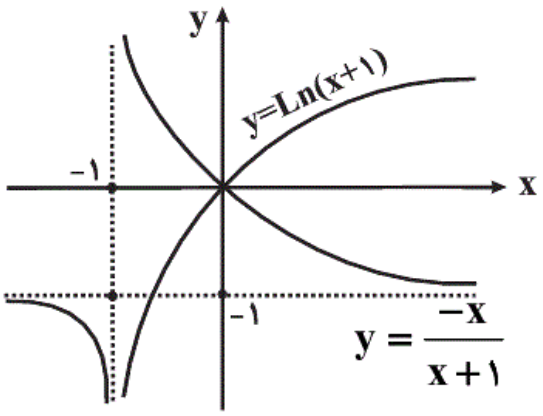
۱ ۲ ۳ ✓ ۴

www.riazisara.ir دانلود از سایت ریاضی سرا

$$y = xLn(x+1) \Rightarrow y' = Ln(x+1) + \frac{x}{x+1} = 0$$

$$\Rightarrow Ln(x+1) = \frac{-x}{x+1}$$

با توجه به شکل معادله و دو نمودار



$Ln(x+1)$ و $-\frac{x}{x+1}$، تنها یک ریشهٔ $x = 0$ برای معادله وجود دارد؛ پس تابع تنها یک اکسترمم نسبی دارد.

حال داریم:

$$y'' = \frac{1}{x+1} + \frac{1}{(x+1)^2} = 0 \Rightarrow \frac{x+2}{(x+1)^2} = 0 \Rightarrow x = -2$$

ولی دامنهٔ تابع $x+1>0$ یا $x>-1$ است. پس $x=-2$ غیرقابل قبول است و تابع نقطهٔ عطف ندارد.

(دیفرانسیل - مشتق و کاربرد آن؛ صفحه‌های ۱۸۰ تا ۱۹۱)

۱ ۲ ۳✓ ۴

www.riazisara.ir دانلود از سایت ریاضی سرا

$$f(x)=\sqrt{\frac{\sin x}{۱-\cos x}}=\sqrt{\frac{۲\sin\frac{x}{۲}\cos\frac{x}{۲}}{۲\sin^{۲}\frac{x}{۲}}}=\sqrt{\cot\frac{x}{۲}}$$

$$\text{آهنگ متوسط}=\frac{f(\pi)-f(\frac{\pi}{۲})}{\pi-\frac{\pi}{۲}}=\frac{\sqrt{\cot\frac{\pi}{۲}}-\sqrt{\cot\frac{\pi}{۴}}}{\pi-\frac{\pi}{۲}}$$

$$=\frac{۰-۱}{\frac{\pi}{۲}}=-\frac{۲}{\pi}$$

$$f'(x)=\frac{-\frac{۱}{۲}(۱+\cot^{۲}\frac{x}{۲})}{۲\sqrt{\cot\frac{x}{۲}}}\Rightarrow f'(\frac{\pi}{۲})=\frac{-\frac{۱}{۲}(۱+(۱)^{۲})}{۲}=\frac{-۱}{۲}$$

$$\Rightarrow -\frac{۲}{\pi}=\frac{k\sqrt{۲}}{\pi}\times\frac{-۱}{۲}\Rightarrow k=۲\sqrt{۲}$$

(حسابان - مشتق توابع: صفحه‌های ۱۷۵ تا ۱۸۲ و

دیفرانسیل - مشتق و کاربرد آن: صفحه‌های ۱۹۲ تا ۱۹۷)

۱ ۲✓ ۳ ۴

www.riazisara.ir دانلود از سایت ریاضی سرا

-۹۷ (جواد اسحاقی)

$$S = \pi R^{۲} \Rightarrow ۲۰ = \pi R^{۲} \Rightarrow R = \sqrt{\frac{۲۰}{\pi}}cm$$

$$S = \pi R^{۲} \Rightarrow \frac{dS}{dR} = ۲\pi R$$

$$\frac{dS}{dt} = \frac{dS}{dR} \times \frac{dR}{dt} \Rightarrow \frac{dS}{dt} = ۲\pi\sqrt{\frac{۲۰}{\pi}} \times ۱۰$$

$$S'_t = ۲۰\sqrt{۲۰\pi}\,\frac{cm^{۲}}{s}$$

(دیفرانسیل - مشتق و کاربرد آن؛ صفحه‌های ۱۹۲ تا ۱۹۷)

۱ ۲ ۳ ۴✓

-۹۸ (کاظم اجلالی)

اگر طول مستطیل را با x و عرض آن را با y نمایش دهیم، آن‌گاه مساحت از رابطهٔ مقابل به‌دست می‌آید.

$$S = xy$$

پس:

$$\frac{ds}{dt} = y.\frac{dx}{dt} + x.\frac{dy}{dt}$$

باجایگذاری $x = ۴$ ، $y = ۲$ ، $\frac{dx}{dt} = -۰/۱$ و $\frac{dy}{dt} = ۰/۲$ به‌دست می‌آید.

$$\frac{ds}{dt} = ۲ \times \frac{-۱}{۱۰} + ۴ \times \frac{۲}{۱۰} = ۰/۶$$

پس مساحت با سرعت ۰/۶ واحد بر ثانیه در حال افزایش است.

(دیفرانسیل - مشتق و کاربرد آن؛ صفحه‌های ۱۹۲ تا ۱۹۷)

۱ ۲✓ ۳ ۴

www.riazisara.ir دانلود از سایت ریاضی سرا

۹۹- (سیروس نصیری)

اگر شعاع ثابت را r و ارتفاع متغیر را h فرض کنیم:

$$v = \pi r^2 h$$

$$\frac{dv}{dt} = \pi r^2 \frac{dh}{dt} \xrightarrow{\frac{dv}{dt}=\frac{dh}{dt}\neq 0} \pi r^2 = 1 \Rightarrow r = \frac{1}{\sqrt{\pi}}$$

(دیفرانسیل - مشتق و کاربرد آن؛ صفحه‌های ۱۹۲ تا ۱۹۷)

۱ ۲ ۳✓ ۴

۱۰۰- (فریدون ساعتی)

$$d = \sqrt{x^2 + y^2} = \sqrt{x^2 + 1 - \frac{x^2}{9}} = \sqrt{\frac{8x^2}{9} + 1}$$

$$\xrightarrow[\text{زمان مشتق می‌گیریم}]{\text{از طرفین نسبت به}} d' = \frac{\frac{8}{9}(2x'x)}{2\sqrt{\frac{8x^2}{9}+1}} \Rightarrow d' = \frac{\frac{8}{9}(\frac{3}{2})(\frac{\sqrt{3}}{20})}{\sqrt{\frac{8(\frac{3}{2})^2}{9}+1}}$$

$$= \frac{\frac{24\sqrt{3}}{360}}{\sqrt{3}} = \frac{1}{15}$$

(دیفرانسیل - مشتق و کاربرد آن؛ صفحه‌های ۱۹۲ تا ۱۹۷)

۱ ۲ ۳ ۴✓

www.riazisara.ir دانلود از سایت ریاضی سرا

۱۱۱- (رضا عباسی‌اصل)

یادآوری: درایهٔ ij ام ماتریس الحاقی (A^*) همان همسازهٔ ji ام ماتریس است.

