



سایت ویژه ریاضیات www.riazisara.ir

درسنامه ها و جزوه های ریاضی

سوالات و پاسخنامه تشریحی کنکور

نمونه سوالات امتحانات ریاضی

نرم افزارهای ریاضیات

و...

کانال سایت ریاضی سرا در تلگرام:

<https://t.me/riazisara>



(@riazisara)

۸۱- حاصل عبارت $A = \frac{3[x] - 4[-x]}{\sqrt{[x]} + [2x]}$ به ازای $x = 4/8$ کدام است؟ ([] نماد جزء صحیح است).

$\frac{32}{11}$ (۲)

$\frac{35}{11}$ (۱)

$\frac{45}{13}$ (۴)

$\frac{40}{13}$ (۳)

شما پاسخ نداده اید

۸۲- اگر $f(x) = \begin{cases} |2x^2 - 1| - \frac{1}{2}, & x < 1 \\ [\sqrt{x^2 - 1}] - 2, & x \geq 1 \end{cases}$ باشد، مقدار $f(0) + f(2)$ کدام است؟ ([] نماد جزء صحیح است).

$-\frac{3}{2}$ (۴)

$\frac{3}{2}$ (۳)

$-\frac{1}{2}$ (۲)

$\frac{1}{2}$ (۱)

شما پاسخ نداده اید

۸۳- اگر $f(x) = |[5x]| - |[3x]|$ باشد، مقدار $f(\frac{-1}{2})$ کدام است؟ ([] ، نماد جزء صحیح است)

۲ (۴)

۱ (۳)

صفر (۲)

-۱ (۱)

شما پاسخ نداده اید

۸۴- نمودار تابع $y = -|x - 4| + 1$ محور xها را در دو نقطه قطع می کند. مجموع طول های این دو نقطه کدام است؟

۸ (۴)

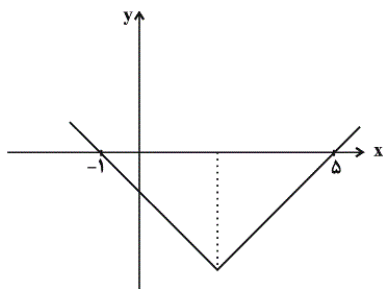
-۲ (۳)

۲ (۲)

صفر (۱)

شما پاسخ نداده اید

۸۵- نمودار تابع مقابل مربوط به تابع $y = |x + a| - b$ است. در این صورت $a \cdot b$ کدام است؟



(۲) -۶

(۱) ۹

(۴) -۹

(۳) ۶

شما پاسخ نداده اید

ریاضی، ریاضی و آمار ۲، اعمال بر روی توابع، تابع - 13970117

۸۶- اگر تابع $f = \{(2, 5), (3, 0), (4, 1), (-1, 1)\}$ و تابع $g = \{(3, 0), (4, \frac{1}{5})\}$ باشد، تابع g کدام یک از موارد زیر می تواند باشد؟

(۲) $g = \{(2, 1), (3, 1), (1, -1), (4, 5)\}$

(۱) $g = \{(1, 1), (3, 2), (5, 5), (-1, 0)\}$

(۴) $g = \{(-2, 2), (3, -3), (4, 1), (1, 0)\}$

(۳) $g = \{(-1, 0), (3, 3), (1, 2), (4, 5)\}$

شما پاسخ نداده اید

۸۷- اگر $f_1(x) = \sqrt{2x-1} + 2$ و $f_2(x) = \frac{|-x|}{x+2}$ باشند، $f_3 = f_1 \times f_2$ و $f_4 = f_3 - f_2$ ، در این صورت حاصل $f_5 = \frac{f_3}{f_4}$ به ازای $x = 1$

کدام است؟

(۴) $\frac{3}{4}$

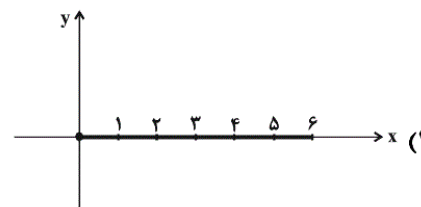
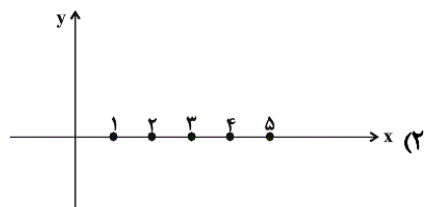
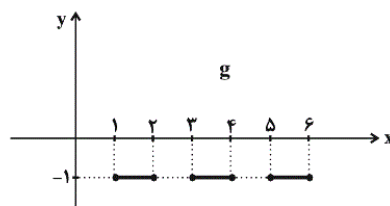
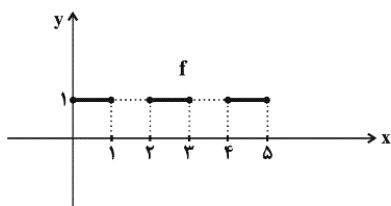
(۳) $\frac{4}{3}$

(۲) $\frac{3}{2}$

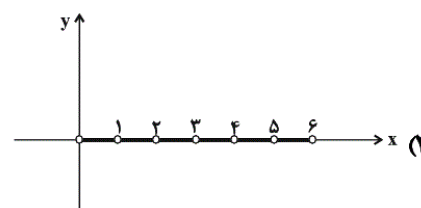
(۱) $\frac{2}{3}$

شما پاسخ نداده اید

۸۸- با توجه به نمودار دو تابع f و g در شکل زیر، نمودار تابع $f + g$ کدام است؟

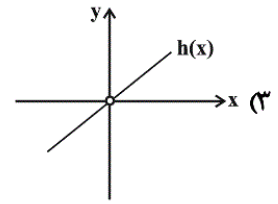
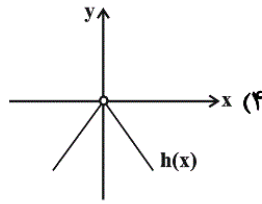
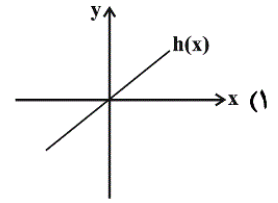
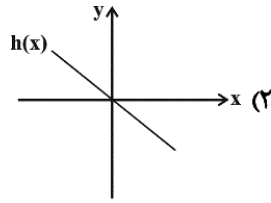


(۴) تابع $f + g$ وجود ندارد.



شما پاسخ نداده اید

۸۹- اگر $f(x) = |x|$ و $g(x) = \text{sign}(x)$ در این صورت نمودار تابع $h(x) = \frac{f(x)}{g(x)}$ کدام است؟



شما پاسخ نداده اید

۹۰- اگر $f(x) = |2x|$ و $g(x) = \begin{cases} x & , x > 0 \\ 0 & , x = 0 \\ -x & , x < 0 \end{cases}$ باشد، ضابطه تابع $(g-f)(x)$ کدام می‌باشد؟

$(g-f)(x) = -x$ (۴)

$(g-f)(x) = x$ (۳)

$(g-f)(x) = -|x|$ (۲)

$(g-f)(x) = |x|$ (۱)

شما پاسخ نداده اید

۸۱-

(امیر زرانروز، توابع پلکانی و قدرمطلق، صفحه‌ی ۳۷ تا ۳۹)

$$A = \frac{3[x] - 4[-x]}{\sqrt{[x]} + [2x]} \xrightarrow{x=4/8} A = \frac{3[4/8] - 4[-4/8]}{\sqrt{[4/8]} + [2 \times 4/8]}$$

$$\Rightarrow A = \frac{3 \times (4) - 4 \times (-5)}{\sqrt{4} + 9} = \frac{12 + 20}{2 + 9} = \frac{32}{11}$$

۴

۳

۲

۱

۸۲-

(فرداد روشنی، توابع پلکانی و قدرمطلق، صفحه‌ی ۳۷ تا ۳۲)

چون $1 > 0$ است، پس برای محاسبه $f(0)$ از ضابطه بالایی استفاده می‌کنیم:

$$f(0) = \left| 2(0)^2 - 1 \right| - \frac{1}{2} = |0 - 1| - \frac{1}{2} = 1 - \frac{1}{2} = \frac{1}{2}$$

و برای محاسبه $f(2)$ از ضابطه پایینی استفاده می‌کنیم:

$$f(2) = [\sqrt{2^2} - 1] - 2 = [\sqrt{4} - 1] - 2 = [2] - 2 = [1/2] - 2 = 1 - 2 = -1$$

$$f(0) + f(2) = \frac{1}{2} - 1 = -\frac{1}{2}$$

۴

۳

۲

۱

با جایگذاری مقدار x در تابع داریم:

$$f(x) = \left| \left[\frac{5}{2}x \right] - \left| \left| 3x \right| \right| \right| \xrightarrow{x = -\frac{1}{2}}$$

$$f\left(-\frac{1}{2}\right) = \left| \left[\frac{5}{2} \times \left(-\frac{1}{2}\right) \right] - \left| \left| 3 \times -\frac{1}{2} \right| \right| \right| = \left| \left[-\frac{5}{2} \right] - \left| -\frac{3}{2} \right| \right|$$

$$\frac{-3 < -\frac{5}{2} < -2 \Rightarrow \left[-\frac{5}{2} \right] = -3}{-\frac{3}{2} < 0 \Rightarrow \left| -\frac{3}{2} \right| = \frac{3}{2}} \rightarrow f\left(-\frac{1}{2}\right) = \left| -3 \right| - \left[\frac{3}{2} \right]$$

$$\frac{-3 < 0 \Rightarrow \left| -3 \right| = 3}{1 < \frac{3}{2} < 2 \Rightarrow \left[\frac{3}{2} \right] = 1} \rightarrow f\left(-\frac{1}{2}\right) = 3 - 1 = 2$$

□۴✓

□۳

□۲

□۱

$$y = -|x-4|+1 \Rightarrow y = \begin{cases} -(x-4)+1, & x-4 \geq 0 \\ -(-(x-4))+1, & x-4 < 0 \end{cases}$$

$$\Rightarrow y = \begin{cases} -x+5, & x \geq 4 \\ x-3, & x < 4 \end{cases} \Rightarrow y=0 \Rightarrow \begin{cases} -x+5=0, & x \geq 4 \\ x-3=0, & x < 4 \end{cases}$$

$$\Rightarrow \begin{cases} x=5, & x \geq 4 \\ x=3, & x < 4 \end{cases}$$

تابع در دو نقطه به طول‌های $x=5$ ، $x=3$ محور طول‌ها را قطع می‌کند

$$3+5=8$$

□۴✓

□۳

□۲

□۱

با توجه به تقارن تابع قدرمطلق، طول نقطه رأس نمودار این تابع برابر است

با $\frac{-۱+۵}{۲} = ۲$ پس تابع به صورت $y = |x-۲|-b$ است از طرفی $(۵, ۰)$ در تابع

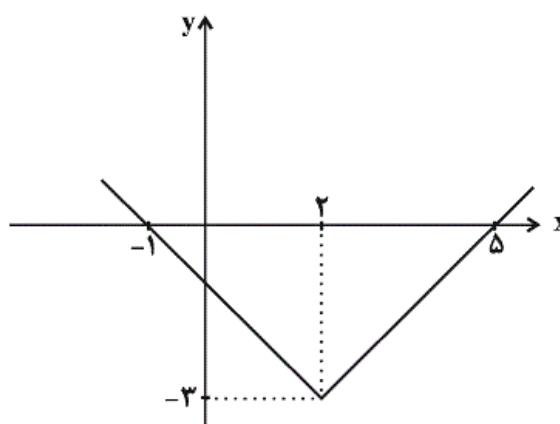
صدق می‌کند:

$$۰ = |۵-۲|-b \Rightarrow ۰ = ۳-b \Rightarrow b = ۳$$

در نتیجه تابع به صورت $y = |x-۲|-۳$ است، پس:

$$a = -۲, b = ۳$$

$$\Rightarrow ab = (-۲) \times ۳ = -۶$$



۴

۳

۲ ✓

۱

ریاضی، ریاضی و آمار 2، اعمال بر روی توابع، تابع - 13970117

ابتدا دامنه تابع $\frac{f}{g}$ را به دست می‌آوریم:

$$D_{\frac{f}{g}} = \{3, 4\}$$

(۱) در گزینه‌ی «۱» عدد ۴ در دامنه تابع g قرار ندارد و لذا نمی‌تواند در دامنه تابع $\frac{f}{g}$ قرار گیرد.

(۲) در گزینه‌ی «۲» عدد ۲ در دامنه تابع g است و باید زوج مرتب (۲, ۵) در تابع $\frac{f}{g}$ بیاید که نیامده است.

(۳) در گزینه‌ی «۳» دامنه مشترک دو تابع $\{3, 4\}$ می‌باشد که هر دو در تابع $\frac{f}{g}$ به صورت صحیح محاسبه شده‌اند. دقت کنید اگر چه (-1) در دامنه f و g مشترک است اما چون $g(-1) = 0$ است، پس در دامنه $\frac{f}{g}$ قرار نمی‌گیرد.

(۴) در گزینه‌ی «۴» دامنه مشترک دو تابع $\{3, 4\}$ می‌باشد، ولی مقدار تابع $\frac{f}{g}$ برای ۴، مقدار ۱ به دست می‌آید و به جای $(4, \frac{1}{5})$ باید $(4, 1)$ قرار گیرد که در نتیجه صحیح نیست.

