



www.riazisara.ir سایت ویژه ریاضیات

درسنامه ها و جزوه های ریاضی

سوالات و پاسخنامه تشریحی کنکور

نمونه سوالات امتحانات ریاضی

نرم افزارهای ریاضیات

۰۰۹

کanal سایت ریاضی سرا در تلگرام:

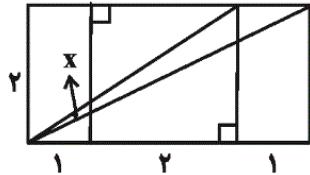
<https://t.me/riazisara>



(@riazisara)

ریاضی ، حسابان ۱ ، روابط مثلثاتی مجموع و تفاضل زوایا ، مثلثات - ۱۳۹۷۰۱۳۱

-۸۱ در مستطیل زیر، مقدار $\cos x$ کدام است؟



$$\frac{6}{\sqrt{65}} \quad (3)$$

$$\frac{15}{\sqrt{260}} \quad (4)$$

$$\frac{9}{\sqrt{260}} \quad (3)$$

$$\frac{8}{\sqrt{65}} \quad (1)$$

شما پاسخ نداده اید

-۸۲ اگر $\tan \theta = \frac{3}{4}$ باشد، مقدار $\cos 2\theta$ کدام است؟

$$-\frac{9}{25} \quad (4)$$

$$\frac{3}{5} \quad (3)$$

$$-\frac{7}{25} \quad (2)$$

$$\frac{7}{25} \quad (1)$$

شما پاسخ نداده اید

-۸۳ حاصل $\tan 60^\circ + \tan 15^\circ$ برابر کدام است؟

$$3 \quad (4)$$

$$2 \quad (3)$$

$$2\sqrt{3}-1 \quad (2)$$

$$2\sqrt{3} \quad (1)$$

شما پاسخ نداده اید

-۸۴ حاصل عبارت $\sin 75^\circ + \sqrt{3} \sin 15^\circ$ برابر کدام است؟

$$\frac{4\sqrt{3}}{5} \quad (4)$$

$$\sqrt{2} \quad (3)$$

$$\frac{2\sqrt{5}}{3} \quad (2)$$

$$\frac{3}{2} \quad (1)$$

شما پاسخ نداده اید

-۸۵ اگر $\sin(20^\circ + \alpha) = \frac{12}{13}$ باشد، حاصل $\cos(80^\circ + \alpha)$ کدام است؟ ($0 < \alpha < 20^\circ$)

$$\frac{5+12\sqrt{3}}{26} \quad (4)$$

$$\frac{5-12\sqrt{3}}{26} \quad (3)$$

$$\frac{5\sqrt{3}+12}{26} \quad (2)$$

$$\frac{5\sqrt{3}-12}{26} \quad (1)$$

شما پاسخ نداده اید

ریاضی ، حسابان ۱ ، مفهوم حد و فرایندهای حدی ، حد و پیوستگی - ۱۳۹۷۰۱۳۱

-۸۶ در کدام گزینه هیچ همسایگی راستی از نقطه داده شده نمی‌توان یافت که در دامنه تابع $f(x) = \frac{1}{2-[x]}$ قرار داشته باشد؟

(۱) نماد جزء صحیح است.

$$x = 0 \quad (4)$$

$$x = 3 \quad (3)$$

$$x = 2 \quad (2)$$

$$x = 1 \quad (1)$$

شما پاسخ نداده اید

-۸۷ اگر $(a-2, 3a+2)$ یک همسایگی نقطه $x=1$ باشد، حدود a کدام است؟

$$-\frac{1}{3} < a < 3 \quad (4)$$

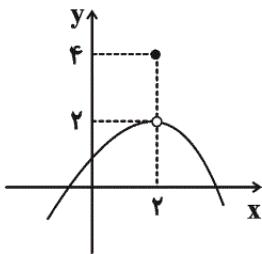
$$\frac{1}{3} < a < 1 \quad (3)$$

$$-\frac{1}{3} < a < 1 \quad (2)$$

$$\frac{1}{3} < a < 3 \quad (1)$$

شما پاسخ نداده اید

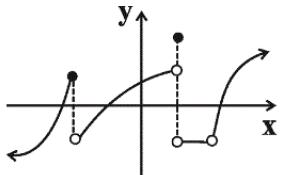
-۸۸- با توجه به شکل مقابل، مقدار $[\lim_{x \rightarrow 2^+} f(x)] - [\lim_{x \rightarrow 2^-} f(x)]$ کدام است؟ ([] نماد جزء صحیح است).



- (۱) صفر
- (۲) ۱
- (۳) -۱
- (۴) ۲

شما پاسخ نداده اید

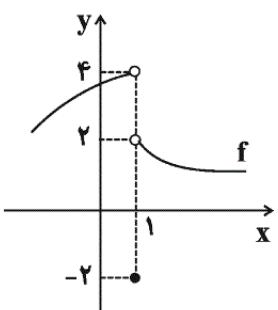
-۸۹- نمودار تابع f در شکل مقابل رسم شده است. این تابع در چند نقطه حد ندارد؟



- (۱) ۱
- (۲) ۲
- (۳) ۳
- (۴) ۴

شما پاسخ نداده اید

-۹۰- با توجه به نمودار مقابل، مقدار $(\frac{\lim_{x \rightarrow 1^+} f(x)}{\lim_{x \rightarrow 1^-} f(x)})$ کدام است؟



- (۱) ۱
- (۲) ۲
- (۳) -۲
- (۴) -۱

شما پاسخ نداده اید

-۹۲- تابع $f(x) = x([x] - 1)$ با دامنه $(-1, 2)$ مفروض است. این تابع در چند نقطه از دامنه اش حد ندارد؟ ([] نماد جزء صحیح است).

- (۱) ۱
- (۲) ۲
- (۳) ۳
- (۴) صفر

شما پاسخ نداده اید

-۹۳- مقدار $\lim_{x \rightarrow \pi^+} [\cos x] + \lim_{x \rightarrow \pi^-} [\cos x]$ کدام است؟ ([] نماد جزء صحیح است).

- (۱) صفر
- (۲) -۱
- (۳) ۱
- (۴) -۲

شما پاسخ نداده اید

-۹۵- اگر $f(x) = \begin{cases} ax^2 - b & x > 2 \\ bx + a - 1 & x \leq 2 \end{cases}$ آنگاه مقدار $a + b$ کدام است؟

- (۱) ۱
- (۲) ۲
- (۳) ۳
- (۴) ۴

شما پاسخ نداده اید

-۹۶- اگر تابع $f(x) = \begin{cases} 2[x] + ax & x < 2 \\ 3ax + 1 & x \geq 2 \end{cases}$ در $x = 2$ حد داشته باشد، مقدار $\lim_{x \rightarrow 2} f(x)$ کدام است؟ ([] نماد جزء صحیح است).

- (۱) $\frac{1}{4}$
- (۲) $\frac{1}{16}$
- (۳) $-\frac{1}{4}$
- (۴) $-\frac{1}{16}$

شما پاسخ نداده اید

۹۸ - اگر تابع $f(x) = a$ در $x = a$ حد داشته باشد، کدام تابع ممکن است در این نقطه حد نداشته باشد؟ ([]، نماد جزء صحیح است.)

$$y = \frac{x}{f'(x)+1} \quad (4)$$

$$y = [f(x)] \quad (3)$$

$$y = |f(x)| \quad (2)$$

$$y = f''(x) - 1 \quad (1)$$

شما پاسخ نداده اید

ریاضی ، حسابان ۱ ، قضایای حد ، حد و بیوستگی - ۱۳۹۷۰۱۳۱

۹۹ - اگر تابع f در $x = -1$ حد داشته و $\lim_{x \rightarrow -1} f(x) = 2$ باشد، حاصل کدام است؟

-۳ (۴)

۲ (۳)

۲ (۲)

-۲ (۱)

شما پاسخ نداده اید

۱۰۰ - اگر توابع f و g در $x = 2$ حد داشته باشند و $\lim_{x \rightarrow 2} (f + 3g)(x) = 5$ و $\lim_{x \rightarrow 2} (2f - g)(x) = 5$ آن‌گاه حاصل کدام است؟

-۲ (۴)

$-\frac{1}{2}$ (۳)

۲ (۲)

$\frac{1}{2}$ (۱)

شما پاسخ نداده اید

۹۷ - اگر تابع f در $x = a$ حد نداشته باشد و تابع g در این نقطه حد داشته باشد، کدام تابع قطعاً در این نقطه حد ندارد؟

$$\frac{f}{g} \quad (4)$$

$$\frac{g}{f} \quad (3)$$

$$f'g \quad (2)$$

$$f \cdot g \quad (1)$$

شما پاسخ نداده اید

۹۴ - اگر $\lim_{x \rightarrow 2} f(x) = 1$ و $f(x) = \frac{2x^2 + ax - 1}{x^2 + 4}$ مقدار a کدام است؟

-۲ (۴)

$\frac{1}{2}$ (۳)

۲ (۲)

۱ (۱)

شما پاسخ نداده اید

۹۱ - توابع f و g در اطراف $x = a$ تعریف شده‌اند و هر دو در این نقطه دارای حد هستند. اگر $\lim_{x \rightarrow a} (f \times g)(x) = 1$ و $\lim_{x \rightarrow a} (f + g)(x) = -6$ آن‌گاه

حاصل $\lim_{x \rightarrow a} (f^3 + g^3)$ کدام است؟

۱۷ (۴)

۱۵ (۳)

۱۳ (۲)

۱۲ (۱)

شما پاسخ نداده اید

ریاضی ، هندسه‌ی ۲ ، قضیه سینوس‌ها ، روابط طولی در مثلث - ۱۳۹۷۰۱۳۱

۱۲۳ - در مثلثی اندازه یک ضلع برابر ۳ واحد و زاویه روبرو به آن 30° درجه است. مجموع فواصل محل برخورد عمودمنصف‌های اضلاع این مثلث تا رئوس آن کدام است؟

۱۸ (۴)

۹ (۳)

۶ (۲)

۳ (۱)

شما پاسخ نداده اید

۱۲۴ - دو ایستگاه رادار، که در طرفین هواپیما و در فاصله یک کیلومتری از هم واقع‌اند، در یک زمان، هواپیمایی را با زاویه‌های 15° و 60° رصد کردند. فاصله

هواپیما از ایستگاه نزدیک‌تر چند کیلومتر است؟ ($\tan 15^\circ = 2 - \sqrt{3}$)

$2\sqrt{3}$ (۴)

$\sqrt{3}$ (۳)

$2 + \sqrt{3}$ (۲)

$2 - \sqrt{3}$ (۱)

شما پاسخ نداده اید

۱۲۵ - در مثلث متساوی‌الاضلاع ABC ، نقطه D روی ضلع AB به گونه‌ای قرار دارد که $AD = 2$ و $BD = 3$ است. اگر نقطه متغیر N روی ضلع BC قرار داشته باشد، اندازه کمترین مقدار $NA + ND$ کدام است؟

۸ (۴)

۷ (۳)

۶ (۲)

۵ (۱)

شما پاسخ نداده اید

۱۲۶ - در متوازی‌الاضلاع $ABCD$ ، اگر $\hat{A}DB = 2\hat{BDC}$ و $AB = \sqrt{2}AD$ باشد، آن‌گاه زاویه \hat{BAD} چند درجه است؟

۶۰ (۴)

۴۵ (۳)

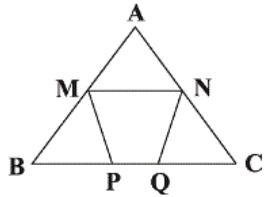
۳۰ (۲)

۱۵ (۱)

شما پاسخ نداده اید

ریاضی ، هندسه‌ی ۲ ، کاربرد تبدیل‌ها ، تبدیل‌های هندسی و کاربردها - ۱۳۹۷۰۱۳۱

۱۲۱ - در مثلث متساوی‌الساقین ABC ($AB = AC = 10$)، طول ارتفاع وارد بر قاعده برابر با ۸ واحد است. اگر M و N را به ترتیب وسط‌های اضلاع AB و AC بنامیم و P و Q را به فاصله ۱ واحد از هم روی BC اختیار کنیم تا چهارضلعی $MPQN$ ایجاد شود، کمترین مقدار محیط این چهارضلعی کدام است؟



۴ + ۲√۸۹ (۲)

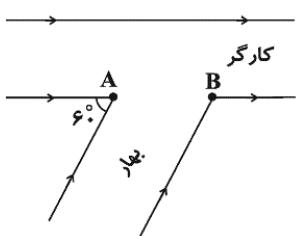
۴ + √۸۹ (۱)

۷ + ۲√۸۹ (۴)

۷ + √۸۹ (۳)

شما پاسخ نداده اید

۱۲۲ - شکل زیر تقاطع دو خیابان کارگر و بهار، به ترتیب با عرض‌های ثابت ۴ و $\sqrt{27}$ را نشان می‌دهد. شخصی می‌خواهد از نقطه A ، ابتدا به سمت دیگر خیابان کارگر رفته و سپس به نقطه B برود. طول کوتاه‌ترین مسیر ممکن کدام است؟



۱۱ (۱)

۱۰ (۲)

۹ (۳)

۸ (۴)

شما پاسخ نداده اید

ریاضی ، هندسه‌ی ۲ ، قضیه کسینوس‌ها ، روابط طولی در مثلث - ۱۳۹۷۰۱۳۱

۱۲۷ - اندازه دو ضلع مثلثی ۴ و ۶ و مجموع اندازه زوایای رویه‌روی این اضلاع، ۶۰ درجه است. اندازه ضلع سوم مثلث کدام است؟

۲√۱۹ (۴)

۲√۱۱ (۳)

۲√۷ (۲)

۲√۱۷ (۱)

شما پاسخ نداده اید

۱۲۸ - اگر در مثلث ABC ، $c = 2b$ و $a = \sqrt{2}b$ باشد، $\cos \hat{A}$ کدام است؟

$\frac{4}{7}$ (۴)

$\frac{3}{4}$ (۳)

$\frac{1}{2}$ (۲)

$\frac{1}{4}$ (۱)

شما پاسخ نداده اید

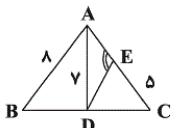
۱۲۹ - مطابق شکل در مثلث متساوی‌الاضلاع ABC به طول ضلع ۸، نقطه D به فاصله ۷ از رأس A قرار دارد. اگر نقطه E به فاصله ۵ واحد از رأس C قرار داشته باشد، اندازه زاویه AED چند درجه است؟ ($CD > BD$)

۱۲۰ (۲)

۱۵۰ (۴)

۱۰۵ (۱)

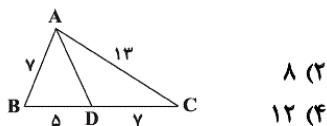
۱۳۵ (۳)



شما پاسخ نداده اید

۷ (۱)

۱۰ (۳)



۸ (۲)

۱۲ (۴)

شما پاسخ نداده اید

ریاضی ، حسابان ۱ - سوالات موازی ، نسبت های مثلثاتی برخی زوایا ، مثلثات - ۱۳۹۷۰۱۳۱

۱۱۱ - اگر $\cot ۹۱^\circ + \cot ۹۲^\circ + \cot ۹۳^\circ + \dots + \cot ۱۷۹^\circ = A = \tan ۱^\circ + \tan ۲^\circ + \tan ۳^\circ + \dots + \tan ۸۹^\circ$ و $B = \cot ۹۱^\circ + \cot ۹۲^\circ + \dots + \cot ۱۷۹^\circ$ آن‌گاه کدام رابطه بین A و B برقرار است؟

AB = -۸۹ (۴)

AB = ۸۹ (۳)

A = -B (۲)

A = B (۱)

شما پاسخ نداده اید

$$A = \frac{\sin(\frac{11\pi}{2} - \alpha) + \sin(18\pi - \alpha)}{\sin(7\pi + \alpha) + \sin(\frac{17\pi}{2} + \alpha)}$$

کدام است؟ $\tan \alpha = \frac{1}{2}$ - اگر $\cot ۹۱^\circ + \cot ۹۲^\circ + \dots + \cot ۱۷۹^\circ$ آن‌گاه حاصل

۳ (۴)

-۳ (۳)

۱ (۲)

-۱ (۱)

شما پاسخ نداده اید

$$\cos ۳x = \frac{1-m}{2} \quad -\frac{\pi}{9} < x < \frac{\pi}{9}$$

باشد، در این صورت حدود m کدام است؟

$-1 < m \leq 0$ (۴) $0 \leq m \leq 1$ (۳) $-1 \leq m < 0$ (۲) $0 < m \leq 1$ (۱)

شما پاسخ نداده اید

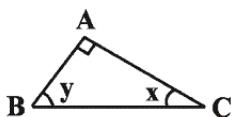
$$\frac{\sin ۲۲۰^\circ + \cos ۳۲۰^\circ}{\cos ۳۱۰^\circ + \sin ۱۳۰^\circ} = ۰/۰۹$$

باشد، مقدار $\cot ۴۰^\circ$ تقریباً کدام است؟

۱ (۴) ۱/۲ (۳) ۱/۸ (۲) ۰/۸ (۱)

