



سایت ویژه ریاضیات [www.riazisara.ir](http://www.riazisara.ir)

درسنامه ها و جزوه های ریاضی

سوالات و پاسخنامه تشریحی کنکور

نمونه سوالات امتحانات ریاضی

نرم افزارهای ریاضیات

و...

کانال سایت ریاضی سرا در تلگرام:

<https://t.me/riazisara>



(@riazisara)

۱۳۱- برای کدام یک از گزاره‌های زیر، نمی‌توان مثال نقض ارائه کرد؟

(۱) اگر  $a$  و  $b$  دو عدد حقیقی باشند، آنگاه  $|a + b| = |a| + |b|$ .

(۲) اگر  $a$  و  $b$  دو عدد حقیقی باشند به طوری که  $a \geq b$ ، آنگاه  $\frac{b}{a} \leq 1$  ( $a \neq 0$ )

(۳) اگر  $a$  یک عدد حسابی زوج باشد، آنگاه  $2^a + 1$  اول است.

(۴) برای هر عدد طبیعی  $n \geq 2$  داریم:  $(1 - \frac{1}{2})(1 - \frac{1}{3}) \cdots (1 - \frac{1}{n}) = \frac{1}{n}$

شما پاسخ نداده اید

۱۳۲- حداقل چند زیرمجموعه از مجموعه اعداد طبیعی فرد یک رقمی انتخاب کنیم تا مطمئن شویم دو مجموعه‌ی جدا از هم در میان آن‌ها موجود است؟

۱۷ (۴)

۱۳ (۳)

۹ (۲)

۵ (۱)

شما پاسخ نداده اید

۱۳۳- از بین ۱۰ نفر در هر مرحله به تصادف ۴ نفر را انتخاب می‌کنیم و به هر یک از آن‌ها ۵۰ سکه می‌دهیم. این عمل باید حداقل چند بار انجام شود تا مطمئن شویم بین آن‌ها فردی وجود دارد که به او حداقل ۳۰۰ سکه رسیده است؟

۱۵ (۴)

۱۴ (۳)

۱۳ (۲)

۱۲ (۱)

شما پاسخ نداده اید

۱۳۴- اگر  $A$ ،  $B$  و  $C$  سه مجموعه غیر تهی باشند به گونه‌ای که  $A = B - C$ ، آنگاه کدام رابطه زیر همواره صحیح است؟

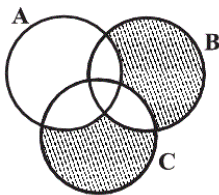
$A \cap C' = \emptyset$  (۴)

$A \cap C = \emptyset$  (۳)

$A \cap B' = A$  (۲)

$A \cap B = \emptyset$  (۱)

شما پاسخ نداده اید



۱۳۵- قسمت هاشور خورده در شکل روبرو، مربوط به کدام گزینه است؟

$(B \cup C) - A$  (۲)

$(B \Delta C) \Delta A$  (۱)

$A \cup (B \Delta C)$  (۴)

$(A \cup B) \Delta (A \cup C)$  (۳)

شما پاسخ نداده اید

۱۳۶- اگر مجموعه  $A$  اعداد اول کوچکتر از ۲۰ و مجموعه  $B$  اعداد تک رقمی طبیعی باشند، چند مجموعه مانند  $C$  وجود دارند به طوریکه زیرمجموعه  $A$  بوده اما زیرمجموعه  $B$  نباشند؟

۲۴۸ (۴)

۲۴۰ (۳)

۲۳۲ (۲)

۲۲۴ (۱)

شما پاسخ نداده اید

۱۳۷- برای مجموعه‌های  $A$ ،  $B$ ،  $X$  و  $Y$ ، اگر  $X \in P(A)$ ،  $X \in P(A')$ ،  $Y \in P(B)$  و  $Y' \in P(B)$  باشد، آنگاه کدام یک از گزینه‌های زیر صحیح است؟ ( $P(A)$  مجموعه توانی مجموعه  $A$  است.)

$Y = \emptyset$  و  $A = U$  (۴)

$B = U$  و  $A = U$  (۳)

$Y = \emptyset$  و  $X = \emptyset$  (۲)

$B = U$  و  $X = \emptyset$  (۱)

شما پاسخ نداده اید

۱۳۸- کدام یک از مجموعه‌های زیر با بقیه متفاوت است؟

$$B = \left\{ n \in \mathbb{N} \mid \left(n + \frac{5}{n}\right) \in \mathbb{Z} \right\} \quad (۲)$$

$$A = \left\{ n + 4 \mid n \in \mathbb{Z}, 1 \leq n^2 + 2n \leq 3 \right\} \quad (۱)$$

$$D = \left\{ n \in \mathbb{N} \mid \frac{9}{n+2} \in \mathbb{Z} \right\} \quad (۴)$$

$$C = \left\{ 4n - 7 \mid n \in \mathbb{Z}, \frac{5}{4} < \frac{n+1}{n} < 2 \right\} \quad (۳)$$

شما پاسخ نداده اید

۱۳۹- ساده شده عبارت  $(A \Delta B)' - A$ ، با فرض  $A \subseteq B$  کدام است؟

$B - A$  (۴)

$A$  (۳)

$B'$  (۲)

$B$  (۱)

شما پاسخ نداده اید

۱۴۰- اگر  $n(A) = 7$  و  $n(B) = 15$  و  $n(A \Delta B) = 20$  باشد،  $n(A - B)$  کدام است؟

۳ (۴)

۴ (۳)

۵ (۲)

۶ (۱)

شما پاسخ نداده اید

ریاضی ، ریاضی پایه ، الگو و دنباله - 13970107

۸۴- در دنباله  $a_n = a_{n-1}^2 - 2a_{n-1} + 2$  ( $a_1 = 2$  و  $n \geq 2$ )، جمله صدم چقدر از جمله پنجاهم بیشتر است؟

صفر (۴)

۳ (۳)

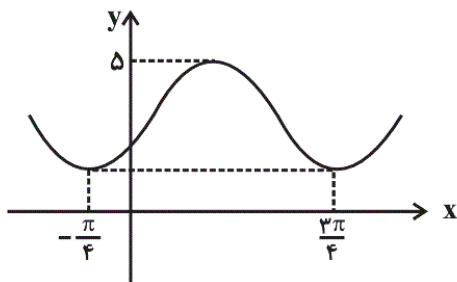
۲ (۲)

۱ (۱)

شما پاسخ نداده اید

ریاضی ، ریاضی پایه ، مثلثات - 13970107

۹۶- اگر نمودار تابع به معادله  $f(x) = a + 2 \sin(bx)$  به صورت زیر باشد، حاصل  $a \times b$  کدام است؟



۶ (۱)

۳ (۲)

-۶ (۳)

-۳ (۴)

شما پاسخ نداده اید

۹۷- دو ضلع مثلثی  $6\sqrt{2}$  و  $2\sqrt{10}$  و زاویه روبه‌رو به ضلع  $2\sqrt{10}$  برابر  $45^\circ$  است. ضلع سوم این مثلث کدام است؟

۸ و ۴ (۲)

۸ و ۶ (۱)

$8\sqrt{2}$  و  $4\sqrt{2}$  (۴)

$8\sqrt{2}$  و  $6\sqrt{2}$  (۳)

شما پاسخ نداده اید

۹۸- اگر  $a = \frac{1}{4 \cos 1^\circ} - \sin 2^\circ$ ، آنگاه  $\tan 4^\circ$  کدام است؟

(۲)  $\sqrt{a^2 + 1} - 2a$

(۱)  $\sqrt{4a^2 + 1} - 2a$

(۴)  $\sqrt{a^2 + 1} + 2a$

(۳)  $\sqrt{4a^2 + 1} + 2a$

شما پاسخ نداده اید

۹۹- جواب کلی معادله  $\cos 2x - \tan^2 x = \frac{1}{6}$  (k ∈ Z) است؟

(۲)  $k\pi \pm \frac{\pi}{3}$

(۱)  $2k\pi \pm \frac{\pi}{3}$

(۴)  $k\pi \pm \frac{\pi}{6}$

(۳)  $2k\pi \pm \frac{\pi}{6}$

شما پاسخ نداده اید

۱۰۰- حاصل  $\cot(3 \sin^{-1}(\frac{3}{\sqrt{10}})) + \cos^{-1}(\frac{3}{\sqrt{10}})$  کدام است؟

(۲)  $-\frac{3}{4}$

(۱)  $\frac{3}{4}$

(۴)  $-\frac{4}{3}$

(۳)  $\frac{4}{3}$

شما پاسخ نداده اید

ریاضی، ریاضی پایه، توابع نمایی و لگاریتم - 13970107

۸۲- حاصل  $\log_{\sqrt{2}} \sqrt{2\sqrt{6}} - \log_{\sqrt{2}} \sqrt[3]{36} + \log_{\sqrt{2}} \sqrt[4]{486}$  کدام است؟

(۴)  $\frac{1}{6}$

(۳)  $\frac{1}{3}$

(۲)  $\frac{1}{2}$

(۱) ۱

شما پاسخ نداده اید

۸۳- در معادلات  $9^{x-y} \times (\sqrt{3})^{2x+y} = 1$  و  $2 \log y + \log x = 3 \log 2$ ، مقدار y کدام است؟

(۴)  $2\sqrt{2}$

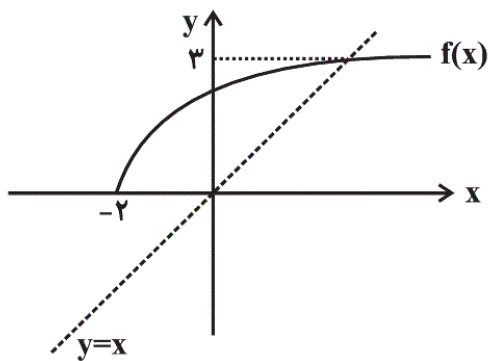
(۳)  $2\sqrt{3}$

(۲)  $2\sqrt{2}$

(۱)  $\sqrt[3]{2}$

شما پاسخ نداده اید

۹۱- اگر نمودار تابع  $f(x)$  به شکل زیر باشد، دامنه  $\sqrt{\frac{x}{x-f^{-1}(x)}}$  کدام است؟



(۱)  $(-2, 0) \cup (3, +\infty)$

(۲)  $[-2, 0] \cup [3, +\infty)$

(۳)  $(0, 3)$

(۴)  $[0, 3]$

شما پاسخ نداده اید

۹۲- اگر  $f = \{(1, 2), (-1, 0), (0, [a])\}$  و  $g(x) = 2^x$  باشند، به ازای چه مقادیری از  $a$  تابع  $f + g$  صعودی است؟ ( [ ] )، علامت جزء صحیح

است.

(۲)  $[0, 4)$

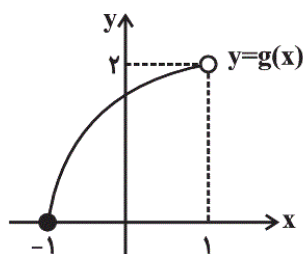
(۱)  $[0, 3]$

(۴)  $[-\frac{1}{2}, 4)$

(۳)  $[-\frac{1}{2}, 3]$

شما پاسخ نداده اید

۹۳- اگر  $f(x) = 2 - \sqrt{x-1}$  و نمودار تابع  $y = g(x)$  به شکل زیر باشد،  $D_{g \circ f}$  کدام است؟



(۲)  $[0, 1]$

(۱)  $(-\infty, 1)$

(۴)  $(2, 10]$

(۳)  $(-\infty, -1)$

شما پاسخ نداده اید

۹۴- کدام یک از توابع زیر وارون پذیر است؟ ( [ ] )، نماد جزء صحیح است.

