



www.riazisara.ir سایت ویژه ریاضیات

درسنامه ها و جزوه های ریاضی

سوالات و پاسخنامه تشریحی کنکور

نمونه سوالات امتحانات ریاضی

نرم افزارهای ریاضیات

۰۰۹

کanal سایت ریاضی سرا در تلگرام:

<https://t.me/riazisara>



(@riazisara)

ریاضی، ریاضی 2، روابط تکمیلی بین نسبت های مثلثاتی، مثلثات - 13961204

۹۱- اگر $\cos(200^\circ) + \tan(340^\circ)$ باشد، آنگاه حاصل $\cos 70^\circ \approx \frac{1}{34}$ و $\sin 70^\circ \approx \frac{1}{76}$ تقریباً کدام است؟

(۱) $-\frac{1}{3}$ (۲) $-\frac{3}{64}$ (۳) $-\frac{1}{76}$ (۴) $\frac{1}{76}$

شما پاسخ نداده اید

۹۲- اگر $\frac{3\pi}{4} < x < \pi$ باشد، مقدار $\sin x + \cos x$ و $\sin x \cdot \cos x = -\frac{1}{4}$ کدام است؟

(۱) $\frac{\sqrt{2}}{2}$ (۲) $-\frac{\sqrt{2}}{2}$ (۳) $\frac{1}{2}$ (۴) $-\frac{1}{2}$

شما پاسخ نداده اید

۹۳- اگر $A = \sin(\frac{3\pi}{2} - \alpha) + \cos(\frac{7\pi}{2} + \alpha) + \sin(\frac{\pi}{2} - \alpha)\cos(\frac{3\pi}{2} - \alpha)$ باشد، حاصل $-5\pi < \alpha < -\frac{9\pi}{2}$ و $\cot \alpha = \frac{4}{3}$ کدام است؟

(۱) $0/28$ (۲) $0/68$ (۳) $-0/28$ (۴) $-0/68$

شما پاسخ نداده اید

۹۴- در تساوی $\sin(x + \frac{3\pi}{4}) = \cos(\frac{\pi}{4} - 3x)$ ، دو جواب برای x در بازه $[0, \frac{\pi}{2}]$ به دست می‌آید. مجموع این دو جواب کدام است؟

(۱) $\frac{\pi}{16}$ (۲) $\frac{3\pi}{32}$ (۳) $\frac{5\pi}{32}$ (۴) $\frac{7\pi}{32}$

شما پاسخ نداده اید

ریاضی، ریاضی 2، تابع نمایی و ویژگی های آن، توابع نمایی و لگاریتمی - 13961204

۹۵- اگر $(\frac{1}{3})^{5-x} < (\frac{1}{3})^{2x+1}$ باشد، آنگاه حدود x کدام است؟

(۱) $x < \frac{4}{3}$ (۲) $x > \frac{4}{3}$ (۳) $x < 2$ (۴) $x > 2$

شما پاسخ نداده اید

۹۶- نمودار تابع $y = 5^{\frac{3x+6}{2}} - 20(5\sqrt{5})^{\frac{x+3}{3}}$ را با کدام طول قطع می‌کند؟

(۱) -1 (۲) -2 (۳) 2 (۴) $\frac{4}{3}$

شما پاسخ نداده اید

- ۹۷- در مورد طول نقاط تقاطع دو تابع $y = 2^x$ و $y = x^3$ کدام گزینه درست است؟
- (۱) دقیقاً دو نقطه تقاطع دارند.
 - (۲) در دو نقطه صحیح و یک نقطه غیرصحیح متقطع اند.
 - (۳) در دو نقطه صحیح و دو نقطه غیرصحیح متقطع اند.
 - (۴) در دو نقطه غیرصحیح و یک نقطه صحیح متقطع اند.

شما پاسخ نداده اید

۹۹- جدول زیر مربوط به یک تابع نمایی است. مقدار تابع به ازای $x = \frac{3}{2}$ کدام است؟

x	3	6	9
y	9	81	729

۲) ۲

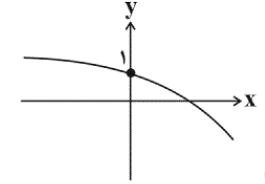
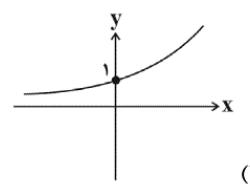
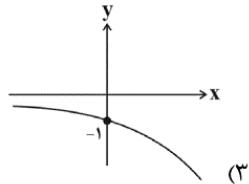
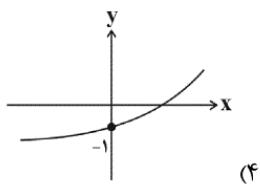
۳) ۴

۱) $\frac{1}{2}$

۳) ۳

شما پاسخ نداده اید

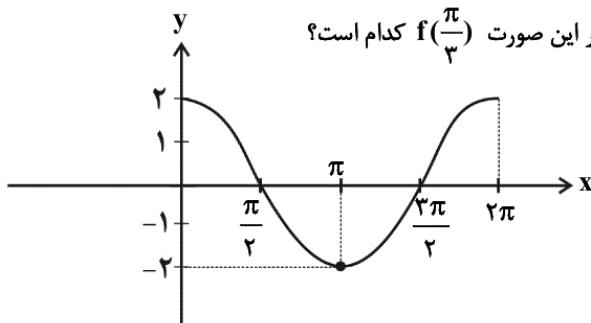
۱۰۰- نمودار تابع $y = -\frac{\left(\frac{1}{3}\right)^x}{e^{-x}}$ کدام است؟



شما پاسخ نداده اید

ریاضی، ریاضی ۲، توابع مثلثاتی، مثلثات - 13961204

۹۵- نمودار تابع $f(x) = a \sin(x + b)$ به صورت زیر است. اگر $-\pi \leq b \leq \pi$ باشد، در این صورت $f\left(\frac{\pi}{3}\right)$ کدام است؟



۱) ۱

۲) $\frac{1}{2}$

۳) $-\frac{1}{2}$

۴) $\sqrt{3}$

شما پاسخ نداده اید

ریاضی، ریاضی ۲- سوالات موازی، روابط تكميلی بین نسبت هاي مثلثاتي ، مثلثات - 13961204

۱۱۱- اگر $0^\circ < \alpha < \beta < 90^\circ$ باشد، آنگاه انتهای زاویه α در کدام ناحیه مثلثاتی قرار دارد؟

۱) اول

۲) دوم

۳) سوم

۴) چهارم

شما پاسخ نداده اید

۱۱۳- اگر $\alpha + \beta = \frac{\pi}{4}$ باشد، آنگاه حاصل عبارت $A = \frac{\sin(2\alpha + 3\beta)}{\cos(4\alpha + 5\beta)}$ در صورت تعریف شدن کدام است؟

$\tan \beta$ ۲

$\tan \alpha$ ۱

-1 ۴

1 ۳

شما پاسخ نداده اید

$$\frac{\sin \alpha + \cos \alpha}{\sin \alpha - \cos \alpha} \text{ و انتهای کمان } \alpha \text{ در ناحیه دوم دایره مثلثاتی باشد، حاصل عبارت } 1 + \frac{1 + \tan^2 \alpha}{1 + \cot^2 \alpha} = \frac{1}{4} \text{ است؟}$$

-۱ (۲)

(۱) صفر

(۴) تعریف نشده

۱ (۳)

شما پاسخ نداده اید

$$115 - \text{حاصل عبارت } \frac{\cos \delta^\circ + \cos 15^\circ + \cos 165^\circ + \cos 245^\circ}{\cos 75^\circ + \cos 95^\circ + \cos 185^\circ + \cos 275^\circ} \text{ کدام است؟}$$

-۱ (۲)

۱ (۱)

(۴) $-\tan \delta^\circ$

(۳) $\tan \delta^\circ$

شما پاسخ نداده اید

$$116 - \text{اگر } \cos(200^\circ) + \tan(340^\circ) \text{ باشد، آنگاه حاصل } (\cos 70^\circ + \sin 70^\circ) \text{ کدام است؟}$$

-۳/۶۴ (۲)

۱/۷۶ (۱)

-۱/۳ (۴)

-۱/۷۶ (۳)