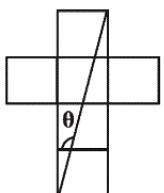
شما پاسخ نداده اید

۱۱۵ - در مثلث مقابل، اگر $\cos(۲x+y) = -\frac{1}{4}$ باشد، حاصل $\tan x$ کدام است؟

 $\frac{1}{\sqrt{15}}$ (۴) $\frac{2}{\sqrt{15}}$ (۳) $\frac{3}{4}$ (۲) $\frac{1}{2}$ (۱)

شما پاسخ نداده اید

۱۱۶ - اگر شکل مقابل باز شده یک مکعب به ضلع واحد باشد، مقدار $\sin \theta$ کدام است؟

 $\frac{3}{\sqrt{10}}$ (۳) $\frac{1}{4}$ (۱) $\frac{3}{4}$ (۴) $\frac{4}{\sqrt{17}}$ (۳)

شما پاسخ نداده اید

۱۱۷ - اگر $\alpha + \beta = \frac{3\pi}{2}$ و $A = ۷\sin \alpha + ۲\cos \beta - ۲$ آن‌گاه بیشترین مقدار عبارت مثلثاتی

۳ (۴)

۵ (۳)

۷ (۲)

۹ (۱)

شما پاسخ نداده اید

۱۱۹ - حاصل عبارت $\frac{\sqrt{3} \cos \lambda^\circ + \sin \lambda^\circ}{\cos 56^\circ}$ با کدام گزینه برابر است؟

$4 \sin 24^\circ$ (۲)

$2 \sin 34^\circ$ (۱)

$4 \cos 24^\circ$ (۴)

$2 \cos 34^\circ$ (۳)

شما پاسخ نداده اید

۱۰۹ - حاصل عبارت $\frac{3 \sin 20^\circ - 2 \cos 110^\circ}{\cos 70^\circ}$ کدام است؟

۴ (۴)

۵ (۳)

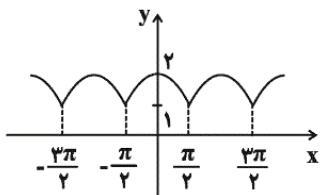
۳ (۲)

۱ (۱)

شما پاسخ نداده اید

ریاضی ، حسابان ۱ - سوالات موازی ، توابع مثلثاتی ، مثلثات - ۱۳۹۷۰۱۳۱

۱۱۸ - نمودار مربوط به کدام یک از توابع مثلثاتی زیر می‌تواند باشد؟



$y = |\sin x| + 1$ (۱)

$y = |\cos x| + 1$ (۲)

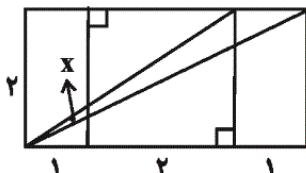
$y = |\sin x| - 1$ (۳)

$y = |\cos x| - 1$ (۴)

شما پاسخ نداده اید

ریاضی ، حسابان ۱ - سوالات موازی ، روابط مثلثاتی مجموع و تفاضل زوایا ، مثلثات - ۱۳۹۷۰۱۳۱

۱۰۱ - در مستطیل زیر، مقدار $\cos x$ کدام است؟



$\frac{6}{\sqrt{65}}$ (۲)

$\frac{1}{\sqrt{65}}$ (۱)

$\frac{15}{\sqrt{260}}$ (۴)

$\frac{9}{\sqrt{260}}$ (۳)

شما پاسخ نداده اید

۱۰۲ - اگر $\tan \theta = \frac{3}{4}$ باشد، مقدار $\cos 2\theta$ کدام است؟

$-\frac{9}{25}$ (۴)

$-\frac{3}{5}$ (۳)

$-\frac{7}{25}$ (۲)

$\frac{7}{25}$ (۱)

شما پاسخ نداده اید

۱۰۳ - حاصل عبارت $\tan 15^\circ + \tan 60^\circ$ برابر کدام است؟

۳ (۴)

۲ (۳)

$2\sqrt{3} - 1$ (۲)

$2\sqrt{3}$ (۱)

شما پاسخ نداده اید

۱۰۴ - حاصل عبارت $\sin 75^\circ + \sqrt{2} \sin 15^\circ$ برابر کدام است؟

$\frac{4\sqrt{3}}{5}$ (۴)

$\sqrt{2}$ (۳)

$\frac{2\sqrt{5}}{3}$ (۲)

$\frac{3}{2}$ (۱)

شما پاسخ نداده اید

$$(\circ < \alpha < 70^\circ + \alpha) \text{ باشد، حاصل } \cos(20^\circ + \alpha) = \frac{12}{13} - 105$$

$$\frac{5\sqrt{3} + 12}{26} \quad (2)$$

$$\frac{5\sqrt{3} - 12}{26} \quad (1)$$

$$\frac{5 + 12\sqrt{3}}{26} \quad (4)$$

$$\frac{5 - 12\sqrt{3}}{26} \quad (3)$$

شما پاسخ نداده اید

$$A = \cos 2x - \cos 4x \text{ باشد، حاصل } \cos x = \frac{\sqrt{14}}{4} - 120$$

$$-\frac{5}{8} \quad (4)$$

$$1 \quad (3)$$

$$-\frac{3}{8} \quad (2)$$

$$\frac{5}{8} \quad (1)$$

شما پاسخ نداده اید

$$A = \tan 4x \cdot \cot 2x - \tan 2x \cdot \tan 4x - 110 \text{ حاصل}$$

$$-1 \quad (4)$$

$$-2 \quad (3)$$

$$2 \quad (2)$$

$$1 \quad (1)$$

شما پاسخ نداده اید

$$- 108 \text{ اگر } \sin 37^\circ = 0/6 \text{ باشد، آن‌گاه } \sin 16^\circ \text{ تقریباً کدام است؟}$$

$$0/28 \quad (2)$$

$$0/2 \quad (1)$$

$$0/8 \quad (4)$$

$$0/3 \quad (3)$$

شما پاسخ نداده اید

ریاضی ، حسابان ۱ - سوالات موازی ، مفهوم حد و فرایندهای حدی ، حد و پیوستگی - ۱۳۹۷۰۱۳۱

$$- 106 \text{ در کدام گزینه هیچ همسایگی راستی از نقطه داده شده نمی‌توان یافت که در دامنه تابع } f(x) = \frac{1}{2 - |x|} \text{ قرار داشته باشد؟}$$

() ، نماد جزء صحیح است.

$$x = 0 \quad (4)$$

$$x = 3 \quad (3)$$

$$x = 2 \quad (2)$$

$$x = 1 \quad (1)$$

شما پاسخ نداده اید

$$- 107 \text{ اگر } (a - 2, 3a + 2) \text{ یک همسایگی نقطه } x = 1 \text{ باشد، حدود } a \text{ کدام است؟}$$

$$-\frac{1}{3} < a < 1 \quad (2)$$

$$\frac{1}{3} < a < 3 \quad (1)$$

$$-\frac{1}{3} < a < 3 \quad (4)$$

$$\frac{1}{3} < a < 1 \quad (3)$$

شما پاسخ نداده اید

ریاضی ، هندسه ۲- سوالات موازی ، قضیه سینوس ها ، روابط طولی در مثلث - ۱۳۹۷۰۱۳۱

$$- 145 \text{ در مثلث } ABC \text{ هرگاه } \hat{C} = 15^\circ, \hat{B} = 45^\circ, AB = 4\sqrt{2} \text{ و } \hat{A} = 45^\circ \text{ باشد، طول نیمساز داخلی رأس } A \text{ چقدر است؟}$$

$$4(\sqrt{6} + \sqrt{2}) \quad (4)$$

$$4(\sqrt{6} - \sqrt{2}) \quad (3)$$

$$2(\sqrt{6} + \sqrt{2}) \quad (2)$$

$$2(\sqrt{6} - \sqrt{2}) \quad (1)$$

شما پاسخ نداده اید

$$- 146 \text{ در متوازی‌الاضلاع } ABCD, \hat{A}DB = 2\hat{B}DC \text{ و } AB = \sqrt{2}AD \text{ باشد، آن‌گاه زاویه } \hat{BAD} \text{ چند درجه است؟}$$

$$60 \quad (4)$$

$$45 \quad (3)$$

$$30 \quad (2)$$

$$15 \quad (1)$$

شما پاسخ نداده اید

در مثلث ABC ، $AB = AC = 10\sqrt{6}$ ، $BC = 30$ ، $\hat{A} = 120^\circ$ و \hat{C} می باشد. اندازه زاویه C چند درجه است؟

۳۰ (۳)

۱۵ (۲)

۴۵ (۱)

شما پاسخ نداده اید

- در مثلث ABC داریم: $AB = 5$ ، $BC = 8$ و $\hat{B} = 60^\circ$. اندازه شعاع دایره محیطی این مثلث کدام است؟

$\frac{\sqrt{2}}{3}$ (۴)

$\frac{7\sqrt{2}}{2}$ (۳)

$\frac{7\sqrt{3}}{3}$ (۲)

$\frac{7}{2}$ (۱)

شما پاسخ نداده اید

- اگر در مثلث ABC داشته باشیم $(BC = a$ ، $AB = c)$ ، آن‌گاه کدام گزینه همواره صحیح است؟

$c = 3$ (۴)

$c = 2$ (۳)

$a = 3$ (۲)

$a = 2$ (۱)

شما پاسخ نداده اید

- چند مثلث می‌توان رسم کرد که در آن $\hat{A} = 60^\circ$ ، $AC = 2\sqrt{3}$ و $BC = 5$ باشد؟

۴) بی‌شمار

۲ (۳)

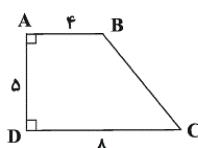
۱ (۲)

۱) صفر

شما پاسخ نداده اید

ریاضی ، هندسه-۲- سوالات موازی ، کاربرد تبدیل‌ها ، تبدیل‌های هندسی و کاربردها - ۱۳۹۷۰۱۳۱

- در ذوزنقه شکل زیر، اگر M نقطه دلخواهی از ساق قائم باشد، کمترین مقدار $MB + MC$ کدام است؟



۱۳ (۲)

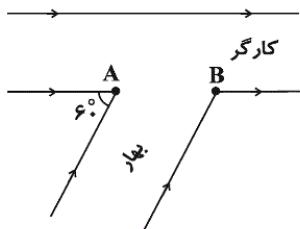
۱۴ (۴)

۱۲/۵ (۱)

۱۳/۵ (۳)

شما پاسخ نداده اید

- شکل زیر تقاطع دو خیابان کارگر و بهار، به ترتیب با عرض‌های ثابت ۴ و $\sqrt{22}$ را نشان می‌دهد. شخصی می‌خواهد از نقطه A ، ابتدا به سمت دیگر خیابان کارگر رفته و سپس به نقطه B برود. طول کوتاه‌ترین مسیر ممکن کدام است؟



۱۱ (۱)

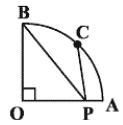
۱۰ (۲)

۹ (۳)

۸ (۴)

شما پاسخ نداده اید

- مطابق شکل، در ربع دایره‌ای به شعاع OA نقطه C وسط کمان AB است و P نقطه‌ای متغیر روی شعاع OA می‌باشد. کمترین طول $PB + PC$ برابر R است؟



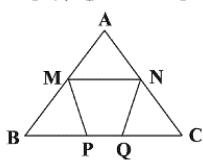
$2\sqrt{2}$ (۲)

$\sqrt{2} - \sqrt{2}$ (۴)

$\sqrt{2} + \sqrt{2}$ (۳)

شما پاسخ نداده اید

- در مثلث متساوی‌الساقین ABC ($AB = AC = 10$)، طول ارتفاع وارد بر قاعده برابر با ۸ واحد است. اگر M و N را به ترتیب وسط‌های اضلاع AB و AC بنامیم و P و Q را به فاصله ۱ واحد از هم روی BC اختیار کنیم تا چهار ضلعی $MPQN$ ایجاد شود، کمترین مقدار محیط این چهارضلعی کدام است؟



$4 + 2\sqrt{89}$ (۲)

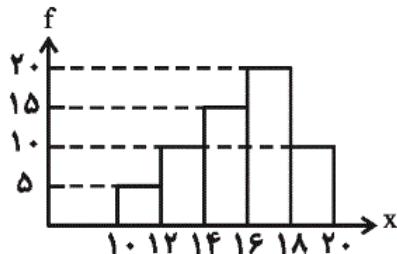
$7 + 2\sqrt{89}$ (۴)

$4 + \sqrt{89}$ (۱)

$7 + \sqrt{89}$ (۳)

شما پاسخ نداده اید

۱۶۱ - با توجه به نمودار بافت نگاشت، میانگین داده های آماری تقریباً کدام است؟



- (۱) $15/3$
- (۲) $15/7$
- (۳) $14/7$
- (۴) 15

شما پاسخ نداده اید

ریاضی ، آمار و احتمال ، معیار های گرایش به مرکز ، آمار توصیفی - ۱۳۹۷۰۱۳۱

۱۶۲ - کارنامه کنکور سراسری دانشآموزی به صورت جدول زیر است. اگر معدل موزون درصد های ریاضی و شیمی این دانشآموز ۵۲ و معدل موزون کل درصد های او ۶۵ باشد، y کدام است؟

دین و زندگی	فارسی	فرانسه	زبان	شیمی	فیزیک	ریاضی	درصد
۷۵	۸۰	۵۵	۶۰	y	x		
۳	۴	۱	۱	۳	۴	۴	ضریب

- (۴) ۶۰
- (۳) ۵۸
- (۲) ۵۶
- (۱) ۵۴

شما پاسخ نداده اید

۱۶۳ - میانگین و میانه ۱۱ داده آماری به ترتیب ۱۳ و ۱۲ محاسبه شده است. متأسفانه بعداً معلوم می شود که داده هایی که مقدار آن ها ۱۵ محاسبه شده بود مقدار داشته اند. اگر این خطای را اصلاح کنیم آن گاه:

- (۱) میانگین تغییر نمی کند اما میانه افزایش می یابد.
- (۲) میانگین و میانه تغییر نمی کنند.
- (۳) میانگین افزایش می یابد اما میانه تغییر نمی کند.
- (۴) میانگین و میانه هر دو افزایش می یابند.

شما پاسخ نداده اید

۱۶۴ - اگر میانه داده های ۸ ، ۱۵ ، ۱۹ ، ۳ ، ۸ ، ۶ و ۴، برابر ۸ باشد، میانگین این داده ها حداقل چند است؟

- (۴) ۱۰
- (۳) ۹
- (۲) ۸
- (۱) ۷

شما پاسخ نداده اید

۱۶۵ - با توجه به داده های ۲۳ ، ۲۱ ، ۲۰ ، ۰ ، ۲۴ که نشان دهنده تعداد فروش یک محصول در چند روز متوالی است؛ کدام یک از شاخص های زیر به عنوان معیار گرایش به مرکز برای تعداد فروش روزانه این محصول مناسب تر است؟

- (۴) دامنه میان چارکی
- (۳) میانه
- (۲) مد
- (۱) میانگین

شما پاسخ نداده اید

ریاضی ، آمار و احتمال ، معیارهای پراکندگی ، آمار توصیفی - ۱۳۹۷۰۱۳۱

۱۶۶ - داده های ۱۶ ، ۱۴ ، ۱۲ ، ۱۲ ، ۱۲ ، ۱۲ ، ۱۲ ، ۱۲ ، ۱۲ ، ۱۲ ، ۱۲ ، ۱۲ ، ۱۲ و ۱ مفروضند. در نمودار جعبه ای داده ها اگر انحراف معیار داده های سمت چپ جعبه را با σ_1 و انحراف معیار داده های داخل جعبه و سمت راست آن را با σ_2 و σ_3 نمایش دهیم، کدام گزینه صحیح است؟

- (۴) $\sigma_1 > \sigma_3 > \sigma_2$
- (۳) $\sigma_1 > \sigma_2 > \sigma_3$
- (۲) $\sigma_2 > \sigma_3 > \sigma_1$
- (۱) $\sigma_2 > \sigma_1 > \sigma_3$

شما پاسخ نداده اید

۱۶۷ - واریانس ۷ داده آماری صفر است. اگر دو داده ۱۶ و ۲۰ به آنها اضافه شود، میانگین داده‌ها تغییر نمی‌کند. انحراف معیار ۹ داده جدید کدام است؟

$$\frac{2\sqrt{2}}{9} (4)$$

$$\frac{2\sqrt{2}}{3} (3)$$

$$\frac{2}{9} (2)$$

$$\frac{2}{3} (1)$$

شما پاسخ نداده اید

۱۶۸ - دو نفر در یک پروژه تحقیقاتی آزمایش‌های متوالی انجام داده‌اند و در ۴ روز امتیازات دقت کاری آنها به صورت زیر است. دقت کاری کدام یک بیشتر است؟

نفر اول	۵	۷	۸	۴
نفر دوم	۶	۹	۳	۶

۱) نفر اول

۲) نفر دوم

۳) یکسان

۴) اطلاعات کافی نیست.

