



سایت ویژه ریاضیات www.riazisara.ir

درسنامه ها و جزوه های ریاضی

سوالات و پاسخنامه تشریحی کنکور

نمونه سوالات امتحانات ریاضی

نرم افزارهای ریاضیات

و...

کانال سایت ریاضی سرا در تلگرام:

<https://t.me/riazisara>



(@riazisara)

۸۱- کدامیک از گزاره‌های زیر نادرست است؟

$$(۱) \quad (۵ < ۷) \vee (-۳)^2 = ۹$$

(۲) ۹۳ عددی فرد یا عددی اول است.

(۳) عدد ۱۴۴ بر ۱۲ و ۳۶ بخش پذیر است.

(۴) مسکو پایتخت روسیه و یکی از شهرهای ایران است.

شما پاسخ نداده اید

۸۲- ارزش کدامیک از گزاره‌های زیر همواره درست است؟

$$(۱) \quad (p \vee q) \wedge r \quad (۲) \quad (p \vee \sim p) \quad (۳) \quad (p \wedge \sim p) \quad (۴) \quad p \vee \sim q$$

شما پاسخ نداده اید

۸۳- اگر گزاره‌های A و B درست، گزاره C نادرست و گزاره D دارای ارزش نامشخص باشد، آن‌گاه ارزش گزاره‌های

$$(A \wedge \sim B) \Leftrightarrow (\sim C \Rightarrow D) \quad \text{و} \quad (C \Leftrightarrow A) \Rightarrow (A \Leftrightarrow D)$$

(۱) درست، نادرست (۲) درست، نامشخص (۳) نامشخص، درست (۴) نامشخص، نادرست

شما پاسخ نداده اید

۸۴- نقیض گزاره $(p \Rightarrow q) \Rightarrow p$ کدامیک از گزینه‌های زیر است؟

$$(۱) \quad p \quad (۲) \quad q \quad (۳) \quad \sim q \quad (۴) \quad \sim p$$

شما پاسخ نداده اید

$$\sim (p \leftrightarrow q) \vee (q \Rightarrow \sim p) \equiv F$$

$$q \equiv F, p \equiv F \quad (۴)$$

$$q \equiv T, p \equiv F \quad (۳)$$

$$q \equiv F, p \equiv T \quad (۲)$$

$$q \equiv T, p \equiv T \quad (۱)$$

شما پاسخ نداده اید

۸۶- روش به کار رفته در کدام استدلال، نادرست است؟

$$x < 0 \Rightarrow x^5 < 0 \quad (۱)$$

$$\frac{(-2) < 0}{\quad}$$

$$\therefore (-2)^5 < 0$$

(۲) اگر دو خط بر هم عمود باشند، آن‌گاه زاویه بین آن‌ها 90° است.

خطوط L_1 و L_2 برهم عمودند.

\therefore زاویه بین L_1 و L_2 برابر 90° است.

(۳) اگر داده‌ها با هم مساوی باشند، آن‌گاه میانگین برابر هر کدام از آن‌هاست.

میانگین اعداد a ، b و c برابر عدد b است.

\therefore اعداد a ، b و c با یکدیگر برابرند.

$$(a > b, b > c) \Rightarrow a > c \quad (۴)$$

$$\frac{(8 > 1, 1 > -3)}{\quad}$$

$$\therefore 8 > -3$$

شما پاسخ نداده اید

۸۷- در مورد استدلال زیر، کدام گزینه نادرست است؟

مقدمه ۱: اگر در جلسه کنکور دقت و تمرکز نداشته باشید، آن‌گاه قبول نخواهید شد.

مقدمه ۲: رضا در کنکور قبول نشده است.

\therefore رضا در جلسه کنکور، دقت و تمرکز نداشته است.

(۱) نوع استدلال، مغالطه است.

(۲) روش این نوع استدلال، نادرست است.

(۳) نتیجه این استدلال، قطعاً نادرست است.