$$A_{۳۱} = (-۱)^{۳+۱}\begin{vmatrix} ۲ & a \\ b & ۲ \end{vmatrix} = ۴ - ab = ۰ \Rightarrow ab = ۴$$

$$\begin{cases} ab = ۴ \\ ab = a + b \end{cases} \Rightarrow a = b = ۲$$

(هندسه تحلیلی - دستگاه‌های معادلات خطی: صفحه‌های ۱۳۴ تا ۱۳۷)

۱ ۲ ۳✓ ۴

۱۱۲- (علی بهرمندپور)

طبق خواص ماتریس معکوس:

$$(۲A^t)^{-۱} = \frac{۱}{۲}(A^t)^{-۱} = \frac{۱}{۲}(A^{-۱})^t$$

در نتیجه: $\frac{۱}{۲}(A^{-۱})^t = \begin{bmatrix} ۲ & ۳ \\ -۱ & -۱ \end{bmatrix} \Rightarrow (A^{-۱})^t = \begin{bmatrix} ۴ & ۶ \\ -۲ & -۲ \end{bmatrix}$

$$\Rightarrow A^{-۱} = \begin{bmatrix} ۴ & -۲ \\ ۶ & -۲ \end{bmatrix}$$

برای به‌دست آوردن A، کافی است معکوس ماتریس $A^{-۱}$ را به‌دست آوریم.

$$A = (A^{-۱})^{-۱} = \frac{۱}{-۸+۱۲}\begin{bmatrix} -۲ & +۲ \\ -۶ & ۴ \end{bmatrix} = \frac{۱}{۴}\begin{bmatrix} -۲ & +۲ \\ -۶ & ۴ \end{bmatrix}$$

$$= \begin{bmatrix} -\frac{۱}{۲} & \frac{۱}{۲} \\ -\frac{۳}{۲} & ۱ \end{bmatrix}$$

(هندسه تحلیلی - دستگاه‌های معادلات خطی: صفحه‌های ۱۳۲ تا ۱۳۷)

۱ ۲✓ ۳ ۴

www.riazisara.ir دانلود از سایت ریاضی سرا

۱۱۳- (محمدابراهیم گیتی‌زاده)

ماتریس A وارون‌پذیر نیست، هرگاه $|A| = ۰$. اگر به جای درایه‌ی صفر، m قرار دهیم، آنگاه:

$$\begin{vmatrix} ۲ & -۱ & ۱ \\ m & ۱ & ۳ \\ -۲ & ۲ & -۱ \end{vmatrix} = ۰ \Rightarrow (-۲+۶+۲m)-(-۲+۱۲+m) = ۰$$

$$\Rightarrow m - ۶ = ۰ \Rightarrow m = ۶$$

(هندسه تحلیلی - دستگاه‌های معادلات خطی: صفحهٔ ۱۳۲)

۱ ۲ ۳ ۴✓

۱۱۴- (آژنگ نوید)

برای محاسبهٔ دترمینان مورد نظر سوال، ابتدا باید همان دترمینان را در ماتریس‌الحاقی پیدا کنیم:

$$A^* = \begin{bmatrix} ○ & ○ & ○ \\ A_{۱۲} & ○ & ○ \\ ○ & ○ & ○ \end{bmatrix}; A_{۱۲} = (-۱)^{۱+۲}\begin{vmatrix} ۱ & ۹ \\ ۱ & ۱۶ \end{vmatrix} = -۷$$

$$|A| = \begin{vmatrix} ۳ & ۹ \\ ۴ & ۱۶ \end{vmatrix} - ۲\begin{vmatrix} ۱ & ۹ \\ ۱ & ۱۶ \end{vmatrix} + ۴\begin{vmatrix} ۱ & ۳ \\ ۱ & ۴ \end{vmatrix} = ۱۲ - ۱۴ + ۴ = ۲$$

$$A^{-۱} = \frac{۱}{|A|}A^* = \frac{۱}{۲}\begin{bmatrix} ○ & ○ & ○ \\ -۷ & ○ & ○ \\ ○ & ○ & ○ \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} ○ & ○ & ○ \\ -\frac{۷}{۲} & ○ & ○ \\ ○ & ○ & ○ \end{bmatrix}$$

(هندسه تحلیلی - دستگاه‌های معادلات خطی: صفحه‌های ۱۳۴ تا ۱۳۷)

۱✓ ۲ ۳ ۴

www.riazisara.ir دانلود از سایت ریاضی سرا

-۱۱۵ (جواد حاتمی)

$$A^3 + A^2 + A + I = O$$

$$\Rightarrow A^3 + A^2 + A = -I$$

$$\Rightarrow A(A^2 + A + I) = -I$$

$$\Rightarrow A(-A^2 - A - I) = I$$

با توجه به فرض، $A^3 = -A^2 - A - I$، پس: $A \times A^3 = I$

بنابراین وارون A، ماتریس A^3 خواهد بود.

(هندسه تحلیلی - دستگاه‌های معادلات خطی؛ صفحه‌های ۱۳۱ تا ۱۳۷)

۱ ✓ ۲ ۳ ۴

-۱۱۶ (علی‌اصغر فرضی)

ماتریس A، یک ماتریس مربعی از مرتبهٔ ۳ است، پس: $|A^*| = |A|^2$، در نتیجه داریم:

$$|A| = ۴ \Rightarrow |۲A^*| = ۲^3 |A^*| = ۸ |A|^2$$

$$\Rightarrow |۲A^*| = ۸ \times ۱۶ = ۱۲۸$$

(هندسه تحلیلی - دستگاه‌های معادلات خطی؛ صفحه‌های ۱۳۴ تا ۱۳۷)

۱ ✓ ۲ ۳ ۴

www.riazisara.ir دانلود از سایت ریاضی سرا

-۱۱۷ (حمید کروسی)

$$A^{*} = |A| A^{-1}$$

$$\Rightarrow |A^{*} + A^{-1}| = ||A| A^{-1} + A^{-1}| = |(|A| + 1)A^{-1}|$$

$$\xrightarrow{A_{4\times 4}} (|A| + 1)^{4} |A^{-1}| = (|A| + 1)^{4} \times \frac{1}{|A|}$$

$$= 2^{4} \times 1 = 16$$

(هندسه تحلیلی - دستگاه‌های معادلات خطی: صفحه‌های ۱۳۴ تا ۱۳۷)

۱ ۲ ۳ ۴✓

-۱۱۸ (امیرهوشنگ خمسه)

اگر $A = \begin{bmatrix} 0 & 0 & 0 \\ a & 0 & 0 \\ b & c & 0 \end{bmatrix}$ باشد، آن‌گاه $A^{3} = O$ می‌باشد.

$$A^{3} = O \Rightarrow A^{3} + 8I = 8I$$

$$\Rightarrow (A + 2I)(A^{2} - 2AI + 4I^{2}) = 8I$$

$$\Rightarrow (A + 2I)^{-1} = \frac{1}{8}(A^{2} - 2A + 4I)$$

(هندسه تحلیلی - دستگاه‌های معادلات خطی: صفحه‌های ۱۳۴ تا ۱۳۷)