شما پاسخ نداده اید

۱۶۹ - اگر ضریب تغییرات داده‌هایی برابر ۴ باشد و داده‌ها را دو برابر کنیم، ضریب تغییرات داده‌های جدید کدام است؟

$$16(4)$$

$$8(3)$$

$$2(2)$$

$$4(1)$$

شما پاسخ نداده اید

۱۷۰ - در نمودار جعبه‌ای داده‌های ۱۲، ۱۷، ۱۳، ۲۳، ۱۷، ۲۱، ۲۰، ۱۲، ۱۶، ۱۳، ۲۰، ۱۲، ۱۶، میانگین داده‌هایی که داخل جعبه قرار می‌گیرند کدام است؟

$$16/8(4)$$

$$16/6(3)$$

$$16/4(2)$$

$$16/2(1)$$

شما پاسخ نداده اید

ریاضی ، هندسه ۲ - گواه ، قضیه سینوس ها ، روابط طولی در مثلث - ۱۳۹۷۰۱۳۱

۱۳۴ - اگر در مثلث ABC، $\hat{C}=50^\circ$ و $\frac{\cos \hat{A}}{a} = \frac{\cos \hat{B}}{b}$ باشد، اندازه زاویه A کدام است؟

$$70^\circ (4)$$

$$65^\circ (3)$$

$$55^\circ (2)$$

$$50^\circ (1)$$

شما پاسخ نداده اید

۱۳۵ - در مثلث ABC، ضلع BC=8 و $\hat{B}=35^\circ$ و $\hat{C}=85^\circ$ است. شعاع دایرة محیطی این مثلث کدام است؟

$$\frac{4\sqrt{3}}{3} (4)$$

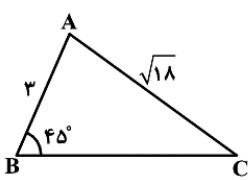
$$8\sqrt{3} (3)$$

$$4\sqrt{3} (2)$$

$$\frac{8\sqrt{3}}{3} (1)$$

شما پاسخ نداده اید

۱۳۶ - در شکل مقابل، اندازه زاویه A کدام است؟



$$60^\circ (1)$$

$$75^\circ (2)$$

$$105^\circ (3)$$

$$120^\circ (4)$$

شما پاسخ نداده اید

۱۳۷ - در مثلث ABC، $\hat{C}=45^\circ$ و $AB=6$ ، $AC=3\sqrt{6}$ است. اختلاف کمترین و بیشترین مقدار محیط مثلث ABC چهقدر است؟

$$6\sqrt{6} (4)$$

$$6\sqrt{2} (3)$$

$$6(2)$$

$$4\sqrt{6} (1)$$

شما پاسخ نداده اید

ریاضی ، هندسه ۲ - گواه ، کاربرد تبدیل‌ها ، تبدیل‌های هندسی و کاربردها - ۱۳۹۷۰۱۳۱

۱۳۱ - در صفحه‌ای خط d و دو نقطه A و B در یک طرف آن مفروض‌اند. برای یافتن نقطه‌ای بر روی خط d که مجموع فاصله‌های آن از دو نقطه A و B کمترین مقدار ممکن را داشته باشد، کدام تبدیل هندسی به کار می‌رود؟

$$4) انتقال$$

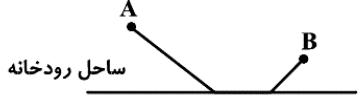
$$3) دوران$$

$$2) تجانس$$

$$1) بازتاب$$

شما پاسخ نداده اید

۱۳۲ - مطابق شکل دو روستای A و B به فاصله $\sqrt{572}$ کیلومتر از هم و بهترتیب به فاصله‌های ۲ و ۱ کیلومتر از ساحل رودخانه مفروض آند. می‌خواهیم جاده‌ای از A به B بسازیم، بهطوری که ۱ کیلومتر از آن در ساحل رودخانه ساخته شود. اندازه کوتاه‌ترین مسیر ممکن برای این جاده چند کیلومتر است؟



$$3\sqrt{2} + 1 \quad (2)$$

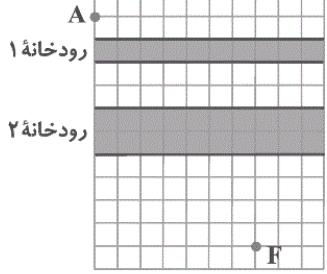
$$3\sqrt{7} + 1 \quad (4)$$

$$3\sqrt{5} + 1 \quad (1)$$

$$7 \quad (3)$$

شما پاسخ نداده اید

۱۳۳ - دو رودخانه و دو نقطه A و F مطابق شکل مفروض آند. می‌خواهیم از نقطه A به نقطه F برویم بهطوری که برای عبور از رودخانه‌ها، از پل‌هایی عمود بر راستای آن‌ها حرکت کنیم. طول کوتاه‌ترین مسیر ممکن برای پیمودن این فاصله کدام است؟ (فاصله بین نقاط شبکه‌ای یک واحد است.)



$$8 + 3\sqrt{2} \quad (1)$$

$$3 + 2\sqrt{2} \quad (2)$$

$$3 + \sqrt{85} \quad (3)$$

$$13 \quad (4)$$

شما پاسخ نداده اید

ریاضی ، هندسه ۲ - گواه ، قضیه کسینوس ها ، روابط طولی در مثلث - ۱۳۹۷۰۱۳۱

۱۳۸ - از یک نقطه در دریاچه‌ای، دو قایق با زاویه 120° درجه نسبت به هم شروع به حرکت می‌کنند. اگر اندازه سرعت یکی از آن‌ها دو برابر اندازه سرعت دیگری باشد و بعد از ۴ ثانیه فاصله این دو قایق به $\sqrt{28}$ متر برسد، اندازه سرعت قایق کنده‌تر، چند متر بر ثانیه است؟

$$4 \quad (4)$$

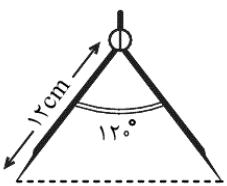
$$2 \quad (3)$$

$$1 \quad (2)$$

$$0/5 \quad (1)$$

شما پاسخ نداده اید

۱۳۹ - طول هر پایه پرگاری ۱۲ سانتی‌متر و زاویه بین پایه‌ها 120° است. طول شعاع دایره‌ای که این پرگار رسم می‌کند، کدام است؟



$$10 \quad (1)$$

$$10\sqrt{3} \quad (2)$$

$$11\sqrt{3} \quad (3)$$

$$12\sqrt{3} \quad (4)$$

شما پاسخ نداده اید

۱۴۰ - اندازه‌های میانه‌های مثلثی برابر با ۵ و ۷ می‌باشد. مجموع مربوعات اندازه‌های اضلاع این مثلث کدام است؟

$$120 \quad (4)$$

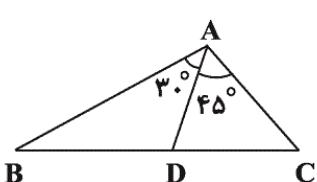
$$100 \quad (3)$$

$$90 \quad (2)$$

$$60 \quad (1)$$

شما پاسخ نداده اید

ریاضی ، هندسه ۲- گواه-سوالات موازی ، قضیه سینوس ها ، روابط طولی در مثلث - ۱۳۹۷۰۱۳۱



۱۵۵ - در مثلث ABC شکل مقابل، $AB = 3AC$ است. نسبت $\frac{BD}{DC}$ کدام است؟

$$\frac{3\sqrt{2}}{2} \quad (2)$$

$$2\sqrt{3} \quad (4)$$

$$3 \quad (1)$$

$$3\sqrt{2} \quad (3)$$

شما پاسخ نداده اید

۱۵۶ - در مثلث ABC با معلوم بودن ضلع $BC = 3 + \sqrt{3}$ و زاویه‌های $\hat{C} = 45^\circ$ ، $\hat{B} = 60^\circ$ ، اندازه ضلع AC کدام است؟

۳ $\sqrt{2}$

$2\sqrt{3}$

۴ $\sqrt{2}$

۳۱

شما پاسخ نداده اید

۱۵۷ - در چهارضلعی $ABCD$ زوایای رو به رو مکمل‌اند. اگر قطر BD نیمساز زاویه D باشد، کدام گزینه همواره صحیح است؟

$AB = BC$

$AB + AD = BC + DC$

$AD = DC$

$AC = BD$

شما پاسخ نداده اید

۱۵۸ - اگر در مثلث ABC ، $\hat{A} = 50^\circ$ و $\hat{C} = 60^\circ$ باشد، اندازه زاویه A کدام است؟

۷۰°

۶۵°

۵۵°

۵۰°

شما پاسخ نداده اید

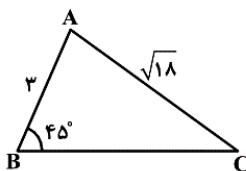
۱۵۹ - در شکل مقابل، اندازه زاویه A کدام است؟

۶۰°

۷۵°

۱۰۵°

۱۲۰°



شما پاسخ نداده اید

۱۶۰ - در مثلث ABC ، $\hat{C} = 45^\circ$ ، $AB = 6$ و $AC = 3\sqrt{6}$ است. اختلاف کمترین و بیشترین مقدار محیط مثلث ABC چقدر است؟

۶ $\sqrt{6}$

۶ $\sqrt{2}$

۶

۴ $\sqrt{6}$

شما پاسخ نداده اید

ریاضی ، هندسه-۲- گواه-سوالات موازی ، کاربرد تبدیل‌ها ، تبدیل‌های هندسی و کاربردها - ۱۳۹۷۰۱۳۱

۱۵۱ - در صفحه‌ای خط d و دو نقطه A و B در یک طرف آن مفروض‌اند. برای یافتن نقطه‌ای بر روی خط d که مجموع فاصله‌های آن از دو نقطه A و B کمترین مقدار ممکن را داشته باشد، کدام تبدیل هندسی به کار می‌رود؟

۴) انتقال

۳) دوران

۲) تجانس

۱) بازتاب

شما پاسخ نداده اید

۱۵۲ - مطابق شکل دو روستای A و B به فاصله $5\sqrt{2}$ کیلومتر از هم و به ترتیب به فاصله‌های ۲ و ۱ کیلومتر از ساحل رودخانه مفروض‌اند. می‌خواهیم جاده‌ای از A به B بسازیم، به‌طوری که ۱ کیلومتر از آن در ساحل رودخانه ساخته شود. اندازه کوتاه‌ترین مسیر ممکن برای این جاده چند کیلومتر است؟

$3\sqrt{2} + 1$

$3\sqrt{5} + 1$

۷

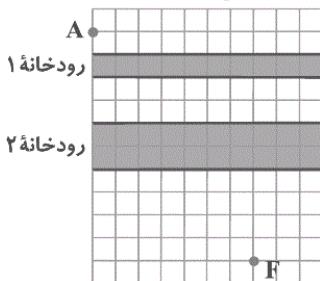
$3\sqrt{7} + 1$

۳



شما پاسخ نداده اید

۱۵۳ - دو رودخانه و دو نقطه A و F مطابق شکل مفروض‌اند. می‌خواهیم از نقطه A به نقطه F برویم به‌طوری که برای عبور از رودخانه‌ها، از پلهایی عمود بر راستای آن‌ها حرکت می‌کنیم. طول کوتاه‌ترین مسیر ممکن برای پیمودن این فاصله کدام است؟ (فاصله بین نقاط شبکه‌ای یک واحد است.)



$8 + 3\sqrt{2}$

$3 + 2\sqrt{2}$

$3 + \sqrt{85}$

۱۳

شما پاسخ نداده اید

۱۵۴ - دو نقطه A و B در یک طرف خط Δ و به ترتیب به فاصله ۲ و ۱ از آن واقع‌اند و نقطه M به گونه‌ای روی خط Δ واقع است که $MA + MB$ کمترین مقدار ممکن را داشته باشد. اگر طول AB برابر با $\sqrt{10}$ باشد، اندازه $MA \times MB$ کدام است؟

۲۷۲

۴۳

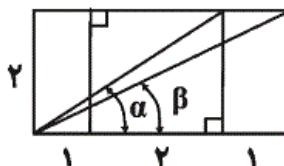
۳۲

۲۱

شما پاسخ نداده اید

-۸۱

(علی شهرابی)



$$\cos x = \cos(\alpha - \beta) = \cos \alpha \cos \beta + \sin \alpha \sin \beta$$

$$= \frac{3}{\sqrt{13}} \times \frac{4}{\sqrt{20}} + \frac{2}{\sqrt{13}} \times \frac{2}{\sqrt{20}} = \frac{16}{\sqrt{13} \times \sqrt{20}} = \frac{8}{\sqrt{65}}$$

(حسابان ۱ - مثلثات - صفحه‌های ۱۰ تا ۱۴)

۴

۳

۲

۱ ✓

-۸۲

راه حل اول:

$$\frac{1}{\cos^2 \theta} = 1 + \tan^2 \theta$$

$$\Rightarrow \frac{1}{\cos^2 \theta} = 1 + \left(\frac{3}{4}\right)^2 = \frac{16+9}{16} = \frac{25}{16} \Rightarrow \cos^2 \theta = \frac{16}{25}$$

$$\cos 2\theta = 2 \cos^2 \theta - 1 = 2\left(\frac{16}{25}\right) - 1 = \frac{32-25}{25} = \frac{7}{25}$$

راه حل دوم: از رابطه $\cos 2\theta = \frac{1 - \tan^2 \theta}{1 + \tan^2 \theta}$ استفاده می‌کنیم:

$$\cos 2\theta = \frac{1 - \left(\frac{3}{4}\right)^2}{1 + \left(\frac{3}{4}\right)^2} = \frac{7}{25}$$

(حسابان ۱ - مثلثات - صفحه‌های ۱۰ تا ۱۴)

۴

۳

۲

۱ ✓

$$\begin{aligned}\tan 15^\circ + \tan 60^\circ &= \frac{\sin 15^\circ}{\cos 15^\circ} + \frac{\sin 60^\circ}{\cos 60^\circ} \\&= \frac{\sin 15^\circ \cos 60^\circ + \sin 60^\circ \cos 15^\circ}{\cos 15^\circ \cos 60^\circ} = \frac{\sin(15^\circ + 60^\circ)}{\cos 15^\circ \cos 60^\circ} \\&= \frac{\sin 75^\circ}{\cos 15^\circ \cos 60^\circ} = \frac{1}{\cos 60^\circ} = \frac{1}{\frac{1}{2}} = 2\end{aligned}$$

توجه: چون زوایای 15° و 75° متمم یکدیگر هستند، پس:

$$\sin 75^\circ = \cos 15^\circ$$

(مسابان - مثلثات - صفحه‌های ۱۰ تا ۱۴)

۴

۳ ✓

۲

۱

$$\xrightarrow{\div 2} \frac{A}{2} = \frac{1}{2} \underbrace{\sin 75^\circ}_{\sin 30^\circ} + \frac{\sqrt{3}}{2} \underbrace{\cos 75^\circ}_{\cos 30^\circ}$$

حال با استفاده از رابطه زیر داریم:

$$\cos(a - b) = \cos a \cos b + \sin a \sin b$$

$$\Rightarrow \frac{A}{2} = \sin 30^\circ \sin 75^\circ + \cos 30^\circ \cos 75^\circ = \cos(75^\circ - 30^\circ)$$

$$= \cos 45^\circ = \frac{\sqrt{2}}{2} \Rightarrow \frac{A}{2} = \frac{\sqrt{2}}{2} \Rightarrow A = \sqrt{2}$$

(مسابان - مثلثات - صفحه‌های ۱۰ تا ۱۴)

۴

۳ ✓

۲

۱

$$20^\circ + \alpha = x \Rightarrow \sin x = \frac{12}{13}$$

$$\sin^2 x + \cos^2 x = 1 \Rightarrow \frac{144}{169} + \cos^2 x = 1$$

$$\Rightarrow \cos^2 x = \frac{25}{169} \Rightarrow \cos x = \pm \frac{5}{13}$$

x در ناحیه اول است، پس $\cos x = \frac{5}{13}$ می باشد.

$$\begin{aligned} \cos(80^\circ + \alpha) &= \cos(\overset{x}{60^\circ} + 20^\circ + \alpha) = \cos(60^\circ + x) \\ &= \cos 60^\circ \cos x - \sin 60^\circ \sin x \\ &= \frac{1}{2} \left(\frac{5}{13} \right) - \frac{\sqrt{3}}{2} \left(\frac{12}{13} \right) = \frac{5 - 12\sqrt{3}}{26} \end{aligned}$$

(حسابان ا- مثلثات- صفحه های ۱۰ تا ۱۳)

۴

۳✓

۲

۱

ریاضی ، حسابان ۱ ، مفهوم حد و فرایندهای حدی ، حد و پیوستگی - ۱۳۹۷۰۱۳۱

دامنه تابع را به دست می آوریم:

$$2 - [x] = 0 \Rightarrow [x] = 2 \Rightarrow 2 \leq x < 3$$

بنابراین: $D_f = (-\infty, 2) \cup [3, +\infty)$

پس همسایگی راست نقطه $x = 2$ در دامنه تابع قرار ندارد.