(۴) نتیجه این استدلال، ممکن است درست باشد.

شما پاسخ نداده اید

۸۸- دانش‌آموزی با راه‌حل زیر، ادعا می‌کند که معادله $x^3 - 8x^2 = 0$ فقط دارای ریشه $x = 8$ است. اولین اشتباه او در کدام مرحله است؟

$$\text{معادله: } x^3 - 8x^2 = 0$$

$$\text{مرحله ۱} \xrightarrow{\text{فاکتور از } x^2} x^2(x - 8) = 0$$

$$\text{مرحله ۲} \xrightarrow{\text{تقسیم دو طرف بر } x^2} \frac{x^2(x - 8)}{x^2} = \frac{0}{x^2}$$

$$\text{مرحله ۳} \xrightarrow{\text{رسیدن به معادله ساده تر}} x - 8 = 0$$

$$\text{مرحله ۴} \xrightarrow{\text{جواب معادله}} x = 8$$

(۴) اشتباهی مرتکب نشده است.

(۳) ۳

(۲) ۲

(۱) ۱

شما پاسخ نداده اید

۸۹- اگر گزاره «اگر $x > 2$ باشد، آن گاه $x^2 > 4$ است.» را به صورت عکس نقیض گزاره شرطی بنویسیم، کدام خواهد بود؟

(۲) اگر $x^2 \geq 4$ آن گاه $x \geq 2$

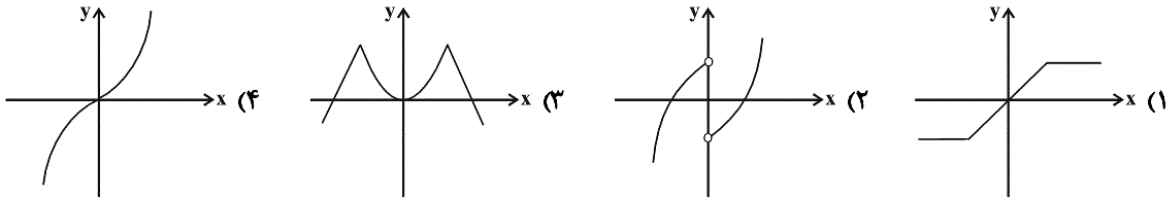
(۱) اگر $x^2 < 4$ آن گاه $x < 2$

(۴) اگر $x^2 > 4$ آن گاه $x > 2$

(۳) اگر $x^2 \leq 4$ آن گاه $x \leq 2$

شما پاسخ نداده اید

۹۰- دامنه و برد نمودار کدام تابع مجموعه اعداد حقیقی است؟



شما پاسخ نداده اید

۹۱- اگر جدول زیر مربوط به یک تابع ثابت باشد، در این صورت میانگین a, b, c و d کدام است؟

x	۱	-a	۲	$-\sqrt{2}$	۳	d
y	a+۲	b+۳	a ^۲	b ^۲ -۳	c	d ^۲ +۱

(۲) $-\frac{1}{2}$

(۱) $\frac{1}{2}$

(۴) $-\frac{4}{5}$

(۳) $\frac{6}{5}$

شما پاسخ نداده اید

۹۲- اگر نمودار تابع همانی f و نمودار تابع ثابت g در نقطه‌ای به طول $x = -3$ یکدیگر را قطع کنند، در این صورت $f(5) - g(5)$ کدام است؟

(۴) صفر

(۳) ۸

(۲) ۱۰

(۱) ۲

شما پاسخ نداده اید

۹۳- اگر در تابع ثابت $f(x) = c$ داشته باشیم: $f(x^2) = (f(x))^2$ ، در این صورت c چه مقادیری را اختیار می‌کند؟