۱ ۲ ۳✓ ۴

www.riazisara.ir دانلود از سایت ریاضی سرا

$$۲B - A = \lambda BA \xrightarrow[\text{ضرب می‌کنیم}]{\text{طرفین را در } A^{-۱} \text{ از راست}} (۲B - A)A^{-۱} = \lambda B\underbrace{AA^{-۱}}_{I}$$

$$\Rightarrow ۲BA^{-۱} - \underbrace{AA^{-۱}}_{I} = \lambda B \Rightarrow ۲BA^{-۱} - I = \lambda B$$

$$\xrightarrow[\text{ضرب می‌کنیم}]{\text{طرفین را در } B^{-۱} \text{ از چپ}} B^{-۱}(۲BA^{-۱} - I) = B^{-۱}\lambda B$$

$$\Rightarrow ۲\underbrace{B^{-۱}B}_{I}A^{-۱} - B^{-۱} = \lambda\underbrace{B^{-۱}B}_{I}$$

$$\Rightarrow ۲A^{-۱} - B^{-۱} = \lambda I$$

$$\xrightarrow[\text{دترمینان می‌گیریم}]{\text{از طرفین}} |۲A^{-۱} - B^{-۱}| = |\lambda I|$$

$$\Rightarrow |۲A^{-۱} - B^{-۱}| = \lambda^{n}\underbrace{|I|}_{۱} = \lambda^{n}$$

(هندسه تحلیلی - دستگاه‌های معادلات خطی: صفحهٔ ۱۳۷)

۱ ۲✓ ۳ ۴

www.riazisara.ir دانلود از سایت ریاضی سرا

-۱۲۰ (محمدطاهر شعاعی)

$$T(x,y)=(x+۲y,-x-y)\Rightarrow A=\begin{bmatrix}۱ & ۲\\ -۱ & -۱\end{bmatrix}$$

$$(A^{-۱}PA)^{۳}=\begin{bmatrix}۲۷ & ۰\\ ۰ & ۸\end{bmatrix}\Rightarrow A^{-۱}P^{۳}A=\begin{bmatrix}۲۷ & ۰\\ ۰ & ۸\end{bmatrix}$$

$$\Rightarrow P^{۳}=A\begin{bmatrix}۲۷ & ۰\\ ۰ & ۸\end{bmatrix}A^{-۱}$$

$$\Rightarrow P^{۳}=\begin{bmatrix}۱ & ۲\\ -۱ & -۱\end{bmatrix}\begin{bmatrix}۲۷ & ۰\\ ۰ & ۸\end{bmatrix}\begin{bmatrix}-۱ & -۲\\ ۱ & ۱\end{bmatrix}$$

$P^{۳}$ درایهٔ سطر اول و ستون اول $=\begin{bmatrix}۱ & ۲\end{bmatrix}\begin{bmatrix}۲۷ & ۰\\ ۰ & ۸\end{bmatrix}\begin{bmatrix}-۱\\ ۱\end{bmatrix}$

$$=-۲۷+۱۶=-۱۱$$

(هندسه تحلیلی - دستگاه‌های معادلات خطی؛ صفحهٔ ۱۳۷)

۱ ۲✓ ۳ ۴

دانلود از سایت ریاضی سرا www.riazisara.ir

-۱۲۱ (علیرضا شریف‌خطیبی)

$$P(۱)=\frac{۱}{۶}, P(۲)=\frac{۱}{۶}, P(۳)=\frac{۲}{۶}, P(۴)=\frac{۲}{۶}$$

در پرتاب دو بار تاس، باید یکی از زوج‌های $(۱,۴),(۴,۱),(۲,۳),(۳,۲)$ بیاید تا مجموع ۵ ظاهر شود.

$$P\{(۱,۴),(۴,۱),(۲,۳),(۳,۲)\}$$

$$=\frac{۱}{۶}\times\frac{۱}{۳}+\frac{۱}{۳}\times\frac{۱}{۶}+\frac{۱}{۶}\times\frac{۱}{۳}+\frac{۱}{۳}\times\frac{۱}{۶}=\frac{۴}{۱۸}=\frac{۲}{۹}$$

(جبر و احتمال - احتمال: صفحه‌های ۹۵ تا ۱۰۰)

۱ ۲ ۳✓ ۴

-۱۲۲ (محسن فاطمی)

چون هر سؤال دو گزینه‌ای است، پس احتمال درست پاسخ دادن $\frac{۱}{۲}$ است.

در نتیجه یک توزیع دو جمله‌ای با $n=۱۰$ داریم:

$$P(k\geq ۳)=۱-P(k<۳)=۱-\frac{\binom{۱۰}{۰}}{۲^{۱۰}}-\frac{\binom{۱۰}{۱}}{۲^{۱۰}}-\frac{\binom{۱۰}{۲}}{۲^{۱۰}}=\frac{۹۶۸}{۱۰۲۴}$$

(جبر و احتمال - احتمال: صفحه‌های ۸۷ تا ۹۰)

۱ ۲✓ ۳ ۴

www.riazisara.ir دانلود از سایت ریاضی سرا

۱۲۳- (جواد حاتمی)

مجموعهٔ اعداد بخش‌پذیر بر ۲ و نابیشتر از ۱۰۰ یعنی $\{۲,۴,...,۱۰۰\}$ را به عنوان فضای نمونه‌ای در نظر می‌گیریم.

حال در این فضای نمونه‌ای، احتمال آن را محاسبه می‌کنیم که عدد بدست آمده بر ۳ یا ۵ بخش‌پذیر باشد.

A : بر ۳ بخش‌پذیر باشد.

B : بر ۵ بخش‌پذیر باشد.

$$P(A \cup B) = P(A) + P(B) - P(A \cap B)$$

$$= \frac{\left[\frac{۱۰۰}{۶}\right]}{۵۰} + \frac{\left[\frac{۱۰۰}{۱۰}\right]}{۵۰} - \frac{\left[\frac{۱۰۰}{۳۰}\right]}{۵۰} = \frac{۱۶}{۵۰} + \frac{۱۰}{۵۰} - \frac{۳}{۵۰} = \frac{۲۳}{۵۰}$$

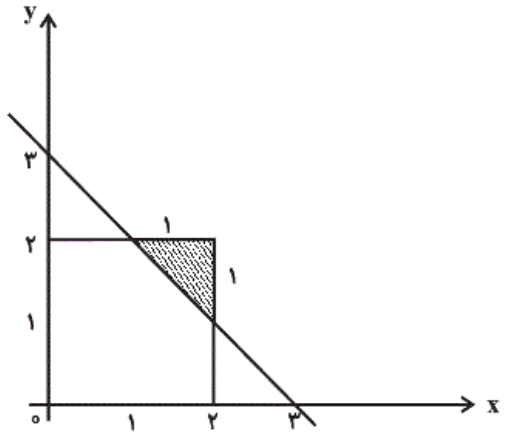
(ریاضیات گسسته - احتمال: صفحه‌های ۷۹ تا ۸۲)

۱ ۲✓ ۳ ۴

۱۲۴- (رضا پورحسینی)

$$S = \{(x,y) \in R^۲ \mid ۰ \le x \le ۲, ۰ \le y \le ۲\}$$

$$A = \{(x,y) \in R^۲ \mid x + y > ۳\}$$



$$\left.\begin{array}{l} a(S) = ۲ \times ۲ = ۴ \\ a(A) = \frac{۱}{۲}(۱ \times ۱) = \frac{۱}{۲} \end{array}\right\} \Rightarrow P(A) = \frac{a(A)}{a(S)} = \frac{\frac{۱}{۲}}{۴} = \frac{۱}{۸}$$