(۲)  $y = x[x]$

(۱)  $y = x^2 |x|$

(۴)  $y = |x| + [x]$

(۳)  $y = |2^x|$

شما پاسخ نداده اید

۹۵- اگر  $f = \{(2, 5), (3, 4), (5, 3), (7, 8)\}$ ،  $g(x) = \log_2^x + \log_x^4$  و  $f^{-1}(g(b)) = 5$ ، آنگاه مجموع مقادیر ممکن برای  $b$  کدام

است؟

(۲)  $-3$

(۱)  $3$

(۴)  $-6$

(۳)  $6$

شما پاسخ نداده اید

۸۱- اگر  $1 < x < 2$  باشد، آن‌گاه چند مقدار برای عبارت  $[2x^2 + 1]$  وجود دارد؟ ( [ ] ، نماد جزء صحیح است.)

۸ (۴)

۷ (۳)

۶ (۲)

۵ (۱)

شما پاسخ نداده اید

ریاضی، ریاضی پایه، محاسبات جبری، معادلات و نامعادلات - 13970107

۸۵- اگر  $|x| < 1$ ، معادله  $x^8 + x^4 + 1 = 1 + x^2 + x^4 + \dots$  دارای چند جواب است؟

بی‌شمار (۴)

۲ (۳)

۱ (۲)

صفر (۱)

شما پاسخ نداده اید

۸۶- اگر چند جمله‌ای  $1 - 2x^2 - ax^4 = f(x)$  بر  $x+1$  بخش‌پذیر باشد، معادله  $f(x) = 0$  چند جواب دارد؟

۲ (۲)

۱ (۱)

۴ (۴)

۳ (۳)

شما پاسخ نداده اید

۸۷- در معادله  $\frac{t}{t-x} = \frac{x+1}{t}$ ، به ازای کدام مقادیر  $t$ ، جوابی برای  $x$  وجود ندارد؟

$(-\infty, \frac{1}{3}] \cup [1, +\infty)$  (۲)

$(-\infty, \frac{-1}{3}) \cup (1, +\infty)$  (۱)

$[\frac{1}{3}, 1]$  (۴)

$(\frac{1}{3}, 1)$  (۳)

شما پاسخ نداده اید

۸۸- اگر  $\alpha$  و  $\beta$  ریشه‌های معادله درجه دوم  $3x^2 - (4m+1)x + 3 = 0$  باشند، به ازای کدام مقدار  $m$ ، حاصل  $\left| \frac{1}{\sqrt{\alpha}} - \frac{1}{\sqrt{\beta}} \right|$  برابر ۳

می‌باشد؟

۳ (۲)

۲ (۱)

۸ (۴)

۶ (۳)

شما پاسخ نداده اید

۸۹- تعداد جواب‌های معادله  $\sqrt{2x^2 + \frac{1}{2}} - 2x + e^x = 1$  کدام است؟

- (۱) صفر  
(۲) ۱  
(۳) ۲  
(۴) ۳

شما پاسخ نداده اید

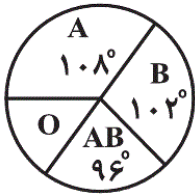
۹۰- به ازای چند مقدار طبیعی  $x$ ، نامعادله  $|x-2| + |x+1| + |\sqrt{x}+2|$  برقرار نیست؟

- (۱) ۱  
(۲) ۲  
(۳) ۳  
(۴) ۴

شما پاسخ نداده اید

ریاضی، آمار و مدل‌سازی، آمار و مدل‌سازی - 13970107

۱۰۱- نمودار دایره‌ای اهداء خون افراد مراجعه کننده به یک ایستگاه انتقال خون، مطابق شکل زیر است. چند درصد افراد در گروه خونی O قرار دارند؟



- (۱) ۱۵  
(۲) ۱۶  
(۳) ۱۸  
(۴) ۲۰

شما پاسخ نداده اید

۱۰۲- از داده‌های ۱۴، ۱۴، ۱۳، ۱۲، ۱۲، ۱۲ و ۱۱، کدام داده را حذف کنیم تا میانگین جدید نسبت به میانگین اولیه، کمترین تغییر را داشته باشد؟

- (۱) ۱۴  
(۲) ۱۱  
(۳) ۱۳  
(۴) ۱۲

شما پاسخ نداده اید

۱۰۳- میانگین یک سری از داده‌های آماری برابر ۶ و انحراف معیار آنها برابر ۲ است. میانگین مربعات این داده‌ها کدام است؟

- (۱)  $\sqrt{20}$   
(۲)  $\sqrt{40}$   
(۳) ۲۰  
(۴) ۴۰

شما پاسخ نداده اید

۱۰۴- داده‌های  $x_1, x_2, \dots, x_n$  به صورت اکیداً صعودی مرتب شده‌اند. اگر  $K$  واحد به  $x_1$  اضافه کنیم، به ازای کدام مقدار  $K$ ، دامنه تغییرات ثابت می‌ماند؟

- (۱)  $x_n + x_2 - x_1$   
(۲)  $x_n + 2x_2 - x_1$

(۳)  $x_n + x_2 - 2x_1$   
(۴) به ازای هیچ مقدار از  $K$ ، دامنه ثابت نمی‌ماند.

۱۰۵- در نمودار ساقه و برگ زیر، قدرمطلق اختلاف میانه و مد، چند برابر فراوانی نسبی داده ۲۲ است؟

ساقه	برگ					
۲	۰	۱	۱	۲	۲	۴
۳	۱	۲	۳	۳	۳	۴
۴	۳	۴	۷			

$$\frac{1}{8} (2)$$

$$8 (4)$$

$$\frac{1}{4} (1)$$

$$4 (3)$$

شما پاسخ نداده اید

۱۰۶- اگر انحراف معیار داده‌های آماری  $X_1, X_2, \dots, X_n$  برابر ۳ باشد، آنگاه واریانس داده‌های آماری  $2X_1 + 4, 2X_2 + 4, \dots, 2X_n + 4$

کدام است؟

$$27 (2)$$

$$36 (4)$$

$$18 (1)$$

$$9 (3)$$

شما پاسخ نداده اید

۱۰۷- با توجه به جدول مقابل، حاصل تفاضل  $e - a$  کدام است؟

حدود دسته‌ها	a - b	b - c	c - d	d - e
مرکز دسته‌ها	۳	x	y	۱۱

$$\frac{28}{3} (2)$$

$$12 (4)$$

$$8 (1)$$

$$\frac{32}{3} (3)$$

شما پاسخ نداده اید

۱۰۸- اگر میانگین داده‌های آماری  $2a - 1, 11b + 11, 4c + 1$  و  $4c + 1$  برابر ۵ و انحراف معیار این داده‌ها برابر صفر باشد، واریانس داده‌های  $a, b$  و  $c$

کدام است؟

$$\frac{38}{9} (2)$$

$$\frac{37}{9} (4)$$

$$\frac{115}{27} (1)$$

$$\frac{113}{27} (3)$$

شما پاسخ نداده اید

۱۰۹- شعاع کره‌ای به صورت  $R = 1 + E$ ، مدل‌سازی شده است. اگر  $E'$  خطای اندازه‌گیری در مدل‌سازی حجم این کره باشد، آنگاه نسبت  $E'$  به

$E$  کدام است؟

$$2\pi (2)$$

$$8\pi (4)$$

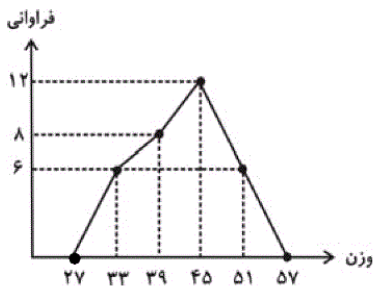
$$\pi (1)$$

$$4\pi (3)$$

شما پاسخ نداده اید



۱۱۰- با توجه به نمودار چندبر فراوانی مقابل که مربوط به وزن دانش آموزان یک کلاس برحسب کیلوگرم است، کدام گزینه قطعاً صحیح است؟



(۱) تعداد دسته‌ها برابر ۶ است.

(۲) تعداد داده‌های بزرگ‌تر یا مساوی ۴۵، برابر ۱۸ است.

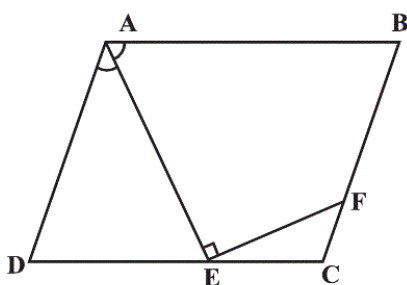
(۳) تعداد داده‌های کم‌تر از ۳۳ و تعداد داده‌های بیش‌تر از ۵۱، با هم برابرند.

(۴) دامنه تغییرات داده‌ها، کوچک‌تر یا مساوی ۲۴ است.

شما پاسخ نداده اید

ریاضی، هندسه 1، استدلال (هندسه‌ی 1)، استدلال در هندسه - 13970107

۱۲۱- در متوازی‌الاضلاع  $ABCD$ ،  $AE$  نیمساز داخلی زاویه  $A$  و  $EF \perp AE$  است. اگر  $CF = 2$  و  $BF = 3$  باشد، محیط این



متوازی‌الاضلاع کدام است؟

(۱) ۱۸

(۲) ۲۱

(۳) ۲۴

(۴) ۲۷

شما پاسخ نداده اید

۱۲۲- در مثلث  $ABC$ ، عمود منصف  $BC$ ، ضلع  $AC$  را در نقطه  $E$  قطع می‌کند. اگر  $AB = EC$  و  $\widehat{C} = 35^\circ$ ، زاویه  $\widehat{B}$  چند درجه است؟

(۲)  $70^\circ$

(۱)  $65^\circ$

(۴)  $80^\circ$

(۳)  $75^\circ$

شما پاسخ نداده اید

۱۲۳-  $AM$  میانه رأس  $A$  در مثلث  $ABC$  است. اگر  $AMB$  مثلث متساوی‌الاضلاع باشد، اندازه زاویه  $\widehat{ACB}$  برابر کدام است؟

(۲)  $45^\circ$

(۱)  $30^\circ$

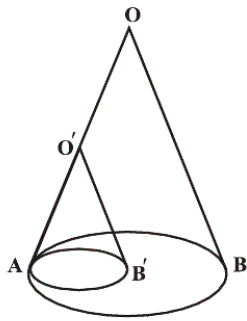
(۴)  $90^\circ$

(۳)  $60^\circ$

شما پاسخ نداده اید

ریاضی، هندسه 1، هندسه‌ی فضایی (هندسه‌ی 1)، هندسه‌ی فضایی - 13970107

۱۲۹- در شکل مقابل، صفحه قاعده دو مخروط یکی بوده و  $O'$  وسط  $OA$  و  $O'B' \parallel OB$  است. حجم مخروط بزرگتر چند برابر حجم مخروط



کوچکتر است؟

- (۱) ۴  
(۲) ۶  
(۳) ۸  
(۴) ۹

شما پاسخ نداده اید

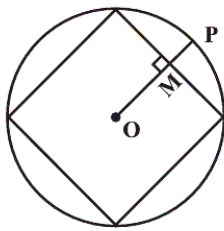
۱۳۰- یک چهار وجهی که همه وجه‌های آن مثلث متساوی الاضلاع است، حجمی برابر با  $6\sqrt{2}$  دارد. طول هر یال این چهار وجهی چقدر است؟

- (۱)  $\sqrt[3]{9}$   
(۲)  $2\sqrt[3]{9}$   
(۳)  $2\sqrt[3]{2}$   
(۴)  $2\sqrt[3]{3}$