(۴) $\{0, -1\}$

(۳) $\{0, 1\}$

(۲) $\{1, -1\}$

(۱) $\{1, 2\}$

شما پاسخ نداده اید

۹۴- اگر f تابع همانی و g تابع ثابت باشد و $f(2) + g(2) = 7$ باشد، آن گاه $(f(3))^2 - (g(3))^2$ کدام است؟

- (۱) ۱۶ (۲) -۱۶ (۳) ۲ (۴) -۲

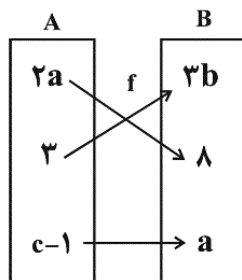
شما پاسخ نداده اید

۹۵- اگر $f(x) = \begin{cases} \sqrt{x-1} & , x \geq 1 \\ \sqrt{-x+1} & , x < 1 \end{cases}$ باشد، مقدار عددی $\frac{f(5) + 2f(-8)}{2}$ کدام است؟

- (۱) ۲ (۲) ۴ (۳) ۶ (۴) -۴

شما پاسخ نداده اید

۹۶- اگر تابع f همانی باشد، کدام گزینه در مورد تابع g درست است؟



x	a	1	c
$g: y$	16	b	25

(۱) g تابعی همانی است.

(۲) ضابطه تابع g برابر $y = \sqrt{x}$ است.

(۳) میانگین اعضای دامنه g برابر با ۵ است.

(۴) میانگین اعضای برد g برابر با ۱۴ است.

شما پاسخ نداده اید

۹۷- اگر برد تابع $f = \{(k+3, m-8), (\frac{k}{2}, 10), (2m+1, 2k)\}$ فقط دارای یک عضو باشد، دامنه تابع کدام است؟

- (۱) $\{1, \frac{8}{3}, 37\}$ (۲) $\{\frac{37}{2}, 1, \frac{5}{2}\}$ (۳) $\{8, 37, \frac{15}{2}\}$ (۴) $\{8, \frac{5}{2}, 37\}$

شما پاسخ نداده اید

۹۸- هرگاه $f(x) = \begin{cases} 3x+a & , x \geq -1 \\ ax+4 & , x \leq -1 \end{cases}$ یک تابع باشد، مقدار $f(-2)$ کدام است؟

- (۱) $\frac{7}{2}$ (۲) $-\frac{5}{2}$ (۳) -۳ (۴) ۱۱

شما پاسخ نداده اید

۹۹- اگر $f = \{(1, a+2), (2a, b)\}$ تابعی همانی و $g(x) = \frac{cx^2 + 4}{x^2 + 2}$ تابعی ثابت باشد. مقدار $a + b + c$ کدام است؟

(۴) ۳-

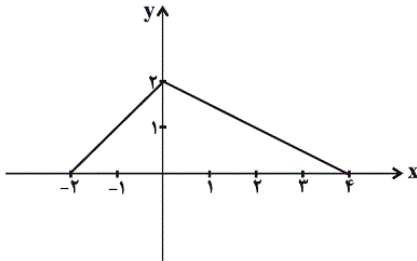
(۳) ۲

(۲) ۵-

(۱) ۱-

شما پاسخ نداده اید

۱۰۰- ضابطه تابع مربوط به نمودار مقابل کدام است؟



$$f(x) = \begin{cases} x+2 & , -2 \leq x \leq 0 \\ x-2 & , 0 \leq x \leq 4 \end{cases} \quad (1)$$

$$f(x) = \begin{cases} x & , -2 \leq x \leq 0 \\ -x & , 0 \leq x \leq 4 \end{cases} \quad (2)$$

$$f(x) = \begin{cases} x+2 & , -2 \leq x \leq 0 \\ \frac{-x}{2} + 2 & , 0 \leq x \leq 4 \end{cases} \quad (3)$$

$$f(x) = \begin{cases} x+2 & , -2 \leq x \leq 0 \\ 2x+2 & , 0 \leq x \leq 4 \end{cases} \quad (4)$$

شما پاسخ نداده اید

۸۱-

(فرداد روشنی، گزاره‌ها و ترکیب گزاره‌ها، صفحه‌ی ۲ تا ۴)

به بررسی تک تک گزینه‌ها می‌پردازیم:

(۱) هر دو گزاره درست و ترکیب فصلی درست است.