(جبر و احتمال - احتمال: صفحه‌های ۱۰۰ تا ۱۰۹)

۱ ۲ ۳ ۴✓

www.riazisara.ir دانلود از سایت ریاضی سرا

۱۲۵- (علیرضا شریف‌خطیبی)

زوایای مثلث را x، y و $180^\circ - (x+y)$ در نظر می‌گیریم. در فضای نمونه‌ای، هر سه باید بین صفر تا 180° باشند.

$$0^\circ < x < 180^\circ$$

$$0^\circ < y < 180^\circ$$

$$0^\circ < 180^\circ - (x+y) < 180^\circ \Rightarrow 0^\circ < x+y < 180^\circ$$

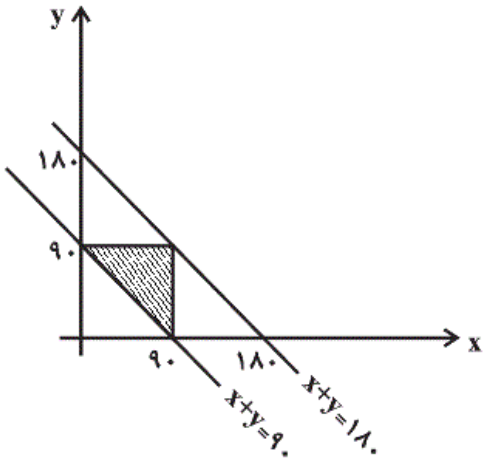
پیشامد مورد نظر آن است که هر سه زاویه حاده باشند، یعنی داریم:

$$0^\circ < x < 90^\circ$$

$$0^\circ < y < 90^\circ$$

$$0^\circ < 180^\circ - (x+y) < 90^\circ \Rightarrow 90^\circ < x+y < 180^\circ$$

فضای نمونه‌ای، مثلثی با قاعده و ارتفاع 180 است و فضای پیشامد مطلوب، ناحیهٔ هاشور خورده است.



$$\Rightarrow P \text{ (هر سه حاده)} = \frac{1}{4}$$

(جبر و احتمال - احتمال: صفحه‌های ۱۰۰ تا ۱۰۹)

۱ ✓ ۲ ۳ ۴

۱۲۶- (سروش موئینی)

احتمال آن‌که ارقام در خانه‌های متوالی قرار گیرند، برابر $\frac{2}{7}$ است. (خانهٔ اول یا آخر خالی می‌ماند.) احتمال آن‌که ارقام مضرب ۳ کنار هم باشند، به شرط آن‌که در خانه‌های متوالی قرار داشته باشند، برابر است با:

$$\frac{5!2!}{6!} = \frac{1}{3}$$

پس طبق قاعدهٔ ضرب احتمال داریم:

$$\frac{2}{7} \times \frac{1}{3} = \frac{2}{21}$$

(ریاضیات گسسته - احتمال: صفحه‌ی ۸۳)

۱ ۲ ۳ ✓ ۴

www.riazisara.ir دانلود از سایت ریاضی سرا

-۱۲۷ (سعید زوارقی)

در پرتاب ۳ تاس همواره داریم:

$$P(\text{مجموع ۳ تاس فرد باشد}) = P(\text{مجموع ۳ تاس زوج باشد}) = \frac{۱}{۲}$$

حداقل و حداکثر مجموع اعداد رو شده در پرتاب ۳ تاس به‌ترتیب برابر ۳ و ۱۸ است.

داریم: $n(S) = ۶^۳ = ۲۱۶$

$$P(۴)+P(۶)+P(۸)+P(۱۰)+P(۱۲)+P(۱۴)+P(۱۶)+P(۱۸)$$

$$= \frac{۱}{۲} \Rightarrow P(A) = \frac{۱}{۲} - P(۴)$$

حالت‌هایی که مجموع سه تاس برابر ۴ باشد، عبارتند از: $(۲,۱,۱),(۱,۲,۱),(۱,۱,۲)$

بنابراین $P(۴) = \frac{۳}{۲۱۶}$ است و در نتیجه داریم:

$$P(A) = \frac{۱}{۲} - \frac{۳}{۲۱۶} = \frac{۱۰۵}{۲۱۶} = \frac{۳۵}{۷۲}$$

(جبر و احتمال - احتمال: صفحه‌های ۸۲ تا ۹۵ و ۱۱۳)

---

۱ ✓ ۲ ۳ ۴

-۱۲۸ (مرتضی فهیم‌علوی)

ابتدا حالاتی را محاسبه می‌کنیم که در آنها حداقل یک ۵ ظاهر شده باشد تا حاصلضرب بر ۵ بخش‌پذیر باشد. برای این کار از اصل متمم داریم:

$$۶^۳ - ۵^۳ = ۹۱$$

حال از این ۹۱ حالت، باید حالاتی را کم کنیم که هیچ عدد زوجی ظاهر نشده باشد تا بدین گونه، حالاتی را که حداقل یک عدد زوج وجود دارد به‌دست آوریم:

تنها یک عدد ۵ ظاهر شود و دو عدد دیگر فرد باشند. $= \binom{۳}{۱} \times ۲^۲ = ۱۲$

دو عدد ۵ ظاهر شود و عدد دیگر فرد باشد. $= \binom{۳}{۲} \times ۲ = ۶$

سه عدد ۵ ظاهر شود $= \binom{۳}{۳} = ۱$

۱ ۲ ✓ ۳ ۴

www.riazisara.ir دانلود از سایت ریاضی سرا

۱۲۹- (مرتضی فهیم‌علوی)

اگر مهره‌های سفید را با w و مهره‌های سیاه را با b نمایش دهیم، آن‌گاه حالت‌هایی که مجموع اعداد دو مهره برابر ۴ باشند، عبارت است از:

$$\{w_1w_3, b_1b_3, w_1b_3, w_2b_2, w_3b_1\}$$

در بین این حالت‌ها، تنها دو حالت w_1w_2 و b_1b_3، شامل دو مهرهٔ همرنگ است و در نتیجه احتمال مورد نظر برابر $\frac{2}{5}$ است.

(ریاضیات گسسته - احتمال: صفحه‌های ۷۹ تا ۸۲)

۱ ۲ ۳ ۴✓

۱۳۰- (عباس اسدی‌امیرآبادی)

$$P(B \mid A) = \frac{P(A \cap B)}{P(A)} = \frac{P(A).P(B)}{P(A)} = P(B) = \frac{1}{4}$$

$$\Rightarrow P(B') = \frac{3}{4}$$

$$P(A \cup B) = P(A) + P(B) - P(A \cap B)$$

$$= P(A) + P(B) - P(A).P(B)$$

$$= \frac{5}{9} + \frac{1}{4} - \frac{5}{9} \times \frac{1}{4} = \frac{20+9}{36} - \frac{5}{36} = \frac{24}{36} = \frac{2}{3}$$

$$\frac{P(A \cap B')}{P(A \cup B)} = \frac{P(A) \times P(B')}{\frac{2}{3}} = \frac{\frac{5}{9} \times \frac{3}{4}}{\frac{2}{3}} = \frac{5}{8}$$

تذکر: اگر A و B مستقل باشند، A و B' نیز مستقل هستند.

