



سایت ویژه ریاضیات www.riazisara.ir

درسنامه ها و جزوه های ریاضی

سوالات و پاسخنامه تشریحی کنکور

نمونه سوالات امتحانات ریاضی

نرم افزارهای ریاضیات

و...

کانال سایت ریاضی سرا در تلگرام:

<https://t.me/riazisara>



(@riazisara)

۶۱- یک شرکت حمل و نقل برای حمل بار بین دو شهر بابت ۳۰ کیلوگرم بار یا کمتر، قیمت ۱۰۰۰۰ تومان و بابت هر اضافه بار کمتر از ده کیلوگرم مبلغ ۵۰۰۰ تومان اضافه دریافت می‌کند. این شرکت برای بارهای بین ۵۰ تا ۵۹ کیلوگرم چه مبلغی دریافت می‌کند؟

- (۱) ۲۵۰۰۰ تومان
(۲) ۳۰۰۰۰ تومان
(۳) ۲۰۰۰۰ تومان
(۴) ۳۵۰۰۰ تومان

شما پاسخ نداده اید

۶۲- حاصل عبارت $A = [-3x] + 2[x]$ به‌ازای $x = -2/8$ برابر کدام است؟ ([] ، نماد جزء صحیح است)
(۱) ۳ (۲) ۴ (۳) ۱ (۴) ۲

شما پاسخ نداده اید

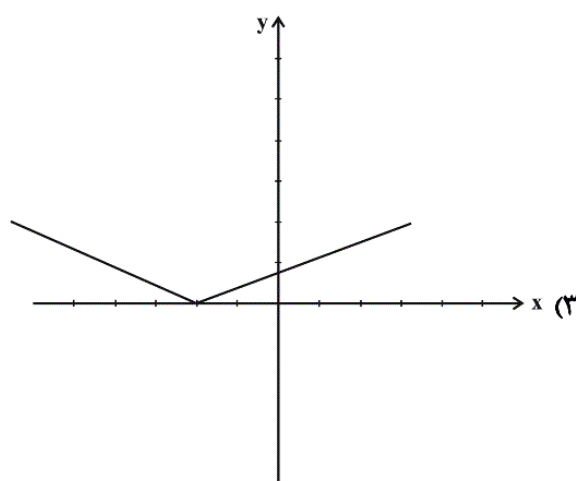
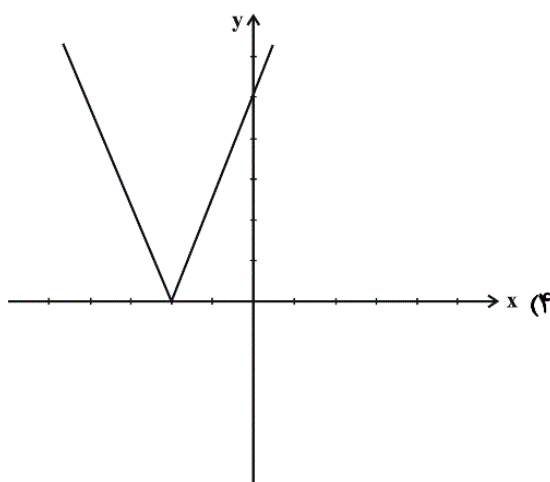
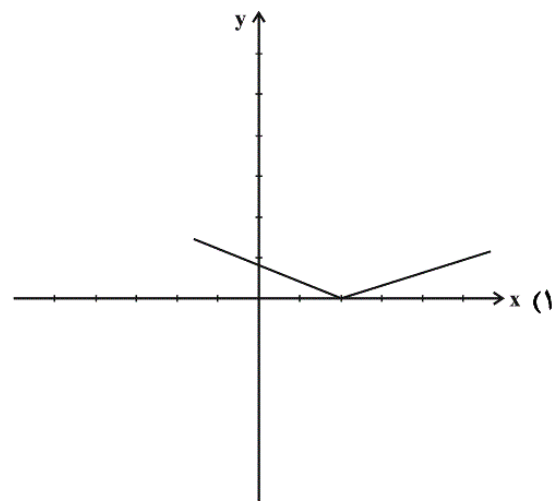
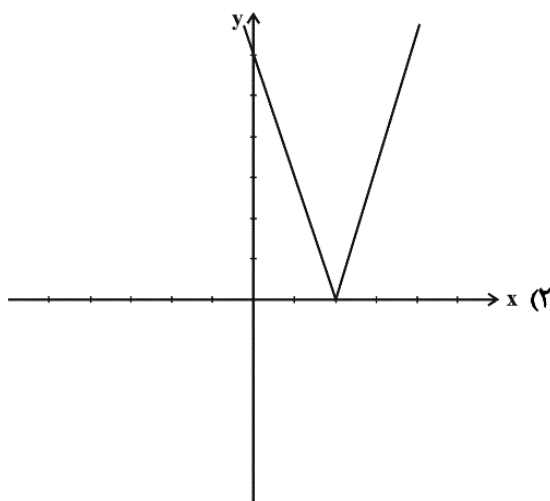
۶۳- به‌ازای کدام مقدار x دو تابع $f(x) = \text{sign}(x)$ و $g(x) = [x+1]$ مقدار مساوی ندارند؟ ([] ، نماد جزء صحیح است)
(۱) $\frac{1}{2}$ (۲) $-\frac{1}{2}$ (۳) $-\frac{3}{2}$ (۴) $\frac{\sqrt{2}}{2}$