(۲) گزاره « ۹۳ عدد فرد است » درست و گزاره « ۹۳ عددی اول است » نادرست است، در نتیجه ترکیب فصلی آن‌ها درست است.

(۳) گزاره « عدد ۱۴۴ بر ۱۲ بخش پذیر است » درست و هم‌چنین گزاره « ۱۴۴ بر ۳۶ بخش پذیر است » نیز درست است، پس ترکیب عطفی آن‌ها نیز درست است.

(۴) گزاره « مسکو پایتخت روسیه است »، درست است و گزاره « مسکو یکی از شهرهای ایران است »، نادرست است. پس ترکیب عطفی آن‌ها نادرست است.

۴

۳

۲

۱

۸۲-

(فرداد روشنی، گزاره‌ها و ترکیب گزاره‌ها، صفحه‌ی ۲ تا ۴)

گزاره $(p \vee \sim p)$ همواره درست است. گزاره $(p \wedge \sim p)$ همواره نادرست است.

۴

۳

۲

۱

۸۳-

(فرداد روشنی، گزاره‌ها و ترکیب گزاره‌ها، صفحه‌ی ۴ تا ۱۱)

چون A درست و C نادرست است، پس $A \leftrightarrow C$ دارای ارزش نادرست است، لذا به انتفای مقدم گزاره $(A \leftrightarrow D) \Rightarrow (A \leftrightarrow C)$ دارای ارزش درست است.

اما در مورد گزاره $(\sim C \Rightarrow D) \Leftrightarrow (A \wedge \sim B)$ چون ارزش گزاره D نامشخص است پس نمی‌توان ارزش این گزاره مرکب را مشخص کرد.

۴

۳

۲

۱

۸۴-

(فرداد روشنی، گزاره‌ها و ترکیب گزاره‌ها، صفحه‌ی ۲ تا ۱۱)

با استفاده از هم‌ارزی $p \Rightarrow q \equiv \sim p \vee q$ داریم:

$$(p \Rightarrow q) \Rightarrow p \equiv (\sim p \vee q) \Rightarrow p \equiv \sim(\sim p \vee q) \vee p$$

با استفاده از قوانین دموورگان داریم:

$$\equiv (p \wedge \sim q) \vee p \equiv p$$

پس نقیض گزاره مرکب صورت سؤال $\sim p$ است. دقت کنید هم‌ارزی $(p \wedge \sim q) \vee p \equiv p$ را با استفاده از جدول ارزش گزاره‌ها نیز می‌توانید ثابت کنید.

۴

۳

۲

۱

با استفاده از جدول هم‌ارزی گزاره‌ها داریم:

p	q	$\sim p$	$p \Leftrightarrow q$	$\sim (p \Leftrightarrow q)$
د	د	ن	د	ن
د	ن	ن	ن	د
ن	د	د	ن	د
ن	ن	د	د	ن

$q \Rightarrow \sim p$	$\sim (p \Leftrightarrow q) \vee (q \Rightarrow \sim p)$
ن	ن
د	د
د	د
د	د

پس می‌بایست $P \equiv T$ و $q \equiv T$ باشد.

 ۴

 ۳

 ۲

 ۱

(امیر زراندوز، استدلال ریاضی، صفحه‌ی ۱۴ و ۱۵)

می‌دانیم روش به‌کار رفته در مغالطه نادرست است، ولی روش استفاده شده در استدلال

قیاس استثنایی، همواره درست است. (صرف‌نظر از نتایج مغالطه و قیاس استثنایی) فقط

استدلال گزینه «۳» مغالطه است و روش به‌کار رفته در آن، نادرست است.