(ریاضیات گسسته - احتمال: صفحه‌های ۸۳ تا ۸۵)

۱✓ ۲ ۳ ۴

ریاضي ، ریاضي پایه ، مثلثات - ۱۳۹۷۰۱۳۱
دانلود از سایت ریاضی سرا
www.riazisara.ir

۱۰۱- (فریدون ساعتی)

فرض می‌کنیم $\frac{\pi x}{۵} = t$، بنابراین $y = |\sin t|$ است، اگر نمودار این تابع را رسم کنیم مشخص است که رفتار تابع $y = |\sin t|$ در فواصلی به طول π تکرار می‌شود. یعنی دوره تناوب $y = |\sin t|$ برابر با π است. بنابراین: $\frac{\pi x}{۵} = \pi$ یعنی $x = ۵$؛ پس دورهٔ تناوب اصلی تابع برابر با ۵ است.

روش دوم:

$$y = \left|\sin \frac{\pi(x+T)}{۵}\right| = \left|\sin \frac{\pi x}{۵}\right|$$

$$\Rightarrow \left|\sin \frac{\pi x + \pi T}{۵}\right| = \left|\sin \frac{\pi x}{۵}\right| \Rightarrow \left|\sin(\frac{\pi x}{۵} + \frac{\pi T}{۵})\right| = \left|\sin \frac{\pi x}{۵}\right|$$

بنابراین باید در تساوی فوق $\frac{\pi T}{۵}$ برابر با π باشد $(|\sin(x \pm \pi)| = |\sin x|)$ یعنی $T = ۵$.

(حسابان - تابع: صفحه‌های ۹۶ تا ۱۰۲ و ریاضی ۲ - مثلثات: صفحه‌های ۱۴۵ تا ۱۵۲)

۱ ۲ ۳ ۴✓

۱۰۲- (فریدون ساعتی)

می‌دانیم $\tan(\pi - \alpha) = -\tan \alpha$ بنابراین:

$$A = [\tan \frac{\pi}{۵}] + [\tan \frac{۲\pi}{۵}] + [\tan(\pi - \frac{۲\pi}{۵})] + [\tan(\pi - \frac{\pi}{۵})]$$

$$\Rightarrow A = [\tan \frac{\pi}{۵}] + [\tan \frac{۲\pi}{۵}] + [-\tan \frac{۲\pi}{۵}] + [-\tan \frac{\pi}{۵}]$$

$$\Rightarrow A = ([\tan \frac{\pi}{۵}] + [-\tan(\frac{\pi}{۵})] + ([\tan \frac{۲\pi}{۵}] + [-\tan \frac{۲\pi}{۵}])$$

می‌دانیم $\tan \frac{\pi}{۵}, \tan \frac{۲\pi}{۵} \notin Z$. از طرفی اگر $x \notin Z$، آن‌گاه $[x] + [-x] = -۱$، بنابراین:

$$A = (-۱) + (-۱) = -۲$$

(حسابان - تابع: صفحه‌های ۹۹ تا ۱۰۲ و مثلثات: صفحه‌های ۱۰۶ تا ۱۱۰)

۱✓ ۲ ۳ ۴

www.riazisara.ir دانلود از سایت ریاضی سرا

-۱۰۵

$$۱۷^\circ + ۲۸^\circ = ۴۵^\circ \Rightarrow \cot(۱۷^\circ + ۲۸^\circ) = \cot ۴۵^\circ = ۱$$

می‌دانیم $\cot(a+b) = \dfrac{\cot a \cot b - ۱}{\cot a + \cot b}$، بنابراین:

$$\frac{\cot ۱۷^\circ \cot ۲۸^\circ - ۱}{\cot ۲۸^\circ + \cot ۱۷^\circ} = \cot ۴۵^\circ = ۱$$

$$\cot ۲۸^\circ + \cot ۱۷^\circ = \cot ۱۷^\circ \cot ۲۸^\circ - ۱$$

$$\Rightarrow \cot ۲۸^\circ + \cot ۱۷^\circ - \cot ۱۷^\circ \cot ۲۸^\circ - ۱ = -۲$$

$$\Rightarrow (۱ - \cot ۱۷^\circ)(\cot ۲۸^\circ - ۱) = -۲$$

(حسابان - مثلثات: صفحه‌های ۱۰۶ تا ۱۱۷)

۱ ۲ ۳✓ ۴

$$\Rightarrow \sin ۶۵^\circ \cos ۵۰^\circ = \frac{۱}{۲}(\sin ۱۱۵^\circ + \sin ۱۵^\circ)$$

$$\Rightarrow \frac{۱}{۲}\sin ۶۵^\circ \cos ۵۰^\circ - \frac{۱}{۴}\sin ۶۵^\circ$$

$$= \frac{۱}{۲} \times \frac{۱}{۲}(\sin ۱۱۵^\circ + \sin ۱۵^\circ) - \frac{۱}{۴}\sin ۶۵^\circ$$

$$= \frac{۱}{۴}\sin ۱۱۵^\circ + \frac{۱}{۴}\sin ۱۵^\circ - \frac{۱}{۴}\sin ۶۵^\circ = \frac{۱}{۴}\sin ۱۵^\circ = \frac{۱}{۴}\cos ۷۵^\circ$$

توجه کنید که $۱۱۵^\circ + ۶۵^\circ = ۱۸۰^\circ$ پس $\sin ۱۱۵^\circ = \sin ۶۵^\circ$. پس

جواب نهایی برابر $\dfrac{۱}{۴}$ است.

نکته: $\sin\alpha \sin(۶۰ - \alpha)\sin(۶۰ + \alpha) = \dfrac{۱}{۴}\sin ۳\alpha$

با استفاده از این نکته:

$$\alpha = ۵^\circ \Rightarrow \sin ۵^\circ \sin ۵۵^\circ \sin ۶۵^\circ = \frac{۱}{۴}\sin ۳\alpha = \frac{۱}{۴}\sin ۱۵^\circ$$

(حسابان - مثلثات: صفحه‌های ۱۱۰ تا ۱۱۷)

۱ ۲✓ ۳ ۴

www.riazisara.ir دانلود از سایت ریاضی سرا

۱۰۷- (محمد مصطفی ابراهیمی)

$$\sin x\cos^{۵} x-\cos x\sin^{۵} x=\sin x.\cos x(\cos^{۴} x-\sin^{۴} x)$$

$$=\frac{۱}{۲}\sin ۲x(\cos^{۲} x-\sin^{۲} x)(\cos^{۲} x+\sin^{۲} x)$$

$$=\frac{۱}{۲}\sin ۲x\cos ۲x=\frac{۱}{۴}\sin ۴x=\frac{۱}{۴}\Rightarrow \sin ۴x=۱$$

$$\Rightarrow ۴x=۲k\pi+\frac{\pi}{۲}\Rightarrow x=\frac{۲k\pi}{۴}+\frac{\pi}{۸}=\frac{k\pi}{۲}+\frac{\pi}{۸}$$