شما پاسخ نداده اید

ریاضی، هندسه 1، مساحت و قضیه فیثاغورس - 13970107

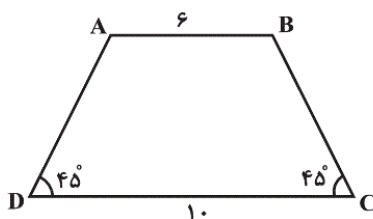
۱۲۴- در شکل زیر، مربعی در دایره‌ای به شعاع واحد محاط شده است، طول  $MP$  چقدر است؟



- (۱)  $\frac{\sqrt{2}}{2}$   
(۲)  $1 - \frac{\sqrt{2}}{2}$   
(۳)  $\sqrt{2} - 1$   
(۴)  $\sqrt{2} - \frac{1}{2}$

شما پاسخ نداده اید

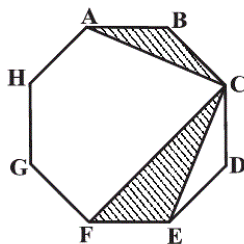
۱۲۵- مساحت دوزنقه شکل زیر چقدر است؟



- (۱) ۸  
(۲) ۱۶  
(۳) ۳۲  
(۴) ۲۴

شما پاسخ نداده اید

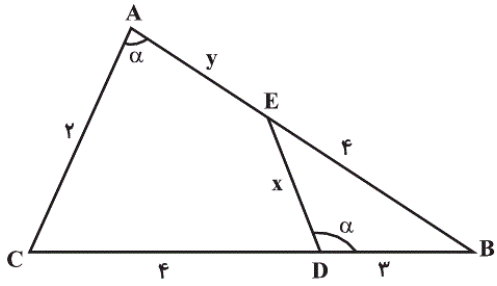
۱۲۶- در هشت ضلعی منتظم زیر، اندازه هر ضلع  $2\sqrt{2}$  است. مجموع مساحت‌های مثلث‌های هاشورخورده کدام است؟



- (۱)  $2 + 2\sqrt{2}$   
(۲)  $4 + 4\sqrt{2}$   
(۳)  $2 + 4\sqrt{2}$   
(۴)  $4 + 2\sqrt{2}$

شما پاسخ نداده اید

۱۲۷- در شکل مقابل، حاصل  $xy$  کدام است؟



(۲)  $\frac{12}{7}$

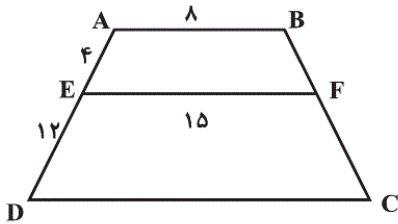
(۴)  $\frac{20}{7}$

(۱)  $\frac{10}{7}$

(۳)  $\frac{16}{7}$

شما پاسخ نداده اید

۱۲۸- در دوزنقه  $ABCD$ ، موازی قاعده‌های دوزنقه است. طول قاعده  $DC$  کدام است؟



(۱) ۲۴

(۲) ۳۰

(۳) ۳۲

(۴) ۳۶

شما پاسخ نداده اید

ریاضی، آمار و مدل‌سازی - گواه، آمار و مدل‌سازی - 13970107

- ۱۱۱- سه دوندۀ در مسابقه‌ای شرکت کرده‌اند. زمان رسیدن به مقصد برای هر کدام به صورت  $T_1 = 5 + E_1$ ،  $T_2 = 6 + E_2$  و  $T_3 = 5 + E_3$  مدل‌سازی شده است. اگر  $E_1 \approx 0/1$ ،  $E_2 \approx 0/1$  و  $E_3 \approx 1$  برحسب ثابته تخمین زده شده باشد، کدام گزینه نادرست است؟
- (۱) دوندۀ اول زودتر از دوندۀ دوم به مقصد می‌رسد.  
 (۲) مدل دوندۀ سوم نادرست ارائه شده است.  
 (۳) مدل دوندۀ اول نادرست ارائه شده است.  
 (۴) هیچ کدام

شما پاسخ نداده اید

۱۱۲- در کدام گزینه بهترین روش جمع‌آوری داده، سرشماری است؟

- (۱) مطالعه برخی از ویژگی‌های ماهی اوزون برون در دریای خزر.  
 (۲) مطالعه ولتاژی که لامپ‌های تولیدی یک کارخانه تحمل می‌کنند.  
 (۳) مطالعه میزان فشار خون افراد خانواده‌ای ده نفره.  
 (۴) مطالعه نمره ریاضی دانش‌آموزان کشور.

شما پاسخ نداده اید

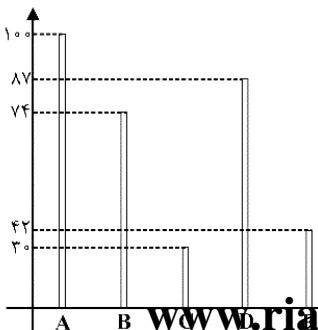
- ۱۱۳- «بعضی از مردم نسبت به گزیدگی پشه حساس‌اند. محل گزیدگی در این افراد تا مدتی همراه با خارش و سوزش است که پس از مدتی این آثار برطرف می‌شود.» در این جا متغیر تصادفی کدام است؟
- (۱) تمام کسانی که نسبت به گزیدگی پشه حساس‌اند.  
 (۲) مدت زمانی که طول می‌کشد تا آثار حساسیت محو شود.  
 (۳) بعضی از کسانی که نسبت به گزیدگی پشه حساس‌اند.  
 (۴) محل گزیدگی که تا مدتی همراه با خارش است.

شما پاسخ نداده اید

- ۱۱۴- در دسته‌بندی ۱۲۰ داده آماری در ۹ طبقه، دستۀ اول به صورت ۲۵ - ۲۲ می‌باشد. می‌دانیم ۴۵ درصد داده‌ها کم‌تر از ۳۴ و فراوانی نسبی دستۀ وسط ۰/۲ است. تعداد داده‌های کمتر از ۳۷ کدام است؟
- (۱) ۶۷ (۲) ۷۶ (۳) ۷۸ (۴) ۸۷

شما پاسخ نداده اید

۱۱۵- نمودار میله‌ای روبه‌رو، تعداد کارکنان با مهارت فنی، در ۵ گروه متمایز است. در نمایش آن با نمودار دایره‌ای، زاویه مربوط به گروه B، چند درجه است؟



(۱) ۷۵

(۲) ۸۰

(۳) ۸۴

(۴) ۹۲

شما پاسخ نداده اید

۱۱۶- در نمودار جعبه‌ای داده‌های آماری ۱۸، ۲۰، ۲۳، ۱۶، ۱۴، ۱۷، ۱۱، ۹، ۱۲، ۱۰، ۵، ۱۹، ۲۱، ۷ و ۸، دامنه تغییرات داده‌های داخل و روی جعبه کدام است؟

- ۱۰ (۱)
- ۱۱ (۲)
- ۱۲ (۳)
- ۱۳ (۴)

شما پاسخ نداده اید

۱۱۷- میانگین داده‌های دسته بندی شده به صورت  $3a + 22$  محاسبه شده است.  $a$  کدام است؟

	۲۸	۲۵	۲۲	۱۹	۱۶	
مرکز دسته	۵	۳	۶	۴	۲	۲
فراوانی مطلق	۰/۲۵ (۳)	۰/۴۵ (۴)	۰/۲۰ (۲)	۰/۱۵ (۱)	۰/۲۵ (۳)	۰/۲۰ (۲)

شما پاسخ نداده اید

۱۱۸- داده‌های  $x_i = 1, 2, 3, 4, 5$  مفروض است. ضریب تغییرات داده‌های  $6 + 12x_i$  تقریباً کدام است؟

- ۰/۴ (۱)
- ۰/۴۸ (۲)
- ۰/۵۲ (۳)
- ۰/۶ (۴)

شما پاسخ نداده اید

۱۱۹- داده‌های آماری زیر را که با نمودار ساقه و برگ نشان داده شده است، با نمودار جعبه‌ای نشان می‌دهیم. واریانس داده‌های داخل جعبه، کدام است؟

		برگ					
ساقه	۲	۵	۶	۷	۹		۹/۲۵ (۱)
۳	۱	۳	۴	۵	۶		۹/۷۵ (۲)
۴	۰	۱	۲	۴			۱۰/۱۵ (۳)
							۱۰/۸۵ (۴)

شما پاسخ نداده اید

۱۲۰- یک جامعه با اندازه ۱۲ و واریانس ۱۲/۶، به همراه جامعه دیگری با اندازه ۲۴ و واریانس ۷/۲ تشکیل جامعه جدیدی داده‌اند. اگر میانگین این دو جامعه یکسان باشد، انحراف معیار جامعه جدید، کدام است؟

- ۲/۹ (۱)
- ۳ (۲)
- ۳/۱ (۳)
- ۳/۲ (۴)

شما پاسخ نداده اید

۱۳۱-

(عمیدگروسی)

$$\text{گزینه «۱» : } \begin{cases} a = -3 \\ b = 1 \end{cases} \Rightarrow |-3 + 1| \neq |-3| + |1|$$

$$\text{گزینه «۲» : } \begin{cases} a = -5 \\ b = -6 \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} a > b \\ \frac{b}{a} \not\leq 1 \end{cases}$$

اول نیست.  $a = 6 \Rightarrow 2^6 + 1 = 65$  : گزینه «۳»

$$\text{گزینه «۴» : } \frac{1}{2} \times \frac{2}{3} \times \dots \times \frac{n-2}{n-1} \times \frac{n-1}{n} = \frac{1}{n}$$

(پیرواختمال - استدلال ریاضی: صفحه‌های ۱۷ تا ۱۹)

۴

۳

۲

۱

۱۳۲-

(امیرحسین ابومحبوب)

مجموعه‌ی اعداد طبیعی فرد یک رقمی عبارت است از  $A = \{1, 3, 5, 7, 9\}$  که دارای  $2^5 = 32$  زیرمجموعه می‌باشد. در بین این ۳۲ زیرمجموعه، می‌توان ۱۶ دسته ایجاد کرد که هر دسته شامل ۲ زیرمجموعه بوده که اشتراک آن‌ها تهی است مانند  $\{1, 3\}, \{5, 7, 9\}$  یا  $\{1, 3, 5, 7, 9\}, \{\}$ . بنابراین با انتخاب  $17 = 16 + 1$  زیرمجموعه از مجموعه‌ی اعداد طبیعی فرد یک رقمی، حداقل ۲ زیرمجموعه متعلق به یک دسته وجود خواهد داشت که اشتراک آن‌ها تهی باشد.

تذکر: طبق تعریف صفحه‌ی ۴۸ کتاب درسی، دو مجموعه را جدا از هم یا مجزا گوئیم هرگاه اشتراک آن‌ها تهی باشد.

(پیرواختمال - استدلال ریاضی: صفحه‌های ۲۸ تا ۳۰ و مجموعه‌ها: صفحه‌های ۳۶ تا ۳۹ و ۴۸)

۴

۳

۲

۱

(رضا پورحسینی)

طبق اصل لانه کیوتری در بدترین حالت این امکان وجود دارد که هر ۱۰ نفر دارای دقیقاً ۲۵۰ سکه باشند که این حالت مستلزم آن است که هر نفر ۵ بار انتخاب شده باشد که روی هم می‌شود  $5 \times 10 = 50$  انتخاب.

اما چون در هر مرحله ۴ نفر انتخاب می‌شوند، پس در بدترین حالت طبق اصل لانه کیوتری می‌توان ۱۲ بار این عمل را تکرار کرد. در سیزدهمین دور انتخاب افراد، حتماً فردی وجود خواهد داشت که برای بار ششم انتخاب شده باشد و در نتیجه حداقل ۳۰۰ سکه به او رسیده است.