شما پاسخ نداده اید

$$117 - \text{اگر } \sin x + \cos x \text{ باشد، مقدار } \frac{3\pi}{4} < x < \pi \text{ و } \sin x \cdot \cos x = -\frac{1}{4} \text{ کدام است؟}$$

$-\frac{\sqrt{2}}{2}$ (۲)

$\frac{\sqrt{2}}{2}$ (۱)

$-\frac{1}{2}$ (۴)

$\frac{1}{2}$ (۳)

شما پاسخ نداده اید

$$118 - \text{اگر } A = \sin\left(\frac{3\pi}{2} - \alpha\right) + \cos\left(-\frac{7\pi}{2} + \alpha\right) + \sin\left(\frac{\pi}{2} - \alpha\right) \cos\left(\frac{3\pi}{2} - \alpha\right) \text{ باشد، حاصل } -5\pi < \alpha < -\frac{9\pi}{2} \text{ و } \cot \alpha = \frac{4}{3} \text{ کدام است؟}$$

۰/۶۸ (۲)

۰/۲۸ (۱)

-۰/۶۸ (۴)

-۰/۲۸ (۳)

شما پاسخ نداده اید

$$119 - \text{در تساوی } \sin(x + \frac{3\pi}{8}) = \cos(\frac{\pi}{4} - 3x) \text{، دو جواب برای } x \text{ در بازه } [0, \frac{\pi}{2}] \text{ به دست می‌آید. مجموع این دو جواب کدام است؟}$$

$\frac{3\pi}{32}$ (۲)

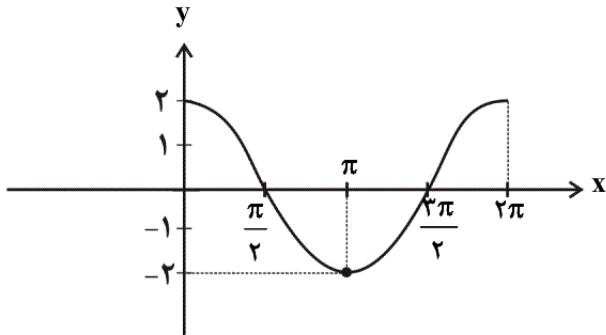
$\frac{\pi}{16}$ (۱)

$\frac{7\pi}{32}$ (۴)

$\frac{5\pi}{32}$ (۳)

شما پاسخ نداده اید

۱۲۰ - نمودار تابع $f(x) = a \sin(x + b)$ به صورت زیر است. اگر $\pi \leq b \leq \pi$ باشد، در این صورت $f\left(\frac{\pi}{3}\right)$ کدام است؟



۱) ۱

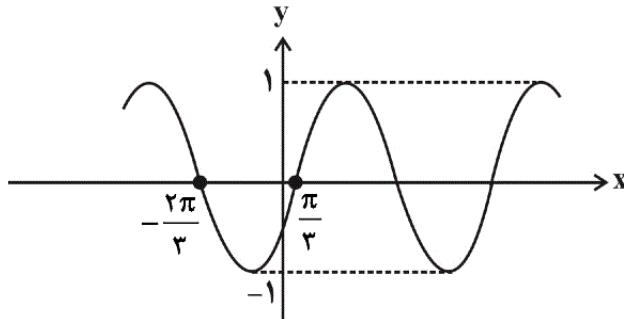
۲) $\frac{1}{2}$

۳) $-\frac{1}{2}$

۴) $\sqrt{3}$

شما پاسخ نداده اید

۱۱۲ - نمودار شکل زیر مربوط به کدام تابع می‌تواند باشد؟



$$y = \sin(x + \frac{\pi}{3}) \quad (1)$$

$$y = \sin(x - \frac{2\pi}{3}) \quad (2)$$

$$y = \sin(\frac{\pi}{3} - x) \quad (3)$$

$$y = \sin(x - \frac{\pi}{3}) \quad (4)$$

شما پاسخ نداده اید

ریاضی ۲ - گواه ، روابط تکمیلی بین نسبت های مثلثاتی ، مثلثات - ۱۳۹۶۱۲۰۴

۱۰۱ - علامت عبارتهای $\sin 82^\circ$ ، $\cos 262^\circ$ ، $\tan 171^\circ$ و $\cot 279^\circ$ به ترتیب از راست به چپ برابر است با:

۱) مثبت- منفی - منفی- مثبت

۱) مثبت- مثبت- مثبت - منفی

۲) مثبت- منفی - منفی- منفی

۳) منفی- مثبت - مثبت- مثبت

شما پاسخ نداده اید

$$-102 \quad \text{اگر } y = 3 \cot \alpha \text{ و } x = \frac{2}{\sin \alpha} \text{ باشد، مقدار } 9x^2 - 9y^2 \text{ کدام است؟}$$

$$36 + 4y^2 \quad (4)$$

$$36 - 4y^2 \quad (3)$$

$$9 + 4y^2 \quad (2)$$

$$4 + 9y^2 \quad (1)$$

شما پاسخ نداده اید

۱۰۳ - برای زاویه دلخواه θ ، کدام رابطه صحیح نیست؟

$$\sin(\pi - \theta) = \sin \pi - \sin \theta \quad (2)$$

$$\cos \theta + \cos(\pi - \theta) = 0 \quad (1)$$

$$\cos(\pi + \theta) + \sin(\frac{\pi}{2} + \theta) = 0 \quad (4)$$

$$\cos^2(\frac{\pi}{2} - \theta) + \cos^2 \theta = 1 \quad (3)$$

شما پاسخ نداده اید

۱۰۴- مقدار $-\frac{2\pi}{3}$ با کدام عبارت زیر برابر است؟

- $\sin 240^\circ$ (۴)

$\cos 240^\circ$ (۳)

- $\sin 210^\circ$ (۲)

$\cos 210^\circ$ (۱)

شما پاسخ نداده اید

ریاضی، ریاضی ۲ - گواه، تابع نمایی و ویژگی های آن، توابع نمایی و لگاریتمی - ۱۳۹۶۱۲۰۴

۱۰۶- کدام تابع با ضابطه داده شده رفتار نمایی دارد؟

$y = x^r$ (۴)

$y = \frac{\Delta}{x^r}$ (۳)

$y = \frac{1}{x^r}$ (۲)

$y = \sqrt{x+2}$ (۱)

شما پاسخ نداده اید

۱۰۷- اگر $f(x) = 3^x$ باشد، مقدار $f(x+2) - 2f(x+1)$ کدام است؟

$3f(x)$ (۴)

$2f(x)$ (۳)

$f(x)$ (۲)

صفر (۱)

شما پاسخ نداده اید

۱۰۸- به ازای چه مقادیری از x ، نمودار تابع با ضابطه $y = 4^x$ و $y = 5^x$ بالای نمودار $y = 5^x$ است؟

$\{x | x < 0\}$ (۴)

$\{x | x \in \mathbb{R}\}$ (۳)

$\{x | x > 0\}$ (۲)

$\{x | x \geq 1\}$ (۱)

شما پاسخ نداده اید

۱۰۹- نامساوی $27 > 9\sqrt{3} > \frac{1}{16^{\frac{3}{2}}}$ و نامساوی $(0/25)^{\sqrt{25}} > 0$ است.