 ۴

 ۳

 ۲

 ۱

(امیر زراندوز، استدلال ریاضی، صفحه‌ی ۱۴ و ۱۵)

این استدلال، مغالطه است و نتیجه آن ممکن است درست یا نادرست باشد، ولی روش

به‌کار رفته در مغالطه، همیشه نادرست است. توجه کنید که نمی‌توان گفت نتیجه

به‌دست آمده قطعاً نادرست است.

 ۴

 ۳

 ۲

 ۱

در یک معادله، نمی‌توانیم دو طرف تساوی را بر یک مجهول یا عبارتی شامل مجهول تقسیم کنیم چون ممکن است مجهول در این حالت صفر باشد، راه‌حل صحیح به صورت زیر است:

$$x^3 - 8x^2 = 0 \Rightarrow x^2(x-8) = 0 \Rightarrow \begin{cases} x^2 = 0 \Rightarrow x = 0 \\ x-8 = 0 \Rightarrow x = 8 \end{cases}$$

□۴

□۳

□۲✓

□۱

می‌دانیم $p \Rightarrow q$ هم‌ارز $\sim p \Rightarrow \sim q$ است. پس عکس نقیض گزاره شرطی سؤال،

گزاره «اگر $x^2 \leq 4$ باشد، آن‌گاه $x \leq 2$ است.» می‌باشد.

□۴

□۳✓

□۲

□۱

در نمودار تابع گزینه‌ی «۱» دامنه مجموعه اعداد حقیقی است، ولی برد آن محدود است و همه اعداد حقیقی را شامل نمی‌شود.

در نمودار تابع گزینه‌ی «۲» دامنه تابع $\mathbb{R} - \{0\}$ است و برد آن مجموعه اعداد حقیقی است.

در نمودار تابع گزینه‌ی «۳» دامنه آن مجموعه اعداد حقیقی است و برد آن مقادیری از مجموعه اعداد حقیقی مثبت را شامل نمی‌شود.

در نمودار گزینه‌ی «۴» دامنه و برد تابع برابر مجموعه اعداد حقیقی است.

□۴✓

□۳

□۲

□۱

(عمید زرین‌کفش، توابع ثابت، چند ضابطه‌ای و همانی، صفحه‌های ۲۶ و ۲۷)

برای اینکه این جدول مربوط به یک تابع ثابت باشد، می‌بایست همهٔ عرض‌های مربوط به طول نقاط برابر یکدیگر باشند، لذا داریم:

$$\begin{cases} a+2=a^2 \Rightarrow a^2-a-2=0 \Rightarrow (a-2)(a+1)=0 \\ \Rightarrow \begin{cases} a-2=0 \Rightarrow a=2 \\ a+1=0 \Rightarrow a=-1 \end{cases} \\ b+3=b^2-3 \Rightarrow b^2-b-6=0 \Rightarrow (b-3)(b+2)=0 \\ \Rightarrow \begin{cases} b-3=0 \Rightarrow b=3 \\ b+2=0 \Rightarrow b=-2 \end{cases} \end{cases}$$

در این تابع به‌ازای $b=-2$ و $a=-1$ مقادیر y ها برابر یک می‌شود، لذا داریم:

$$\begin{cases} a=-1 \\ b=-2 \\ c=1 \\ d=0 \end{cases} \quad d, c, b, a \text{ میانگین} = \frac{-1-2+1}{4} = \frac{-2}{4} = -\frac{1}{2}$$