(حسابان - مثلثات: صفحه‌های ۱۱۸ تا ۱۲۳)

۱ ۲ ۳ ۴✓

۱۰۸- (حبیب شفیعی)

$$\sin ۳x+\sin(-x)=۲\sin x\cos ۲x$$

$$\cos ۳x+\cos x=۲\cos ۲x\cos x$$

$$۲\sin x\cos ۲x=۲\cos ۲x\cos x$$

$$\Rightarrow ۲\cos ۲x(\sin x-\cos x)\Rightarrow\begin{cases}\cos ۲x=۰\\ \sin x=\cos x\Rightarrow \tan x=۱\end{cases}$$

$$\cos ۲x=۰\Rightarrow ۲x=k\pi+\frac{\pi}{۲}\Rightarrow x=\frac{k\pi}{۲}+\frac{\pi}{۴}$$

$$\Rightarrow\{\frac{\pi}{۴},\frac{۳\pi}{۴},\frac{۵\pi}{۴},\frac{۷\pi}{۴}\}$$

$$\tan x=۱\Rightarrow x=k\pi+\frac{\pi}{۴}\Rightarrow\{\frac{\pi}{۴},\frac{۵\pi}{۴}\}$$

پس معادله دارای ۴ جواب است.

(حسابان - مثلثات: صفحه‌های ۱۱۸ تا ۱۲۳)

۱ ۲ ۳ ۴✓

www.riazisara.ir دانلود از سایت ریاضی سرا

-۱۰۹

$$\sin^{-1}(\frac{۳}{۴}) = \alpha \rightarrow \sin\alpha = \frac{۳}{۴}$$

$$\rightarrow \cos\alpha = \sqrt{۱-\sin^{۲}\alpha} = \sqrt{۱-\frac{۹}{۱۶}} = \frac{\sqrt{۷}}{۴}$$

در نتیجه:

$$\tan\alpha = \frac{\sin\alpha}{\cos\alpha} = \frac{\frac{۳}{۴}}{\frac{\sqrt{۷}}{۴}} = \frac{۳}{\sqrt{۷}}$$

بنابراین:

$$\tan ۲\alpha = \frac{۲\tan\alpha}{۱-\tan^{۲}\alpha} = \frac{۲\times\frac{۳}{\sqrt{۷}}}{۱-\frac{۹}{۷}} = \frac{\frac{۶}{\sqrt{۷}}}{\frac{-۲}{۷}} = \frac{-۴۲}{۲\sqrt{۷}}$$

$$= \frac{-۲۱}{\sqrt{۷}}\times\frac{\sqrt{۷}}{\sqrt{۷}} = -۳\sqrt{۷}$$

(حسابان - مثلثات: صفحه‌های ۱۲۴ تا ۱۳۰)

۱ ۲✓ ۳ ۴

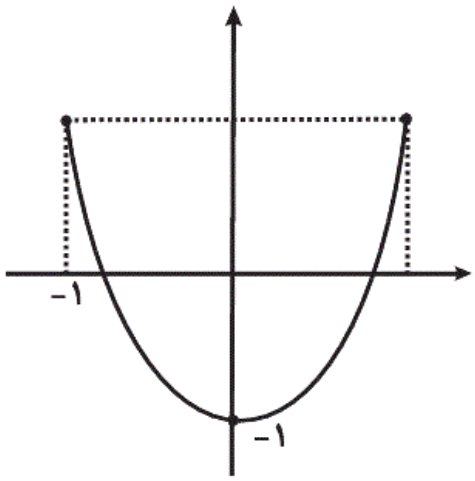
www.riazisara.ir دانلود از سایت ریاضی سرا

۱۱۰- (فریدون ساعتی)

فرض می‌کنیم $\cos^{-1} x = \alpha$ بنابراین $x = \cos\alpha$ و $-1 \le x \le 1$ (۱).

از طرفی: $y = \cos(2\cos^{-1} x) = \cos(2\alpha) = 2\cos^2 \alpha - 1$

$(1) \Rightarrow y = 2x^2 - 1, -1 \le x \le 1$



یعنی نمودار فوق قسمتی از یک سهمی است.

(حسابان - مثلثات: صفحه‌های ۱۲۴ تا ۱۳۰)

۱ ۲ ۳✓ ۴

ریاضي ، ریاضي پایه ، تابع حسابان - ۱۳۹۷۰۱۳۱

۱۰۳- (کیا مقدس نیاک)

$$f(x) = \left|3x - [3x + \frac{5}{2}]\right| = \left|(3x + \frac{5}{2}) - [3x + \frac{5}{2}] - \frac{5}{2}\right|$$

$$\xrightarrow{0 \le a-[a] < 1} 0 \le (3x + \frac{5}{2}) - [3x + \frac{5}{2}] < 1$$

$$\Rightarrow -\frac{5}{2} \le (3x + \frac{5}{2}) - [3x + \frac{5}{2}] - \frac{5}{2} < -\frac{3}{2}$$

$$\Rightarrow \frac{3}{2} < \left|(3x + \frac{5}{2}) - [3x + \frac{5}{2}] - \frac{5}{2}\right| \le \frac{5}{2} \Rightarrow \frac{3}{2} < f(x) \le \frac{5}{2}$$

$$R_f = (\frac{3}{2}, \frac{5}{2}]$$

(حسابان - تابع: صفحه‌های ۹۶ تا ۱۰۲)

۱ ۲✓ ۳ ۴

www.riazisara.ir دانلود از سایت ریاضی سرا

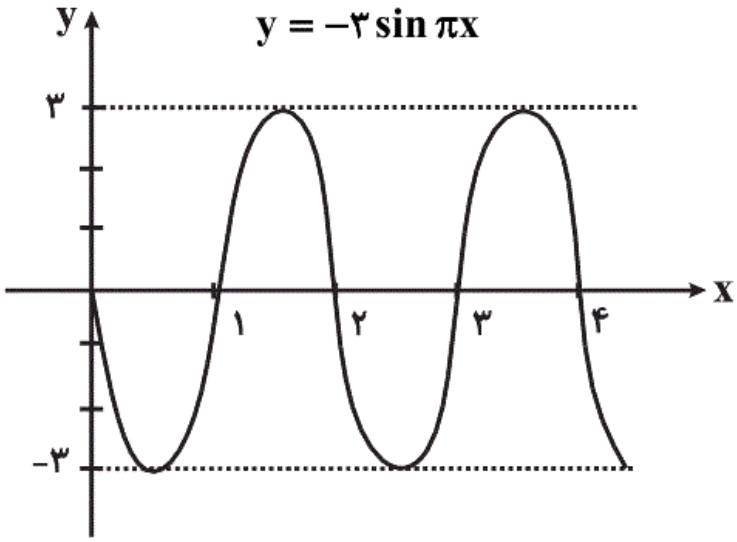
۱۰۴- (علی اکبر علیزاده)

اگر $[x]$ زوج باشد $\Rightarrow f(x) = -|f(x)| \Rightarrow f(x) \leq 0$

اگر $[x]$ فرد باشد $\Rightarrow -f(x) = -|f(x)| \Rightarrow f(x) \geq 0$

تابع f باید به گونه‌ای باشد که وقتی جزء صحیح x زوج است (یعنی مثلاً $0 \leq x < 1$ یا $2 \leq x < 3$ یا ...) مقدار f منفی یا صفر باشد و وقتی $[x]$ فرد است (یعنی مثلاً $1 \leq x < 2$ یا $3 \leq x < 4$ و...) مقدار f مثبت یا صفر باشد.