(پرواحتمال - استرلال ریاضی؛ صفحه‌های ۲۸ تا ۳۰)

۴

۳

۲ ✓

۱

ریاضی، جبر و احتمال، مجموعه - ضرب دکارتی و رابطه - 13970107

(امیرحسین ابومحبوب)

$$A = B - C = B \cap C'$$

$$A \cap C = (B \cap C') \cap C = B \cap (C' \cap C) = B \cap \phi = \phi$$

(پرواحتمال - مجموعه‌ها؛ صفحه‌های ۴۸ تا ۵۴)

۴

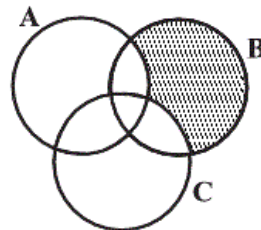
۳ ✓

۲

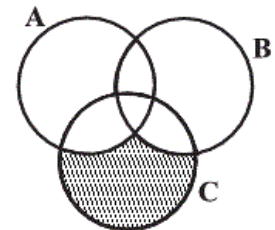
۱

(رضا پورحسینی)

$$(A \cup B) \Delta (A \cup C) = [(A \cup B) - (A \cup C)] \cup [(A \cup C) - (A \cup B)]$$



$$(A \cup B) - (A \cup C)$$



$$(A \cup C) - (A \cup B)$$

(پرواحتمال - مجموعه‌ها؛ صفحه‌های ۴۱ تا ۵۴)

۴

۳ ✓

۲

۱

(مرتضی فطیم علوی)

$$A = \{2, 3, 5, 7, 11, 13, 17, 19\}$$

طبق تعریف دو مجموعه داریم:

$$B = \{1, 2, 3, 4, \dots, 9\}$$

باید از میان کل زیرمجموعه‌های  $A$ ، آنهایی را که زیرمجموعه  $A$  و  $B$  هستند را کم

$$A = 2^8 = \text{تعداد زیرمجموعه‌های } A$$

کنیم.

$$B \text{ و } A = \{2, 3, 5, 7\} \text{ اعضای مشترک}$$

$$B \text{ و } A = 2^4 = 16 = \text{تعداد زیرمجموعه‌های مشترک}$$

$$\text{جواب سؤال} = 2^8 - 2^4 = 240.$$

(پیرواختمال - مجموعه‌ها: صفحه‌های ۳۶ تا ۳۹)

۴

۳ ✓

۲

۱

(مرتضی فطیم علوی)

$$\left. \begin{array}{l} X \in P(A) \Rightarrow X \subseteq A \\ X \in P(A') \Rightarrow X \subseteq A' \end{array} \right\} \Rightarrow X \subseteq A \cap A'$$

$$\Rightarrow X \subseteq \emptyset \Rightarrow X = \emptyset$$

$$\left. \begin{array}{l} Y \in P(B) \Rightarrow Y \subseteq B \\ Y' \in P(B) \Rightarrow Y' \subseteq B \end{array} \right\} \Rightarrow Y \cup Y' \subseteq B$$

$$\Rightarrow U \subseteq B \Rightarrow B = U$$

(پیرواختمال - مجموعه‌ها: صفحه‌های ۳۶ تا ۴۱)

۴

۳

۲

۱ ✓

(محمدرضا اسلامی)

دو مجموعه با هم برابرند اگر و تنها اگر اعضایشان یکی باشد. بنابراین اعضای هر کدام از مجموعه‌ها را به دست می‌آوریم:

$$\text{گزینه «۱» : } 1 \leq n^2 + 2n \leq 3 \Rightarrow n = -3, 1 \Rightarrow A = \{1, 5\}$$

$$\text{گزینه «۲» : } n + \frac{5}{n} \in \mathbb{Z} \Rightarrow n = 1, 5 \Rightarrow B = \{1, 5\}$$

$$\text{گزینه «۳» : } \frac{5}{4} < 1 + \frac{1}{n} < 2 \Rightarrow 1 < n < 4 \Rightarrow n = 2, 3 \Rightarrow C = \{1, 5\}$$

$$\text{گزینه «۴» : } \frac{9}{n+2} \in \mathbb{Z}, n \in \mathbb{N} \Rightarrow n+2=3, n+2=9 \Rightarrow n=1, 7$$

$$\Rightarrow D = \{1, 7\}$$

بنابراین مجموعه  $D$  با بقیه گزینه‌ها متفاوت است.

(پیرواختمال - مجموعه‌ها: صفحه‌های ۳۲ تا ۳۶)

۴ ✓

۳

۲

۱

(بوار فاطمی)

$$A \Delta B = \underbrace{(A - B) \cup (B - A)}_{\emptyset} = B - A \quad \text{چون } A \subseteq B \text{ است، پس داریم:}$$

$$\begin{aligned} (A \Delta B)' - A &= (B - A)' - A = (B \cap A')' - A = (B' \cup A) \cap A' \\ &= (B' \cap A') \cup \underbrace{(A \cap A')}_{\emptyset} = (B \cup A)' = B' \end{aligned}$$

(پبروا احتمال - مجموعه‌ها: صفحه‌های ۴۴ تا ۵۶)

۴

۳

۲ ✓

۱

(همایون شریک)

با توجه به روابط مربوط به تعداد اعضای تفاضل و تفاضل متقارن دو مجموعه داریم:

$$\begin{cases} n(A - B) = n(A) - n(A \cap B) \\ n(A \Delta B) = n(A) + n(B) - 2n(A \cap B) \end{cases}$$

$$\Rightarrow 20 = 7 + 15 - 2n(A \cap B) \Rightarrow n(A \cap B) = 1$$

$$\Rightarrow n(A - B) = 7 - 1 = 6$$

(پبروا احتمال - مجموعه‌ها: صفحه‌های ۴۴ تا ۵۶)

۴

۳

۲

۱ ✓

ریاضی، ریاضی پایه، الگو و دنباله - 13970107

(امیر هوشنگ فمسه)

$$a_n = a_{n-1}^2 - 2a_{n-1} + 1 + 1 = (a_{n-1} - 1)^2 + 1$$

$$n = 2 \Rightarrow a_2 = (a_1 - 1)^2 + 1 \xrightarrow{a_1=2} a_2 = 2$$

$$n = 3 \Rightarrow a_3 = (a_2 - 1)^2 + 1 \xrightarrow{a_2=2} a_3 = 2$$

به همین ترتیب مشاهده می‌شود که کلیه جملات دنباله ۲ می‌باشند. بنابراین:

$$a_{1..} - a_{\Delta..} = 0$$

(ریاضی ۲ - الگو و دنباله: صفحه‌های ۲ تا ۶)

۴ ✓

۳

۲

۱



(مهمدرمهری وزیر)

$$T = \frac{3\pi}{4} - \left(-\frac{\pi}{4}\right) = \pi \Rightarrow \frac{3\pi}{|b|} = \pi \Rightarrow |b| = 3$$

$$\Rightarrow \begin{cases} b = 3 & \checkmark \text{ باید } b > 0 \text{ باشد.} \\ b = -3 & \text{غ ق ق} \end{cases}$$

$$-1 \leq \sin 2x \leq 1 \Rightarrow -3 \leq 3 \sin 2x \leq 3$$

$$\xrightarrow{+a} a - 3 \leq a + 3 \sin 2x \leq a + 3$$

$$y_{\max} = 3 + a = 6 \Rightarrow a = 3 \Rightarrow a \times b = 9$$

(ریاضی ۲ - مثلثات: صفحه‌های ۱۴۲ تا ۱۵۲)

۴

۳

۲

۱ ✓

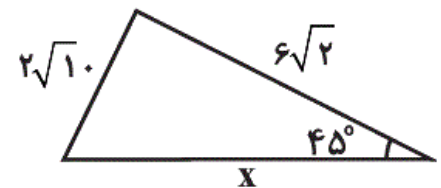
(علی شهرابی)

-۹۷

$$(2\sqrt{10})^2 = (6\sqrt{2})^2 + x^2 - 2(6\sqrt{2})(x) \cos 45^\circ$$

$$\Rightarrow 40 = 72 + x^2 - 12x \Rightarrow x^2 - 12x + 32 = 0$$

$$\Rightarrow (x-8)(x-4) = 0 \Rightarrow \begin{cases} x = 8 \\ x = 4 \end{cases}$$



(ریاضی ۲ - مثلثات: صفحه‌های ۱۵۳ تا ۱۵۸)

۴

۳

۲ ✓

۱

(امیر هوشنگ فمسه)

-۹۸

$$a = \frac{4 \sin 2^\circ \cos 1^\circ - 1}{4 \cos 1^\circ} = \frac{2(\sin 3^\circ + \sin 1^\circ) - 1}{4 \cos 1^\circ} = \frac{2 \sin 1^\circ}{4 \cos 1^\circ}$$

$$= \frac{1}{2} \tan 1^\circ = \frac{1}{2} \cot 89^\circ$$

$$2a = \cot 89^\circ \Rightarrow 2a = \frac{1}{2} (\cot 4^\circ - \tan 4^\circ) \Rightarrow 4a = \frac{1}{\tan 4^\circ} - \tan 4^\circ$$

$$\xrightarrow{\tan 4^\circ = t} 4a = \frac{1}{t} - t \Rightarrow t^2 + 4at - 1 = 0$$

۴

۳

۲

۱ ✓

$$2 \cos^2 x - 1 - \tan^2 x = \frac{1}{6} \Rightarrow 2 \cos^2 x - (1 + \tan^2 x) = \frac{1}{6}$$

$$2 \cos^2 x - \frac{1}{\cos^2 x} = \frac{1}{6} \xrightarrow{\cos^2 x = t} 2t - \frac{1}{t} = \frac{1}{6}$$

$$\Rightarrow 12t^2 - t - 6 = 0 \Rightarrow (4t - 3)(3t + 2) = 0$$

$$\Rightarrow \begin{cases} t = \frac{3}{4} \Rightarrow \cos x = \pm \frac{\sqrt{3}}{2} \Rightarrow \begin{cases} \cos x = \cos \frac{\pi}{6} \Rightarrow x = 2k\pi \pm \frac{\pi}{6} \\ \cos x = \cos \frac{5\pi}{6} \Rightarrow x = 2k\pi \pm \frac{5\pi}{6} \end{cases} \\ t = -\frac{2}{3} \Rightarrow \cos^2 x = -\frac{2}{3} \quad \text{غ ق ق} \end{cases}$$

به طور خلاصه جواب به صورت  $x = k\pi \pm \frac{\pi}{6}$  است.

(مسائل - مثلثات: صفحه های ۱۱۸ تا ۱۲۳)

۴

۳

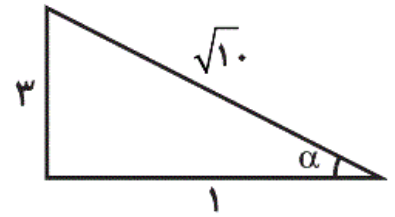
۲

۱

(علی شهبازی)

$$\cot\left(2 \sin^{-1}\left(\frac{3}{\sqrt{10}}\right)\right) + \underbrace{\sin^{-1}\left(\frac{3}{\sqrt{10}}\right) + \cos^{-1}\left(\frac{3}{\sqrt{10}}\right)}_{\frac{\pi}{2}}$$

$$= -\tan\left(2 \sin^{-1}\left(\frac{3}{\sqrt{10}}\right)\right)$$



$$\tan 2\alpha = ? , \sin \alpha = \frac{3}{\sqrt{10}} , 0 < \alpha < \frac{\pi}{2}$$

$$\Rightarrow \tan \alpha = 3$$

$$\tan 2\alpha = \frac{2 \tan \alpha}{1 - \tan^2 \alpha} = \frac{2(3)}{1 - 3^2} = \frac{6}{-8} = -\frac{3}{4}$$

پس مقدار عبارت خواسته شده  $\frac{3}{4}$  است.