درست - درست (۴)

نادرست - درست (۳)

نادرست - نادرست (۲)

درست - نادرست (۱)

شما پاسخ نداده اید

۱۱۰- از تساوی $(0/5)^{x+1} = 4 \times 2^{x+1}$ عدد x کدام است؟

$-\frac{5}{2}$ (۴)

$-\frac{3}{2}$ (۳)

$-\frac{5}{4}$ (۲)

$-\frac{3}{4}$ (۱)

شما پاسخ نداده اید

ریاضی، ریاضی ۲ - گواه، توابع مثلثاتی، مثلثات - ۱۳۹۶۱۲۰۴

۱۰۵- در تابع با ضابطه $f(x) = a \cos x + b$ ، اختلاف حداکثر و حداقل تابع ۶ است و مقدار تابع f در بازه $(0, \frac{\pi}{2})$ افزایش می‌یابد. اگر باشد، b کدام است؟

۴ (۴)

۳ (۳)

۲ (۲)

۱ (۱)

شما پاسخ نداده اید

۱۲۱- علامت عبارت‌های $\sin 82^\circ$, $\cos 262^\circ$, $\tan 171^\circ$ و $\cot 279^\circ$ به ترتیب از راست به چپ برابر است با:

(۲) مثبت- منفی - منفی - مثبت

(۱) مثبت- مثبت- مثبت - منفی

(۴) مثبت- منفی - منفی - منفی

(۳) منفی- مثبت - مثبت- مثبت

شما پاسخ نداده اید

۱۲۲- اگر $\frac{1}{\cos x} - \sin x \cdot \tan x < 0$ و $\sin x + \tan x > 0$ باشد، انتهای کمان x در کدام ناحیه مثلثاتی است؟

(۲) دوم

(۱) اول

(۴) چهارم

(۳) سوم

شما پاسخ نداده اید

۱۲۳- اگر $y = 3 \cot \alpha$ و $x = \frac{2}{\sin \alpha}$ باشد، مقدار $9x^2$ کدام است؟

(۱) $4y^2$

(۲) $4+9y^2$

(۴) $36+4y^2$

(۳) $36-4y^2$

شما پاسخ نداده اید

۱۲۴- اگر $\cos \theta = -\frac{3}{5}$ و انتهای کمان θ در ناحیه سوم مثلثاتی باشد، حاصل کدام است؟

(۲) $-\frac{3}{7}$

(۱) $-\frac{12}{7}$

(۴) $\frac{3}{7}$

(۳) $\frac{12}{7}$

شما پاسخ نداده اید

۱۲۵- برای زاویه دلخواه θ ، کدام رابطه صحیح نیست؟

$\sin(\pi - \theta) = \sin \pi - \sin \theta$ (۲)

$\cos \theta + \cos(\pi - \theta) = 0$ (۱)

$\cos(\pi + \theta) + \sin\left(\frac{\pi}{2} + \theta\right) = 0$ (۴)

$\cos^2\left(\frac{\pi}{2} - \theta\right) + \cos^2 \theta = 1$ (۳)

شما پاسخ نداده اید

۱۲۶- مقدار $-1 - 2 \cos^2\left(\frac{2\pi}{3}\right)$ با کدام عبارت زیر برابر است؟

(۲) $-\sin 210^\circ$

(۱) $\cos 210^\circ$

(۴) $-\sin 240^\circ$

(۳) $\cos 240^\circ$

شما پاسخ نداده اید

$$A = \frac{\sin 160^\circ - \cos 200^\circ}{\cos 110^\circ + \sin 70^\circ}, \text{ کدام است؟}$$

$$\frac{15}{8} \quad (2)$$

$$\frac{31}{16} \quad (4)$$

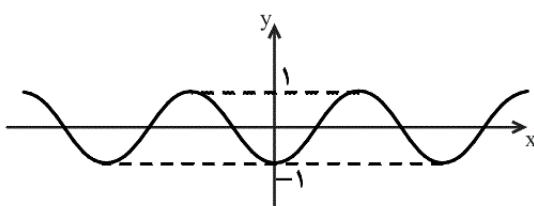
$$\frac{9}{4} \quad (1)$$

$$\frac{17}{8} \quad (3)$$

شما پاسخ نداده اید

ریاضی ، ریاضی ۲- گواه -سوالات موازی ، توابع مثلثاتی ، مثلثات - ۱۳۹۶۱۲۰۴

۱۲۸- کدام تابع با ضابطه زیر، نمایش نموداری شکل مقابل نیست؟



$$y = \sin\left(\frac{3\pi}{2} - x\right) \quad (1)$$

$$y = \sin\left(\frac{3\pi}{2} + x\right) \quad (2)$$

$$y = \cos(7\pi + x) \quad (3)$$

$$y = \sin\left(\frac{5\pi}{2} + x\right) \quad (4)$$

شما پاسخ نداده اید

۱۲۹- برای رسم نمودار تابع $y = \cos x$ به وسیله نمودار تابع $y_1 = \cos(x-1)+1$ کافی است ابتدا نمودار y_1 را یک واحد به ... و سپس یک واحد به

... انتقال دهیم.

(۱) پایین- راست

(۱) بالا- راست

(۲) پایین- چپ

(۲) بالا- چپ

شما پاسخ نداده اید

۱۳۰- در تابع با ضابطه $f(x) = a \cos x + b$ ، اختلاف حدکثر و حداقل تابع ۶ است و مقدار تابع f در بازه $(-\frac{\pi}{2}, 0)$ افزایش می‌یابد. اگر $\frac{\pi}{3}$ باشد،

b کدام است؟

(۱) ۱

(۲) ۲

(۳) ۳

(۴) ۴

شما پاسخ نداده اید

-۹۱

(نیما سلطانی)

$$\cos 200^\circ = \cos(270^\circ - 70^\circ) = -\sin 70^\circ = -\frac{1}{\sqrt{3}}$$

$$\tan(340^\circ) = \tan(270^\circ + 70^\circ) = -\cot 70^\circ = -\frac{\cos 70^\circ}{\sin 70^\circ}$$

$$= -\frac{1}{\sqrt{3}} \approx -\frac{1}{1.73}$$

$$\cos 200^\circ + \tan(340^\circ) = -\frac{1}{\sqrt{3}} - \frac{1}{1.73} = -\frac{2}{\sqrt{3}} = -\frac{2\sqrt{3}}{3}$$

(ریاضی ۲، روابط تکمیلی بین نسبت های مثلثاتی، صفحه های ۷۹ تا ۸۷)

✓

۳

۲

۱

-۹۲

(حسن تهامی)

$$\sin x + \cos x = A \xrightarrow{\text{طرفین به توان ۲}} (\sin x + \cos x)^2 = A^2$$

$$\Rightarrow \sin^2 x + \cos^2 x + 2 \sin x \cos x = A^2$$

$$\Rightarrow A^2 = 1 + 2 \times \left(-\frac{1}{2}\right) = \frac{1}{2} \Rightarrow A = \pm \frac{\sqrt{2}}{2}$$

$$|\sin x| < | \cos x |, \quad \frac{3\pi}{4} < x < \pi \quad \text{بزرگتر از}$$

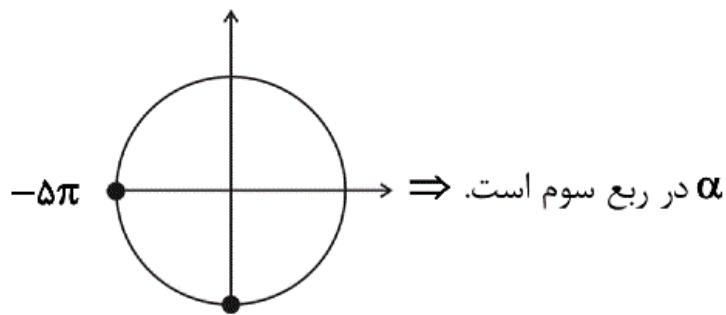
است، لذا حاصل A منفی می شود پس جواب $A = -\frac{\sqrt{2}}{2}$ می باشد.

(ریاضی ۲، روابط تکمیلی بین نسبت های مثلثاتی، صفحه های ۷۷ تا ۷۹)

۳

۲

۱



$$A = -\cos \alpha + \sin \alpha + (\cos \alpha)(-\sin \alpha)$$

$$\Rightarrow A = -\cos \alpha + \sin \alpha - \sin \alpha \cos \alpha$$

$$\cot \alpha = \frac{4}{3}, -5\pi < \alpha < -\frac{9\pi}{2}$$

$$1 + \cot^2 \alpha = \frac{1}{\sin^2 \alpha} \Rightarrow 1 + \frac{16}{9} = \frac{1}{\sin^2 \alpha}$$

$$\Rightarrow \sin^2 \alpha = \frac{9}{25} \Rightarrow \sin \alpha = \pm \frac{3}{5} \xrightarrow[\text{در ربع سوم } \alpha]{\sin \alpha < 0} \sin \alpha = -\frac{3}{5}$$

$$\Rightarrow \cos^2 \alpha = 1 - \sin^2 \alpha = 1 - \frac{9}{25} = \frac{16}{25} \Rightarrow \cos \alpha = \pm \frac{4}{5}$$

$$\text{ربيع سوم } \alpha \Rightarrow \cos \alpha = -\frac{4}{5}$$

$$\Rightarrow A = -\left(-\frac{4}{5}\right) + \left(-\frac{3}{5}\right) - \left(-\frac{3}{5}\right)\left(-\frac{4}{5}\right) \Rightarrow A = \left(\frac{4}{5} - \frac{3}{5}\right) - \frac{12}{25}$$

$$\Rightarrow A = -\frac{7}{25} = -0^\circ / 28$$

(ریاضی ۲، روابط تکمیلی بین نسبت‌های مثلثاتی، صفحه‌های ۷۷ و ۸۷)