با رسم نمودار $y = -3\sin \pi x$ ملاحظه می‌شود این تابع، دارای این ویژگی است.



(ریاضی ۲ - مثلثات: صفحه‌های ۱۴۵ تا ۱۵۲ و حسابان - تابع: صفحه‌های ۹۶ تا ۱۰۲)

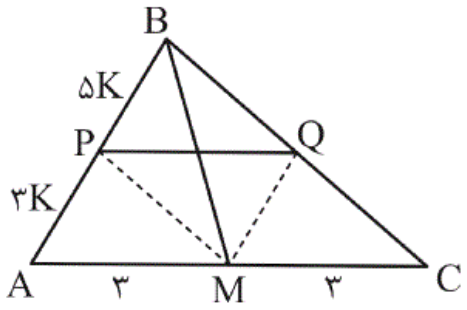
۱ ۲✓ ۳ ۴

ریاضي ، هندسه ۲ - گواه ، استدلال (هندسه‌ی ۲) ، استدلال در هندسه - ۱۳۹۷۰۱۳۱

www.riazisara.ir دانلود از سایت ریاضی سرا

-۱۴۱ (سراسری ریاضی- ۹۳)

با توجه به قضیهٔ نیمسازها داریم:



$$\left.\begin{matrix}\frac{BP}{AP}=\frac{BM}{AM}\\ \frac{BQ}{CQ}=\frac{BM}{MC}\end{matrix}\right\}\xrightarrow{AM=MC}\frac{BP}{AP}=\frac{BQ}{CQ}$$

از تساوی اخیر با توجه به عکس قضیهٔ تالس نتیجه می‌شود PQ و AC موازیند.

طبق قضیهٔ تالس: $\frac{PQ}{AC}=\frac{BP}{AB}=\frac{۵K}{۸K}=\frac{۵}{۸}\Rightarrow\frac{PQ}{۶}=\frac{۵}{۸}\Rightarrow PQ=۳/۷۵$

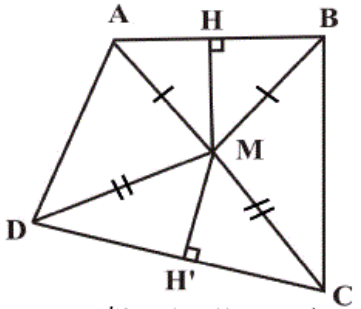
(هندسه ۲ – استدلال در هندسه: صفحه‌های ۱۳ و ۱۴)

۱ ۲ ۳✓ ۴

-۱۴۲ (سراسری ریاضی – ۹۲)

نقطهٔ M روی عمودمنصف AB است، پس $MA=MB$. هم‌چنین نقطهٔ M روی عمودمنصف CD است، پس $MC=MD$.

$$\left.\begin{matrix}MB=MA\\ MC=MD\\ BC>AD\end{matrix}\right\}\xrightarrow{\text{عکس قضیهٔ لولا}}\hat{BMC}>\hat{AMD}$$

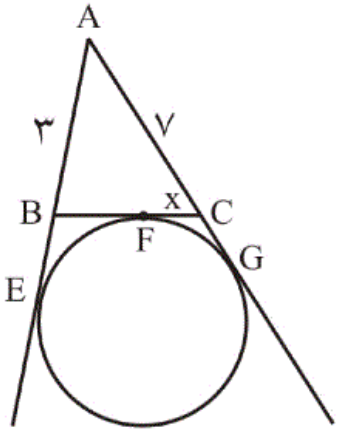


(هندسه ۲ – استدلال در هندسه: صفحه‌های ۲۷ و ۲۸)

۱ ۲ ۳✓ ۴

-۱۴۳ (سراسری ریاضی- ۸۳)

اگر $CF = x$، آنگاه $BF = ۵ - x$ و چون $BF = BE$، پس $BE = ۵ - x$ است.



طول دو مماس رسم شده از A بر دایره یکسان است، پس داریم:

$$AE = AG \Rightarrow ۳ + (۵ - x) = ۷ + x$$

$$\Rightarrow x = \frac{۱}{۲}$$

$$BF = ۵ - \frac{۱}{۲} = \frac{۹}{۲}$$

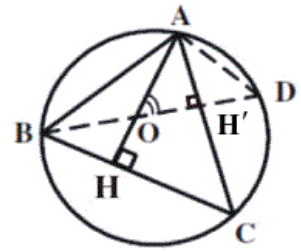
$$\frac{CF}{BF} = \frac{\frac{۱}{۲}}{\frac{۹}{۲}} = \frac{۱}{۹}$$

(هندسه ۲ - دایره: صفحه‌های ۵۱ تا ۵۳)

۱ ✓ ۲ ۳ ۴

-۱۴۴ (سراسری ریاضی-۹۲)

با توجه به این‌که O محل تلاقی ارتفاع‌های مثلث ABC است، پس ارتفاع گذرنده از رأس B بر پاره‌خط BD واقع است. داریم:



$$\left.\begin{array}{l} \overset{\Delta}{AOH'}: A\hat{O}D + C\hat{A}O = ۹۰^\circ \\ \overset{\Delta}{ACH}: A\hat{C}H + C\hat{A}O = ۹۰^\circ \end{array}\right\} \Rightarrow A\hat{O}D = A\hat{C}H$$

$$\xrightarrow{A\hat{C}H = A\hat{D}O = \frac{۱}{۲}\overset{\frown}{AB}} A\hat{O}D = A\hat{D}O$$

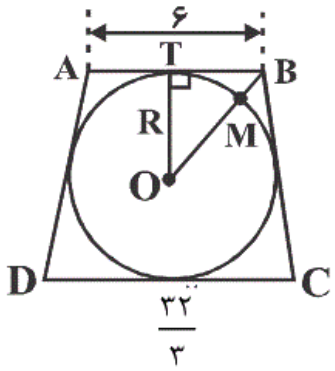
(هندسه ۲ - دایره: صفحه‌های ۵۶ تا ۵۹)

۱ ۲ ۳ ۴ ✓

www.riazisara.ir دانلود از سایت ریاضی سرا

۱۴۵- (سراسری ریاضی- ۸۷)

اگر ذوزنقهٔ متساوی‌الساقین بر یک دایره محیط باشد، آن‌گاه قطر دایرهٔ محاطی، واسطهٔ هندسی دو قاعدهٔ ذوزنقه است، یعنی داریم:



$$۴R^۲ = AB \times DC$$

$$\Rightarrow ۴R^۲ = ۶ \times \frac{۳۲}{۳} \Rightarrow R^۲ = ۱۶$$

$$\Rightarrow R = ۴$$

از طرفی چون $ABCD$ ذوزنقهٔ متساوی‌الساقین است، در نتیجه $AT = TB = \frac{AB}{۲} = ۳$، حال در مثلث قائم‌الزاویهٔ OTB، به محاسبهٔ BM که کوتاه‌ترین فاصلهٔ رأس‌های ذوزنقه تا نقاط دایره است، می‌پردازیم:

$$\overset{\Delta}{OTB} : OB^۲ = OT^۲ + TB^۲ \Rightarrow (OM + MB)^۲ = R^۲ + TB^۲$$

$$\Rightarrow (۴ + MB)^۲ = ۴^۲ + ۳^۲ = ۲۵ \Rightarrow ۴ + MB = ۵$$

$$\Rightarrow MB = ۱$$

(هندسه ۲ - دایره: صفحه‌های ۵۲ و ۵۳)