شما پاسخ نداده اید

۶۴- سطح محصور به تابع $f(x) = x - [x]$ و محور x ها در بازه $(0,1)$ چه قدر است؟ ([] ، نماد جزء صحیح است)
(۱) $\frac{1}{2}$ (۲) ۱ (۳) $\frac{3}{2}$ (۴) ۲

شما پاسخ نداده اید

۶۵- نمودار تابع $f(x) = \left| \frac{x-2}{3} \right|$ کدام گزینه می‌باشد؟



شما پاسخ نداده اید

۶۶- اگر $f(x) = \text{sign}(x)$ تابع علامت باشد و رابطه $\text{sign}(x^2 - 4) = 0$ برقرار باشد، مجموع مربعات جواب‌های قابل قبول برای x کدام است؟

- (۱) ۸ (۲) ۱۰ (۳) ۱۲ (۴) ۱۸

شما پاسخ نداده اید

۶۷- در کدام گزینه، تابع قدرمطلق به درستی به تابع چند ضابطه‌ای تبدیل نشده است؟

$$y = 3 + |x - 2| = \begin{cases} x + 1 & , x \geq 2 \\ 5 - x & , x < 2 \end{cases} \quad (2)$$

$$y = |x - 1| = \begin{cases} x - 1 & , x > 1 \\ 1 - x & , x \leq 1 \end{cases} \quad (1)$$

$$y = -|x + 5| - 3 = \begin{cases} x + 2 & , x \geq -5 \\ -x - 8 & , x < -5 \end{cases} \quad (4)$$

$$y = -|x| + 4 = \begin{cases} 4 - x & , x \geq 0 \\ 4 + x & , x < 0 \end{cases} \quad (3)$$

شما پاسخ نداده اید

۶۸- مساحت ناحیه‌ای که نمودار تابع $f(x) = -|x - 3| + 3$ با محور طول‌ها می‌سازد، کدام است؟

- (۱) ۱۸ (۲) ۹ (۳) ۶ (۴) ۱۲

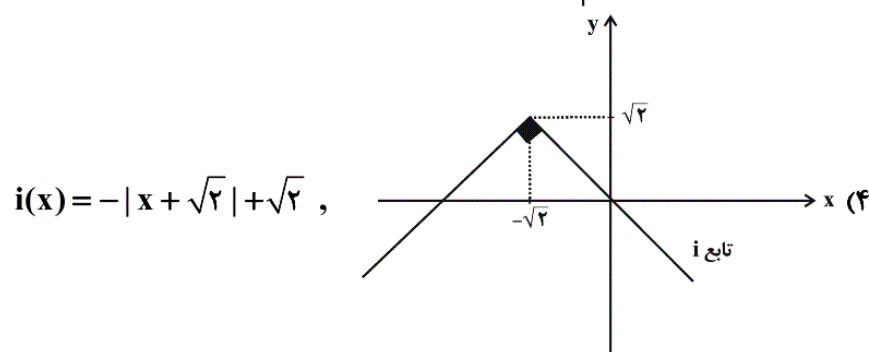
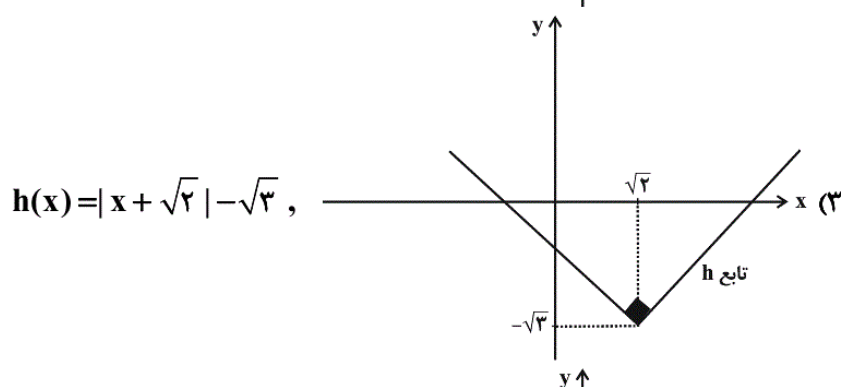
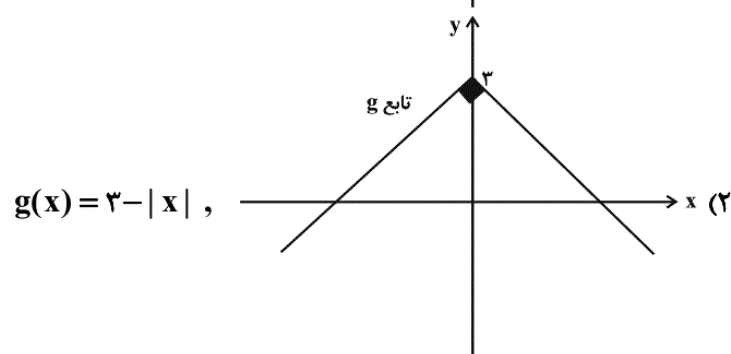
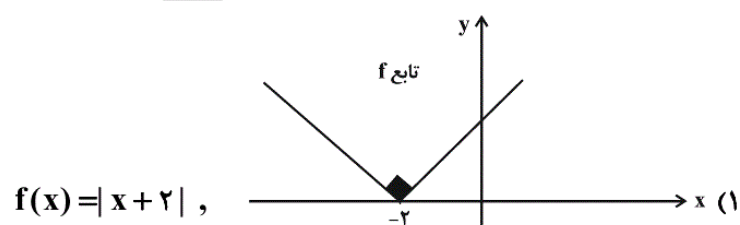
شما پاسخ نداده اید