۴

۳✓

۲

۱

در این تست ابتدا باید \sin را به \cos تبدیل کنیم و یا برعکس. برای تبدیل می‌دانیم که:

$$\begin{cases} \text{تبدیل } \sin \text{ به } \cos \\ \cos \alpha = \sin\left(\frac{\pi}{2} - \alpha\right) \\ \cos \alpha = \sin\left(\frac{\pi}{2} + \alpha\right) \end{cases}$$

در حل از تبدیل \cos به \sin استفاده می‌کنیم.

$$\cos\left(\frac{\pi}{4} - 3x\right) = \sin\left(\frac{\pi}{2} - \left(\frac{\pi}{4} - 3x\right)\right)$$

$$\Rightarrow \cos\left(\frac{\pi}{4} - 3x\right) = \sin\left(\frac{\pi}{4} + 3x\right) \quad (1)$$

یا

$$\Rightarrow \cos\left(\frac{\pi}{4} - 3x\right) = \sin\left(\frac{\pi}{2} + \frac{\pi}{4} - 3x\right)$$

$$\cos\left(\frac{\pi}{4} - 3x\right) = \sin\left(\frac{3\pi}{4} - 3x\right) \quad (2)$$

$$(1) \cos\left(\frac{\pi}{4} - 3x\right) \text{ را به جای } \sin\left(\frac{\pi}{4} + 3x\right) \text{ در صورت سؤال قرار}$$

می‌دهیم، داریم:

$$\sin\left(x + \frac{3\pi}{4}\right) = \sin\left(\frac{\pi}{4} + 3x\right) \Rightarrow x + \frac{3\pi}{4} = \frac{\pi}{4} + 3x$$

$$\Rightarrow 2x = \frac{\pi}{4} \Rightarrow x_1 = \frac{\pi}{16}$$

$$(2) \sin\left(\frac{3\pi}{4} - 3x\right) \text{ را به جای } \cos\left(\frac{\pi}{4} - 3x\right) \text{ در صورت سؤال قرار}$$

می‌دهیم و داریم:

$$\sin\left(x + \frac{3\pi}{4}\right) = \sin\left(\frac{3\pi}{4} - 3x\right) \Rightarrow x + \frac{3\pi}{4} = \frac{3\pi}{4} - 3x$$

$$\Rightarrow 4x = \frac{3\pi}{4} \Rightarrow x_2 = \frac{3\pi}{32} \Rightarrow x_1 + x_2 = \frac{5\pi}{32}$$

(ریاضی ۲، روابط تکمیلی بین نسبت‌های مثلثاتی، صفحه‌های ۷۹ تا ۸۷)

۴

۳ ✓

۲

۱

اگر $a < 1$ و $a^x < a^y$ آنگاه $x > y$ است. بنابراین:

$$\begin{aligned} & \cdot < 1, \left(\frac{1}{3}\right)^{5-x} < \left(\frac{1}{3}\right)^{2x+1} \Rightarrow 2x+1 < 5-x \\ & \Rightarrow 3x < 4 \Rightarrow x < \frac{4}{3} \end{aligned}$$

(ریاضی ۲، تابع نمایی و ویژگی‌های آن، صفحه‌های ۹۶ تا ۱۰۳)

۴

۳

۲

۱ ✓

برای به دست آوردن محل تقاطع تابع مورد نظر با محور طول‌ها، کافی است y را صفر قرار دهیم:

$$\begin{aligned} & \frac{3x+6}{5^2} - 20(5\sqrt{5})^{x+\frac{2}{3}} - \frac{1}{5} = 0 \Rightarrow 5^{\frac{3x}{2}+3} - 20(5^2)^{x+\frac{2}{3}} - \frac{1}{5} = 0 \\ & \Rightarrow 5^{\frac{3x}{2}} \times 5^3 - 20(5^2)^{x+\frac{2}{3}} - \frac{1}{5} = 0 \\ & \Rightarrow 125 \times 5^{\frac{3x}{2}} - 20 \times 5 \times 5^{\frac{3x}{2}} - \frac{1}{5} = 0 \Rightarrow 25 \times 5^{\frac{3x}{2}} = \frac{1}{5} \\ & \Rightarrow 5^{\frac{3x}{2}} = \frac{1}{125} = 5^{-3} \Rightarrow \frac{3}{2}x = -3 \Rightarrow x = -2 \end{aligned}$$

(ریاضی ۲، تابع نمایی و ویژگی‌های آن، صفحه‌های ۹۶ تا ۱۰۳)

۴

۳ ✓

۲

۱

نمودار این دو تابع در صفحه ۹۸ کتاب رسم شده است و مشخص است که این دو تابع در سه نقطه متقطع‌اند.

$$\begin{aligned} & \xrightarrow{x=2} \begin{cases} y = x^2 = 2^2 = 4 \\ y = 2^x = 2^2 = 4 \end{cases} \\ & \xrightarrow{x=4} \begin{cases} y = x^2 = 4^2 = 16 \\ y = 2^x = 2^4 = 16 \end{cases} \end{aligned}$$

همچنین دو تابع در یک نقطه با طولی بین ۱- و صفر متقطع‌اند.

(ریاضی ۲، تابع نمایی و ویژگی‌های آن، صفحه‌های ۹۶ تا ۱۰۳)

۴

۳

۲ ✓

۱

ضابطه تابع نمایی مرتبط با جدول داده شده برابر $y = \frac{1}{3}^x$ است.

بنابراین، مقدار تابع به ازای $x = \frac{3}{2}$ برابر است با:

$$y = \left(\frac{1}{3}\right)^{\frac{x}{2}} \Rightarrow y = \frac{1}{3^{\frac{1}{2}}} = \frac{1}{\sqrt{3}} = \frac{1}{\sqrt{3}} \cdot \frac{\sqrt{3}}{\sqrt{3}} = \frac{\sqrt{3}}{3}$$

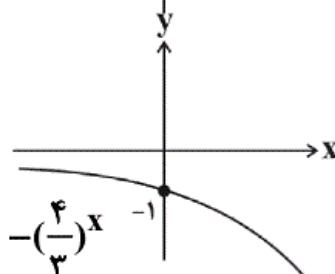
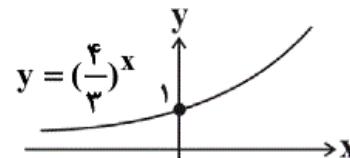
(ریاضی ۲، تابع نمایی و ویژگی‌های آن، صفحه‌های ۹۶ تا ۱۰۴)

۴

۳✓

۲

۱



(ریاضی ۲، تابع نمایی و ویژگی‌های آن، صفحه‌های ۹۶ تا ۱۰۴)

۴

۳✓

۲

۱

(رهیم مشتاق نظم)

$$\left(\frac{\pi}{2}, 0\right) \in f \Rightarrow f\left(\frac{\pi}{2}\right) = 0 \Rightarrow a \sin\left(\frac{\pi}{2} + b\right) = 0$$

\Rightarrow $\frac{\pi}{2}$ مضرب فردی از b است.

$$-\pi \leq b \leq \pi$$

با توجه به:

و از طرفی با توجه شکل نمودار $y=\sin x$ به اندازه $\frac{\pi}{2}$ به سمت چپ

$$b = \frac{\pi}{2}$$

انتقال داده شده است. پس :

$$\frac{b = \frac{\pi}{2}}{\rightarrow (0, 2) \in f \Rightarrow f(0) = 2 \Rightarrow a \sin \frac{\pi}{2} = 2 \Rightarrow a = 2}$$

۴

۳

۲

۱✓

ریاضی، ریاضی ۲- سوالات موازی، روابط تکمیلی بین نسبت های مثلثاتی، مثلثات - 13961204

(رهیم مشتاق نظم)

$$\cos \alpha + \frac{\cos \alpha}{\sin \alpha} < 0 \Rightarrow \frac{\cos \alpha (\sin \alpha + 1)}{\sin \alpha} < 0 \Rightarrow \cot \alpha (\sin \alpha + 1) < 0$$

پس: $\cot \alpha < 0$

$$\sin \alpha \cos \alpha - \sin \alpha > 0 \Rightarrow \sin \alpha (\cos \alpha - 1) > 0 \Rightarrow$$

چون همواره: $\sin \alpha < 0$ پس $\cos \alpha - 1 < 0$ ناحیه‌ای که $\sin \alpha < 0$ و $\cot \alpha < 0$ ناحیه چهارم مثلثاتی است.