(حسابان ا- حد و پیوستگی- صفحه های ۱۱۸ تا ۱۲۲)

۴

۳

۲✓

۱

عدد ۱ عضو بازه $(a-2, 3a+2)$ است، پس:

$$\begin{cases} a-2 < 1 \Rightarrow a < 3 \\ 3a+2 > 1 \Rightarrow a > -\frac{1}{3} \end{cases}$$

بنابراین: $-\frac{1}{3} < a < 3$

(حسابان ا- حد و پیوستگی- صفحه های ۱۱۸ تا ۱۲۲)

۴✓

۳

۲

۱

در یک همسایگی محذوف کوچک $x = 2$ ، مقادیر تابع f نزدیک ۲ و کوچک‌تر از آن هستند. پس تابع $[f]$ در این همسایگی با تابع $y = 1$ برابر است. پس:

$$\lim_{x \rightarrow 2} [f(x)] = \lim_{x \rightarrow 2} 1 = 1$$

$$[\lim_{x \rightarrow 2} f(x)] - \lim_{x \rightarrow 2} [f(x)] = 2 - 1 = 1$$

(مسابانه ای - حد و پیوستگی - صفحه‌های ۱۲۳ تا ۱۲۹)

بنابراین:

۴

۳

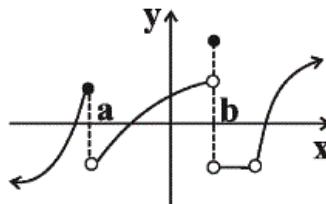
۲ ✓

۱

(میثم همنه‌لویی)

-۸۹

با توجه به شکل زیر، در نقاط $x = a$ و $x = b$ حد چپ و راست تابع با هم برابر نیستند، پس تابع حد ندارد.



(مسابانه ای - حد و پیوستگی - صفحه‌های ۱۲۳ تا ۱۲۹)

۴

۳

۲ ✓

۱

(کاظم اجلالی)

-۹۰

با توجه به شکل داریم:

$$\lim_{x \rightarrow 1^+} f(x) = 2$$

$$\lim_{x \rightarrow 1^-} f(x) = 4$$

$$f(1) = -2$$

$$\lim_{x \rightarrow 1^-} f(x)$$

$$(\frac{\lim_{x \rightarrow 1^+} f(x)}{\lim_{x \rightarrow 1^-} f(x)}) f(1) = (\frac{2}{4})(-2) = -1$$

بنابراین:

(مسابانه ای - حد و پیوستگی - صفحه‌های ۱۲۳ تا ۱۲۹)

۴

۳ ✓

۲

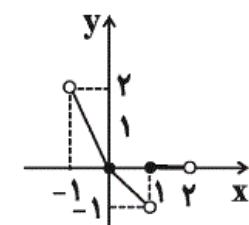
۱

(حسین هابیلو)

-۹۱

ابتدا توجه کنید که:

$$f(x) = \begin{cases} -2x & -1 < x < 0 \\ -x & 0 \leq x < 1 \\ 1 & 1 \leq x < 2 \end{cases}$$



بنابراین نمودار تابع به شکل فوق است و تابع فقط در $x = 1$ از دامنه‌اش حد ندارد.

(مسابانه ای - حد و پیوستگی - صفحه‌های ۱۲۳ تا ۱۲۹)

۴

۳

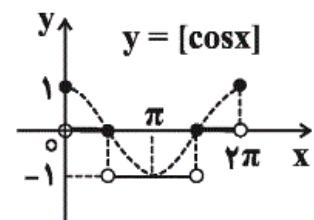
۲

۱ ✓

توجه کنید که طبق نمودار تابع $y = [\cos x]$ در یک همسایگی $x = \pi$ داریم $0 < \cos x < -1$ و در نتیجه تابع $y = [\cos x]$ با تابع $y = -1$ برابر است. بنابراین:

$$\lim_{x \rightarrow \pi^+} [\cos x] = \lim_{x \rightarrow \pi^+} (-1) = -1$$

$$\lim_{x \rightarrow \pi^-} [\cos x] = \lim_{x \rightarrow \pi^-} (-1) = -1$$



پس مقدار خواسته شده برابر ۲ است.

(مسابان ا- هد و پیوستگی- صفحه‌های ۱۲۳ تا ۱۲۹)

۴ ✓

۳

۲

۱

حد چپ و راست تابع در $x = 2$ را به دست می‌آوریم:

$$\lim_{x \rightarrow 2^+} f(x) = \lim_{x \rightarrow 2^+} (ax^2 - b) = 4a - b$$

$$\lim_{x \rightarrow 2^-} f(x) = \lim_{x \rightarrow 2^-} (3bx + a - 1) = 6b + a - 1$$

چون $\lim_{x \rightarrow 2} f(x) = 7$ پس باید هر دو مقدار بالا برابر ۷ باشند.

$$\begin{cases} 4a - b = 7 \\ 6b + a - 1 = 7 \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} a = 2 \\ b = 1 \end{cases}$$

$a + b = 3$ بنابراین:

(مسابان ا- هد و پیوستگی- صفحه‌های ۱۲۳ تا ۱۲۶)

۴

۳ ✓

۲

۱

ابتدا توجه کنید که:

$$\lim_{x \rightarrow 2^-} f(x) = \lim_{x \rightarrow 2^-} (2[x] + ax) = \lim_{x \rightarrow 2^-} (2 + ax) = 2 + 2a$$

$$\lim_{x \rightarrow 2^+} f(x) = \lim_{x \rightarrow 2^+} (3ax + 1) = 6a + 1$$

بنابراین:

$$\lim_{x \rightarrow 2^-} f(x) = \lim_{x \rightarrow 2^+} f(x) \Rightarrow 2 + 2a = 6a + 1 \Rightarrow a = \frac{1}{4}$$

در نتیجه:

$$\lim_{x \rightarrow \frac{1}{4}} f(x) = \lim_{x \rightarrow \frac{1}{4}} (2[x] + \frac{1}{4}x) = \lim_{x \rightarrow \frac{1}{4}} (0 + \frac{1}{4}x) = \frac{1}{16}$$

(حسابان ا - حد و پیوستگی - صفحه‌های ۱۲۳ تا ۱۳۶)

۴

۳

۲✓

۱

تابع $[f(x)]$ می‌تواند در $x = a$ حد نداشته باشد. مثلاً اگر $f(x) = x$ باشد f در $x = 1$ حد دارد ولی $[x]$ در $x = 1$ حد ندارد. بقیه توابع طبق قضیه‌های حد، دارای حد هستند.

(حسابان ا - حد و پیوستگی - صفحه‌های ۱۲۳ تا ۱۳۶)

۴

۳✓

۲

۱

ریاضی ، حسابان ۱ ، قضایای حد ، حد و پیوستگی - ۱۳۹۷۰۱۳۱

فرض کنید که $\lim_{x \rightarrow -1} f(x) = L$ ، در این صورت:

$$\lim_{x \rightarrow -1} \frac{3f(x) + 1}{2f(x) - 1} = \lim_{x \rightarrow -1} \frac{(3f(x) + 1)}{(2f(x) - 1)} = \frac{\lim_{x \rightarrow -1} 3f(x) + 1}{\lim_{x \rightarrow -1} 2f(x) - 1} = \frac{3L + 1}{2L - 1}$$

$$\frac{3L + 1}{2L - 1} = 2 \Rightarrow 3L + 1 = 4L - 2 \Rightarrow L = 3$$

بنابراین:

(حسابان ا - حد و پیوستگی - صفحه‌های ۱۲۰ تا ۱۳۶)

۴

۳✓

۲

۱

$$\text{اگر } \lim_{x \rightarrow 2} g(x) = L_2 \text{ و } \lim_{x \rightarrow 2} f(x) = L_1 \text{ آنگاه:}$$

$$\lim_{x \rightarrow 2} (2f - g)(x) = 2 \lim_{x \rightarrow 2} f(x) - \lim_{x \rightarrow 2} g(x) = 2L_1 - L_2 = 5$$

$$\lim_{x \rightarrow 2} (f + 3g)(x) = \lim_{x \rightarrow 2} f(x) + 3 \lim_{x \rightarrow 2} g(x) = L_1 + 3L_2 = -1$$

$$L_1 = 2 \text{ و } L_2 = -1 \quad \begin{cases} 2L_1 - L_2 = 5 \\ L_1 + 3L_2 = -1 \end{cases} \quad \text{از حل دستگاه نتیجه می‌شود}$$

$$\lim_{x \rightarrow 2} \left(\frac{g}{f} \right)(x) = \frac{L_2}{L_1} = -\frac{1}{2}$$

(حسابان ا- مر و پیوستگی- صفحه‌های ۱۳۶ تا ۱۳۷)

۴

۳✓

۲

۱

(کاظم اجلالی)

-۹۷-

تابع $\frac{f}{g}$ قطعاً در $x = a$ حد ندارد. زیرا اگر این تابع در $x = a$ حد داشته باشد، با توجه به این‌که تابع g در این نقطه حد دارد، پس باید

تابع $\frac{f}{g} \times g$ در این نقطه حد داشته باشد. یعنی f باید حد داشته باشد

که خلاف فرض مساله است. سایر گزینه‌ها در حالتی که $\lim_{x \rightarrow a} g(x) = 0$

باشد، می‌توانند در $x = a$ دارای حد باشند.

(حسابان ا- مر و پیوستگی- صفحه‌های ۱۳۶ تا ۱۳۷)

۴✓

۳

۲

۱

(سیدسروش کریمی مداهی)

-۹۸-

داریم:

$$\lim_{x \rightarrow 2} f(x) = \frac{\lim_{x \rightarrow 2} (2x^4 + ax - 1)}{\lim_{x \rightarrow 2} (x^4 + 4)} = \frac{8 + 2a - 1}{4 + 4} = \frac{7 + 2a}{8} = 1$$

$$\Rightarrow 7 + 2a = 8 \Rightarrow a = \frac{1}{2}$$

(حسابان ا- مر و پیوستگی- صفحه‌های ۱۳۶ تا ۱۳۷)

۴

۳✓

۲

۱

اگر فرض کنیم $\lim_{x \rightarrow a} g(x) = L_2$ و $\lim_{x \rightarrow a} f(x) = L_1$ خواهیم داشت:

$$\lim_{x \rightarrow a} (f + g)(x) = \lim_{x \rightarrow a} f(x) + \lim_{x \rightarrow a} g(x) = L_1 + L_2 = 1$$

$$\lim_{x \rightarrow a} (f \cdot g)(x) = \left(\lim_{x \rightarrow a} f(x) \right) \left(\lim_{x \rightarrow a} g(x) \right) = L_1 L_2 = -6$$

$$\Rightarrow \begin{cases} L_1 = 3, L_2 = -2 \\ \text{یا} \\ L_1 = -2, L_2 = 3 \end{cases}$$

بنابراین داریم:

$$\lim_{x \rightarrow a} (f^2 + g^2)(x) = \lim_{x \rightarrow a} f^2(x) + \lim_{x \rightarrow a} g^2(x) = 9 + 4 = 13$$

(حسابان ا- مر و پیوستگی - صفحه‌های ۱۳۶ تا ۱۳۷)

۴

۳

۲ ✓

۱

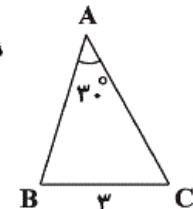
ریاضی ، هندسه‌ی ۲ ، قضیه سینوس‌ها ، روابط طولی در مثلث - ۱۳۹۷۰۱۳۱

-۱۲۳

(سینا محمدپور)

محل برخورد عمودمنصف‌های اضلاع هر مثلث، در حقیقت مرکز دایرة محیطی مثلث است. از طرفی می‌دانیم مرکز دایرة محیطی هر مثلث، از سه رأس آن به یک فاصله بوده و این فاصله برابر با شعاع دایرة محیطی است. پس خواسته مسئله سه برابر شعاع دایرة محیطی مثلث است. طبق قضیه سینوس‌ها در مثلث ABC داریم:

$$\frac{BC}{\sin A} = 2R \Rightarrow \frac{3}{\sin 30^\circ} = 2R \Rightarrow R = 3 \Rightarrow 2R = 6$$



(هندسه ۲ - روابط طولی در مثلث - صفحه‌های ۶۲ تا ۶۵)

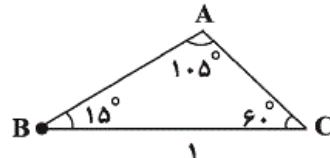
۴

۳ ✓

۲

۱

(محمد فندران)



می‌دانیم $\hat{B} < \hat{C}$ ، در نتیجه $AC < AB$ می‌باشد. لذا باید طول AC را بیابیم. طبق قضیه سینوس‌ها در مثلث ABC داریم:

$$\frac{BC}{\underbrace{\sin 105^\circ}_{\sin(90^\circ+15^\circ)}} = \frac{AC}{\sin 15^\circ} \Rightarrow \frac{1}{\cos 15^\circ} = \frac{AC}{\sin 15^\circ}$$

$$\Rightarrow AC = \frac{\sin 15^\circ}{\cos 15^\circ} = \tan 15^\circ = 2 - \sqrt{3}$$

(هنرسه ۲ - روابط طولی در مثلث - صفحه‌های ۶۲ تا ۶۵)

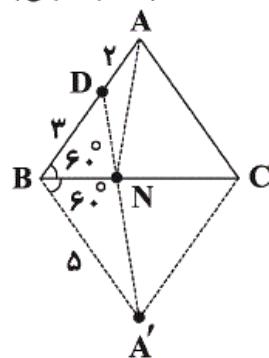
۴

۳

۲

۱ ✓

(محمد فندران)



برای به دست آوردن کمترین مقدار $NA + ND$ ، نقطه A را نسبت به BC بازتاب می‌دهیم و نقطه حاصل را A' می‌نامیم. محل تلاقی $A'D$ با BC را N می‌نامیم از آنجا که $A'N = AN$ ، کمترین مقدار $NA + ND$ برابر با طول $A'D$ است. بنابراین طبق قضیه کسینوس‌ها در مثلث $A'BD$ داریم:

$$A'D^2 = A'B^2 + BD^2 - 2A'B \times BD \times \cos 120^\circ$$

$$\Rightarrow A'D^2 = 25 + 9 - 2 \times 5 \times 3 \times \left(-\frac{1}{2}\right) = 49 \Rightarrow A'D = 7$$

(هنرسه ۲ - ترکیبی - صفحه‌های ۵۳ و ۶۶ تا ۶۹)

۴

۳ ✓

۲

۱

$$AB = \sqrt{2}a$$

$$AB \parallel CD \Rightarrow \hat{A}BD = \hat{B}DC = \alpha$$

حال با استفاده از قضیه سینوس‌ها در مثلث ABD داریم:

$$\frac{AD}{\sin \alpha} = \frac{AB}{\sin 2\alpha} \Rightarrow \frac{a}{\sin \alpha} = \frac{a\sqrt{2}}{\sin 2\alpha}$$

$$\Rightarrow \frac{a}{\sin \alpha} = \frac{a\sqrt{2}}{2 \sin \alpha \cos \alpha}$$

$$\Rightarrow \cos \alpha = \frac{\sqrt{2}}{2} \Rightarrow \alpha = 45^\circ \Rightarrow 2\alpha = 90^\circ$$

$$\hat{B}AD = 180^\circ - (90^\circ + 45^\circ) = 45^\circ$$

بنابراین:

(هنرسه ۲ - روابط طولی در مثلث - صفحه‌های ۶۵ تا ۶۷)

۴

۳ ✓

۲

۱

ریاضی ، هندسه‌ی ۲ ، کاربرد تبدیل‌ها ، تبدیل‌های هندسی و کاربردها - ۱۳۹۷۰۱۳۱

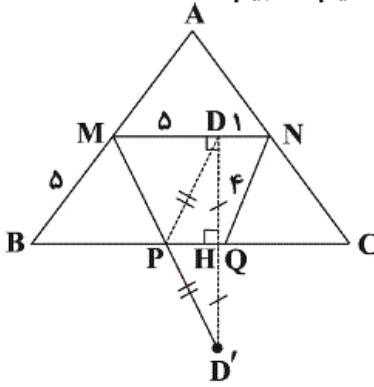
-۱۲۱

(نسرين (فت نهیبی))

سوال را مانند مسئله جاده ساحلی (صفحه ۵۵ کتاب درسی) حل می‌کنیم.

N را یک واحد به سمت M انتقال می‌دهیم تا نقطه D به دست آید.