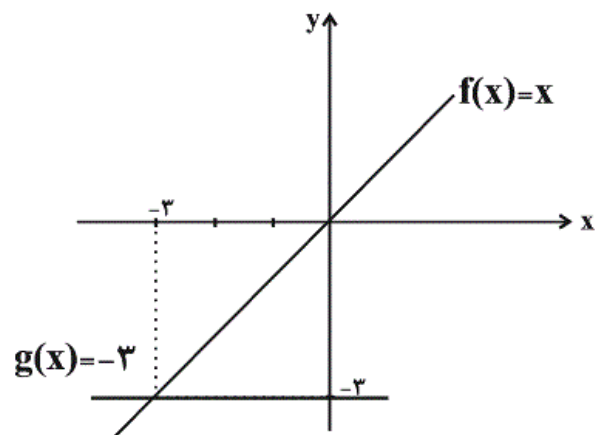
 ۴

 ۳

 ۲

 ۱

(عمید زرین‌کفش، توابع ثابت، چند ضابطه‌ای و همانی، صفحه‌های ۲۶، ۲۷ و ۳۰)



با توجه به نمودارهای رسم شده داریم:

$$\begin{cases} f(x) = x \\ g(x) = -3 \end{cases}$$

$$f(\Delta) - g(\Delta) = \Delta - (-3) = \Delta + 3 = 8$$

 ۴

 ۳

 ۲

 ۱

(همید زرین کفش، توابع ثابت، چند ضابطه‌ای و همانی، صفحه‌های ۲۶ و ۲۷)

در تابع ثابت f به ازای هر مقدار ورودی، خروجی تابع مقدار ثابت c است.

$$f(x^2) = (f(x))^2 \Rightarrow c = (c)^2 \Rightarrow c^2 - c = 0$$

$$\Rightarrow c(c-1) = 0 \Rightarrow \begin{cases} c = 0 \\ c - 1 = 0 \Rightarrow c = 1 \end{cases}$$

پس مقادیر $c = \{0, 1\}$ می‌باشد.

 ۴

 ۳

 ۲

 ۱

-۹۴

(فردار روشنی، توابع ثابت، چند ضابطه‌ای و همانی، صفحه‌های ۲۶، ۲۷ و ۳۰)

$$\begin{cases} f(x) = x \text{ تابع همانی} \\ g(x) = k \text{ ثابت} \end{cases}$$

$$f(2) + g(2) = 7 \Rightarrow 2 + k = 7 \Rightarrow k = 5$$

$$(f(3))^2 - (g(3))^2 = 3^2 - 5^2 = 9 - 25 = -16$$

 ۴

 ۳

 ۲

 ۱

-۹۵

(فردار روشنی، توابع ثابت، چند ضابطه‌ای و همانی، صفحه‌های ۲۷ تا ۲۹)

چون $5 > 1$ است، برای یافتن $f(5)$ از ضابطه بالایی و چون $-8 < 1$ برای محاسبه

$f(-8)$ از ضابطه پایینی استفاده می‌کنیم:

$$\begin{cases} f(5) = \sqrt{5-1} = 2 \\ f(-8) = \sqrt{8+1} = 3 \end{cases} \Rightarrow \frac{f(5) + 2f(-8)}{2} = \frac{2+6}{2} = 4$$

 ۴

 ۳

 ۲

 ۱

(امیر زرانروز، توابع ثابت، چند ضابطه‌ای و همانی، صفحه‌ی ۳۰)

در نمودار وِن تابع همانی، اعداد ابتدا و انتهای هر فلش (پیکان) باید برابر باشند، لذا:

$$2a = 8 \Rightarrow a = 4, \quad 3b = 3 \Rightarrow b = 1, \quad c - 1 = a \Rightarrow c - 1 = 4 \Rightarrow c = 5$$

حال مقادیر به دست آمده برای a ، b و c را در تابع g قرار می‌دهیم:

$$g: \begin{array}{c|ccc} x & 4 & 1 & 5 \\ \hline y & 16 & 1 & 25 \end{array}$$

واضح است که g تابع همانی نیست و ضابطه g برابر $y = x^2$ است نه $y = \sqrt{x}$.ضمناً میانگین اعضای دامنه g برابر $\frac{10}{3}$ است:

$$\bar{x} = \frac{4+1+5}{3} = \frac{10}{3}$$

میانگین اعضای برد g برابر است با:

$$\bar{y} = \frac{16+1+25}{3} = \frac{42}{3} = 14$$

 ۴ ۳ ۲ ۱

(امیر زرانروز، توابع ثابت، چند ضابطه‌ای و همانی، صفحه‌ی ۲۶ و ۲۷)