(ریاضی ۲، روابط تکمیلی بین نسبت های مثلثاتی، صفحه های ۷۷ تا ۷۹)

۴✓

۳

۲

۱

باید عبارات را به صورت ضریبی از $\alpha + \beta$ بنویسیم:

$$2\alpha + 3\beta = 2\alpha + 2\beta + \beta = 2(\alpha + \beta) + \beta$$

$$\Rightarrow 2\alpha + 3\beta = 2\left(\frac{\pi}{4}\right) + \beta = \frac{\pi}{2} + \beta$$

$$\Rightarrow \sin(2\alpha + 3\beta) = \sin\left(\frac{\pi}{2} + \beta\right) = \cos\beta \Rightarrow \sin(2\alpha + 3\beta) = \cos\beta$$

$$4\alpha + 5\beta = 4\alpha + 4\beta + \beta = 4(\alpha + \beta) + \beta = 4\left(\frac{\pi}{4}\right) + \beta$$

$$\Rightarrow 4\alpha + 5\beta = \pi + \beta$$

$$\Rightarrow \cos(4\alpha + 5\beta) = \cos(\pi + \beta) = -\cos\beta$$

$$\Rightarrow \cos(4\alpha + 5\beta) = -\cos\beta \Rightarrow A = \frac{\sin(2\alpha + 3\beta)}{\cos(4\alpha + 5\beta)} = \frac{\cos\beta}{-\cos\beta} = -1$$

(ریاضی ۲، روابط تکمیلی بین نسبت‌های مثلثاتی، صفحه‌های ۷۷ تا ۸۷)

۴✓

۳

۲

۱

$$\frac{1 + \tan^2 \alpha}{1 + \cot^2 \alpha} = \frac{1}{4} \xrightarrow{\cot\alpha = \frac{1}{\tan\alpha}} \tan^2 \alpha = \frac{1}{4}$$

$$\xrightarrow{\alpha \text{ در ناحیه دوم}} \tan \alpha = -\frac{1}{2}$$

$$1 + \left(\frac{2\sin\alpha + \cos\alpha}{2\sin\alpha - \cos\alpha} \right) \xrightarrow[\cos\alpha]{\text{صورت و مخرج کسر را بر تقسیم می‌کنیم.} \rightarrow}$$

$$1 + \frac{2\tan\alpha + 1}{2\tan\alpha - 1} = 1 + \frac{2\left(-\frac{1}{2}\right) + 1}{2\left(-\frac{1}{2}\right) - 1} = 1$$

(ریاضی ۲، روابط تکمیلی بین نسبت‌های مثلثاتی، صفحه‌های ۷۷ تا ۸۷)

۴

۳✓

۲

۱

$$\begin{aligned} & \frac{\cos 5^\circ + \cos 15^\circ + \cos(18^\circ - 15^\circ) + \cos(27^\circ - 15^\circ)}{\cos(9^\circ - 15^\circ) + \cos(9^\circ + 5^\circ) + \cos(18^\circ + 5^\circ) + \cos(27^\circ + 5^\circ)} \\ &= \frac{\cos 5^\circ + \cos 15^\circ - \cos 15^\circ - \sin 15^\circ}{\sin 15^\circ - \sin 5^\circ - \cos 5^\circ + \sin 5^\circ} = \frac{\cos 5^\circ - \sin 15^\circ}{\sin 15^\circ - \cos 5^\circ} = -1 \end{aligned}$$

(ریاضی ۲، روابط تکمیلی بین نسبت‌های مثلثاتی، صفحه‌های ۷۹ تا ۸۷)

۴

۳

۲✓

۱

(نیما سلطانی)

$$\cos 20^\circ = \cos(270^\circ - 70^\circ) = -\sin 70^\circ = -0/94$$

$$\tan(340^\circ) = \tan(270^\circ + 70^\circ) = -\cot 70^\circ = -\frac{\cos 70^\circ}{\sin 70^\circ}$$

$$= -\frac{0/34}{0/94} \simeq -0/36$$

$$\cos 20^\circ + \tan(340^\circ) = -0/94 - 0/36 = -1/3$$

(ریاضی ۲، روابط تکمیلی بین نسبت‌های مثلثاتی، صفحه‌های ۷۹ تا ۸۷)

 ✓ ۳ ۲ ۱

(حسن تهاجمی)

$$\sin x + \cos x = A \xrightarrow{\text{طرفین به توان ۲}} (\sin x + \cos x)^2 = A^2$$

$$\Rightarrow \sin^2 x + \cos^2 x + 2 \sin x \cos x = A^2$$

$$\Rightarrow A^2 = 1 + 2 \times \left(-\frac{1}{4}\right) = \frac{1}{2} \Rightarrow A = \pm \frac{\sqrt{2}}{2}$$

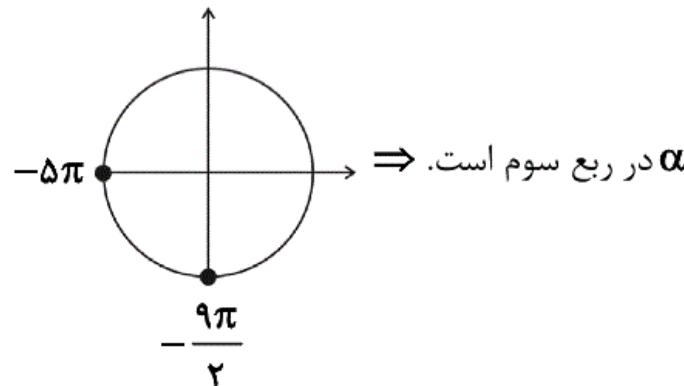
از آن جایی که در فاصله $\pi < x < \frac{3\pi}{4}$ بزرگتر از $|\sin x| + |\cos x|$ است،

لذا حاصل A منفی می‌شود پس جواب $A = -\frac{\sqrt{2}}{2}$ می‌باشد.

(ریاضی ۲، روابط تکمیلی بین نسبت‌های مثلثاتی، صفحه‌های ۷۷ تا ۷۹)

 ۳ ۲ ۱

(نیما سلطانی)



$$A = -\cos \alpha + \sin \alpha + (\cos \alpha)(-\sin \alpha)$$

$$\Rightarrow A = -\cos \alpha + \sin \alpha - \sin \alpha \cos \alpha$$

$$\cot \alpha = \frac{4}{3}, -5\pi < \alpha < -\frac{9\pi}{2}$$

$$1 + \cot^2 \alpha = \frac{1}{\sin^2 \alpha} \Rightarrow 1 + \frac{16}{9} = \frac{1}{\sin^2 \alpha}$$

$$\Rightarrow \sin^2 \alpha = \frac{9}{25} \Rightarrow \sin \alpha = \pm \frac{3}{5} \xrightarrow[\text{در ربع سوم } \alpha]{\sin \alpha < 0} \sin \alpha = -\frac{3}{5}$$

$$\Rightarrow \cos^2 \alpha = 1 - \sin^2 \alpha = 1 - \frac{9}{25} = \frac{16}{25} \Rightarrow \cos \alpha = \pm \frac{4}{5}$$

$$\Rightarrow \cos \alpha = -\frac{4}{5} \xrightarrow{\text{در ربع سوم}} \cos \alpha = -\frac{4}{5}$$

$$\Rightarrow A = -\left(-\frac{4}{5}\right) + \left(-\frac{3}{5}\right) - \left(-\frac{3}{5}\right)\left(-\frac{4}{5}\right)$$

$$\Rightarrow A = \left(\frac{4}{5} - \frac{3}{5}\right) - \frac{12}{25} \Rightarrow A = -\frac{7}{25} = -0.28$$