۶۹- تابع با ضابطه $f(x) = |x - 3| - 2$ ، در نقطه $A(a, b)$ ، تابع $g(x) = x - 1$ را قطع می‌کند. حاصل $a + b$ کدام است؟

- (۱) صفر (۲) ۱ (۳) -۱ (۴) ۲

شما پاسخ نداده اید

۷۰- در کدام گزینه، نمودار و ضابطه تابع، با هم مطابقت ندارند؟



شما پاسخ نداده اید

ریاضی ، ریاضی و آمار 2 - گواه ، توابع پلکانی و قدرمطلق ، تابع - 13961218

۷۱- جدول هزینه پلکانی مصرف برق مطابق زیر است. اگر خانواده‌ای ۳۲۰ کیلووات ساعت برق در یک ماه مصرف کند، هزینه برق آن‌ها چند

ریال می‌شود؟

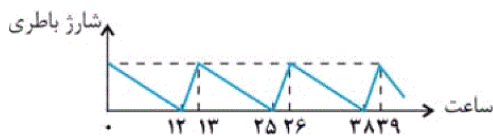
پله‌های مصرف ۳۰ روزه (کیلو وات ساعت)	هزینه هر کیلووات ساعت (ریال)
مصرف ۰ تا ۱۰۰	۴۵۰
مازاد بر ۱۰۰ تا ۲۰۰	۵۲۵
مازاد بر ۲۰۰ تا ۳۰۰	۱۱۲۵
مازاد بر ۳۰۰ تا ۴۰۰	۲۰۲۵

(۱) ۲۱۰۰۰۰ (۲) ۱۸۰۰۰۰ (۳) ۲۵۰۵۰۰ (۴) ۳۲۰۰۰۰

شما پاسخ نداده اید

۷۲- اگر نمودار زیر مربوط به زمان شارژ شدن و خالی شدن باتری یک تلفن همراه باشد، می‌توان گفت این باتری هر ... ساعت، نیاز به ...

ساعت شارژ دارد.



(۲) یک، سیزده

(۱) یک، دوازده

(۴) سیزده، دو

(۳) دوازده، یک

شما پاسخ نداده اید

۷۳- در محور زیر، حاصل $\frac{[A]+[B]}{2[C]+[D]}$ کدام است؟ ([] ، علامت جزء صحیح است)



(۴) $\frac{3}{2}$

(۳) $+\frac{2}{3}$

(۲) -۲

(۱) $-\frac{3}{2}$

شما پاسخ نداده اید

۷۴- اگر $f(x) = [x] + [-x]$ باشد، کدام گزینه نادرست است؟ ([] ، علامت جزء صحیح است)

(۴) $f(1) = 0$

(۳) $f(-2) = 0$

(۲) $f(-1/2) = -2$

(۱) $f(0/1) = -1$

شما پاسخ نداده اید

۷۵- اگر $-\frac{7}{3} < x \leq -\frac{8}{3}$ ، آنگاه حاصل $[3x + 1]$ کدام است؟ ([]، علامت جزء صحیح است).

- (۱) -۸ (۲) -۶ (۳) -۴ (۴) -۷

شما پاسخ نداده اید

۷۶- اگر $f(x) = \begin{cases} 2x^2 & ; [x] \text{ زوج} \\ \frac{x^2}{2} & ; [x] \text{ فرد} \end{cases}$ باشد، مقدار عددی $f(-\frac{\sqrt{2}}{2}) + f(-2\sqrt{2})$ کدام است؟ ([]، نماد جزء صحیح است).

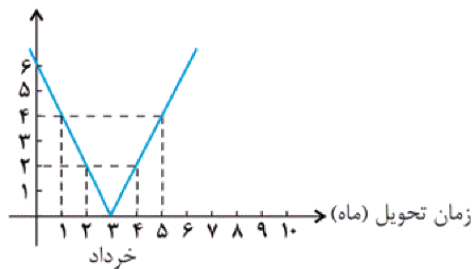
- (۱) ۱۷ (۲) $\frac{17}{4}$ (۳) ۵ (۴) $\frac{65}{4}$

شما پاسخ نداده اید

۷۷- نمودار جریمه برحسب زمان تحویل برای یک پیمانکار راهسازی مطابق شکل زیر است. این پیمانکار به ازای هر یک ماه ... مبلغ ...