سپس بازتاب آن نسبت به BC را D' می‌نامیم، داریم:



$$\left. \begin{array}{l} PQ \parallel ND \\ PQ = ND \end{array} \right\} \Rightarrow PDNQ \text{ متوازی الاضلاع} \Rightarrow NQ = PD$$

$$DD' = 2DH = 2 \times 4 = 8$$

$$MP + QN = MP + PD = MD'$$

$$\Delta MDD' : MD'^2 = (5)^2 + (8)^2 = 89 \Rightarrow MD' = \sqrt{89}$$

$$\text{محیط } MPQN = MN + (MP + QN) + PQ$$

$$= 6 + \sqrt{89} + 1 = 7 + \sqrt{89}$$

توجه داشته باشید که با توجه به فرضیات مسئله و در نتیجه موازی بودن MN و BC

$$\text{طول } MN \text{ از رابطه } MN = \frac{1}{2}BC \text{ به دست می‌آید.}$$

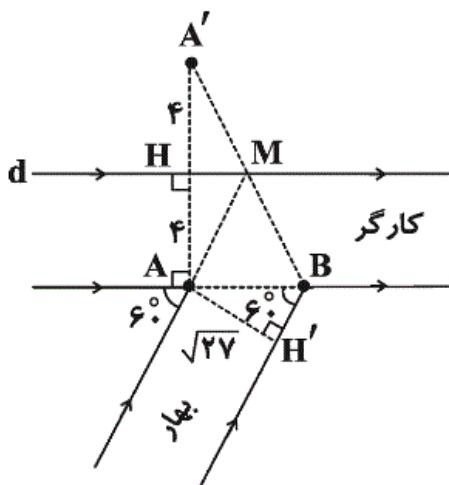
(هنرسه ۲ - تبدیل‌های هندسی و کاربردها - صفحه‌های ۵۵ و ۵۶)

۴

۳ ✓

۲

۱



برای به دست آوردن کوتاه‌ترین مسیر، کافیست نقطه A را نسبت به محور d بازتاب داده و نقطه حاصل (A') را به B وصل کنیم. محل تلاقی A'B با محور d را M کوتاه‌ترین مسیر ممکن است. حال از آنجایی که $AM = MA'$ در نتیجه:

$$AM + MB = MA' + MB = A'B$$

لذا کافیست طول A'B را بیابیم. از طرفی داریم:

$$\Delta A H' B : \hat{B} = 60^\circ \Rightarrow \sin \hat{B} = \frac{AH'}{AB} \Rightarrow \frac{\sqrt{3}}{2} = \frac{\sqrt{27}}{AB} \Rightarrow AB = 6$$

اکنون با توجه به این که $A'AB$ در رأس A قائم‌الزاویه است، بنابراین:

$$AA'^2 + AB^2 = A'B^2 \Rightarrow 8^2 + 6^2 = A'B^2 \Rightarrow A'B = 10$$

(هندسه ۳ - تبدیل‌های هندسی و کاربردها - صفحه‌های ۵۳ تا ۵۶)

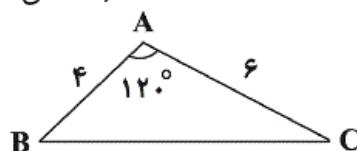
۴

۳

۲✓

۱

ریاضی ، هندسه‌ی ۲ ، قضیه کسینوس‌ها ، روابط طولی در مثلث - ۱۳۹۷۰۱۳۱



$$\hat{A} + \underbrace{\hat{B} + \hat{C}}_{6^\circ} = 180^\circ \Rightarrow \hat{A} + 6^\circ = 180^\circ \Rightarrow \hat{A} = 120^\circ$$

طبق قضیه کسینوس‌ها داریم:

$$BC^2 = AB^2 + AC^2 - 2AB \times AC \times \cos 120^\circ$$

$$= 4^2 + 6^2 - 2 \times 4 \times 6 \times \left(-\frac{1}{2}\right)$$

$$BC^2 = 16 + 36 + 24 = 76 = 4 \times 19 \Rightarrow BC = 2\sqrt{19}$$

(هندسه ۲ - روابط طولی در مثلث - صفحه‌های ۶۶ تا ۶۹)

۴✓

۳

کافیست رابطه کسینوس‌ها را نوشته و تمام اضلاع را بر حسب b در آن جایگذاری کنیم:

$$a^2 = b^2 + c^2 - 2bc \cdot \cos A$$

$$\Rightarrow (\sqrt{2}b)^2 = b^2 + (2b)^2 - 2b(2b)\cos A$$

$$\Rightarrow 2b^2 = 5b^2 - 4b^2 \cos A \Rightarrow \cos A = \frac{3b^2}{4b^2} = \frac{3}{4}$$

(هندسه ۲ - روابط طولی در مثلث - صفحه‌های ۶۶ تا ۶۹)

۴

۳✓

۲

۱

$$\Rightarrow \begin{cases} CD = 4 \\ CD = 5 \end{cases}$$

بنابراین فرض مسئله $CD > BD$ است، پس جواب $CD = 5$ قابل قبول

است. حال با توجه به این‌که $\hat{C} = 60^\circ$ و $CE = CD = 5$ ، نتیجه

می‌شود مثلث CDE متساوی‌الاضلاع است. پس:

$$\hat{DCE} = 60^\circ \Rightarrow \hat{AED} = 180^\circ - \hat{DCE} = 180^\circ - 60^\circ = 120^\circ$$

(هندسه ۲ - روابط طولی در مثلث - صفحه‌های ۶۶ تا ۶۹)

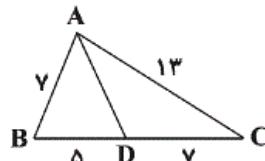
۴

۳

۲✓

۱

(محمد خندان) -۱۳۰-



طبق قضیه استوارت داریم:

$$AB^2 \times CD + AC^2 \times BD = BC(AD^2 + BD \times CD)$$

$$\Rightarrow 49 \times 7 + 169 \times 5 = 12(AD^2 + 5 \times 7)$$

$$\Rightarrow 1188 = 12(AD^2 + 35) \Rightarrow 99 = AD^2 + 35$$

$$\Rightarrow AD^2 = 64 \Rightarrow AD = 8$$

(هندسه ۲ - روابط طولی در مثلث - صفحه‌های ۶۶ تا ۶۹)

۴

۳

۲✓

۱

(فرشا در فرم ازی)

$$\cot ۶۱^\circ = \cot(۶۰^\circ + ۱^\circ) = -\tan ۱^\circ$$

$$\cot ۶۲^\circ = \cot(۶۰^\circ + ۲^\circ) = -\tan ۲^\circ$$

⋮

$$\cot ۱۷۹^\circ = \cot(۶۰^\circ + ۱۱^\circ) = -\tan ۱۱^\circ$$

از جمع طرفین تساوی های بالا داریم:

$$\cot ۶۱^\circ + \cot ۶۲^\circ + \dots + \cot ۱۷۹^\circ$$

$$= -(\tan ۱^\circ + \tan ۲^\circ + \dots + \tan ۱۱^\circ) \Rightarrow A = -B$$

(مسابان ا- مثلثات- صفحه های ۹۱ تا ۱۰۳)

۴

۳

۲ ✓

۱

(فرشا در فرم ازی)

-۱۱۲

$$\sin\left(\frac{۱۱\pi}{۲} - \alpha\right) = \sin\left(4\pi + \frac{۳\pi}{۲} - \alpha\right) = \sin\left(\frac{۳\pi}{۲} - \alpha\right) = -\cos \alpha$$

$$\sin(۱۸\pi - \alpha) = \sin(-\alpha) = -\sin \alpha$$

$$\sin(۷\pi + \alpha) = \sin(۶\pi + \pi + \alpha) = \sin(\pi + \alpha) = -\sin \alpha$$

$$\sin\left(\frac{۱۷\pi}{۲} + \alpha\right) = \sin\left(۸\pi + \frac{\pi}{۲} + \alpha\right) = \sin\left(\frac{\pi}{۲} + \alpha\right) = \cos \alpha$$

$$\Rightarrow A = \frac{-\cos \alpha - \sin \alpha}{-\sin \alpha + \cos \alpha} \xrightarrow{\text{تقسیم بر } \cos \alpha} A = \frac{-\frac{\cos \alpha}{\cos \alpha} - \frac{\sin \alpha}{\cos \alpha}}{-\frac{\sin \alpha}{\cos \alpha} + \frac{\cos \alpha}{\cos \alpha}}$$

$$\Rightarrow A = \frac{-1 - \tan \alpha}{-\tan \alpha + 1} = \frac{-1 - \frac{1}{2}}{-\frac{1}{2} + 1} = \frac{-\frac{3}{2}}{\frac{1}{2}} = -3$$

(مسابان ا- مثلثات- صفحه های ۹۱ تا ۱۰۳)

۴

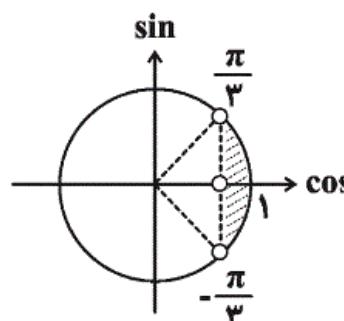
۳ ✓

۲

۱

(قاسی کتابچی)

-۱۱۳



$$-\frac{\pi}{۳} < ۳x < \frac{\pi}{۳} \quad \cos\left(-\frac{\pi}{۳}\right) = \cos\left(\frac{\pi}{۳}\right) = \frac{۱}{۲} \quad \frac{۱}{۲} < \cos ۳x \leq ۱$$

$$\Rightarrow \frac{۱}{۲} < \frac{۱-m}{۲} \leq ۱ \Rightarrow ۱ < ۱-m \leq ۲ \Rightarrow ۰ < -m \leq ۱ \Rightarrow -1 \leq m < ۰$$

(مسابان ا- مثلثات- صفحه های ۹۱ تا ۱۰۳)

۴

۳

دانلود ریاضی سرا

۱

(علی نجفی)

$$\begin{aligned} \frac{\sin 22^\circ + \cos 32^\circ}{\cos 31^\circ + \sin 13^\circ} &= \frac{\sin(18^\circ + 4^\circ) + \cos(36^\circ - 4^\circ)}{\cos(22^\circ + 4^\circ) + \sin(9^\circ + 4^\circ)} \\ &= \frac{-\sin 4^\circ + \cos 4^\circ}{\sin 4^\circ + \cos 4^\circ} \xrightarrow{\div \sin 4^\circ} \frac{-1 + \cot 4^\circ}{1 + \cot 4^\circ} = 0/0 \\ \frac{\cot 4^\circ = x}{1+x} &\xrightarrow{-1+x} = 0/0 \Rightarrow 0/0 + 0/0 x = -1 + x \\ \Rightarrow 0/0 x &= 1/0 \Rightarrow x = 1/2 \end{aligned}$$

(مسابان ا- مثلثات- صفحه‌های ۹۱ تا ۱۰۳)

۴

۳✓

۲

۱

با توجه به مثلث ABC واضح است $x + y = \frac{\pi}{2}$ می‌باشد. بنابراین داریم:

$$\begin{aligned} \cos(2x + y) &= -\frac{1}{4} \xrightarrow{x+y=\frac{\pi}{2}} \cos(x + \underbrace{x+y}_{\frac{\pi}{2}}) = -\frac{1}{4} \\ \Rightarrow \cos\left(\frac{\pi}{2} + x\right) &= -\frac{1}{4} \Rightarrow -\sin x = -\frac{1}{4} \Rightarrow \sin x = \frac{1}{4} \\ \text{حال با توجه به این که } < x < 0 \text{ است، برای محاسبه } \tan x \text{ داریم:} \\ \sin^2 x + \cos^2 x &= 1 \Rightarrow \left(\frac{1}{4}\right)^2 + \cos^2 x = 1 \\ \Rightarrow \cos^2 x &= 1 - \frac{1}{16} = \frac{15}{16} \Rightarrow \cos x = \frac{\sqrt{15}}{4} \\ \Rightarrow \tan x &= \frac{\sin x}{\cos x} = \frac{\frac{1}{4}}{\frac{\sqrt{15}}{4}} = \frac{1}{\sqrt{15}} \end{aligned}$$

(مسابان ا- مثلثات- صفحه‌های ۹۱ تا ۱۰۳)

۴✓

۳

۲

۱

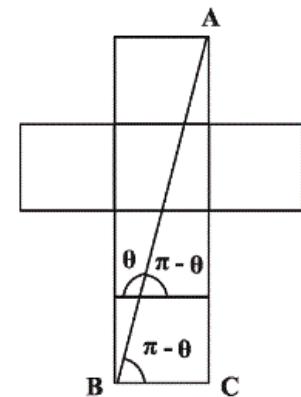
(سبک در عظمتی)

چون می‌دانیم $\sin(\pi - \theta) = \sin \theta$ است، پس برای محاسبه $\sin \theta$ ، می‌توانیم در مثلث ABC سینوس زاویه $(\pi - \theta)$ را محاسبه کنیم. با توجه به رابطه فیثاغورس ضلع AB را به دست می‌آوریم:

$$AB^2 = AC^2 + BC^2 \Rightarrow AB^2 = 4^2 + 1^2 = 17 \Rightarrow AB = \sqrt{17}$$

بنابراین داریم:

$$\sin \theta = \sin(\pi - \theta) = \frac{AC}{AB} = \frac{4}{\sqrt{17}}$$



(مسابان ا- مثلثات- صفحه‌های ۹۸ تا ۱۰۳)

۴

۳✓

۲

۱

(فرشاد فرامرزی)

$$\begin{aligned} \alpha + \beta = \frac{3\pi}{2} &\Rightarrow \beta = \frac{3\pi}{2} - \alpha \Rightarrow \cos \beta = \cos\left(\frac{3\pi}{2} - \alpha\right) = -\sin \alpha \\ \Rightarrow A &= 4 \sin \alpha + 2(-\sin \alpha) - 2 = 5 \sin \alpha - 2 \\ -1 \leq \sin \alpha &\leq 1 \Rightarrow -5 \leq 5 \sin \alpha \leq 5 \\ \Rightarrow -7 &\leq 5 \sin \alpha - 2 \leq 3 \Rightarrow -7 \leq A \leq 3 \end{aligned}$$

بنابراین بیشترین مقدار A برابر ۳ است.

(مسابان ا- مثلثات- صفحه‌های ۹۸ تا ۱۰۱)

۴✓

۳

۲

۱

(علی شهرابی)

$$\frac{\sqrt{3} \cos \lambda^\circ + \sin \lambda^\circ}{\cos 56^\circ} = \frac{\frac{\sqrt{3}}{2} \cos \lambda^\circ + \frac{1}{2} \sin \lambda^\circ}{\cos(90^\circ - 34^\circ)}$$

$$\frac{\sqrt{3}(\sin 60^\circ \cos \lambda^\circ + \cos 60^\circ \sin \lambda^\circ)}{\sin 34^\circ} = \frac{\sqrt{3} \sin(60^\circ + \lambda^\circ)}{\sin 34^\circ}$$

$$= \frac{\sqrt{3} \sin 68^\circ}{\sin 34^\circ} = \frac{\sqrt{3} \sin 34^\circ \cos 34^\circ}{\sin 34^\circ} = 4 \cos 34^\circ$$

(مسابان ا- مثلثات- صفحه‌های ۹۸ و ۱۰۰ تا ۱۰۲)

۴✓

۳

۲

۱

$$\frac{3\sin 20^\circ - 2\cos 110^\circ}{\cos 70^\circ} = \frac{3\sin 20^\circ - 2\cos(90^\circ + 20^\circ)}{\cos(90^\circ - 20^\circ)}$$

$$= \frac{3\sin 20^\circ - 2(-\sin 20^\circ)}{\sin 20^\circ} = \frac{5\sin 20^\circ}{\sin 20^\circ} = 5$$

(حسابان ا- مثلثات- صفحه‌های ۹۱ تا ۱۰۴)

۴

۳ ✓

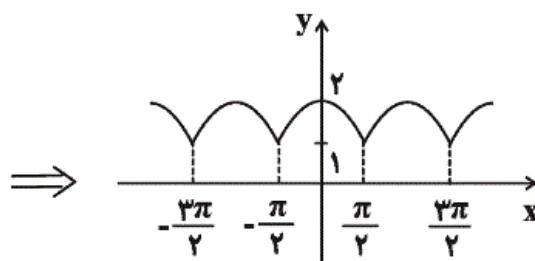
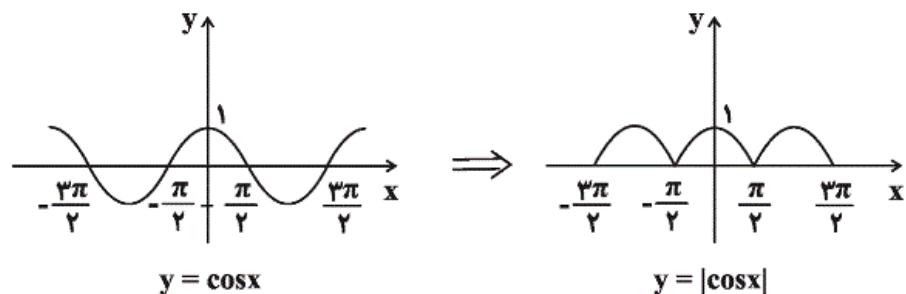
۲

۱

ریاضی ، حسابان ۱ - سوالات موازی ، توابع مثلثاتی ، مثلثات - ۱۳۹۷۰۱۳۱

-۱۱۸

(فرشاد فرامرزی)



(حسابان ا- مثلثات- صفحه‌های ۵۱ تا ۶۰)

۴

۳

۲ ✓

۱

ریاضی ، حسابان ۱ - سوالات موازی ، روابط مثلثاتی مجموع و تفاضل زوایا ، مثلثات - ۱۳۹۷۰۱۳۱

$$= \frac{3}{\sqrt{13}} \times \frac{4}{\sqrt{20}} + \frac{2}{\sqrt{13}} \times \frac{2}{\sqrt{20}} = \frac{16}{\sqrt{13} \times \sqrt{20}} = \frac{8}{\sqrt{65}}$$

(حسابان ا- مثلثات- صفحه‌های ۱۱۰ تا ۱۱۳)

۴

۳

۲

۱ ✓

راه حل اول:

$$\frac{1}{\cos^2 \theta} = 1 + \tan^2 \theta$$

$$\Rightarrow \frac{1}{\cos^2 \theta} = 1 + \left(\frac{3}{4}\right)^2 = \frac{16+9}{16} = \frac{25}{16} \Rightarrow \cos^2 \theta = \frac{16}{25}$$

$$\cos 2\theta = 2 \cos^2 \theta - 1 = 2\left(\frac{16}{25}\right) - 1 = \frac{32-25}{25} = \frac{7}{25}$$