برد تابع فقط دارای یک عضو است که آن عضو هم عدد ۱۰ است، پس عضوهای دوم

تمام زوج مرتب‌ها باید ۱۰ باشند:

$$m - 8 = 10 \Rightarrow m = 18, \quad 2k = 10 \Rightarrow k = 5$$

$$\xrightarrow{\text{جاگذاری در } f} f = \{(8, 10), (\frac{5}{2}, 10), (37, 10)\}$$

$$\Rightarrow D_f = \{8, \frac{5}{2}, 37\}$$

 ۴ ۳ ۲ ۱

چون $f(x)$ یک تابع است و چون $x = -1$ در هر دو دامنه ضابطه‌ها قرار دارد، لذا باید به‌ازای $x = -1$ مقدار ضابطه‌ها برابر باشد، بنابراین داریم:

$$-3 + a = -a + 4 \Rightarrow a = \frac{7}{2}$$

چون $-1 \leq -2$ است، لذا برای محاسبه $f(-2)$ از ضابطه پایینی استفاده می‌کنیم:

$$f(-2) = ax + 4 = \frac{7}{2} \times (-2) + 4 = -7 + 4 = -3$$

 ۴

 ۳

 ۲

 ۱

چون $f(x)$ تابعی همانی است لذا مؤلفه‌های اول و دوم زوج مرتب‌ها با یکدیگر برابر می‌باشند.

$$\begin{cases} (1, a+2) \Rightarrow a+2=1 \Rightarrow a=-1 & (1) \\ (2a, b) \Rightarrow 2a=b \xrightarrow{(1)} b=2 \times (-1) = -2 \end{cases}$$

از طرفی چون $g(x)$ تابعی ثابت است، پس مقدار آن برابر ثابت k است.

$$g(x) = \frac{cx^2 + 4}{x^2 + 2} = k \Rightarrow cx^2 + 4 = kx^2 + 2k \Rightarrow 4 = 2k$$

$$\Rightarrow k=2 \Rightarrow c=k \Rightarrow c=2$$

$$\Rightarrow a+b+c = -1-2+2 = -1$$

 ۴

 ۳

 ۲

 ۱

(عمید زرین‌کفش، توابع ثابت، چند ضابطه‌ای و همانی، صفحه‌ی ۲۷ تا ۲۹)

به‌ازای $-2 \leq x \leq 0$ نمودار تابع خطی است که از دو نقطه $(-2, 0)$ و $(0, 2)$ عبور می‌کند و ضابطه آن به صورت زیر به‌دست می‌آید:

$$-2 \leq x \leq 0 \Rightarrow m = \frac{0-2}{-2-0} = \frac{-2}{-2} = 1$$

$$y - 0 = 1 \times (x - (-2)) \Rightarrow y = x + 2$$

به‌ازای $0 \leq x \leq 4$ نمودار تابع خطی است که از دو نقطه $(0, 2)$ و $(4, 0)$ می‌گذرد.

داریم:

$$m' = \frac{0-2}{4-0} = -\frac{2}{4} = -\frac{1}{2} \Rightarrow y - 0 = -\frac{1}{2}(x - 4) \Rightarrow y = -\frac{x}{2} + 2$$

پس ضابطه تابع به صورت مقابل است:

$$f(x) = \begin{cases} x+2 & , -2 \leq x \leq 0 \\ -\frac{x}{2} + 2 & , 0 \leq x \leq 4 \end{cases}$$

۴

۳ ✓

۲

۱

www.kanoon.ir