میلیون تومان جریمه می شود.

مبلغ جریمه (میلیون تومان)



(۱) فقط تأخیر - دو

(۲) تأخیر یا تعجیل - سه

(۳) فقط تأخیر - سه

(۴) تأخیر یا تعجیل - دو

شما پاسخ نداده اید

۷۸- حاصل عبارت $\frac{||-1/2 + |-0/2||}{||-1| - |-2||}$ کدام است؟

- (۱) ۱ (۲) $1/4$ (۳) ۲ (۴) $2/4$

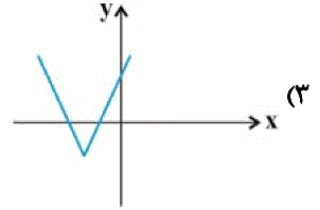
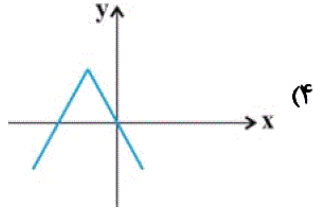
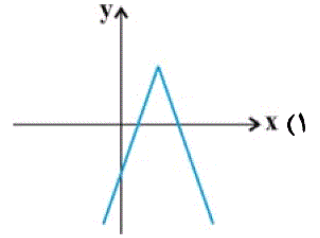
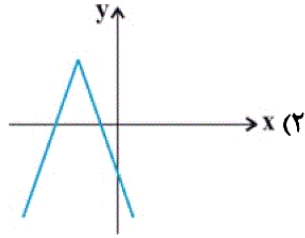
شما پاسخ نداده اید

۷۹- نمودار تابع $f(x) = |2x - 3|$ از کدام نقطه زیر عبور نمی کند؟

- (۱) (۱, ۱) (۲) (۰, ۳) (۳) (۲, ۱) (۴) (-۱, ۱)

شما پاسخ نداده اید

۸۰- نمودار تابع $y = -|3x + 6| + 2$ شبیه کدام است؟



شما پاسخ نداده اید

ریاضی، ریاضی و آمار 2، توابع پلکانی و قدرمطلق، تابع - 13961218

۶۱-

(فرداد روشنی، صفحه‌ی ۳۴ و ۳۵)

اگر متغیر x وزن بار باشد، در این صورت تابع حمل و نقل شرکت یک تابع پله‌ای به صورت زیر می‌باشد:

$$f(x) = \begin{cases} 10000 & , 0 \leq x < 30 \\ 15000 & , 30 \leq x < 40 \\ 20000 & , 40 \leq x < 50 \\ 25000 & , 50 \leq x < 60 \\ \vdots & \end{cases}$$

بنابراین برای بار بین ۵۰ تا ۵۹ کیلوگرم مبلغ ۲۵۰۰۰ تومان دریافت می‌کند.

تذکر: این تابع پله‌ای برای تا ۶۰ کیلوگرم بار نوشته شده است و به همین ترتیب تا

بی‌نهایت ادامه دارد.

☐ ۴

☐ ۳

☐ ۲

☒ ۱

۶۲-

(امیر محمودیان، صفحه‌ی ۳۷ تا ۳۹)

مقدار x را در عبارت مورد نظر جایگزین می‌کنیم:

$$A = [-3x] + 2[x] \xrightarrow{x=-2/8} A = [-3 \times (-2/8)] + 2[-2/8]$$

$$= [8/4] + 2[-2/8] \xrightarrow{\begin{matrix} 8 < 8/4 < 9 \\ -3 < -2/8 < -2 \end{matrix}} \rightarrow$$

$$A = 8 + 2 \times (-3) = 8 - 6 = 2$$

☒ ۴

☐ ۳

☐ ۲

☐ ۱

باید بررسی کنیم به ازای کدام مقدار x تساوی $\text{sign}(x) = [x+1]$ برقرار نیست. به بررسی تک تک گزینه‌ها می‌پردازیم:

$$۱) x = \frac{1}{4} \Rightarrow [\frac{1}{4} + 1] = \text{sign}(\frac{1}{4}) \Rightarrow [\frac{5}{4}] = \text{sign}(\frac{1}{4}) \Rightarrow 1 = 1 \text{ درست}$$

$$۲) x = -\frac{1}{4} \Rightarrow [-\frac{1}{4} + 1] = \text{sign}(-\frac{1}{4}) \Rightarrow [\frac{3}{4}] = \text{sign}(-\frac{1}{4}) \Rightarrow 0 = -1 \text{ نادرست}$$

$$۳) x = -\frac{3}{4} \Rightarrow [-\frac{3}{4} + 1] = \text{sign}(-\frac{3}{4}) \Rightarrow [\frac{1}{4}] = \text{sign}(-\frac{3}{4})$$

$$\Rightarrow -1 = -1 \text{ درست}$$

$$۴) x = \frac{\sqrt{2}}{2} \Rightarrow [\frac{\sqrt{2}}{2} + 1] = \text{sign}(\frac{\sqrt{2}}{2}) \Rightarrow [\frac{1}{2} + 1] = \text{sign}(\frac{1}{2})$$

$$\Rightarrow [1/2] = \text{sign}(1/2) \Rightarrow 1 = 1 \text{ درست}$$

پس به ازای $x = -\frac{1}{4}$ مقدار دو تابع یکسان نخواهد بود.