راه حل دوم: از رابطه $\cos 2\theta = \frac{1 - \tan^2 \theta}{1 + \tan^2 \theta}$ استفاده می کنیم:

$$\cos 2\theta = \frac{1 - \left(\frac{3}{4}\right)^2}{1 + \left(\frac{3}{4}\right)^2} = \frac{7}{25}$$

(مسابان ا- مثلثات- صفحه های ۶۰ و ۷۰)

۴

۳

۲

۱ ✓

(علی شهرابی)

$$\tan 15^\circ + \tan 60^\circ = \frac{\sin 15^\circ}{\cos 15^\circ} + \frac{\sin 60^\circ}{\cos 60^\circ}$$

$$= \frac{\sin 15^\circ \cos 60^\circ + \sin 60^\circ \cos 15^\circ}{\cos 15^\circ \cos 60^\circ} = \frac{\sin(15^\circ + 60^\circ)}{\cos 15^\circ \cos 60^\circ}$$

$$= \frac{\sin 75^\circ}{\cos 15^\circ \cos 60^\circ} = \frac{1}{\cos 60^\circ} = \frac{1}{\frac{1}{2}} = 2$$

توجه: چون زوایای 15° و 75° متمم یکدیگر هستند، پس:

$$\sin 75^\circ = \cos 15^\circ$$

(مسابان ا- مثلثات- صفحه های ۹۱ و ۱۰۰)

۴

۳ ✓

۲

۱

می‌دانیم $\sin 15^\circ = \cos 75^\circ$ است. عبارت داده شده را A فرض می‌کنیم و داریم:

$$A = \sin 75^\circ + \sqrt{3} \sin 15^\circ$$

$$\xrightarrow{\div 2} \frac{A}{2} = \frac{1}{2} \sin 75^\circ + \frac{\sqrt{3}}{2} \cos 75^\circ$$

$$\quad \quad \quad \sin 30^\circ \quad \quad \quad \cos 30^\circ$$

حال با استفاده از رابطه زیر داریم:

$$\cos(a - b) = \cos a \cos b + \sin a \sin b$$

$$\Rightarrow \frac{A}{2} = \sin 30^\circ \sin 75^\circ + \cos 30^\circ \cos 75^\circ = \cos(75^\circ - 30^\circ)$$

$$= \cos 45^\circ = \frac{\sqrt{2}}{2} \Rightarrow \frac{A}{2} = \frac{\sqrt{2}}{2} \Rightarrow A = \sqrt{2}$$

(مسابان ا- مثلثات- صفحه‌های ۹۱ و ۱۰۷)

۴

۳✓

۲

۱

$$\text{فرض کنید } 20^\circ + \alpha = x \Rightarrow \sin x = \frac{12}{13}$$

$$\sin^2 x + \cos^2 x = 1 \Rightarrow \frac{144}{169} + \cos^2 x = 1$$

$$\Rightarrow \cos^2 x = \frac{25}{169} \Rightarrow \cos x = \pm \frac{5}{13}$$

x در ناحیه اول است، پس $\cos x = \frac{5}{13}$ می‌باشد.

x

$$\cos(80^\circ + \alpha) = \cos(\underbrace{60^\circ + 20^\circ}_{x} + \alpha) = \cos(60^\circ + x)$$

$$= \cos 60^\circ \cos x - \sin 60^\circ \sin x$$

$$= \frac{1}{2} \left(\frac{5}{13} \right) - \frac{\sqrt{3}}{2} \left(\frac{12}{13} \right) = \frac{5 - 12\sqrt{3}}{26}$$

(مسابان ا- مثلثات- صفحه‌های ۱۰۷ تا ۱۱۲)

۴

۳✓

۲

۱

$$\begin{aligned}
 \cos 2x - \cos 4x &= (2 \cos^2 x - 1) - (2 \cos^2 2x - 1) \\
 &= 2 \cos^2 x - 1 - 2 \cos^2 2x + 1 = 2(\cos^2 x - \cos^2 2x) \\
 &= 2(\cos^2 x - (2 \cos^2 x - 1)^2) = 2\left(\frac{14}{16} - \left(2 \times \frac{14}{16} - 1\right)^2\right) \\
 &= 2\left(\frac{14}{16} - \frac{9}{16}\right) = \frac{5}{8}
 \end{aligned}$$

(حسابان ا- مثلثات- صفحه‌های ۱۰ تا ۱۴)

۴

۳

۲

۱ ✓

$$\begin{aligned}
 A &= \tan 4x (\cot 2x - \tan 2x) = \tan 4x \left(\frac{\cos 2x}{\sin 2x} - \frac{\sin 2x}{\cos 2x} \right) \\
 &= \tan 4x \left(\frac{\cos^2 2x - \sin^2 2x}{\sin 2x \cdot \cos 2x} \right) = \tan 4x \left(\frac{\cos 4x}{\frac{1}{2} \sin 4x} \right) \\
 &= \tan 4x (2 \cot 4x) = 2
 \end{aligned}$$

(حسابان ا- مثلثات- صفحه‌های ۱۰ تا ۱۴)

۴

۳

۲ ✓

۱

توجه کنید که $\sin 16^\circ = \cos 74^\circ$ و داریم:

$$\begin{aligned}
 \cos 74^\circ &= \cos(2 \times 37^\circ) = 1 - 2 \sin^2 37^\circ = 1 - 2(0.6)^2 \\
 &= 1 - 0.72 = 0.28
 \end{aligned}$$

(حسابان ا- مثلثات- صفحه‌های ۹۱ و ۱۰ تا ۱۴)

۴

۳

۲ ✓

۱

ریاضی ، حسابان ۱ - سوالات موازی ، مفهوم حد و فرایندهای حدی ، حد و پیوستگی - ۱۳۹۷۰۱۳۱

دامنه تابع را به دست می‌آوریم:

$$2 - [x] = 0 \Rightarrow [x] = 2 \Rightarrow 2 \leq x < 3$$

بنابراین: $D_f = (-\infty, 2) \cup [3, +\infty)$ پس همسایگی راست نقطه $x = 2$ در دامنه تابع قرار ندارد.

(حسابان ا- حد و پیوستگی- صفحه‌های ۱۱۸ تا ۱۲۲)

۴

۳

۲ ✓

۱

عدد ۱ عضو بازه $(a - 2, 3a + 2)$ است، پس:

$$\begin{cases} a - 2 < 1 \Rightarrow a < 3 \\ 3a + 2 > 1 \Rightarrow a > -\frac{1}{3} \end{cases}$$

$$-\frac{1}{3} < a < 3 \quad \text{بنابراین:}$$

(مسابقات هندسه و پیوستگی - صفحه‌های ۱۲۲ تا ۱۲۸)

۴

۳

۲

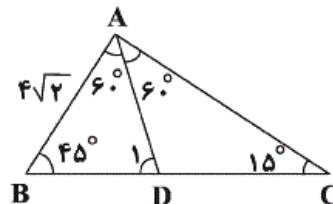
۱

ریاضی، هندسه - سوالات موازی، قضیه سینوس‌ها، روابط طولی در مثلث - ۱۳۹۷۰۱۳۱

(علی فتح‌آبادی)

-۱۴۵

نیمساز رأس A را رسم می‌کیم:



$$\hat{D}_1 = 180^\circ - (60^\circ + 45^\circ) = 75^\circ$$

$$\sin 75^\circ = \sin(45^\circ + 30^\circ) = \sin 45^\circ \times \cos 30^\circ + \sin 30^\circ \times \cos 45^\circ$$

$$= \frac{\sqrt{2}}{2} \times \frac{\sqrt{3}}{2} + \frac{1}{2} \times \frac{\sqrt{2}}{2} = \frac{\sqrt{6} + \sqrt{2}}{4}$$

با توجه به قضیه سینوس‌ها در مثلث $\triangle ABD$ داریم:

$$\frac{AB}{\sin \hat{D}_1} = \frac{AD}{\sin \hat{B}} \Rightarrow \frac{4\sqrt{2}}{\sqrt{6} + \sqrt{2}} = \frac{AD}{\frac{\sqrt{2}}{2}}$$

$$\Rightarrow AD = \frac{4}{\sqrt{6} + \sqrt{2}} = \frac{16}{\sqrt{6} + \sqrt{2}} = 4(\sqrt{6} - \sqrt{2})$$

(هنرمه - روابط طولی در مثلث - صفحه‌های ۶۲ تا ۶۵)

۴

۳

۲

۱

اگر طول ضلع $AD = a$ فرض کنیم، داریم:

$$AB = \sqrt{2}a$$

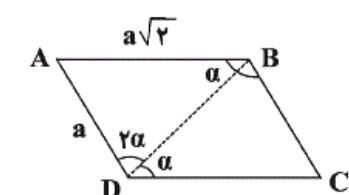
$$AB \parallel CD \Rightarrow \hat{A}BD = \hat{B}DC = \alpha$$

حال با استفاده از قضیه سینوس‌ها در مثلث ABD داریم:

$$\frac{AD}{\sin \alpha} = \frac{AB}{\sin 2\alpha} \Rightarrow \frac{a}{\sin \alpha} = \frac{a\sqrt{2}}{\sin 2\alpha}$$

$$\Rightarrow \frac{a}{\sin \alpha} = \frac{a\sqrt{2}}{2 \sin \alpha \cos \alpha}$$

$$\Rightarrow \cos \alpha = \frac{\sqrt{2}}{2} \Rightarrow \alpha = 45^\circ \Rightarrow 2\alpha = 90^\circ$$



$$\hat{B}AD = 180^\circ - (90^\circ + 45^\circ) = 45^\circ$$

بنابراین:

(هنرسه ۲ - روابط طولی در مثلث - صفحه‌های ۶۰ تا ۶۲)

۴

۳✓

۲

۱

$$\frac{a}{\sin \hat{A}} = \frac{b}{\sin \hat{B}} \Rightarrow \frac{30}{\sin 120^\circ} = \frac{10\sqrt{6}}{\sin \hat{B}}$$

$$\Rightarrow 3 \sin \hat{B} = \sqrt{6} \times \sin 120^\circ = \sqrt{6} \times \frac{\sqrt{3}}{2}$$

$$\Rightarrow 3 \sin \hat{B} = \sqrt{2} \times \sqrt{3} \times \frac{\sqrt{3}}{2} = \frac{3\sqrt{2}}{2}$$

$$\Rightarrow \sin \hat{B} = \frac{\sqrt{2}}{2} \Rightarrow \hat{B} = 45^\circ \text{ یا } 135^\circ$$

جواب $\hat{B} = 135^\circ$ قابل قبول نیست، زیرا $\hat{A} + \hat{B} > 180^\circ$ بیشتر می‌شود، در نتیجه داریم:

$$\hat{A} = 120^\circ, \quad \hat{B} = 45^\circ \Rightarrow \hat{C} = 180^\circ - \hat{A} - \hat{B}$$

$$= 180^\circ - 120^\circ - 45^\circ = 60^\circ - 45^\circ = 15^\circ$$

(هنرسه ۲ - روابط طولی در مثلث - صفحه‌های ۶۰ تا ۶۲)

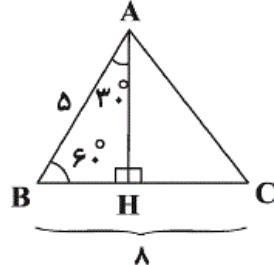
۴

۳

۲✓

۱

(حسن باطنی)

در مثلث قائم الزاویه AHB :

$$BH = \frac{5}{2} \quad \text{و} \quad AH = \frac{5\sqrt{3}}{2}$$

در مثلث قائم الزاویه AHC :

$$\begin{aligned} AC^2 &= AH^2 + HC^2 \Rightarrow AC^2 = \left(\frac{5\sqrt{3}}{2}\right)^2 + \left(8 - \frac{5}{2}\right)^2 \\ &= \frac{75}{4} + \frac{121}{4} = \frac{196}{4} = 49 \Rightarrow AC = 7 \end{aligned}$$

حال با توجه به قضیه سینوس‌ها در مثلث ABC داریم:

$$\begin{aligned} \frac{AC}{\sin B} &= 2R \Rightarrow \frac{7}{\sin 60^\circ} = 2R \Rightarrow \frac{7}{\frac{\sqrt{3}}{2}} = 2R \\ \Rightarrow 7 &= \sqrt{3}R \Rightarrow R = \frac{7}{\sqrt{3}} = \frac{7\sqrt{3}}{3} \end{aligned}$$

(هنرسه ۲ - روابط طولی در مثلث - صفحه‌های ۶۲ تا ۶۵)

۴

۳

۲ ✓

۱

(علی شهرابی)

$$a \sin C = (c^2 - e) \sin A \Rightarrow \frac{a}{\sin A} = \frac{c^2 - e}{\sin C}$$

از طرفی می‌دانیم طبق قضیه سینوس‌ها، تساوی
مثلث ABC همواره برقرار است.

با مقایسه دو تساوی بالا نتیجه می‌گیریم:

$$c^2 - e = c \Rightarrow c^2 - c - e = 0 \Rightarrow \begin{cases} c = 3 & \text{ق ق} \\ c = -2 & \text{غ ق ق} \end{cases}$$

(هنرسه ۲ - روابط طولی در مثلث - صفحه‌های ۶۲ تا ۶۵)

۴ ✓

۳

۲

۱

اگر چنین مثلثی وجود داشته باشد، قضیه سینوس‌ها در مورد آن صدق می‌کند، پس:

$$\frac{BC}{\sin A} = \frac{AC}{\sin B} \Rightarrow \frac{5}{\frac{\sqrt{3}}{2}} = \frac{2\sqrt{3}}{\sin B} \Rightarrow \sin B = \frac{3}{5}$$

از طرفی چون $\frac{1}{2} < \frac{3}{5} < \frac{\sqrt{2}}{2}$ ، پس برای B دو مقدار به صورت زیر به دست می‌آید:

$$\left. \begin{array}{l} 1) 30^\circ < B < 45^\circ \\ 2) 135^\circ < B < 150^\circ \end{array} \right\} \text{ق ق غ ق ق} \Rightarrow \text{فقط یک مثلث وجود دارد}$$

حالت دوم قابل قبول نیست زیرا با توجه به این‌که $A = 60^\circ$ است، مجموع زوایای داخلی در این حالت بیشتر از 180° خواهد شد.

(هندسه ۲ - روابط طولی در مثلث - صفحه‌های ۶۲ تا ۶۵)

۴

۳

۲✓

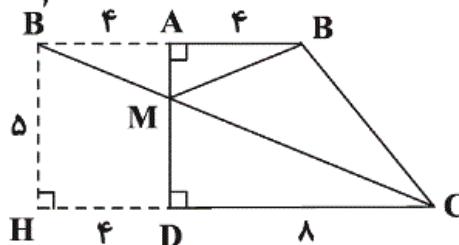
۱

ریاضی ، هندسه ۲ - سوالات موازی ، کاربرد تبدیل‌ها ، تبدیل‌های هندسی و کاربردها - ۱۳۹۷۰۱۳۱

بازنتاب نقطه B نسبت به ساق AD را B' می‌نامیم. از C به B' وصل می‌کنیم. محل برخورد پاره خط $B'C$ با ساق AD ، نقطه مورد نظر است. طبق مسئله هرون می‌دانیم $MB + MC = B'C$. پس

داریم:

$$B'C^2 = B'H^2 + HC^2 = 5^2 + 12^2 = 169 \Rightarrow B'C = 13$$



(هندسه ۲ - تبدیل‌های هندسی و کاربردها - صفحه ۵۳)

۴

۳

۲✓

۱

تلاقی $A'B$ با محور d را M می‌نامیم. $AM + MB$ کوتاه‌ترین مسیر ممکن است. حال از آنجایی که $AM = MA'$ ، در نتیجه:

$$AM + MB = MA' + MB = A'B$$

لذا کافیست طول $A'B$ را بیابیم. از طرفی داریم:

$$\Delta AHB : \hat{B} = 60^\circ \Rightarrow \sin \hat{B} = \frac{AH'}{AB} \Rightarrow \frac{\sqrt{3}}{2} = \frac{\sqrt{27}}{AB} \Rightarrow AB = 6$$

اکنون با توجه به این‌که $A'AB$ در رأس A قائم‌الزاویه است، بنابراین:

$$AA'^2 + AB^2 = A'B^2 \Rightarrow 8^2 + 6^2 = A'B^2 \Rightarrow A'B = 10$$

(هنرسه ۲ - تبدیل‌های هندسی و کاربردها - صفحه‌های ۵۳ تا ۵۶)

۴

۳

۲ ✓

۱

(محمد طاهر شعاعی)

-۱۴۳

اگر تصویر نقطه B تحت بازتاب نسبت به محور OA را B' بنامیم، آن‌گاه BB' قطر دایره کامل به مرکز O می‌باشد. نقطه تلاقی $B'C$ و شعاع OA را P می‌نامیم. بنابر مسئله هرون $PB + PC$ کم‌ترین مقدار را دارد و مقدار آن به شرح زیر محاسبه می‌گردد:

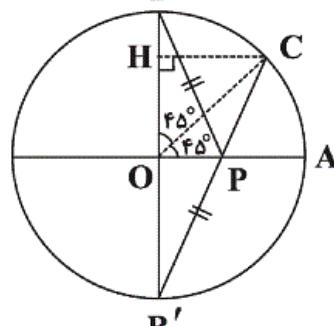
$$PB + PC = PB' + PC = B'C$$

$$OH^2 + CH^2 = OC^2 \Rightarrow OH = CH = \frac{OC}{\sqrt{2}} = \frac{R}{\sqrt{2}}$$

$$B'C^2 = CH^2 + B'H^2 = \left(\frac{R}{\sqrt{2}}\right)^2 + \left(R + \frac{R}{\sqrt{2}}\right)^2$$

$$\Rightarrow B'C^2 = \frac{R^2}{2} + R^2 + \frac{R^2}{2} + \frac{2R^2}{\sqrt{2}}$$

$$= 2R^2 + \sqrt{2}R^2 = R^2(2 + \sqrt{2}) \Rightarrow B'C = R\sqrt{2 + \sqrt{2}}$$



(هنرسه ۲ - تبدیل‌های هندسی و کاربردها - صفحه ۵۳)

۴

۳ ✓

۲

۱

$$MP + QN = MP + PD = MD'$$

$$\Delta MDD' : MD'^2 = (5)^2 + (8)^2 = 89 \Rightarrow MD' = \sqrt{89}$$

$$MPQN = MN + (MP + QN) + PQ$$

$$= 6 + \sqrt{89} + 1 = 7 + \sqrt{89}$$

توجه داشته باشید که با توجه به فرضیات مسئله و در نتیجه موازی بودن MN و

$$MN, BC \text{ از رابطه } MN = \frac{1}{2}BC \text{ به دست می‌آید.}$$

(هنرسه ۲ - تبدیل‌های هندسی و کاربردها - صفحه‌های ۵۵ و ۵۶)

۴

۳✓

۲

۱

ریاضی ، آمار و احتمال ، توصیف و نمایش داده‌ها ، آمار توصیفی - ۱۳۹۷۰۱۳۱

(امین کریمی)

-۱۶۱

ابتدا مرکز دسته‌ها را به دست می‌آوریم. سپس مرکز هر دسته را در فراوانی آن دسته ضرب کرده و مجموع تمام مقادیر به دست آمده را بر مجموع فراوانی‌ها تقسیم می‌کنیم.

$$\bar{x} = \frac{\sum f_i x_i}{\sum f_i} = \frac{11 \times 5 + 13 \times 10 + 15 \times 15 + 17 \times 20 + 19 \times 10}{60} = 15.7$$

(آمار و احتمال - صفحه‌های ۱۵ و ۹۰)

۴

۳

۲✓

۱

ریاضی ، آمار و احتمال ، معیارهای گرایش به مرکز ، آمار توصیفی - ۱۳۹۷۰۱۳۱

(فرشاد فرامرزی)

-۱۶۲

$$\bar{x} = \frac{\sum_{i=1}^n f_i x_i}{\sum_{i=1}^n f_i} \Rightarrow 52 = \frac{4x + 1 \times 60}{4 + 1} \Rightarrow 4x + 60 = 260 \Rightarrow x = 50$$

$$65 = \frac{75 \times 3 + 80 \times 4 + 55 \times 1 + 60 \times 1 + 3y + 4 \times 50}{3 + 4 + 1 + 1 + 3 + 4}$$

$$1040 = 860 + 3y \Rightarrow 3y = 180 \Rightarrow y = 60$$

(آمار و احتمال - صفحه‌های ۱۵ و ۹۱)

۴✓

۳

۲

۱

(سیدامیر ستوده)

داده‌هایی که مقدار آن‌ها به خط، ۱۵ محاسبه شده است در نیمة دوم داده‌ها یعنی بعد از میانه قرار دارند. پس با افزایش آن‌ها میانه تغییر نمی‌کند ولی میانگین افزایش می‌یابد. (آمار و احتمال - صفحه‌های ۸۷ تا ۸۹)

۴

۳✓

۲

۱

(عزیزالله علی اصفهانی)

تعداد داده‌ها ۷ است. بنابراین چهارمین داده در حالت مرتب شده میانه است. ۳ داده کمتر از ۸ (که میانه است) داریم، بنابراین بختماً بزرگ‌تر یا مساوی ۸ است. برای یافتن حداقل مقدار میانگین، x را مساوی ۸ در نظر گرفته و میانگین را محاسبه می‌کنیم:

$$\frac{3+4+6+8+8+15+19}{7} = \frac{63}{7} = 9$$

(آمار و احتمال - صفحه‌های ۸۷ تا ۸۹)

۴

۳✓

۲

۱

(سیدامیر ستوده)

چون در بین داده‌های صورت سوال، داده صفر، یک داده دور افتاده محسوب می‌شود، بنابراین میانگین نمی‌تواند یک معیار گراشی به مرکز مناسب برای این داده‌ها باشد. با توجه به آنکه فراوانی همه داده‌ها یکسان است، این داده‌ها مد ندارند. پس میانه این داده‌ها یک معیار مناسب می‌تواند باشد.

توجه: دامنه میان چارکی معیاری برای پراکندگی داده‌های است.

(آمار و احتمال - صفحه‌های ۸۹ تا ۹۱)

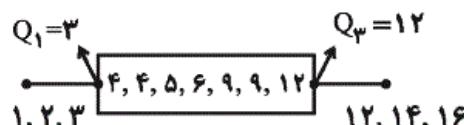
۴

۳✓

۲

۱

ریاضی ، آمار و احتمال ، معیارهای پراکندگی ، آمار توصیفی - ۱۳۹۷۰۱۳۱



$$\bar{x}_1 = 2 \Rightarrow \sigma_1 = \sqrt{\frac{(1-2)^2 + (2-2)^2 + (3-2)^2}{3}} = \sqrt{\frac{2}{3}}$$

$$\bar{x}_3 = 14 \Rightarrow \sigma_3 = \sqrt{\frac{8}{3}}$$

$$\bar{x}_2 = 7 \Rightarrow \sigma_2 = \sqrt{\frac{9+9+4+1+4+4+25}{7}} = \sqrt{8}$$

(آمار و احتمال - صفحه‌های ۹۱، ۹۷ و ۹۸)

۴

۳

۲✓

۱

(امیر هوشمند فهمی)

چون واریانس صفر است، پس همه داده‌ها با میانگین برابرند.

$$\bar{x} = \frac{7\bar{x} + 16 + 20}{9} \Rightarrow 9\bar{x} = 7\bar{x} + 36 \Rightarrow \bar{x} = 18$$

$$\sigma = \sqrt{\frac{(18-18)^2 + \dots + (20-18)^2 + (16-18)^2}{9}} = \sqrt{\frac{8}{9}} = \frac{2\sqrt{2}}{3}$$

(آمار و احتمال - صفحه‌های ۱۵ و ۹۳)

 ۴ ۳ ۲ ۱

(امین کریمی)

چون میانگین امتیازات هر دو نفر برابر ۶ است، پس دقت کسی بیشتر است که واریانس کمتری داشته باشد.

$$\begin{aligned}\sigma^2_{\text{نفر اول}} &= \frac{(5-6)^2 + (7-6)^2 + (8-6)^2 + (4-6)^2}{4} \\ &= \frac{1+1+4+4}{4} = 2 / 5\end{aligned}$$

$$\begin{aligned}\sigma^2_{\text{نفر دوم}} &= \frac{(6-6)^2 + (9-6)^2 + (3-6)^2 + (6-6)^2}{4} \\ &= \frac{9+9}{4} = 4 / 5\end{aligned}$$

(آمار و احتمال - صفحه‌های ۱۵ و ۹۳)

 ۴ ۳ ۲ ۱

(محمد پور احمدی)

$$CV = \frac{\sigma}{\bar{x}} \Rightarrow 4 = \frac{\sigma}{\bar{x}}$$

اگر داده‌ها را دو برابر کنیم، میانگین و انحراف معیار، هر کدام دو برابر می‌شوند. بنابراین داریم:

$$CV = \frac{2\sigma}{2\bar{x}} = \frac{\sigma}{\bar{x}} = 4$$

(آمار و احتمال - صفحه ۹۶)

پس ضریب تغییرات تغییر نمی‌کند.

 ۴ ۳ ۲ ۱

(مامد پوچاری)

ابتدا داده‌ها را از کوچک به بزرگ مرتب می‌کنیم:

$$\begin{array}{ccccccc} 12 & , & 12 & , & 13 & , & 16 & , \\ \downarrow & & \downarrow & & \downarrow & & \\ Q_1 = 12/5 & & \text{میانه } Q_2 & & Q_3 = 20/5 & & \end{array}$$

داده‌های بین چارکی (داخل جعبه):

$$\Rightarrow \bar{x} = \frac{13+16+17+17+20}{5} = \frac{83}{5} = 16.6$$

(آمار و احتمال - صفحه‌های ۱۵ تا ۲۰، ۹۷ و ۹۸)

۴

۳✓

۲

۱

ریاضی ، هندسه ۲ - گواه ، قضیه سینوس‌ها ، روابط طولی در مثلث - ۱۳۹۷۰۱۳۱

(کتاب آبی)

-۱۳۴-

$$\frac{\cos \hat{A}}{a} = \frac{\cos \hat{B}}{b}, \quad a = 2R \sin \hat{A}, \quad b = 2R \sin \hat{B}$$

$$\Rightarrow \frac{\cos \hat{A}}{\sin \hat{A}} = \frac{\cos \hat{B}}{\sin \hat{B}} \Rightarrow \frac{1}{\tan \hat{A}} = \frac{1}{\tan \hat{B}} \Rightarrow \hat{A} = \hat{B}$$

. $\hat{A} = \hat{B} = 65^\circ$ ، بنابراین $\hat{C} = 50^\circ$

(هندسه ۲ - روابط طولی در مثلث - صفحه‌های ۶۲ تا ۶۵)

۴

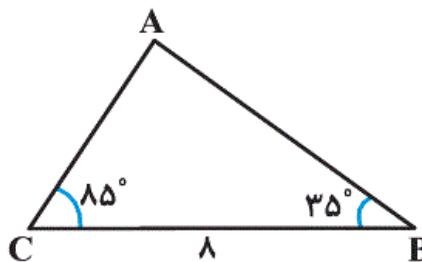
۳✓

۲

۱

(کتاب آبی)

-۱۳۵-



طبق قضیه سینوس‌ها، برای پیدا کردن اندازه شعاع دایره محیطی هر مثلث، کافیست اندازه یک ضلع و اندازه زاویه رویه روی آن مشخص باشد.

$$\hat{A} = 180^\circ - 85^\circ - 35^\circ = 60^\circ$$

$$2R = \frac{BC}{\sin \hat{A}} = \frac{8}{\sqrt{3}} \Rightarrow R = \frac{8}{\sqrt{3}} = \frac{8\sqrt{3}}{3}$$

(هندسه ۲ - روابط طولی در مثلث - صفحه‌های ۶۲ تا ۶۵)

۴

۳

۲

۱✓

(کتاب آبی)

$$\frac{AC}{\sin B} = \frac{AB}{\sin C} \Rightarrow \frac{\sqrt{18}}{\frac{\sqrt{2}}{2}} = \frac{3}{\sin C} \Rightarrow \sin C = \frac{1}{2} \Rightarrow \begin{cases} C = 30^\circ \\ C = 150^\circ \end{cases}$$

غ ق ق

$$\Rightarrow A = 180^\circ - 45^\circ - 30^\circ = 105^\circ$$

(هندسه ۲ - روابط طولی در مثلث - صفحه‌های ۶۲ تا ۶۵)

۴

۳ ✓

۲

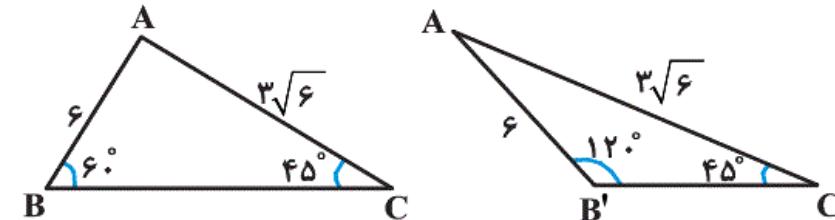
۱

(کتاب آبی)

بنابر قضیه سینوس‌ها داریم:

$$\frac{AC}{\sin B} = \frac{AB}{\sin C} \Rightarrow \frac{3\sqrt{6}}{\sin B} = \frac{6}{\frac{\sqrt{2}}{2}} \Rightarrow \sin B = \frac{\sqrt{3}}{2}$$

پس زاویه B برابر با 60° و یا 120° می‌باشد. بنابراین مثلث ABC به شکل یکی از دو حالت زیر است:

اختلاف محیط‌های دو مثلث فوق، برابر اختلاف ضلع BC در دو حالت است.

اگر این دو مثلث را در زاویه C بر هم منطبق کنیم، مطابق شکل یک مثلث متساوی‌الاضلاع ایجاد می‌شود که اختلاف اضلاع C و $B'C$ برابر اندازه ضلع این مثلث است که برابر با 6 می‌باشد.

(هندسه ۲ - روابط طولی در مثلث - صفحه‌های ۶۲ تا ۶۵)

۴

۳

۲ ✓

۱

ریاضی ، هندسه ۲ - گواه ، کاربرد تبدیل‌ها ، تبدیل‌های هندسی و کاربردها - ۱۳۹۷۰۱۳۱

(سراسری ریاضی - ۱۹)

با توجه به مسئله اول هرون در قسمت مسائل پیدا کردن کوتاه‌ترین مسیر، جواب مورد نظر بازتاب است.

(هندسه ۲ - تبدیل‌های هندسی و کاربردها - صفحه ۵۳)

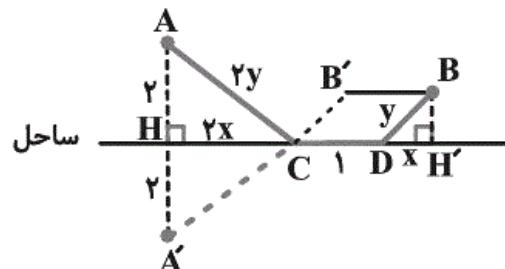
۴

۳

۲

۱ ✓

چون قرار است یک کیلومتر از مسیر را در ساحل بسازیم، پس نقطه B را به اندازه یک کیلومتر به سمت A و به موازات ساحل رودخانه انتقال می‌دهیم و آنرا B' می‌نامیم. نقطه A' را نسبت به محور ساحل بازتاب می‌دهیم تا نقطه A' حاصل شود. محل تلاقی $A'B'$ با خط ساحل نقطه C است، مطابق شکل داریم: (دو مثلث AHC و $BH'D$ متشابه‌اند.)



$$CH = \sqrt{DH'} = \sqrt{x} \quad \text{و} \quad AC = \sqrt{BD} = \sqrt{y}$$

$$HH'^2 + 1 = 50 \Rightarrow HH' = \sqrt{5}$$

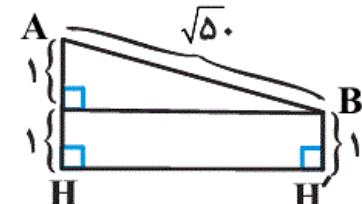
$$\Rightarrow \sqrt{x} + 1 + x = \sqrt{5} \Rightarrow x = 1$$

$$\Rightarrow AC = \sqrt{4+16} = \sqrt{20} = 2\sqrt{5}$$

$$BD = \sqrt{1+4} = \sqrt{5}$$

$$ACDB : \text{کوتاه‌ترین مسیر} \quad 2\sqrt{5} + 1 + \sqrt{5} = 3\sqrt{5} + 1$$

(هنرسه - ۲ - تبدیل‌های هندسی و کاربردها - صفحه‌های ۵۵ و ۵۶)

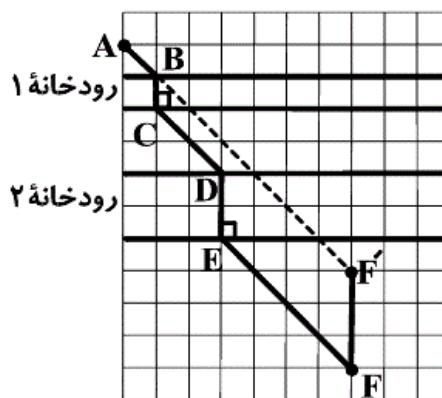


۴

۳

۲

۱ ✓



برای یافتن کوتاه‌ترین مسیر، نقطه F را یک بار با برداری عمود بر راستای رودخانه ۱، به اندازه یک واحد و بار دیگر با برداری عمود بر راستای رودخانه ۲، به اندازه دو واحد انتقال می‌دهیم که در اینجا نقطه F به دلیل موازی بودن راستای رودخانه‌ها، ۳ واحد به بالا منتقل می‌شود. راستای AF' رودخانه ۱ را در نقطه B قطع می‌کند. از نقطه B به اندازه یک واحد پایین می‌آییم و نقطه حاصل را C می‌نامیم. از نقطه C موازی AF' حرکت می‌کنیم و به نقطه D می‌رسیم، سپس ۲ واحد به سمت پایین آمده تا به نقطه E برسیم. مطابق شکل طول مسیر ABCDEF برابر طول $AF' + FF'$ است. حال طبق شکل داریم:

$$\begin{cases} AF' = \sqrt{7^2 + 7^2} = 7\sqrt{2} \\ FF' = 3 \end{cases}$$

$$\Rightarrow \text{طول مسیر } ABCDEF = 3 + 7\sqrt{2}$$

(هنرمه ۲ - تبدیل‌های هندسی و کلاربردها - صفحه‌های ۵۳، ۵۵ و ۵۶)