(ریاضی ۲، روابط تکمیلی بین نسبت‌های مثلثاتی، صفحه‌های ۷۷ تا ۷۹)

۴

۳ ✓

۲

۱

$$\underbrace{\cos\left(\frac{\pi}{4} - 3x\right)}_{\alpha} = \sin\left(\frac{\pi}{2} - \left(\frac{\pi}{4} - 3x\right)\right)$$

$$\Rightarrow \cos\left(\frac{\pi}{4} - 3x\right) = \sin\left(\frac{\pi}{4} + 3x\right) \quad (1)$$

یا

$$\cos\left(\frac{\pi}{4} - 3x\right) = \sin\left(\frac{\pi}{2} + \frac{\pi}{4} - 3x\right)$$

$$\Rightarrow \cos\left(\frac{\pi}{4} - 3x\right) = \sin\left(\frac{3\pi}{4} - 3x\right) \quad (2)$$

$\cos\left(\frac{\pi}{4} - 3x\right)$ را به جای $\sin\left(\frac{\pi}{4} + 3x\right)$ در صورت سؤال قرار می‌دهیم، داریم:

$$\sin\left(x + \frac{3\pi}{4}\right) = \sin\left(\frac{\pi}{4} + 3x\right) \Rightarrow x + \frac{3\pi}{4} = \frac{\pi}{4} + 3x$$

$$\Rightarrow 2x = \frac{\pi}{4} \Rightarrow x_1 = \frac{\pi}{16}$$

$\cos\left(\frac{\pi}{4} - 3x\right)$ را به جای $\sin\left(\frac{3\pi}{4} - 3x\right)$ در صورت سؤال قرار می‌دهیم، داریم:

$$\sin\left(x + \frac{3\pi}{4}\right) = \sin\left(\frac{3\pi}{4} - 3x\right) \Rightarrow x + \frac{3\pi}{4} = \frac{3\pi}{4} - 3x$$

$$\Rightarrow 4x = \frac{3\pi}{4} \Rightarrow x_2 = \frac{3\pi}{32} \Rightarrow x_1 + x_2 = \frac{5\pi}{32}$$

(ریاضی ۲، روابط تکمیلی بین نسبت‌های مثلثاتی، صفحه‌های ۷۹ تا ۸۷)

۴

۳ ✓

۲

۱

(رهیم مشتاق نظم)

$$\left(\frac{\pi}{2}, 0\right) \in f \Rightarrow f\left(\frac{\pi}{2}\right) = 0 \Rightarrow a \sin\left(\frac{\pi}{2} + b\right) = 0$$

\Rightarrow $\frac{\pi}{2}$ مضرب فردی از b
 $-\pi \leq b \leq \pi$

با توجه به:

و از طرفی با توجه شکل نمودار $y=\sin x$ به اندازه $\frac{\pi}{2}$ به سمت چپ

انتقال داده شده است. پس: $b = \frac{\pi}{2}$

$$\frac{b = \frac{\pi}{2}}{\rightarrow (0, 2) \in f \Rightarrow f(0) = 2 \Rightarrow a \sin \frac{\pi}{2} = 2 \Rightarrow a = 2}$$

$$f(x) = 2 \sin\left(x + \frac{\pi}{2}\right) = 2 \cos x \Rightarrow f\left(\frac{\pi}{3}\right) = 2 \times \frac{1}{2} = 1$$

(ریاضی ۲، توابع مثلثاتی، صفحه‌های ۱۱ تا ۱۳)

۴

۳

۲

۱✓

(نیما سلطانی)

-۱۱۲

این نمودار، نمودار تابع $y=\sin x$ است که به اندازه $\frac{\pi}{3}$ واحد به سمت راست انتقال داده شده است. پس ضابطه آن به صورت

$$y = \sin\left(x - \frac{\pi}{3}\right)$$

۴✓

۳

۲

۱

ریاضی، ریاضی ۲ - گواه، روابط تکمیلی بین نسبت‌های مثلثاتی، مثلثات - 13961204

-۱۰۱

(کتاب آبی)

زاویه 82° در ناحیه اول و سینوس در آن مثبت است، پس $\sin 82^\circ > 0$.

زاویه 171° در ناحیه دوم و تانژانت در آن منفی است، پس $\tan 171^\circ < 0$.

زاویه 262° در ناحیه سوم و کسینوس در آن منفی است، پس $\cos 262^\circ < 0$.

زاویه 279° در ناحیه چهارم و کتانژانت در آن منفی است، پس $\cot 279^\circ < 0$.

(ریاضی ۲، روابط تکمیلی بین نسبت‌های مثلثاتی، صفحه‌های ۷۹ تا ۷۷)

۴✓

۳

۲

۱

(کتاب آبی)

با استفاده از اتحاد $\cot^2 \alpha = \frac{1}{\sin^2 \alpha} + 1$ خواهیم داشت:

$$x = \frac{2}{\sin \alpha} \Rightarrow 9x^2 = 9 \left(\frac{4}{\sin^2 \alpha} \right) = 36 \left(\frac{1}{\sin^2 \alpha} \right)$$

$$= 36(1 + \cot^2 \alpha) = 36 \left(1 + \frac{y^2}{9} \right) = 36 + 4y^2$$

(ریاضی ۲، روابط تکمیلی بین نسبت‌های مثلثاتی، صفحه‌های ۷۷ تا ۷۹)

۴✓

۳

۲

۱

(کتاب آبی)

$\cos \theta + \cos(\pi - \theta) = \cos \theta - \cos \theta = 0$

گزینه (۱):

$\sin(\pi - \theta) = \sin \theta$

گزینه (۲):

$\sin \pi - \sin \theta = 0 - \sin \theta = -\sin \theta \Rightarrow \sin(\pi - \theta) \neq \sin \pi - \sin \theta$

$\cos^2 \left(\frac{\pi}{2} - \theta \right) + \cos^2 \theta = \sin^2 \theta + \cos^2 \theta = 1$

گزینه (۳):

$\cos(\pi + \theta) + \sin \left(\frac{\pi}{2} + \theta \right) = -\cos \theta + \cos \theta = 0$

گزینه (۴):

(ریاضی ۲، روابط تکمیلی بین نسبت‌های مثلثاتی، صفحه‌های ۷۷ تا ۷۹)

۴

۳

۲✓

۱

(کتاب آبی)

$$\cos \frac{2\pi}{3} = \cos(\pi - \frac{\pi}{3}) = -\cos \frac{\pi}{3} = -\frac{1}{2}$$

$$2\cos^2 \left(\frac{2\pi}{3} \right) - 1 = 2\left(-\frac{1}{2}\right)^2 - 1 = \frac{1}{2} - 1 = -\frac{1}{2}$$

با محاسبه گزینه‌ها:

$\cos 210^\circ = \cos(180^\circ + 30^\circ) = -\cos 30^\circ = -\frac{\sqrt{3}}{2}$ × گزینه (۱):

$-\sin 210^\circ = -\sin(180^\circ + 30^\circ) = \sin 30^\circ = \frac{1}{2}$ × گزینه (۲):

$\cos 240^\circ = \cos(180^\circ + 60^\circ) = -\cos 60^\circ = -\frac{1}{2}$ ✓ گزینه (۳):

۴

۳✓

۲

۱

(کتاب آبی)

تابع با ضابطه $f(x) = k \times a^x$ و $a > 0$ را یک تابع با رفتار نمایی می‌نامیم. به عبارت دیگر هرگاه در یک عبارت توانی، متغیر با توجه به شرایط گفته شده (پایه مثبت و مخالف یک) در نما قرار گیرد، تابع دارای رفتار نمایی است. پس گزینه‌های (۱) و (۲) ضابطه تابع نمایی نیستند. تابع گزینه (۴)، یک تابع درجه دوم است. (ریاضی ۲، تابع نمایی و ویژگی‌های آن، صفحه‌های ۹۶ تا ۱۰۳)

۴

۳✓

۲

۱

(کتاب آبی)

$$\begin{aligned} f(x+2) - 2f(x+1) &= 3^{x+2} - 2 \times 3^{x+1} \\ &= 3^x \times 3^2 - 2 \times 3^x \times 3^1 \\ &= 9 \times 3^x - 6 \times 3^x = 3 \times 3^x = 3f(x) \end{aligned}$$