۴

۳

۲ ✓

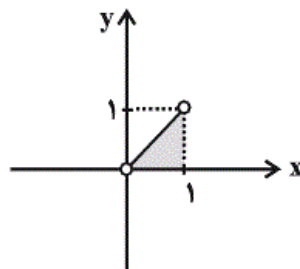
۱

با توجه به تعریف تابع جزء صحیح، ابتدا نمودار تابع را رسم می‌کنیم:

$$0 < x < 1 \Rightarrow [x] = 0$$

$$f(x) = x - [x] \xrightarrow{[x]=0} f(x) = x$$

پس نمودار تابع در بازه $(0, 1)$ به صورت یک تابع همانی است، داریم:



$$\text{حال مساحت قسمت رنگی برابر است با: } S = \frac{1}{2} \times 1 \times 1 = \frac{1}{2}$$

۴

۳

۲

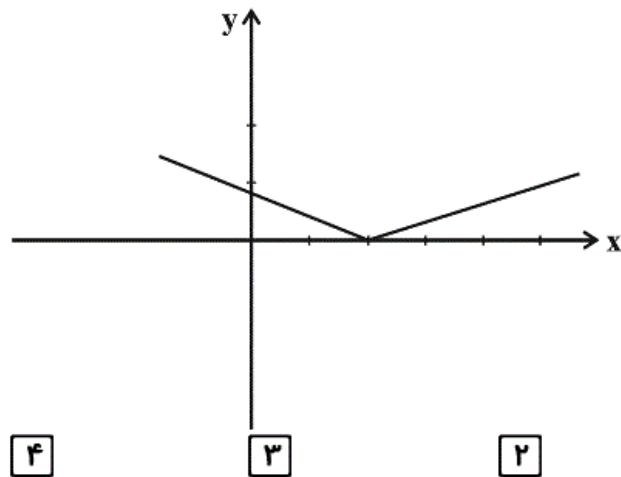
۱ ✓

با توجه به تعریف قدرمطلق داریم:

$$f(x) = \left| \frac{x-2}{3} \right| = \begin{cases} \frac{x-2}{3} & , \frac{x-2}{3} \geq 0 \\ -\left(\frac{x-2}{3}\right) & , \frac{x-2}{3} < 0 \end{cases}$$

$$\Rightarrow f(x) = \begin{cases} \frac{x}{3} - \frac{2}{3} & , x-2 \geq 0 \Rightarrow x \geq 2 \\ -\frac{x}{3} + \frac{2}{3} & , x-2 < 0 \Rightarrow x < 2 \end{cases}$$

$$\Rightarrow f(x) = \begin{cases} \frac{x}{3} - \frac{2}{3} & , x \geq 2 \\ -\frac{x}{3} + \frac{2}{3} & , x < 2 \end{cases}$$



1 ✓

2

3

4

(امیر زرانروز، صفحه‌ی ۳۵ و ۳۶)

$$\text{sign}(x) = \begin{cases} 1 & , x > 0 \\ 0 & , x = 0 \\ -1 & , x < 0 \end{cases} \quad \text{می‌دانیم}$$

یعنی اگر ورودی تابع علامت، صفر باشد، حاصل آن برابر صفر است، لذا:

$$\text{sign}(x^2 - 4) = 0 \Rightarrow x^2 - 4 = 0 \Rightarrow x^2 = 4 \xrightarrow{\text{جذر}} x = \pm 2$$

$$\Rightarrow \text{مجموع مربعات جواب‌ها} = 2^2 + (-2)^2 = 8$$

1 ✓

2

3

4

در تابع گزینه‌ی «۴» ریشه عبارت داخل قدرمطلق (-۵) است، لذا به کمک آن، تابع را دوضابطه‌ای می‌کنیم، اگر $x \geq -۵$ باشد، حاصل $(x+۵)$ نامنفی است، پس خودش از قدرمطلق خارج می‌شود ولی اگر $x < -۵$ باشد، حاصل $(x+۵)$ منفی است و قرینه‌اش از قدرمطلق خارج خواهد شد، لذا:

$$y = -|x+۵| - ۳ = \begin{cases} -x-۸ & , \quad x \geq -۵ \\ x+۲ & , \quad x < -۵ \end{cases}$$