۱ ۲ ۳✓ ۴

ریاضي ، هندسه ۲ - گواه ، تبدیل‌ها - ۱۳۹۷۰۱۳۱

۱۴۶- (آزاد ریاضی- ۸۲)

$$T_۱(x,y) = (x+۱, y+۱) = (X,Y)$$

$$\Rightarrow \begin{cases} x = X - ۱ \\ y = Y - ۱ \end{cases} \Rightarrow Y - ۱ = ۲(X-۱) \Rightarrow ۲X - Y - ۱ = ۰$$

$$T_۲(x,y) = (\frac{x}{۲}, \frac{y}{۲}) = (X,Y)$$

$$\Rightarrow \begin{cases} x = ۲X \\ y = ۲Y \end{cases} \Rightarrow ۲Y = ۴X \Rightarrow ۲X - Y = ۰$$

که فاصلهٔ بین این دو خط موازی برابر است با:

$$d = \frac{|-۱-۰|}{\sqrt{۲^۲ + ۱^۲}} = \frac{۱}{\sqrt{۵}} = \frac{\sqrt{۵}}{۵}$$

(هندسه ۲ - تبدیل‌های هندسی: صفحه‌های ۹۱ تا ۹۶ و ۱۱۹ تا ۱۲۲)

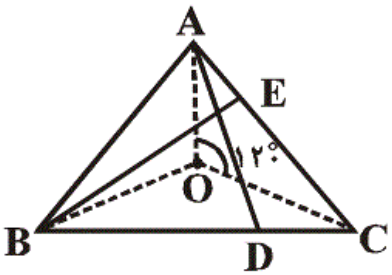
۱ ۲ ۳ ۴✓

www.riazisara.ir دانلود از سایت ریاضی سرا

۱۴۷- *(کتاب آبی هندسه پایه - سوال ۱۳ صفحه‌ی ۱۵۶)*

دو پاره‌خط AD و BE دوران یافتهٔ یک‌دیگر نسبت به محل برخورد میانه‌ها و به زاویه‌ای برابر 120° می‌باشند.

توجه کنید که C از دوران 120° حول O بر روی A قرار می‌گیرد و D از دوران 120° حول O بر روی E قرار می‌گیرد، یعنی AE و CD بر هم منطبق می‌شوند.



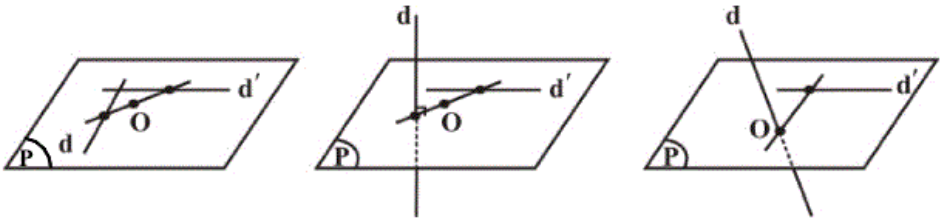
(هندسه ۲ - تبدیل‌های هندسی؛ صفحه‌های ۱۰۴ تا ۱۱۱ و ۱۲۳ تا ۱۲۶)

۱ ۲ ۳✓ ۴

ریاضي ، هندسه ۲ - گواه ، هندسه‌ی فضایي (هندسه‌ی ۲) ، هندسه‌ی فضایي - ۱۳۹۷۰۱۳۱

۱۴۸- *(سراسری ریاضی خارج کشور - ۸۵)*

با توجه به صورت سؤال، صفحهٔ شامل نقطهٔ O و خط d' را P می‌نامیم. برای هر یک از گزینه‌های «۱»، «۲» و «۳» شکلی رسم کرده‌ایم که درستی آن‌ها را نشان می‌دهد:



(۳) (۲) (۱)

در گزینهٔ «۴» که حالت $d \parallel P$ بیان شده است، توجه داشته باشید که تمام خطوط گذرا از نقطهٔ O و متقاطع با d' به تمامی در صفحهٔ P قرار دارند و نمی‌توانند با خط d که موازی صفحهٔ P است، متقاطع باشند.

(هندسه ۲ - هندسه در فضا؛ صفحه‌های ۱۳۳ تا ۱۴۷)

۱ ۲ ۳ ۴✓

www.riazisara.ir دانلود از سایت ریاضی سرا

۱۴۹- (سراسری ریاضی-۹۲)

در صورتی که خط d و صفحهٔ P متقاطع باشند، آن‌گاه می‌توان صفحهٔ P' را از نقطهٔ O به موازات P رسم کرد. در این‌صورت خط d، صفحهٔ P' را در نقطه‌ای مانند B قطع می‌کند. خطی که نقطهٔ O را به B وصل می‌کند، تنها خطی است که از O می‌گذرد و موازی صفحهٔ P بوده و d را قطع می‌کند. در صورتی که $d \subset P$، چنین خطی قابل رسم نیست و در صورتی که صفحهٔ گذرنده بر O و d، موازی صفحهٔ P باشد، بی‌شمار خط با این شرایط قابل رسم است. در صورتی‌که $d \parallel P$، یا یکی از دو حالت قبل اتفاق می‌افتد، یا صفحهٔ گذرنده بر O و d، موازی صفحهٔ P نبوده و در این‌صورت چنین خطی قابل رسم نیست.

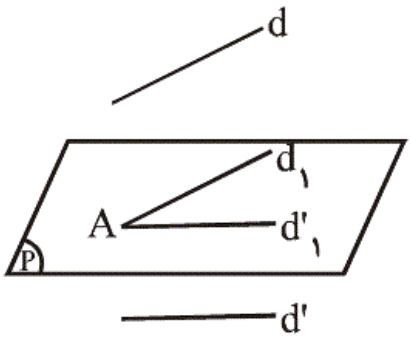
(هندسه ۲ - هندسه در فضا: صفحه‌های ۱۳۹ تا ۱۴۷)

۱ ۲ ۳✓ ۴

۱۵۰- (کتاب آبی هندسه پایه – سوال ۸۴۸)

از نقطه‌ی A، مطابق شکل، دو خط موازی با خط‌های d و d' رسم می‌کنیم (d'_1, d_1). از این دو خط متقاطع، فقط یک صفحه مانند P عبور می‌کند که این صفحه با دو خط d و d' موازی است. زیرا اگر خطی با یکی از خط‌های صفحه‌ای موازی باشد، با آن صفحه موازی است.

یادآوری: از هر نقطه بیرون یک خط، یک و تنها یک خط به موازات آن خط می‌گذرد.



(هندسه ۲ - هندسه در فضا: صفحه‌های ۱۳۹ تا ۱۴۷)

۱ ۲✓ ۳ ۴

www.kanoon.ir

www.riazisara.ir دانلود از سایت ریاضی سرا