(ریاضی ۲، تابع نمایی و ویژگی‌های آن، صفحه‌های ۹۶ تا ۱۰۳)

۴✓

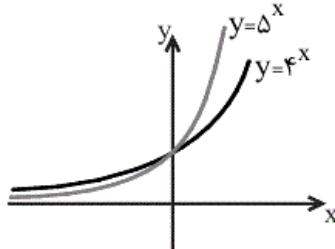
۳

۲

۱

(کتاب آبی)

با رسم دو نمودار $y = 4^x$ و $y = 5^x$ در یک دستگاه مختصات، مقادیر قابل قبول برای x را تعیین می‌کنیم:



با توجه به نمودار، به ازای $x < 0$ ، نمودار $y = 4^x$ بالای نمودار $y = 5^x$ قرار می‌گیرد.

$$4^x > 5^x \Rightarrow x < 0$$

در نتیجه:

(ریاضی ۲، تابع نمایی و ویژگی‌های آن، صفحه‌های ۹۶ تا ۱۰۳)

۴✓

۳

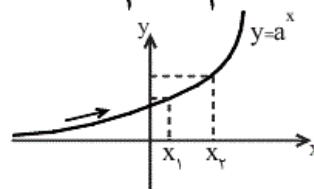
۲

۱

(کتاب آبی)

برای مقایسه عبارت‌های توانی با هم، پایه‌ها را یکی کرده و نمایها را با هم مقایسه می‌کنیم. توجه کنید که با توجه به نمودار تابع $(a > 1) : y = a^x$

$$a^{x_1} < a^{x_2} \xrightarrow{a > 1} x_1 < x_2$$



در هر دو نامساوی سعی می‌کنیم پایه‌ها را برابر کرده و سپس نمایها را با توجه به نمودار بالا با هم مقایسه کنیم.

$$\begin{cases} 9^{\sqrt{3}} = (3^2)^{\sqrt{3}} = 3^{2\sqrt{3}} \approx 3^{3/4} \\ 27 = 3^3 \end{cases} \Rightarrow 9^{\sqrt{3}} > 3^3 \quad \checkmark$$

$$\left(\frac{1}{2} / 25 \right)^{\sqrt{35}} = \left(\frac{1}{4} \right)^{\sqrt{35}} = (2^{-2})^{\sqrt{35}} = 2^{-2\sqrt{35}}$$

$$\left(\frac{1}{16^3} \right) = \frac{1}{(2^4)^3} = \frac{1}{2^{12}} = 2^{-12}$$

از آنجایی که $6 < 6^{\sqrt{35}} < 2^{\sqrt{35}} < -12$ پس $\sqrt{35} < -2\sqrt{35} < -12$ ، در نتیجه:

$$-2\sqrt{35} > -12 \Rightarrow 2^{-2\sqrt{35}} > 2^{-12}$$

$$\left(\frac{1}{2} / 25 \right)^{\sqrt{35}} > \frac{1}{16^3} \quad \checkmark$$

بنابراین:

(ریاضی ۲، تابع نمایی و ویژگی‌های آن، صفحه‌های ۹۶ تا ۱۰۴)

۴✓

۳

۲

۱

(کتاب آبی)

می‌دانیم $1^{-1} = 2^0 = \frac{1}{2} = 2^{-1}$ و $4 = 2^2$ پس:

$$4 \times 2^{x+1} = (2^2) \times 2^{x+1} = (2^{-1})^x \Rightarrow 2^{2+x+1} = 2^{-x}$$

$$\Rightarrow 2^{3+x} = 2^{-x} \Rightarrow 3+x = -x \Rightarrow 3 = -2x \Rightarrow \frac{-3}{2} = x$$

(ریاضی ۲، تابع نمایی و ویژگی‌های آن، صفحه‌های ۹۶ تا ۱۰۴)

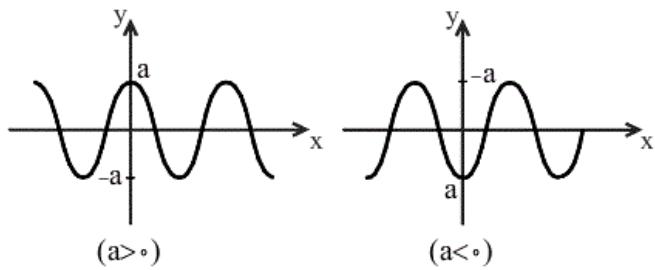
۴

۳✓

۲

۱

نمودار تابع $y = a \cos x$ با توجه به مقادیر a به یکی از دو صورت زیر است:



تابع در بازه $(-\frac{\pi}{2}, \frac{\pi}{2})$ افزایشی است، پس $a > 0$ است. از طرفی حداکثر مقدار تابع $|a|$ و حداقل آن $-|a|$ است، پس در تابع $y = a \cos x + b$ خواهیم داشت:

$$\text{اختلاف حداکثر و حداقل} = (\underbrace{|a| + b}_{\text{حداکثر}}) - (\underbrace{-|a| + b}_{\text{حداقل}}) = 2|a| = 6$$

$$|a| = 3 \xrightarrow{a < 0} -a = 3 \Rightarrow a = -3$$

بنابراین $b = f(\frac{\pi}{3}) = \frac{1}{2}$ ، از طرفی $f(x) = -3 \cos x + \frac{1}{2}$ ، پس:

$$\frac{(\frac{\pi}{3}, \frac{1}{2}) \in f}{\frac{1}{2} = -3 \times \frac{1}{2} + b} \Rightarrow b = 2$$

(ریاضی ۲، توابع مثلثاتی، صفحه‌های ۱۱ تا ۹۳)

۴

۳

۲✓

۱

ریاضی، ریاضی ۲- گواه-سوالات موازی، روابط تکمیلی بین نسبت‌های مثلثاتی، مثلثات - ۱۳۹۶۱۲۰۴

زاویه 82° در ناحیه اول و سینوس در آن مثبت است، پس $\sin 82^\circ$.

زاویه 171° در ناحیه دوم و تانژنت در آن منفی است، پس $\tan 171^\circ$.

زاویه 262° در ناحیه سوم و کسینوس در آن منفی است، پس $\cos 262^\circ$.

۴✓

۳

۲

۱

(کتاب آبی)

$$\frac{1}{\cos x} - \sin x \cdot \frac{\sin x}{\cos x} < 0 \Rightarrow \frac{1}{\cos x} - \frac{\sin^2 x}{\cos x} < 0$$

$$\Rightarrow \frac{\frac{\cos^2 x}{\cos x}}{1 - \frac{\sin^2 x}{\cos x}} < 0 \Rightarrow \cos x < 0$$

پس انتهای کمان x باید در ناحیه دوم یا سوم قرار داشته باشد.

$$\sin x + \tan x > 0 \Rightarrow \sin x + \frac{\sin x}{\cos x} > 0$$

$$\Rightarrow \sin x \left(\frac{1 + \cos x}{\cos x} \right) > 0 \Rightarrow \tan x \underbrace{(1 + \cos x)}_{\text{همواره نامنفی}} > 0$$

$$\Rightarrow \tan x > 0$$

مقدار تانژانت در ناحیه‌های اول و سوم مثبت است، پس با توجه به قسمت اول، باید انتهای کمان x در ناحیه سوم باشد.

(ریاضی ۲، روابط تکمیلی بین نسبت‌های مثلثاتی، صفحه‌های ۷۷ تا ۷۹)

۴

۳✓

۲

۱

(کتاب آبی)

با استفاده از اتحاد $\cot^2 \alpha = \frac{1}{\sin^2 \alpha} + 1$ خواهیم داشت:

$$x = \frac{2}{\sin \alpha} \Rightarrow 9x^2 = 9 \left(\frac{4}{\sin^2 \alpha} \right) = 36 \left(\frac{1}{\sin^2 \alpha} \right)$$

$$= 36(1 + \cot^2 \alpha) = 36 \left(1 + \frac{y^2}{9} \right) = 36 + 4y^2$$

(ریاضی ۲، روابط تکمیلی بین نسبت‌های مثلثاتی، صفحه‌های ۷۷ تا ۷۹)

۴✓

۳

۲

۱

(کتاب آبی)

$$\sin^2 \theta + \cos^2 \theta = 1 \Rightarrow \sin^2 \theta + \frac{9}{25} = 1 \Rightarrow \sin^2 \theta = \frac{16}{25}$$

$$\Rightarrow \sin \theta = \frac{4}{5} \text{ یا } \sin \theta = -\frac{4}{5}$$

نقطه انتهایی کمان θ در ربع سوم دایره مثلثاتی قرار دارد، پس $\sin \theta = -\frac{4}{5}$ قابل قبول است.

$$\tan \theta = \frac{\sin \theta}{\cos \theta} = \frac{-\frac{4}{5}}{-\frac{3}{5}} = \frac{4}{3}$$

$$\frac{\tan \theta}{1 - \tan^2 \theta} = \frac{\frac{4}{3}}{1 - \frac{16}{9}} = \frac{\frac{4}{3}}{-\frac{7}{9}} = -\frac{12}{7}$$

(ریاضی ۲، روابط تکمیلی بین نسبت‌های مثلثاتی، صفحه‌های ۷۷ تا ۷۹)

 ۱ ۲ ۳ ۴ ✓

(کتاب آبی)

-۱۲۵-

$$\cos \theta + \cos(\pi - \theta) = \cos \theta - \cos \theta = 0$$

گزینه (۱):

$$\sin(\pi - \theta) = \sin \theta$$

گزینه (۲):

$$\sin \pi - \sin \theta = 0 - \sin \theta = -\sin \theta$$

$$\Rightarrow \sin(\pi - \theta) \neq \sin \pi - \sin \theta$$

$$\cos^2 \left(\frac{\pi}{2} - \theta \right) + \cos^2 \theta = \sin^2 \theta + \cos^2 \theta = 1$$

گزینه (۳):

$$\cos(\pi + \theta) + \sin \left(\frac{\pi}{2} + \theta \right) = -\cos \theta + \cos \theta = 0$$

گزینه (۴):

(ریاضی ۲، روابط تکمیلی بین نسبت‌های مثلثاتی، صفحه‌های ۷۹ تا ۸۱)

 ۱ ۲ ۳ ✓ ۴

(کتاب آبی)

$$\cos \frac{2\pi}{3} = \cos(\pi - \frac{\pi}{3}) = -\cos \frac{\pi}{3} = -\frac{1}{2}$$

$$2\cos^2\left(\frac{2\pi}{3}\right) - 1 = 2\left(-\frac{1}{2}\right)^2 - 1 = \frac{1}{2} - 1 = -\frac{1}{2}$$

با محاسبه گزینه‌ها:

گزینه (۱): $\cos 210^\circ = \cos(180^\circ + 30^\circ) = -\cos 30^\circ = -\frac{\sqrt{3}}{2} \times$

گزینه (۲): $-\sin 210^\circ = -\sin(180^\circ + 30^\circ) = \sin 30^\circ = \frac{1}{2} \times$

گزینه (۳): $\cos 240^\circ = \cos(180^\circ + 60^\circ) = -\cos 60^\circ = -\frac{1}{2} \checkmark$

گزینه (۴): $-\sin 240^\circ = -\sin(180^\circ + 60^\circ) = -(-\sin 60^\circ) = \frac{\sqrt{3}}{2} \times$

(ریاضی ۲، روابط تکمیلی بین نسبت‌های مثلثاتی، صفحه‌های ۷۹ تا ۸۷)

۴

۳✓

۲

۱

(کتاب آبی)

یادآور می‌شویم وقتی مضرب فرد $\frac{\pi}{2}$ داشته باشیم، سینوس به کسینوس و به عکس تبدیل می‌شوند، در بقیه موارد فقط به علامت نسبت در ناحیه توجه می‌کنیم. بنابراین:

$$A = \frac{\sin(180^\circ - 20^\circ) - \cos(180^\circ + 20^\circ)}{\cos(90^\circ + 20^\circ) + \sin(90^\circ - 20^\circ)} = \frac{\sin 20^\circ + \cos 20^\circ}{-\sin 20^\circ + \cos 20^\circ}$$

از $\cos 20^\circ$ فاکتور می‌گیریم:

$$A = \frac{\cos 20^\circ \left(\frac{\sin 20^\circ}{\cos 20^\circ} + 1 \right)}{\cos 20^\circ \left(-\frac{\sin 20^\circ}{\cos 20^\circ} + 1 \right)} = \frac{\tan 20^\circ + 1}{-\tan 20^\circ + 1}$$

$$= \frac{136}{-136+1} = \frac{100}{-64} = \frac{17}{8}$$

(ریاضی ۲، روابط تکمیلی بین نسبت‌های مثلثاتی، صفحه‌های ۷۹ تا ۸۷)

۴

۳✓

۲

۱

گزینه (۲):

$$y = \sin\left(\frac{3\pi}{2} + x\right) = \sin\left(\cancel{\pi} - \left(\frac{\pi}{2} - x\right)\right)$$

$$= -\sin\left(\frac{\pi}{2} - x\right) = -\cos x$$

گزینه (۳):

$$y = \cos(7\pi + x) = \cos(6\pi + (\pi + x))$$

$$= \cos(\pi + x) = -\cos x$$

گزینه (۴):

$$y = \sin\left(\frac{5\pi}{2} + x\right) = \sin\left(\cancel{\pi} + \left(\frac{\pi}{2} + x\right)\right)$$

$$= \sin\left(\frac{\pi}{2} + x\right) = \cos x$$

بنابراین با توجه به نمودار داده شده، ضابطه گزینه (۴) مربوط به نمودار داده شده نیست.

راه حل دوم: به ازای $x = 0$ ، باید عرض نمودار (مقدار تابع) منفی باشد. در گزینه‌های ۱، ۲ و ۳، مقدار تابع به ازای $x = 0$ ، برابر (-1) است و فقط در گزینه (۴)، به ازای $x = 0$ مقدار تابع برابر یک است. (ریاضی ۲، توابع مثلثاتی، صفحه‌های ۱۱ تا ۹۳)

۴✓

۳

۲

۱

-۱۲۹

(کتاب آبی)

ابتدا نمودار تابع $y_1 = \cos(x - 1) + 1$ را یک واحد به پایین انتقال می‌دهیم:

$$y_1 = \cos(x - 1) + 1 \xrightarrow{\text{یک واحد به پایین}} y_2 = \cos(x - 1)$$

سپس نمودار y_2 را یک واحد به چپ انتقال می‌دهیم:

$$y_2 = \cos(x - 1) \xrightarrow{\text{یک واحد به چپ}} y_3 = \cos x$$

بنابراین باید نمودار y_1 را یک واحد به پایین و سپس یک واحد به چپ انتقال دهیم.

(ریاضی ۲، توابع مثلثاتی، صفحه‌های ۱۱ تا ۹۳)

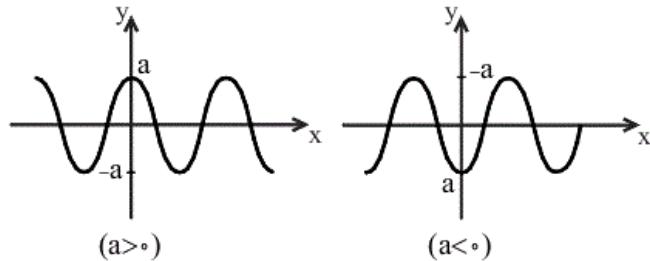
۴✓

۳

۲

۱

نمودار تابع $y = a \cos x$ با توجه به مقادیر a به یکی از دو صورت زیر است:



تابع در بازه $(-\frac{\pi}{2}, \frac{\pi}{2})$ افزایشی است، پس $a > 0$ است. از طرفی حداقل مقدار تابع $|a|$ و حداقل آن $-|a|$ است، پس در تابع $y = a \cos x + b$ خواهیم داشت:

$$(\underbrace{|a| + b} - \underbrace{(-|a| + b)} = 2|a| = 6$$

$$|a| = 3 \xrightarrow{a < 0} -a = 3 \Rightarrow a = -3$$

بنابراین b , $f(x) = -3 \cos x + b$, از طرفی $f\left(\frac{\pi}{3}\right) = \frac{1}{2}$, پس:

$$\frac{1}{2} = -3 \times \frac{1}{2} + b \Rightarrow b = 2$$

(ریاضی ۲، توابع مثلثاتی، صفحه‌های ۱۱ تا ۹۴)

۴

۳

۲✓

۱