☒ ۴ ✓

☐ ۳

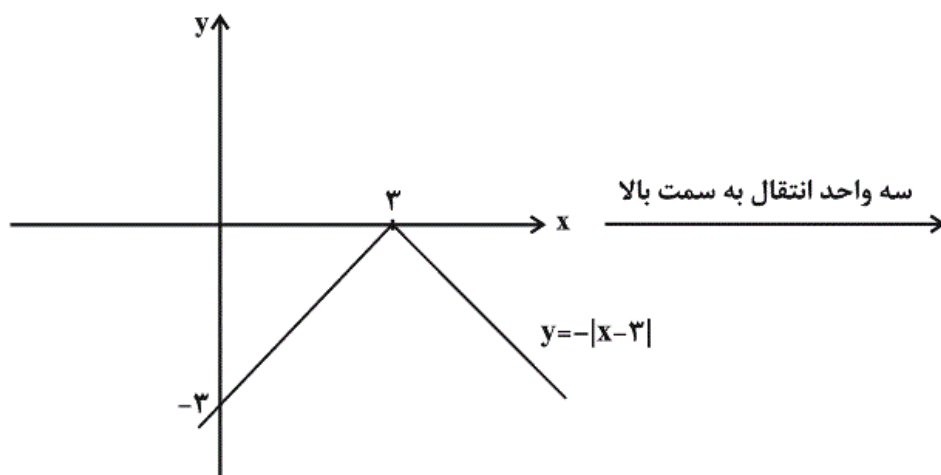
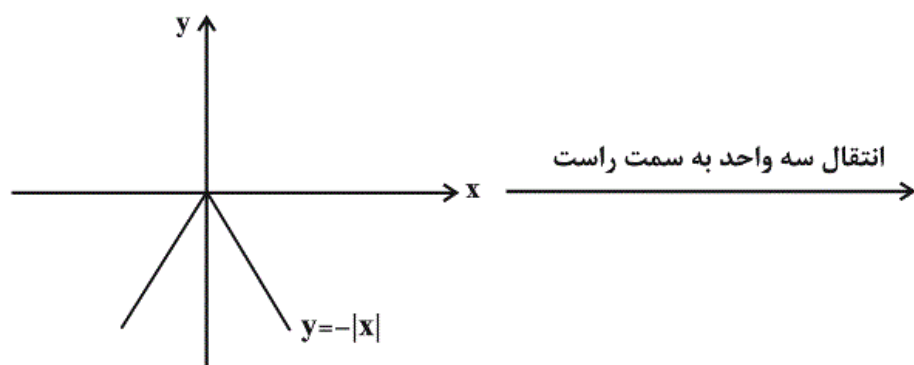
☐ ۲

☐ ۱

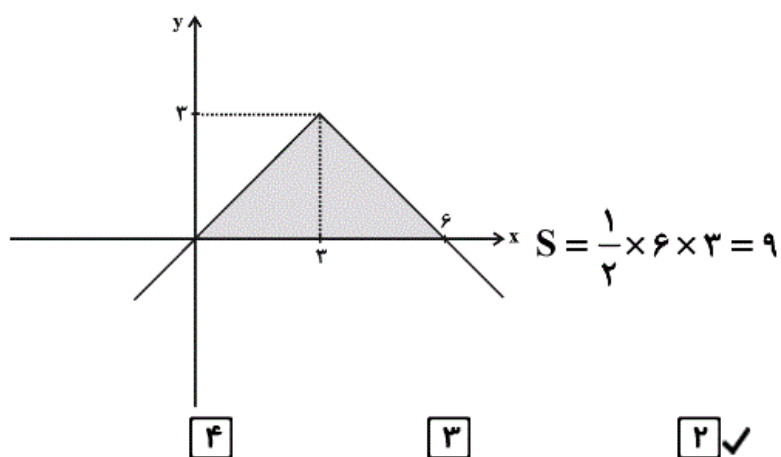
برای رسم نمودار تابع $y = -|x - 3| + 3$ ابتدا نمودار $y = -|x|$ را رسم می‌کنیم.

سپس نمودار را در راستای افقی ۳ واحد به سمت راست و در راستای عمودی ۳

واحد به سمت بالا منتقل می‌کنیم، داریم:



با توجه به شکل مساحت قسمت رنگی برابر است با:



$$y = |x - 3| - 2 \Rightarrow y = \begin{cases} x - 3 \geq 0 : y = x - 3 - 2 \Rightarrow y = x - 5 \\ x - 3 < 0 : y = -x + 3 - 2 \Rightarrow y = -x + 1 \end{cases}$$

$$\Rightarrow f(x) = \begin{cases} x - 5 & , x \geq 3 \\ -x + 1 & , x < 3 \end{cases}$$

حال نقطهٔ تقاطع دو تابع را به دست می آوریم:

$$g(x) = x - 1 \Rightarrow \begin{cases} x - 1 = x - 5 \Rightarrow 1 = 5 \text{ غ ق ق} \\ x - 1 = -x + 1 \Rightarrow 2x = 2 \Rightarrow x = 1 \Rightarrow y = 1 - 1 = 0 \end{cases}$$

$$A(1, 0) \Rightarrow \begin{cases} a = 1 \\ b = 0 \end{cases} \Rightarrow a + b = 1 + 0 = 1$$