(مسئله - مثلثات: صفحه های ۱۳۴ تا ۱۳۰)

 ۴

 ۳

 ۲

 ۱

ریاضی ، ریاضی پایه ، توابع نمایی و لگاریتم - 13970107

(علی شهرابی)

ابتدا  $\sqrt{2}\sqrt{6}$  را ساده‌تر می‌نویسیم:

$$\sqrt{2}\sqrt{6} = \sqrt{\sqrt{4} \times 6} = \sqrt[4]{24}$$

$$\log_{\sqrt{2}} \frac{\sqrt[4]{24} \times \sqrt[4]{486}}{\sqrt[3]{36}} = \log_{\sqrt{2}} \frac{\sqrt[4]{2^3 \times 3} \times \sqrt[4]{2 \times 3^5}}{\sqrt[3]{2^2 \times 3^2}}$$

$$= \log_{\sqrt{2}} \frac{2^{\frac{3}{4}} \times 3^{\frac{1}{4}} \times 2^{\frac{1}{4}} \times 3^{\frac{5}{4}}}{2^{\frac{2}{3}} \times 3^{\frac{2}{3}}} = \log_{\sqrt{2}} \frac{2^{\frac{5}{2}} \times 3^{\frac{2}{3}}}{2^{\frac{2}{3}} \times 3^{\frac{2}{3}}}$$

$$= \log_{\sqrt{2}} \frac{2^{\frac{1}{2}}}{2^{\frac{1}{3}}} = \frac{\frac{1}{2}}{\frac{1}{3}} = \frac{3}{2}$$

(ریاضی ۲ - الگو و دنباله: صفحه‌های ۱۸ تا ۲۴ و

ریاضی ۲ - توابع نمایی و لگاریتمی: صفحه‌های ۱۰۲ تا ۱۱۹)

۴

۳ ✓

۲

۱

(ایمان پینی فروشان)

-۸۳

معادله‌های توانی و لگاریتمی را جداگانه ساده‌سازی می‌کنیم:

$$9^{x-y} \times (\sqrt{3})^{2x+y} = 1 \Rightarrow 3^{2(x-y)} \times 3^{\frac{1}{2}(2x+y)} = 3^0$$

$$\Rightarrow 2x - 2y + x + \frac{y}{2} = 0 \Rightarrow 3x = \frac{3}{2}y \Rightarrow x = \frac{y}{2} \quad (1)$$

$$2 \log y + \log x = 3 \log 2 \Rightarrow \log y^2 + \log x = \log 2^3$$

$$\Rightarrow y^2 x = 8 \xrightarrow{(1)} y^2 \times \frac{y}{2} = 8 \Rightarrow y = 2\sqrt[3]{2}$$

(ریاضی ۲ - توابع نمایی و لگاریتمی: صفحه‌های ۸۶ تا ۱۲۰)

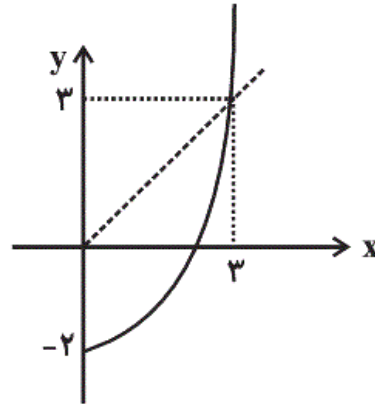
۴

۳

۲ ✓

۱

نمودار  $f^{-1}(x)$  را رسم می‌کنیم:



جدول تعیین علامت را رسم می‌کنیم: (ت ن: تعریف نشده)

		۰	۳		
$x$	-		+		+
$x - f^{-1}(x)$	ت ن		+		-

در بازه  $[0, 3)$  زیر رادیکال نامنفی بوده و مخرج کسر نیز صفر نمی‌شود. بنابراین این

بازه دامنه تابع است.

(مسابان - تابع: صفحه‌های ۴۴ تا ۴۷ و ۱۵ تا ۹۵)

 ۴

 ۳

 ۲

 ۱

تابع  $f + g$  را تشکیل می‌دهیم:

$$(f + g)(1) = f(1) + g(1) = 2 + 2 = 4$$

$$(f + g)(-1) = 0 + \frac{1}{2} = \frac{1}{2}$$

$$(f + g)(a) = [a] + 1$$

اگر  $f + g$  صعودی باشد، باید با افزایش مقادیر  $x$  مقادیر تابع هم زیاد شود. یعنی:

$$(f + g)(-1) \leq (f + g)(a) \leq (f + g)(1) \Rightarrow \frac{1}{2} \leq [a] + 1 \leq 4$$

$$\xrightarrow{-1} \frac{-1}{2} \leq [a] \leq 3$$

چون  $[a] \in \mathbb{Z}$  است، پس  $0 \leq [a] \leq 3$ ، یعنی  $0 \leq a < 4$  می‌باشد.

(حسابان - تابع: صفحه‌های ۶۴ تا ۶۹ و ۸۰ تا ۸۵ و ۹۹ تا ۱۰۲)

 ۴

 ۳

 ۲

 ۱

می‌دانیم  $D_f : x \geq 1$  و  $D_g : -1 \leq x < 1$  است.

$$D_{g \circ f} = \{x \in D_f \mid f(x) \in D_g\} = \{x \geq 1 \mid -1 \leq 2 - \sqrt{x-1} < 1\}$$

باید جواب نامعادله  $-1 \leq 2 - \sqrt{x-1} < 1$  را پیدا کنیم:

$$\left. \begin{array}{l} 1) -1 \leq 2 - \sqrt{x-1} \Rightarrow \sqrt{x-1} \leq 3 \Rightarrow x-1 \leq 9 \Rightarrow x \leq 10 \\ 2) 2 - \sqrt{x-1} < 1 \Rightarrow \sqrt{x-1} > 1 \Rightarrow x-1 > 1 \Rightarrow x > 2 \end{array} \right\}$$

$$\Rightarrow 2 < x \leq 10$$

$$D_{g \circ f} = \{x \geq 1 \mid 2 < x \leq 10\} = (2, 10]$$

(مسئله - تابع: صفحه‌های ۶۹ تا ۷۶)

۴

۳

۲

۱

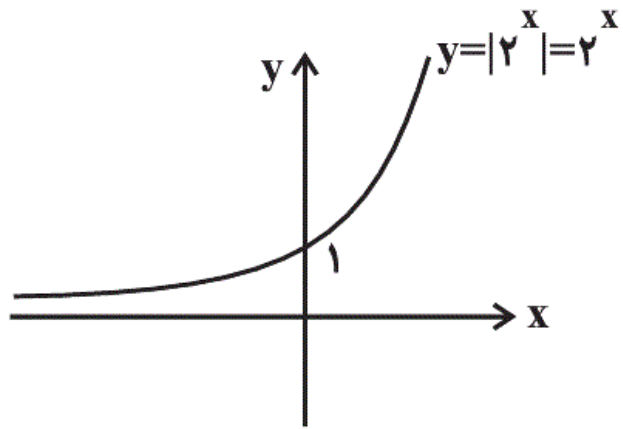
در گزینه‌های ۱، ۲ و ۴ مثال نقض برای یک به یک نبودن تابع ارائه می‌دهیم.

گزینه «۱»:  $(1,1)$  ,  $(-1,1)$

گزینه «۲»:  $(0,0)$  ,  $(\frac{1}{2}, 0)$

گزینه «۴»:  $(0,0)$  ,  $(-1,0)$

نمودار گزینه «۳» هم به شکل زیر است.



(حسابان - تابع: صفحه‌های ۱۵ تا ۹۵ و ۹۹ تا ۱۰۲)

۴

۳

۲

۱

(امیرھوشنگ فمسه)

-۹۵

$$f^{-1}(g(b)) = 5 \Rightarrow f(5) = g(b) \Rightarrow 3 = \log_2^b + 2 \log_2^b$$

$$\xrightarrow{\log_2^b = t} t + 2\left(\frac{1}{t}\right) = 3 \Rightarrow t^2 - 3t + 2 = 0$$

$$\begin{cases} t = 1 \Rightarrow \log_2^b = 1 \Rightarrow b = 2 \\ t = 2 \Rightarrow \log_2^b = 2 \Rightarrow b = 4 \end{cases} \Rightarrow \text{مجموع مقادیر } b \text{ برابر ۶ است.}$$

(ریاضی ۲ - توابع نمایی و لگاریتمی: صفحه‌های ۱۰۲ تا ۱۲۰)

و حسابان - تابع: صفحه‌های ۶۹ تا ۷۶ و ۱۵ تا ۹۵)

۴

۳

۲

۱



$$1 < x < 2 \xrightarrow{\text{به توان ۲}} 1 < x^2 < 4 \xrightarrow{\times 2} 2 < 2x^2 < 8$$

$$\xrightarrow{+1} 3 < 2x^2 + 1 < 9 \Rightarrow [2x^2 + 1] = 3, 4, 5, 6, 7, 8$$

۶ مقدار برای این عبارت وجود دارد.

(مسئله‌ها - تابع: صفحه‌های ۹۹ تا ۱۰۲)

 ۴

 ۳

 ۲

 ۱

ریاضی، ریاضی پایه، محاسبات جبری، معادلات و نامعادلات - 13970107

-۸۵

(مهروی ملا، مضانی)

با توجه به سؤال، عبارت سمت چپ مجموع سه جمله از یک دنباله هندسی و عبارت

سمت راست مجموع بی‌شمار جمله از یک دنباله هندسی است. بنابراین:

$$x^8 + x^6 + 1 = 1 + x^6 + x^8 = \frac{(1 - (x^6)^3)}{1 - x^6} = \frac{1 - x^{12}}{1 - x^6}$$

$$1 + x^2 + x^4 + \dots = \frac{1}{1 - x^2}$$

$$\Rightarrow \frac{1 - x^{12}}{1 - x^6} = \frac{1}{1 - x^2} \Rightarrow \frac{1 - x^{12}}{(1 - x^2)(1 + x^2)} = \frac{1}{(1 - x^2)}$$

$$\Rightarrow \frac{1 - x^{12}}{1 + x^2} = 1 \Rightarrow 1 - x^{12} = 1 + x^2 \Rightarrow -x^{12} = x^2 \Rightarrow x = 0$$

(مسئله‌ها - محاسبات جبری، معادلات و نامعادلات: صفحه‌های ۲ تا ۴)

 ۴

 ۳

 ۲

 ۱

معادله را می‌توانیم با تغییر متغیر  $x^2 = t$  به شکل  $3t^2 - 2t - 1$  در نظر بگیریم.

در این معادله  $\Delta > 0$  و  $P < 0$ ، پس یک ریشه مثبت و یک ریشه منفی است. بنابراین  $x^2$  می‌تواند برابر یک مقدار مثبت قرار گیرد و در این صورت معادله دو ریشه دارد.

(مسئله‌ها - مسابقات پیری، معادلات و نامعادلات: صفحه‌های ۶ تا ۸ و ۱۵ تا ۲۴)

۴

۳

۲ ✓

۱

(مهمربوار مسنی)

-۸۷

با طرفین وسطین داریم:

$$t^2 = tx + t - x^2 - x \Rightarrow -x^2 - (1-t)x + t - t^2 = 0$$

برای اینکه  $x$  جواب داشته باشد باید برای آن  $\Delta \geq 0$ :

$$(1-t)^2 + 4(t-t^2) = (1-t)^2 + 4t(1-t) = (1-t)(1-t+4t)$$

$$= (1-t)(1+3t)$$

$$\Delta \geq 0 \Rightarrow (1-t)(3t+1) \geq 0 \Rightarrow t \in \left[-\frac{1}{3}, 1\right]$$

پس برای آن که جوابی برای  $x$  وجود نداشته باشد. باید داشته باشیم:

$$t \in \left(-\infty, -\frac{1}{3}\right) \cup (1, +\infty)$$

(مسئله‌ها - مسابقات پیری، معادلات و نامعادلات: صفحه‌های ۱۵ تا ۲۸)

۴

۳

۲

۱ ✓

$$P = \alpha\beta = \frac{c}{a} = \frac{3}{3} = 1$$

$$S = \alpha + \beta = \frac{-b}{a} = \frac{4m+1}{3}$$

$$A = \left| \frac{1}{\sqrt{\alpha}} - \frac{1}{\sqrt{\beta}} \right| = \left| \frac{\sqrt{\beta} - \sqrt{\alpha}}{\sqrt{\alpha\beta}} \right| \stackrel{\alpha\beta=1}{=} \left| \sqrt{\beta} - \sqrt{\alpha} \right|$$

به توان ۲ می‌رسانیم

$$\rightarrow A^2 = \underbrace{\beta + \alpha}_S - 2\sqrt{\underbrace{\alpha\beta}_P} \stackrel{A=3}{\rightarrow} 9 = \frac{4m+1}{3} - 2$$

$$\Rightarrow 4m+1 = 33 \Rightarrow m = 8$$

(حسابان - معادلات جبری، معادلات و نامعادلات؛ صفحه‌های ۱۵ تا ۱۷)

۴ ✓

۳

۲

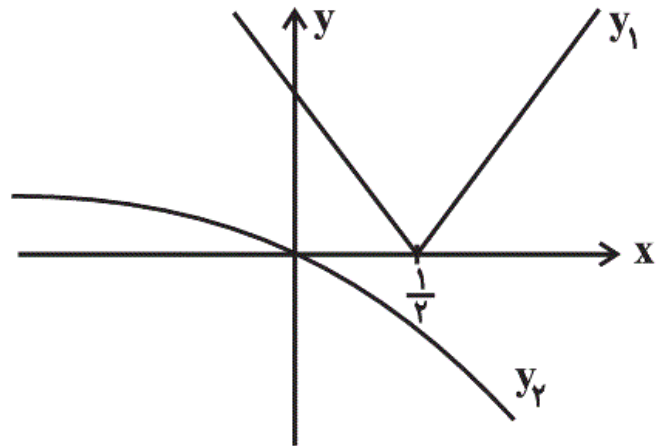
۱

$$\sqrt{2x^2 + \frac{1}{2} - 2x} = 1 - e^x \Rightarrow \sqrt{2(x^2 + \frac{1}{4} - x)} = 1 - e^x$$

$$\Rightarrow \sqrt{2} \left| x - \frac{1}{2} \right| = 1 - e^x \Rightarrow \begin{cases} y_1 = \sqrt{2} \left| x - \frac{1}{2} \right| \\ y_2 = 1 - e^x \end{cases}$$

توابع فوق را رسم می‌کنیم. دو نمودار همدیگر را قطع نمی‌کنند، بنابراین معادله مورد نظر

دارای جواب نیست.



(حسابان - معادلات پیری، معادلات و نامعادلات؛ صفحه‌های ۳۱ تا ۳۹)

 ۴

 ۳

 ۲

 ۱

عبارت  $\sqrt{x} + 2$  همواره مثبت است و به دلیل وجود  $\sqrt{x}$ ، می‌توان نتیجه گرفت:

$x \geq 0$ . پس عبارت  $x + 1$  نیز همواره مثبت است. داریم:

$$\sqrt{x} + 2 < x + 1 + |2 - x| \xrightarrow{x \geq 2} \sqrt{x} < 2x - 3$$

$$\xrightarrow{\text{به توان ۲}} x < 4x^2 - 12x + 9 \Rightarrow 4x^2 - 13x + 9 > 0$$

$$\begin{cases} x < 1 \\ \text{یا} \\ x > \frac{9}{4} \end{cases} \xrightarrow{x \geq 2} x \in \left(\frac{9}{4}, +\infty\right)$$

$$\sqrt{x} + 2 < x + 1 + |2 - x| \xrightarrow{x < 2} \sqrt{x} < 1 \xrightarrow{x \geq 0} 0 \leq x < 1$$

بنابراین تنها اعداد طبیعی ۱ و ۲ در نامعادله صدق نمی‌کنند.

(حسابان - مسابقات پیری، معادلات و نامعادلات: صفحه‌های ۳۹ تا ۴۲)

 ۴

 ۳

 ۲

 ۱

ریاضی، آمار و مدل‌سازی، آمار و مدل‌سازی - 13970107

(بواد فاطمی)

-۱۰۱

$$\text{O زاویهٔ مربوط به گروه } = 36^\circ - (108^\circ + 102^\circ + 96^\circ) = 54^\circ$$

$$54^\circ = \frac{f}{n} \times 36^\circ \Rightarrow \frac{f}{n} = \frac{3}{20} = 0/15$$

(آمار و مدل‌سازی - نمودارها و تحلیل داده‌ها: صفحه‌های ۹۲ تا ۹۵)

 ۴

 ۳

 ۲

 ۱

$$\bar{x} = \frac{11 + 3 \times 12 + 13 + 2 \times 14}{7} = \frac{88}{7} \approx 12.57$$

برای این که میانگین، کمترین تغییر ممکن را داشته باشد، لازم است نزدیک‌ترین داده

به میانگین، یعنی عدد ۱۳ را حذف کنیم.

(آمار و مدل‌سازی - شافص‌های مرکزی: صفحه‌های ۱۲۵ تا ۱۲۷)

 ۴

 ۳

 ۲

 ۱

(معمدعلی نادرپور)

$$\sigma^2 = \frac{x_1^2 + x_2^2 + \dots + x_n^2}{n} - (\bar{x})^2 \Rightarrow 4 = \frac{x_1^2 + x_2^2 + \dots + x_n^2}{n} - 36$$

$$\Rightarrow \frac{x_1^2 + x_2^2 + \dots + x_n^2}{n} = 40$$

(آمار و مدل‌سازی - شافص‌های پراکنگی: صفحه‌های ۱۴۸ تا ۱۵۳)

 ۴

 ۳

 ۲

 ۱

(بواد فاطمی)

$K$  را طوری انتخاب می‌کنیم که  $x_1 + K > x_n$  باشد (در غیر این صورت دامنه

تغییرات کم می‌شود). در نتیجه  $x_2$  کوچکترین داده و  $x_1 + K$  بزرگترین داده

خواهد بود. داریم:

$$\text{دامنه تغییرات اولیه} = R_1 = x_n - x_1$$

$$\text{دامنه تغییرات ثانویه} = R_2 = (x_1 + K) - x_2$$

$$R_1 = R_2 \Rightarrow x_n - x_1 = x_1 + K - x_2 \Rightarrow K = x_n + x_2 - 2x_1$$

(آمار و مدل‌سازی - دسته‌بندی داده‌ها و جدول فراوانی: صفحه‌های ۴۷ تا ۵۰)

 ۴

 ۳

 ۲

 ۱

میانه و مد در این نمودار ساقه و برگ عبارتند از:

$$\text{مد} = ۳۳$$

$$\text{میانه} = \frac{۳۲ + ۳۳}{۲} = ۳۲ / ۵$$

$$\text{مد} - \text{میانه} = ۳۳ - ۳۲ / ۵ = ۰ / ۵$$

$$\text{فراوانی نسبی داده‌ی ۲۲} = \frac{۲}{۱۶} = \frac{۱}{۸}$$

$$\frac{۰ / ۵}{\frac{۱}{۸}} = ۴$$

بنابراین پاسخ سؤال برابر است با:

(آمار و مدل‌سازی - نمودارها و تحلیل داده‌ها: صفحه‌های ۹۶ تا ۹۹)

شافش‌های مرکزی: صفحه‌های ۱۱۴ تا ۱۱۸)

 ۴

 ۳

 ۲

 ۱

(عمید کروس)

-۱۰۶

اگر داده‌های آماری را  $k$  برابر کرده و با  $t$  جمع کنیم، واریانس  $k^2$  برابر و انحراف

معیار  $k$  برابر می‌شود. بنابراین در این سوال چون همه داده‌ها ۲ برابر شده‌اند، پس

واریانس ۴ برابر می‌شود.

$$\frac{\sigma'^2}{\sigma^2} = ۴ \Rightarrow \frac{\sigma'^2}{۳^2} = ۴ \Rightarrow \sigma'^2 = ۳۶$$

داریم:

(آمار و مدل‌سازی - شافش‌های پراکنگی: صفحه‌های ۱۴۸ تا ۱۵۶)

 ۴

 ۳

 ۲

 ۱

فاصله میان مرکز دسته اول و دسته چهارم، برابر طول ۳ دسته است. پس اگر طول دسته

$$3x = 11 - 3 = 8 \Rightarrow x = \frac{8}{3} \quad \text{را با } x \text{ نشان دهیم، داریم:}$$

حال  $e$  کران بالای دسته چهارم و  $a$  کران پایین دسته اول است و اختلاف آن‌ها، برابر

$$e - a = 4x = 4 \times \frac{8}{3} = \frac{32}{3} \quad \text{طول دسته‌های اول تا چهارم است، یعنی داریم:}$$

(آمار و مدل‌سازی - دسته‌بندی داده‌ها و جدول فراوانی؛ صفحه‌های ۴۷ تا ۵۰)

 ۴

 ۳

 ۲

 ۱

(ممد رضا دلورنژاد)

-۱۰۸

چون انحراف معیار داده‌ها برابر صفر است، پس داده‌ها همگی با هم برابرند و چون

میانگین آن‌ها برابر ۵ است، پس همه داده‌ها برابر ۵ می‌باشند.

در نتیجه:

$$\begin{cases} 2a - 1 = 5 \Rightarrow a = 3 \\ 3b + 11 = 5 \Rightarrow b = -2 \Rightarrow \bar{x} = \frac{a + b + c}{3} = \frac{3 - 2 + 1}{3} = \frac{2}{3} \\ 4c + 1 = 5 \Rightarrow c = 1 \end{cases}$$

$$\begin{aligned} \sigma^2 &= \frac{\sum_{i=1}^3 (x_i - \bar{x})^2}{n} = \frac{(3 - \frac{2}{3})^2 + (-2 - \frac{2}{3})^2 + (1 - \frac{2}{3})^2}{3} \\ &= \frac{(\frac{7}{3})^2 + (-\frac{8}{3})^2 + (\frac{1}{3})^2}{3} = \frac{49 + 64 + 1}{27} = \frac{114}{27} = \frac{38}{9} \end{aligned}$$

(آمار و مدل‌سازی - شاخص‌های پراکنندگی؛ صفحه‌های ۱۴۱ تا ۱۵۳)

 ۴

 ۳

 ۲

 ۱



ابتدا حجم کره را به دست می آوریم.

$$V = \frac{4}{3}\pi R^3 = \frac{4}{3}\pi(1+E)^3 = \frac{4}{3}\pi(1+3E+3E^2+E^3)$$

با صرف نظر کردن از توان‌های ۲ و ۳ خطای اندازه‌گیری داریم:

$$V = \frac{4}{3}\pi(1+3E) = \frac{4\pi}{3} + 4\pi E$$

پس  $E' = 4\pi E$  یا به عبارت دیگر  $\frac{E'}{E} = 4\pi$  می‌باشد.

(آمار و مدل‌سازی - اندازه‌گیری و مدل‌سازی: صفحه‌های ۱۰ تا ۱۳)

 ۴

 ۳

 ۲

 ۱

(امیر حسین ابومصوب)

- ۱۱۰

با توجه به نمودار چندبر فراوانی، دسته بندی داده‌ها به صورت زیر است:

حدود دسته	۳۰ - ۳۶	۳۶ - ۴۲	۴۲ - ۴۸	۴۸ - ۵۴
فراوانی دسته	۶	۸	۱۲	۶

بنابراین کم‌ترین داده، حداقل برابر ۳۰ و بیش‌ترین داده، حداکثر برابر ۵۴ است و در نتیجه دامنه تغییرات داده‌ها، کوچک‌تر یا مساوی ۲۴ است. گزینه ۱ قطعاً نادرست است و در مورد درستی یا نادرستی گزینه‌های ۲ و ۳، در حالت کلی و بدون داشتن داده‌ها، نمی‌توان نظر داد.

(آمار و مدل‌سازی - نمودارها و تحلیل داده‌ها: صفحه‌های ۸۸ تا ۹۱)

 ۴

 ۳

 ۲

 ۱

فرض کنیم  $\widehat{A} = 2\alpha$ ، در این صورت  $\widehat{EAB} = \alpha$  و طبق قضیه خطوط موازی و

مورب  $\widehat{AED} = \alpha$  پس با توجه به آن که  $\widehat{AEF} = 90^\circ$ ، داریم:

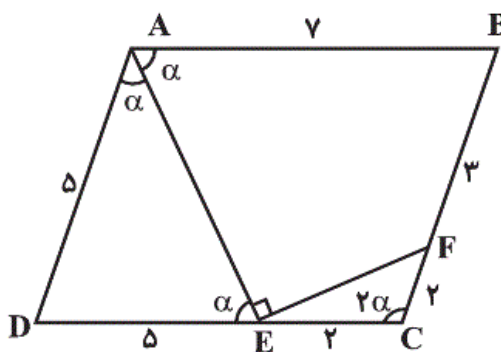
$$\widehat{FEC} = 180^\circ - (90^\circ + \alpha) = 90^\circ - \alpha$$

$$\triangle FEC : \widehat{CFE} = 180^\circ - (2\alpha + 90^\circ - \alpha) = 90^\circ - \alpha$$

بنابراین مثلث‌های  $FEC$  و  $ADE$ ، متساوی‌الساقین هستند و در نتیجه

$CE = CF = 2$  و  $DE = AD = 5$  است، یعنی  $DC = 7$  خواهد بود.

محیط متوازی‌الاضلاع  $ABCD$  برابر است با:  $2(7 + 5) = 24$



(هنرسه ۱ - هنرسه و استرلال: صفحه‌های ۱۰ و ۲۲ و ۳۱ تا ۳۳)

 ۴

 ۳

 ۲

 ۱

(رضا عباسی اصل)

چون E بر روی عمود منصف BC واقع است، پس مثلث BEC متساوی الساقین

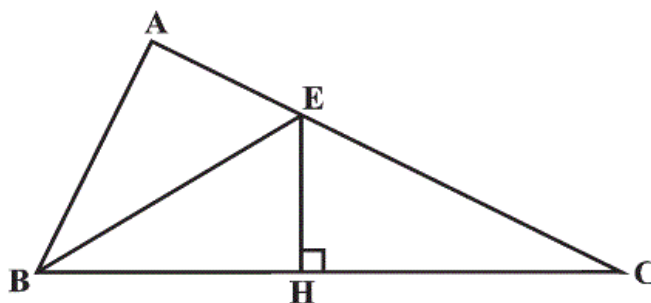
است.  $\widehat{EBC} = \widehat{C} = ۳۵^\circ$

$\Delta BEC$ :  $\widehat{AEB} \Rightarrow \widehat{AEB} = ۳۵^\circ + ۳۵^\circ = ۷۰^\circ$  زاویه خارجی است

$\Delta ABE$ : متساوی الساقین است.  $\widehat{A} = \widehat{AEB} = ۷۰^\circ$

در نتیجه داریم:  $\Delta ABE$ :  $\widehat{ABE} = ۱۸۰^\circ - (۷۰^\circ + ۷۰^\circ) = ۴۰^\circ$

$\widehat{ABC} = \widehat{ABE} + \widehat{EBC} = ۴۰^\circ + ۳۵^\circ = ۷۵^\circ$



(هندسه ۱ - هندسه و استرلال: صفحه‌های ۱۱ تا ۲۲)

۴

۳

۲

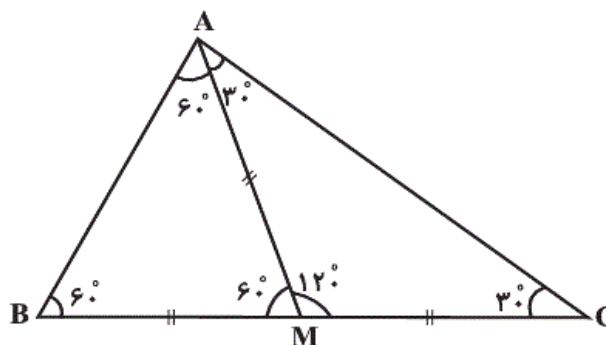
۱

(ممدعلی نازپور)

در مثلث ABC، میانه رأس A نصف ضلع BC است، پس:  $\widehat{A} = ۹۰^\circ$

$\widehat{BAM} = ۶۰^\circ, \widehat{BAC} = ۹۰^\circ \Rightarrow \widehat{MAC} = ۳۰^\circ$

$MB = MC = MA \Rightarrow \widehat{MCA} = \widehat{MAC} = ۳۰^\circ$



(هندسه ۱ - هندسه و استرلال: صفحه‌های ۱۱ تا ۱۴)

۴

۳

۲

۱

اگر  $R$  و  $h$  شعاع و ارتفاع مخروط بزرگ و  $R'$  و  $h'$  شعاع و ارتفاع مخروط

کوچک باشد:

$$\left. \begin{array}{l} \triangle OAB: O'B' \parallel OB \\ OA \text{ وسط } O' \end{array} \right\} \Rightarrow AB \text{ وسط } B' \Rightarrow R = 2R'$$

به طریق مشابه می‌توان نشان داد که  $h = 2h'$  است.

$$\frac{V}{V'} = \frac{\frac{1}{3}\pi R^2 h}{\frac{1}{3}\pi R'^2 h'} = \frac{(2R')^2 (2h')}{R'^2 h'} = 8$$

(هندسه ۱ - شکل‌های فضایی: صفحه‌ی ۱۳۴ و ۱۳۵)

 ۴

 ۳

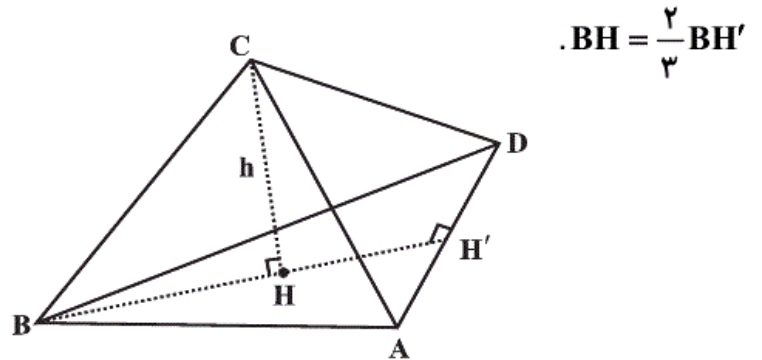
 ۲

 ۱

می‌دانیم در مثلث متساوی الاضلاع به ضلع  $a$ ، طول ارتفاع برابر است با  $\frac{\sqrt{3}}{2}a$ . از

طرفی فاصله هر رأس از محل تلاقی میانه‌ها،  $\frac{2}{3}$  اندازه میانه است. البته میانه، ارتفاع و

نیمساز در مثلث متساوی الاضلاع بر هم منطبق هستند. پس در شکل مقابل



$$.BH = \frac{2}{3}BH'$$

$$\Rightarrow BH = \frac{2}{3} \times \frac{\sqrt{3}}{2} a = \frac{\sqrt{3}}{3} a$$

$$\Rightarrow h = \sqrt{a^2 - \left(\frac{\sqrt{3}}{3}a\right)^2} = \frac{\sqrt{6}}{3} a$$

$$\text{حجم هرم} = \frac{1}{3} h \times \text{مساحت قاعده} \Rightarrow 6\sqrt{2} = \frac{1}{3} \times \frac{\sqrt{6}}{3} a \times \frac{\sqrt{3}}{4} a^2$$

$$\Rightarrow 6\sqrt{2} = \frac{3\sqrt{2}}{36} a^3 \Rightarrow a^3 = 72 = 2^3 \times 3^2 \Rightarrow a = 2\sqrt[3]{9}$$

(هندسه ۱ - شکل‌های فضایی: صفحه‌های ۱۲۹ تا ۱۳۵)

 ۴

 ۳

 ۲

 ۱

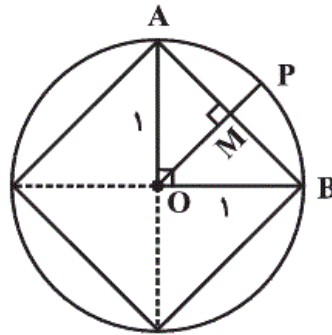
(کیوان دارایی)

در شکل زیر، زاویه  $\widehat{AOB}$  برابر با  $90^\circ$  است، زیرا قطرهای مربع بر هم عمودند. برای پیدا کردن  $MP$  کافی است مقدار  $OM$  را پیدا کرده و از شعاع دایره کم کنیم. در مثلث قائم الزاویه  $OAB$ ، وتر است و در نتیجه:

$$AB = \sqrt{2}$$

همچنین  $OM$  ارتفاع وارد بر وتر است. پس:

$$OM \times AB = OA \times OB \Rightarrow OM = \frac{1 \times 1}{\sqrt{2}} = \frac{\sqrt{2}}{2}$$



در نتیجه:

$$MP = OP - OM = 1 - \frac{\sqrt{2}}{2}$$

(هندسه ۱ - مساحت و قفسیه فیثاغورس؛ مشابه مسأله ۲۱ صفحه ۶۷)

۴

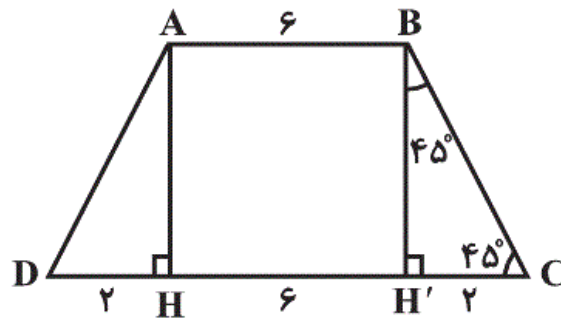
۳

۲ ✓

۱

(نادر هابی زاده)

ارتفاع های  $AH$  و  $BH'$  را رسم می کنیم. مطابق شکل، مثلث  $BCH'$  قائم الزاویه متساوی الساقین است، پس  $BH' = CH' = 2$  و در نتیجه داریم:



$$S_{ABCD} = \frac{1}{2}(AB + CD)BH' = \frac{1}{2}(6 + 10) \times 2 = 16$$

(هندسه ۱ - مساحت و قفسیه فیثاغورس؛ صفحه های ۴۸ تا ۵۰)

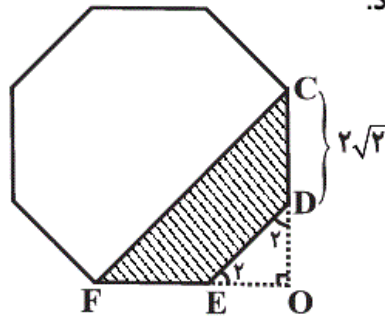
۴

۳

۲ ✓

۱

دو مثلث  $\triangle ABC$  و  $\triangle CDE$  بنا به حالت (ض ز ض) هم نهشت هستند. پس کل مساحت را می توان به صورت شکل مقابل نمایش داد.