۴

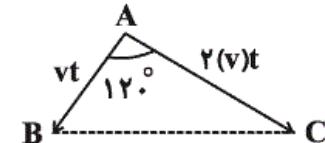
۳

۲ ✓

۱

اندازه سرعت قایق کند را برابر v و دیگری را برابر $2v$ در نظر می‌گیریم.

$$\begin{aligned}\overline{AB} &= vt = v(4) = 4v \\ \overline{AC} &= 2v(t) = 2v(4) = 8v\end{aligned}$$



$$\begin{aligned}\overline{BC}^2 &= (4v)^2 + (8v)^2 - 2(4v)(8v)\cos 120^\circ \\ \Rightarrow (\sqrt{28})^2 &= 16v^2 + 64v^2 + 32v^2 \Rightarrow 28 = 112v^2\end{aligned}$$

$$\Rightarrow v^2 = \frac{1}{4} \Rightarrow v = \frac{1}{2} = 0.5 \text{ m/s}$$

(هنرسه ۲-، روابط طولی در مثلث- صفحه‌های ۶۶ تا ۶۹)

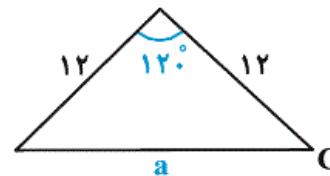
۴

۳

۲

۱ ✓

با توجه به مثلث روبه رو و رابطه کسینوس‌ها داریم:



$$\begin{aligned}a^2 &= 12^2 + 12^2 - 2(12)(12)\cos 120^\circ \\ &= 144 + 144 - 2 \times 144 \times \left(-\frac{1}{2}\right) = 3 \times 144 \Rightarrow a = 12\sqrt{3}\end{aligned}$$

۴ ✓

۳

۲

۱

اگر در مثلث ABC رابطه میانه‌ها را برای هر یک از میانه‌های m_a ، m_b و m_c بنویسیم، خواهیم داشت:

$$\left. \begin{aligned} m_a &= \frac{1}{2}\sqrt{2b^2 + 2c^2 - a^2} \Rightarrow m_a^2 = \frac{1}{4}(2b^2 + 2c^2 - a^2) \\ m_b &= \frac{1}{2}\sqrt{2a^2 + 2c^2 - b^2} \Rightarrow m_b^2 = \frac{1}{4}(2a^2 + 2c^2 - b^2) \\ m_c &= \frac{1}{2}\sqrt{2b^2 + 2a^2 - c^2} \Rightarrow m_c^2 = \frac{1}{4}(2b^2 + 2a^2 - c^2) \end{aligned} \right\}$$

$$\xrightarrow{+} m_a^2 + m_b^2 + m_c^2 = \frac{3}{4}(a^2 + b^2 + c^2)$$

$$\Rightarrow (4)^2 + (5)^2 + (6)^2 = \frac{3}{4}(a^2 + b^2 + c^2)$$

$$\Rightarrow a^2 + b^2 + c^2 = \frac{4}{3}(90) = 120.$$

(هندسه ۲ - روابط طولی در مثلث - صفحه‌های ۶۶ تا ۶۹)

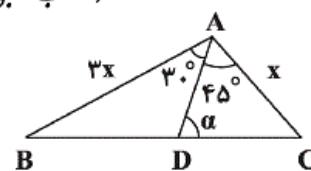
۴✓

۳

۲

۱

ریاضی ، هندسه ۲ - گواه - سوالات موازی ، قضیه سینوس‌ها ، روابط طولی در مثلث - ۱۳۹۷۰۱۳۱



با توجه به فرض سؤال، اندازه‌های اضلاع AB و AC را برابر $3x$ و x درنظر می‌گیریم.

طبق قضیه سینوس‌ها در دو مثلث ACD و ABD داریم:

$$\left. \begin{aligned} \frac{3x}{\sin(\pi - \alpha)} &= \frac{BD}{\sin 30^\circ} \\ \frac{x}{\sin \alpha} &= \frac{DC}{\sin 45^\circ} \end{aligned} \right\} \xrightarrow{\div} \frac{3}{3} = \frac{\sin 45^\circ}{\sin 30^\circ} \times \frac{BD}{DC}$$

$$\Rightarrow \frac{BD}{DC} = 3 \times \frac{\frac{1}{2}}{\frac{\sqrt{2}}{2}} = \frac{3}{\sqrt{2}} = \frac{3\sqrt{2}}{2}$$

(هندسه ۲ - روابط طولی در مثلث - صفحه‌های ۶۲ تا ۶۵)

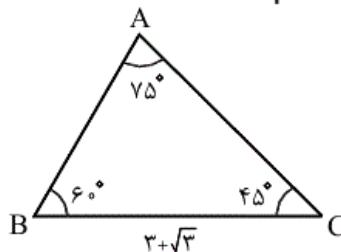
۴

۳

۲✓

۱

با توجه به شکل و استفاده از رابطه سینوس‌ها خواهیم داشت:



$$\text{رابطه سینوس‌ها} : \frac{BC}{\sin A} = \frac{AC}{\sin B} \Rightarrow \frac{3 + \sqrt{3}}{\sin 75^\circ} = \frac{AC}{\sin 60^\circ} \quad (*)$$

مقدار $\sin 75^\circ$ را با استفاده از رابطه $\sin(\alpha + \beta)$ محاسبه می‌کنیم:

$$\begin{aligned} \sin(75^\circ) &= \sin(30^\circ + 45^\circ) \\ &= \sin 30^\circ \cos 45^\circ + \cos 30^\circ \sin 45^\circ \\ &= \frac{1}{2} \left(\frac{\sqrt{2}}{2} \right) + \frac{\sqrt{3}}{2} \left(\frac{\sqrt{2}}{2} \right) = \frac{\sqrt{2} + \sqrt{6}}{4} \end{aligned}$$

بنابراین:

$$\begin{aligned} \xrightarrow{(*)} \frac{\frac{3 + \sqrt{3}}{4}}{\frac{\sqrt{2} + \sqrt{6}}{2}} &= \frac{AC}{\frac{\sqrt{3}}{2}} \Rightarrow \frac{6 + 2\sqrt{3}}{\sqrt{2} + \sqrt{6}} = \frac{AC}{\sqrt{3}} \\ \Rightarrow AC &= \frac{6\sqrt{3} + 6}{\sqrt{2} + \sqrt{6}} = \frac{6(\sqrt{3} + 1)}{\sqrt{2}(\sqrt{3} + 1)} = \frac{6}{\sqrt{2}} \times \frac{\sqrt{2}}{\sqrt{2}} = 3\sqrt{2} \end{aligned}$$

(هندسه -۲ - روابط طولی در مثلث - صفحه‌های ۶۰ تا ۶۲)

۴ ✓

۳

۲

۱

$$\left. \begin{array}{l} \Delta ABD : \frac{BD}{\sin \beta} = \frac{AB}{\sin \alpha} \\ \Delta BCD : \frac{BD}{\sin(\pi - \beta)} = \frac{BC}{\sin \alpha} \\ \sin(\pi - \beta) = \sin \beta \end{array} \right\} \Rightarrow AB = BC$$

(هندسه -۲ - روابط طولی در مثلث - صفحه‌های ۶۰ تا ۶۲)

۴

۳

۲ ✓

۱

(کتاب آبی)

$$\frac{\cos \hat{A}}{a} = \frac{\cos \hat{B}}{b}, a = 2R \sin \hat{A}, b = 2R \sin \hat{B}$$

$$\Rightarrow \frac{\cos \hat{A}}{\sin \hat{A}} = \frac{\cos \hat{B}}{\sin \hat{B}} \Rightarrow \frac{1}{\tan \hat{A}} = \frac{1}{\tan \hat{B}} \Rightarrow \hat{A} = \hat{B}$$

از طرفی $\hat{A} = \hat{B} = 65^\circ$, بنابراین $\hat{C} = 50^\circ$

(هندسه ۲ - روابط طولی در مثلث - صفحه های ۶۲ تا ۶۵)

۴

۳ ✓

۲

۱

(کتاب آبی)

$$\frac{AC}{\sin \hat{B}} = \frac{AB}{\sin \hat{C}} \Rightarrow \frac{\sqrt{18}}{\frac{\sqrt{2}}{2}} = \frac{3}{\sin \hat{C}} \Rightarrow \sin \hat{C} = \frac{1}{2} \Rightarrow \begin{cases} \hat{C} = 30^\circ \\ \hat{C} = 150^\circ \end{cases}$$

$$\Rightarrow \hat{A} = 180^\circ - 45^\circ - 30^\circ = 105^\circ$$

(هندسه ۲ - روابط طولی در مثلث - صفحه های ۶۲ تا ۶۵)

۴

۳ ✓

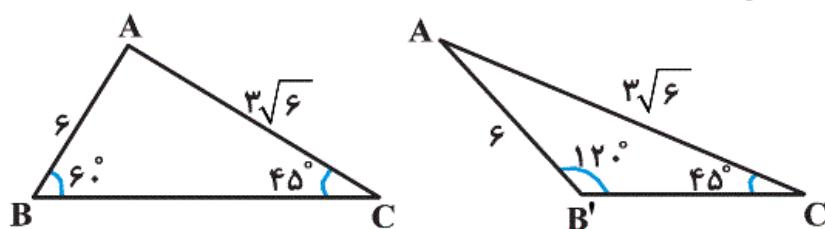
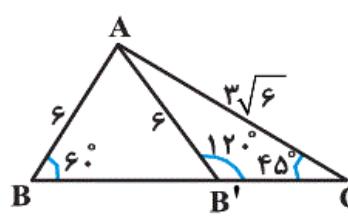
۲

۱

(کتاب آبی)

بنابر قضیه سینوس ها داریم:

$$\frac{AC}{\sin \hat{B}} = \frac{AB}{\sin \hat{C}} \Rightarrow \frac{3\sqrt{6}}{\frac{\sqrt{2}}{2}} = \frac{6}{\sin \hat{B}} \Rightarrow \sin \hat{B} = \frac{\sqrt{3}}{2}$$

پس زاویه B برابر با 60° و یا 120° می باشد. بنابراین مثلث ABC به شکل یکی از دو حالت زیر است:اختلاف محیط های دو مثلث فوق، برابر اختلاف ضلع BC در دو حالت است.اگر این دو مثلث را در زاویه C بر هم منطبق کنیم، مطابق شکل یک مثلث متساوی الاضلاع ایجاد می شود که اختلاف اضلاع BC و $B'C$ برابر اندازه ضلع این مثلث است که برابر با ۶ می باشد.

(هندسه ۲ - روابط طولی در مثلث - صفحه های ۶۲ تا ۶۵)

۴

۳ ✓

۲

۱

(سراسری ریاضی - ۱۹)

-۱۵۱

با توجه به مسئله اول هرون در قسمت مسائل پیدا کردن کوتاهترین مسیر، جواب مورد نظر بازتاب است.

(هندسه - ۲ - تبدیل های هندسی و کاربردها - صفحه ۵۳)

۴

۳

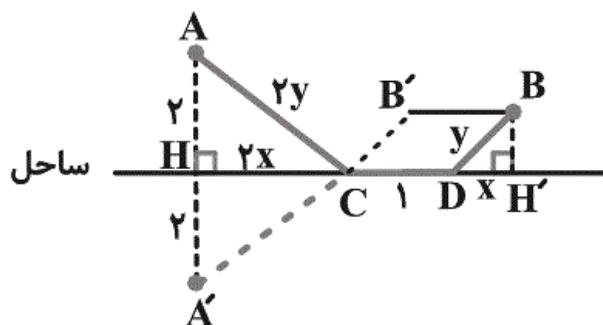
۲

۱ ✓

(کتاب آبی)

-۱۵۲

چون قرار است یک کیلومتر از مسیر را در ساحل بسازیم، پس نقطه B را به اندازه یک کیلومتر به سمت A و به موازات ساحل رودخانه انتقال می دهیم و آن را B' مینامیم. نقطه A را نسبت به محور ساحل بازتاب می دهیم تا نقطه A' حاصل شود. محل تلاقی $A'B'$ با خط ساحل نقطه C است، مطابق شکل داریم: (دو مثلث AHC و BHD' متشابه‌اند.)



$$CH = \sqrt{DH'}^2 = \sqrt{x^2 + y^2} = \sqrt{x^2 + y^2}$$

$$HH'^2 + 1 = 50 \Rightarrow HH' = \sqrt{50}$$

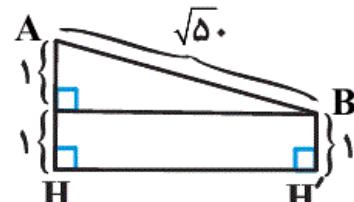
$$\Rightarrow 2x + 1 + x = \sqrt{50} \Rightarrow x = \sqrt{50} - 1$$

$$\Rightarrow AC = \sqrt{4 + 16} = \sqrt{20} = 2\sqrt{5}$$

$$BD = \sqrt{1 + 4} = \sqrt{5}$$

$$ACDB : 2\sqrt{5} + 1 + \sqrt{5} = 3\sqrt{5} + 1$$

(هندسه - ۲ - تبدیل های هندسی و کاربردها - صفحه های ۵۵ و ۵۶)

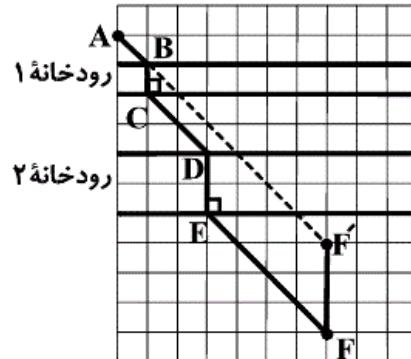


۴

۳

۲

۱ ✓



برای یافتن کوتاه‌ترین مسیر، نقطه F را یک بار با برداری عمود بر راستای رودخانه ۱، به اندازه یک واحد و بار دیگر با برداری عمود بر راستای رودخانه ۲، به اندازه دو واحد انتقال می‌دهیم که در اینجا نقطه F به دلیل موازی بودن راستای رودخانه‌ها، ۳ واحد به بالا منتقل می‌شود. راستای AF' رودخانه ۱ را در نقطه B قطع می‌کند. از نقطه B به اندازه یک واحد پایین می‌آییم و نقطه حاصل را C می‌نامیم. از نقطه C موازی AF' حرکت می‌کنیم و به نقطه D می‌رسیم، سپس ۲ واحد به سمت پایین آمده تا به نقطه E برسیم. مطابق شکل طول مسیر برابر طول $AF' + FF'$ است. حال طبق شکل داریم:

$$\begin{cases} AF' = \sqrt{7^2 + 7^2} = 7\sqrt{2} \\ FF' = 3 \end{cases}$$

$$\Rightarrow ABCDEF = 3 + 7\sqrt{2}$$

(هندسه ۲ - تبدیل‌های هندسی و کاربردها - صفحه‌های ۵۴، ۵۵ و ۵۶)

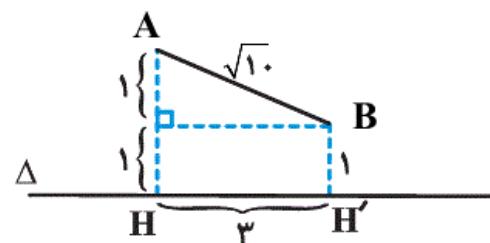
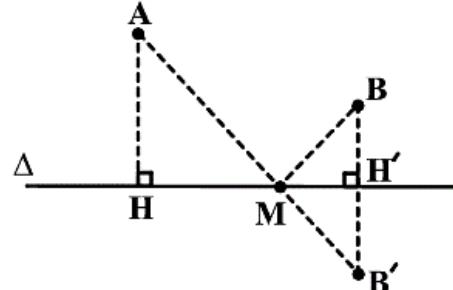
۴

۳

۲✓

۱

با توجه به مسئله هرون برای به دست آوردن نقطه M به گونه ای که $MA + MB$ کمترین مقدار ممکن باشد، باید بازتاب نقطه B نسبت AB' را به خط Δ را به دست آورده (نقطه B') و محل تلاقی خط Δ با AB' را پیدا کنیم. مطابق شکل داریم:



$$\Rightarrow HH'^2 + 1^2 = 10 \Rightarrow HH' = \sqrt{10} \quad (1)$$

$$\begin{cases} \hat{A}MH = \hat{B}MH' \\ \hat{H} = \hat{H}' = 90^\circ \end{cases} \Rightarrow \Delta AHM \sim \Delta BH'M$$

$$\Rightarrow \frac{HM}{H'M} = \frac{AH}{BH'} = \frac{MA}{MB} = 2 \quad (2)$$

$$\xrightarrow{(1),(2)} \begin{cases} HM = 2 \\ H'M = 1 \end{cases}$$

۱

۲ ✓

۳

۴