۴

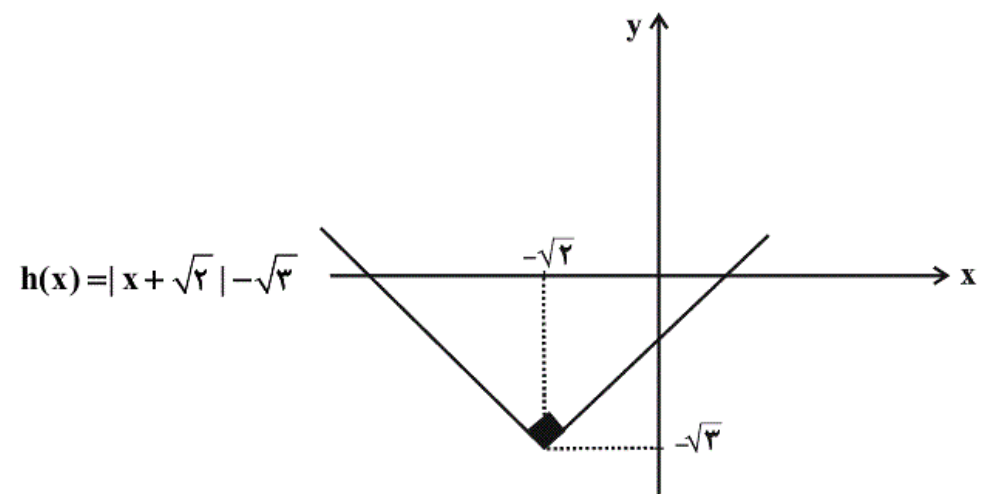
۳

۲✓

۱

فقط نمودار مربوط به گزینه‌ی «۳» با ضابطهٔ آن همخوانی ندارد. نمودار مربوط به

ضابطهٔ این گزینه به صورت زیر است:



همچنین ضابطهٔ مربوط به نمودار داده شده در گزینه‌ی «۳» برابر با $h(x) = |x - \sqrt{2}| - \sqrt{3}$

است.

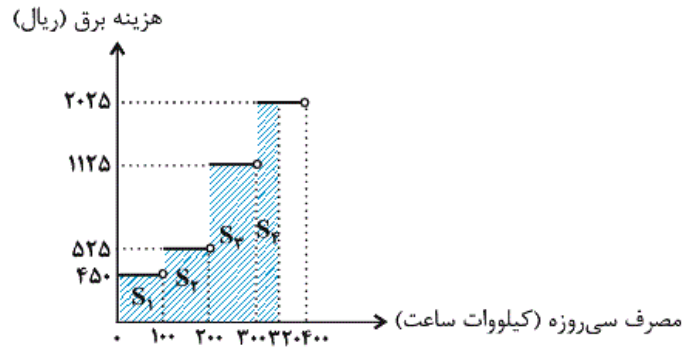
۴

۳✓

۲

۱

نمودار نرخ برق مصرفی را که به صورت تابع پله‌ای است، رسم می‌کنیم. سطح زیر نمودار برابر با هزینه برق مصرفی خانواده است.



$$S_1 + S_2 + S_3 + S_4 = \text{سطح هاشور خورده} = 450 \times 100 + 525 \times 100$$

$$+ 1125 \times 100 + 2025 \times 20 = 250500 \text{ ریال}$$

۴

۳✓

۲

۱

مطابق رفتار نمودار، شارژ باتری تلفن به ازای هر ۱۲ ساعت خالی می‌شود و سپس مجدداً در مدت زمان ۱ ساعت شارژ می‌شود.

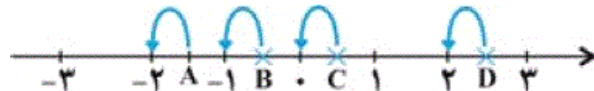
۴

۳✓

۲

۱

برای اعداد غیر صحیح، بزرگ‌ترین عدد صحیح قبل از آن عدد را به عنوان جزء صحیح‌اش معرفی می‌کنیم و جزء صحیح اعداد صحیح برابر خود عدد است.



$$[A] = -2$$

$$[B] = -1$$

$$[C] = 0$$

$$[D] = 2$$

در نتیجه:

$$\frac{[A] + [B]}{2[C] + [D]} = \frac{-2 - 1}{2 \times 0 + 2} = -\frac{3}{2}$$

۴

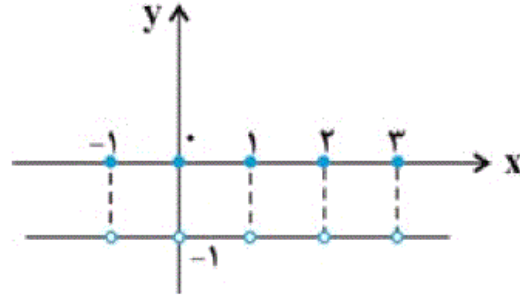
۳

۲

۱✓

(کتاب آبی سؤال ۲۰۵، صفحه‌ی ۳۷ تا ۳۹ کتاب درسی)