هر زاویه هشت ضلعی منتظم برابر  $135^\circ$  است.

پس زاویه های  $\hat{D}$  و  $\hat{E}$  برابر  $45^\circ$  هستند.

و زاویه  $O$  نیز قائمه است.

$$\text{فیثاغورس: } DE^2 = DO^2 + OE^2 \Rightarrow (2\sqrt{2})^2 = 2DO^2 \Rightarrow DO = OE = 2$$

$$S_{CDEF} = S_{\triangle COF} - S_{\triangle DOE} \quad \text{حال داریم:}$$

$$= \frac{1}{2}(2\sqrt{2} + 2)^2 - \frac{1}{2}(2)^2 = \frac{1}{2}(2\sqrt{2} + 2 + 2)(2\sqrt{2} + 2 - 2)$$

$$= \frac{1}{2}(2\sqrt{2} + 4)(2\sqrt{2}) = 4 + 4\sqrt{2}$$

(هندسه ۱ - مساحت و قضیه فیثاغورس؛ صفحه های ۴۱ و ۴۷)

 ۴

 ۳

 ۲

 ۱

ریاضی، هندسه ۱، تشابه - 13970107

(کیوان درایی)

$$\left. \begin{array}{l} \hat{B} = \hat{B} \\ \hat{D} = \hat{A} \end{array} \right\} \Rightarrow \triangle ABC \sim \triangle EBD$$

$$\Rightarrow \frac{4}{7} = \frac{x}{2} = \frac{3}{y+4}$$

$$\Rightarrow x = \frac{8}{7}, 4y + 16 = 21 \Rightarrow y = \frac{5}{4}$$

$$\Rightarrow xy = \frac{8}{7} \times \frac{5}{4} = \frac{10}{7}$$

(هندسه ۱ - تشابه؛ صفحه های ۸۳ تا ۹۲)

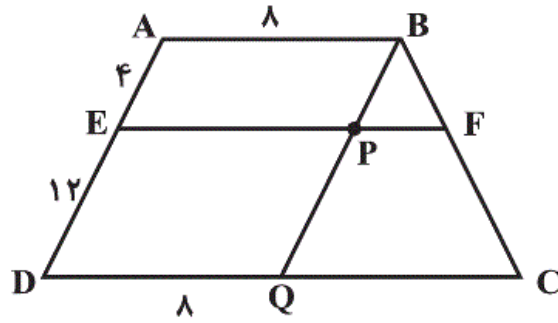
 ۴

 ۳

 ۲

 ۱

از B به موازات ساق AD پاره خطی رسم می‌کنیم تا EF و DC را به ترتیب در P و Q قطع کند.



$$\frac{BP}{BQ} = \frac{AE}{AD} = \frac{1}{4}, PF = 15 - 8 = 7$$

$$\triangle BQC : PF \parallel QC \xrightarrow{\text{تالس}} \frac{BP}{BQ} = \frac{PF}{QC}$$

$$\Rightarrow \frac{1}{4} = \frac{7}{QC} \Rightarrow QC = 28 \Rightarrow DC = 8 + 28 = 36$$

(هندسه ۱ - تشابه: صفحه‌های ۷۷ تا ۸۳)

 ۴

 ۳

 ۲

 ۱

ریاضی، آمار و مدل‌سازی - گواه، آمار و مدل‌سازی - 13970107

- ۱۱۱

(کتاب آبی آمار و مدل‌سازی - سوال ۱۴)

چون واحد اندازه‌گیری یک ثانیه در نظر گرفته شده است، پس  $|E_1|$ ،  $|E_2|$  و  $|E_3|$  باید از یک ثانیه کم‌تر باشند و بنابراین مدل دونده‌های اول و دوم درست ارائه شده است. در مورد دونده سوم چون  $E_3 \approx 1$  تخمین زده شده است، پس مدل دونده‌ی سوم نادرست ارائه شده است.

$$E_1 \approx -0/1 \Rightarrow T_1 \approx 4/9, \quad E_2 \approx 0/1 \Rightarrow T_2 \approx 6/1$$

در نتیجه دونده‌ی اول زودتر از دونده‌ی دوم به مقصد می‌رسد.

(آمار و مدل‌سازی - اندازه‌گیری و مدل‌سازی: صفحه‌های ۹ و ۱۰)

 ۴

 ۳

 ۲

 ۱



گزینه «۱»: تمام ماهی‌های اوزون برون دریای خزر در دسترس نیستند، بنابراین نمونه‌گیری بهترین روش جمع‌آوری داده است.

گزینه «۲»: آزمایشی که برای تعیین سطح تحمل لامپ از آن استفاده می‌شود به گونه‌ای است که لامپ در این آزمایش می‌سوزد و بنابراین با سرشماری تمام محصولات کارخانه از بین می‌روند. پس نمونه‌گیری بهترین روش جمع‌آوری داده است.

گزینه «۴»: مجموعه دانش‌آموزان کشور، مجموعه‌ای بزرگ و ناهمگون است که مطالعه نمره ریاضی تمام آن‌ها وقت‌گیر است.

(آمار و مدل سازی - پامعه و نمونه: صفحه‌های ۱۸ تا ۲۱ و ۲۷ تا ۲۹)

۱  ۲  ۳  ۴

کتاب آبی آمار و مدل سازی - سوال ۹۹)

متغیر تصادفی موضوع و یا موضوعات مورد نظر در بررسی آماری است که در این جا مدت زمانی که طول می‌کشد تا آثار حساسیت محو شود، متغیر تصادفی است.

(آمار و مدل سازی - متغیرهای تصادفی: صفحه‌های ۳۴ و ۳۵)

۱  ۲  ۳  ۴

(سراسری خارج از کشور ریاضی - ۸۹)

دسته‌ها	اول	دوم	سوم	چهارم
حدود	۲۲-۲۵	۲۵-۲۸	۲۸-۳۱	۳۱-۳۴

فراوانی نسبی: ۰/۴۵

پنجم	ششم	هفتم	هشتم	نهم
۳۴-۳۷	۳۷-۴۰	۴۰-۴۳	۴۳-۴۶	۴۶-۴۹



فراوانی نسبی: ۰/۲

پس فراوانی نسبی داده‌های کم‌تر از ۳۷ برابر  $۰/۶۵ = ۰/۲ + ۰/۴۵$  است و در

نتیجه تعداد آن‌ها برابر است با:  $۱۲۰ \times ۰/۶۵ = ۷۸$

(آمار و مدل سازی - دسته‌بندی داده‌ها و جدول فراوانی: صفحه‌های ۳۷ تا ۵۰ و ۵۳ تا ۵۶)

۱  ۲  ۳  ۴

$360^\circ \times$  فراوانی نسبی گروه B = زاویه مربوط به گروه B در نمودار دایره‌ای

$$= \frac{74}{100 + 74 + 30 + 87 + 42} \times 360^\circ = 80^\circ$$

(آمار و مدل‌سازی - نمودارها و تحلیل داده‌ها: صفحه‌های ۷۸ تا ۸۰ و ۹۲ تا ۹۵)

 ۴

 ۳

 ۲

 ۱

(سراسری انسانی - ۸۶)

-۱۱۶

ابتدا داده‌ها را مرتب می‌کنیم:

۵, ۷, ۸, ۹, ۱۰, ۱۱, ۱۲, ۱۴, ۱۶, ۱۷, ۱۸, ۱۹, ۲۰, ۲۱, ۲۳

۱۴ = داده هشتم = میانه  $\Rightarrow$  ۱۵ = تعداد داده‌ها

۷ = تعداد داده‌ها در نیمه اول یا در نیمه دوم

$Q_1 = 9$  = داده چهارم

$Q_3 = 19$  = داده دوازدهم

$Q_3 - Q_1 = 19 - 9 = 10$  = دامنه تغییرات داده‌های داخل و روی جعبه

و در این صورت گزینه «۱» صحیح است.

(آمار و مدل‌سازی - شاخص‌های مرکزی: صفحه‌های ۱۲۰ و ۱۲۱)

 ۴

 ۳

 ۲

 ۱

(سراسری خارج از کشور ریاضی - ۸۷)

-۱۱۷

$$\bar{x} = \frac{2 \times 16 + 4 \times 19 + \dots + 5 \times 28}{2 + 4 + \dots + 5} = \frac{455}{20} = 22.75$$

$$\bar{x} = 22 + 3a \Rightarrow 22.75 = 22 + 3a \Rightarrow$$

$$3a = 0.75 \Rightarrow a = 0.25$$

(آمار و مدل‌سازی - شاخص‌های مرکزی: صفحه‌های ۱۲۵ تا ۱۳۵)

 ۴

 ۳

 ۲

 ۱

$$\bar{u} = 12\bar{x} + 6 = 12(3) + 6 = 42$$

$$\sigma_u = 12\sigma_x = 12\sqrt{2}$$

$$CV = \frac{\sigma_u}{\bar{u}} = \frac{12\sqrt{2}}{42} = \frac{2\sqrt{2}}{7} \approx \frac{2/8}{7} = 0/4$$

(آمار و مدل سازی - شافص های پراکندگی: صفحه های ۱۴۸ تا ۱۵۸)

 ۴

 ۳

 ۲

 ۱

(سراسری ریاضی - ۹۶)

-۱۱۹

با توجه به آن که تعداد داده ها برابر ۱۳ است، پس داده هفتم میانه بوده و در نتیجه چارک اول بین داده های سوم و چهارم و چارک سوم بین داده های دهم و یازدهم قرار می گیرد، یعنی نمودار جعبه ای شامل داده های چهارم تا دهم است.

۲۹, ۳۱, ۳۳, ۳۴, ۳۵, ۳۶, ۴۰

$$\bar{x} = \frac{29 + 31 + 33 + 34 + 35 + 36 + 40}{7} = 34$$

$$\sigma^2 = \frac{\sum (x_i - \bar{x})^2}{n} = \frac{76}{7} \approx 10/85$$

(آمار و مدل سازی - شافص های مرکزی: صفحه های ۱۲۰ و ۱۲۱ -

شافص های پراکندگی: صفحه های ۱۴۸ تا ۱۵۰)

 ۴

 ۳

 ۲

 ۱

اگر داده‌های جامعه اول را با  $x_i$  و داده‌های جامعه دوم را با  $y_i$  نمایش دهیم، آن‌گاه داریم:

$$\sigma_1^2 = \frac{\sum (x_i - \bar{x})^2}{n_1} \Rightarrow 12/6 = \frac{\sum (x_i - \bar{x})^2}{12}$$

$$\Rightarrow \sum (x_i - \bar{x})^2 = 151/2$$

$$\sigma_2^2 = \frac{\sum (y_i - \bar{y})^2}{n_2} \Rightarrow 7/2 = \frac{\sum (y_i - \bar{y})^2}{24} \Rightarrow$$

$$\sum (y_i - \bar{y})^2 = 172/8$$

با توجه به آن که  $\bar{x} = \bar{y}$ ، پس واریانس کل داده‌ها برابر است با:

$$\sigma^2 = \frac{\sum (x_i - \bar{x})^2 + \sum (y_i - \bar{y})^2}{n_1 + n_2} = \frac{324}{36} = 9$$

و در نتیجه انحراف معیار داده‌ها برابر  $\sigma = 3$  است.

(آمار و مدل‌سازی - شافص‌های پراکنندگی: صفحه‌های ۱۴۸ تا ۱۵۸)

 ۴

 ۳

 ۲

 ۱

www.kanoon.ir