 ۴

 ۳

 ۲

 ۱

ابتدا با توجه به ضابطه تابع‌های f_1 و f_2 ، ضابطه توابع f_3 و f_4 و f_5 را می‌یابیم:

$$f_3 = f_1 \times f_2 = (\sqrt{2x-1} + 2) \times \left(\frac{|-x|}{x+2}\right)$$

$$\Rightarrow f_3(1) = (\sqrt{2 \times 1 - 1} + 2) \times \left(\frac{|-1|}{1+2}\right) = 3 \times \frac{1}{3} = 1$$

$$f_4 = f_3 - f_2 = (\sqrt{2x-1} + 2) \times \left(\frac{|-x|}{x+2}\right) - \frac{|-x|}{x+2}$$

$$\Rightarrow f_4(1) = f_3(1) - f_2(1) = 1 - \frac{|-1|}{1+2} = 1 - \frac{1}{3} = \frac{2}{3}$$

$$f_5 = \frac{f_3}{f_4} \Rightarrow f_5(1) = \frac{f_3(1)}{f_4(1)} = \frac{1}{\frac{2}{3}} = \frac{3}{2}$$

□ ۴

□ ۳

□ ۲ ✓

□ ۱

(عمید زرین‌کفش، اعمال روی توابع، صفحه‌ی ۵۱ تا ۵۳)

با توجه به نمودار دو تابع درمی‌یابیم که دامنه دو تابع f و g فقط در نقاطی به طول اعداد طبیعی $\{1, 2, 3, 4, 5\}$ با یکدیگر اشتراک دارند که به‌ازای طول این نقاط مقدار تابع f برابر یک و مقدار تابع g برابر -1 است که حاصل جمع آن‌ها صفر خواهد شد. پس نمودار گزینه‌ی «۲» پاسخ صحیح است.

□ ۴

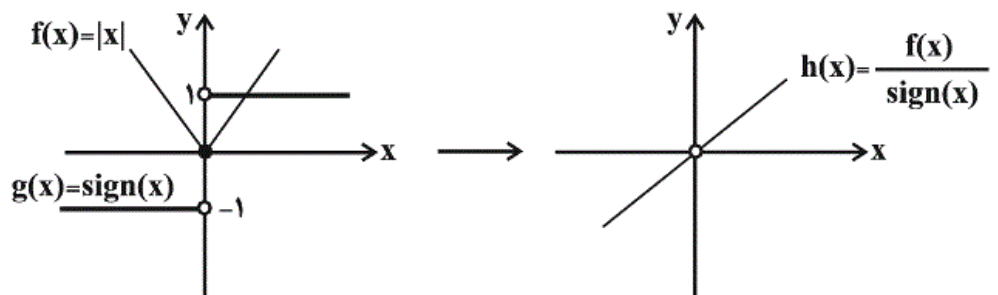
□ ۳

□ ۲ ✓

□ ۱

(عمید زرین‌کفش، اعمال روی توابع، صفحه‌ی ۵۱ تا ۵۳)

اگر نمودار تابع $f(x)$ و $g(x)$ را در یک دستگاه مختصات رسم کنیم، داریم:



دقت کنید تابع $h(x) = \frac{|x|}{\text{sign}(x)}$ به‌ازای $x=0$ تعریف نشده است، زیرا مخرج کسر صفر می‌شود که تعریف نشده است.

□ ۴

□ ۳ ✓

□ ۲

□ ۱

تابع $f(x) = |2x|$ را می‌توان به صورت ۳ ضابطه‌ای نوشت و داریم:

$$f(x) = \begin{cases} 2x, & x > 0 \\ 0, & x = 0 \\ -2x, & x < 0 \end{cases}$$

حال با توجه به اشتراک دامنه دو تابع $f(x)$ و $g(x)$ می‌توان نوشت:

$$g(x) - f(x) = \begin{cases} x - 2x, & x > 0 \\ 0 - 0, & x = 0 \\ -x + 2x, & x < 0 \end{cases} = \begin{cases} -x, & x > 0 \\ 0, & x = 0 \\ x, & x < 0 \end{cases}$$

$$\Rightarrow g(x) - f(x) = \begin{cases} -x, & x > 0 \\ 0, & x = 0 \\ x, & x < 0 \end{cases} \xrightarrow{\text{با توجه به تعریف تابع قدرمطلق}}$$

$$(g - f)(x) = -|x|$$

 ۴

 ۳

 ۲

 ۱

www.kanoon.ir