تابع $f(x) = [x] + [-x]$ به ازای $x \in \mathbb{Z}$ برابر با صفر و به ازای $x \notin \mathbb{Z}$ برابر با -1 است. نمودار این تابع به صورت زیر است:



$$f(0/1) = [0/1] + [-0/1] = 0 - 1 = -1$$

$$f(-1/2) = [-1/2] + [-(-1/2)] = [-1/2] + [1/2] = -2 + 1 = -1$$

$$f(-2) = [-2] + [-(-2)] = [-2] + [2] = -2 + 2 = 0$$

$$f(1) = [1] + [-1] = 1 - 1 = 0$$

☐ ۴

☐ ۳

☒ ۲

☐ ۱

(کتاب آبی سؤال ۲۱۱، صفحه‌ی ۳۷ تا ۳۹ کتاب درسی)

$$-\frac{8}{3} \leq x < -\frac{7}{3} \Rightarrow -8 \leq 3x < -7$$

$$\Rightarrow -8 + 1 \leq 3x + 1 < -7 + 1$$

$$\Rightarrow -7 \leq 3x + 1 < -6 \Rightarrow [3x + 1] = -7$$

☒ ۴

☐ ۳

☐ ۲

☐ ۱

(کتاب آبی سؤال ۲۱۰، صفحه‌ی ۳۷ تا ۳۹ کتاب درسی)

$$\left[\frac{-\sqrt{2}}{2}\right] = -1: \text{ فرد} \Rightarrow f\left(\frac{-\sqrt{2}}{2}\right) = \frac{\left(-\frac{\sqrt{2}}{2}\right)^2}{2} = \frac{1}{4}$$

$$[-2\sqrt{2}] = -3: \text{ فرد} \Rightarrow f(-2\sqrt{2}) = \frac{(-2\sqrt{2})^2}{2} = 4$$

$$\Rightarrow 4 + \frac{1}{4} = \frac{17}{4}$$

☐ ۴

☐ ۳

☒ ۲

☐ ۱

(کتاب آبی سؤال ۲۲۴، صفحه‌ی ۴۰ تا ۴۲ کتاب درسی)

مطابق نمودار، زمان تحویل پروژه، خردادماه است و پیمانکار به‌ازای هر یک ماه تأخیر یا تعجیل در تحویل پروژه، مبلغ ۲ میلیون تومان جریمه می‌شود. توجه کنید که خط‌های نمودار به‌گونه‌ای است که به‌ازای هر یک واحد افزایش یا کاهش x ، مقدار y ، ۲ واحد افزایش می‌یابد، یعنی اندازه شیب خط‌ها برابر ۲ است اما پس جریمه پیمانکار به‌ازای هر یک ماه تأخیر یا تعجیل برابر با ۲ میلیون تومان است.

☐ ۴ ✓

☐ ۳

☐ ۲

☐ ۱

(کتاب آبی سؤال ۲۲۹، صفحه‌ی ۴۰ تا ۴۲ کتاب درسی)

$$\frac{|-1/2 + |-0/2||}{||-1|-|-2||} = \frac{|-1/2 + 0/2|}{|1-2|} = \frac{|-1|}{|-1|} = 1$$

☐ ۴

☐ ۳

☐ ۲

☒ ۱ ✓

(کتاب آبی سؤال ۲۲۳، صفحه‌ی ۴۰ تا ۴۲ کتاب درسی)

نقطه‌های داده شده را در ضابطه تابع $f(x) = |2x - 3|$ امتحان می‌کنیم:

$$\xrightarrow{x=1} f(1) = |2 \times 1 - 3| = |-1| = 1 \Rightarrow (1, 1) \in f$$

$$\xrightarrow{x=0} f(0) = |0 - 3| = |-3| = 3 \Rightarrow (0, 3) \in f$$

$$\xrightarrow{x=2} f(2) = |2 \times 2 - 3| = |4 - 3| = 1 \Rightarrow (2, 1) \in f$$

$$\xrightarrow{x=-1} f(-1) = |2 \times (-1) - 3| = |-2 - 3| = |-5| = 5 \Rightarrow (-1, 1) \notin f$$

☐ ۴ ✓

☐ ۳

☐ ۲

☐ ۱

ابتدا تابع را به صورت چند ضابطه‌ای می‌نویسیم. باید ریشه عبارت داخل قدرمطلق را به دست آوریم:

$$3x + 6 = 0 \Rightarrow 3x = -6 \Rightarrow x = -2$$

ضابطه تابع را به ازای $x \geq -2$ و $x < -2$ بررسی می‌کنیم:

$$\xrightarrow{x \geq -2} 3x \geq -6 \Rightarrow 3x + 6 \geq 0$$

$$\Rightarrow y = -|3x + 6| + 2 = -(3x + 6) + 2 = -3x - 6 + 2 = -3x - 4$$

$$\xrightarrow{x < -2} 3x < -6 \Rightarrow 3x + 6 < 0$$

$$\Rightarrow y = -|3x + 6| + 2 = -(-(3x + 6)) + 2 = 3x + 6 + 2 = 3x + 8$$

پس ضابطه تابع به صورت $y = \begin{cases} -3x - 4 & , x \geq -2 \\ 3x + 8 & , x < -2 \end{cases}$ است. نمودار آن را رسم

می‌کنیم:

