



سایت ویژه ریاضیات www.riazisara.ir

درسنامه ها و جزوه های ریاضی

سوالات و پاسخنامه تشریحی کنکور

نمونه سوالات امتحانات ریاضی

نرم افزارهای ریاضیات

...

کانال سایت ریاضی سرا در تلگرام:

<https://t.me/riazisara>



(@riazisara)

ریاضی، ریاضی 1، عبارت های جبری، توان های گویا و عبارت های جبری - 13961120

۵۹- حاصل عبارت $\frac{x^6+1}{x^5-x^3+x}$ به ازای $x = -2\sqrt{2}$ کدام است؟

(۱) -۱۲

(۲) $-\frac{9\sqrt{2}}{4}$

(۳) $-9\sqrt{2}$

(۴) $-\frac{9}{2}\sqrt{2}$

شما پاسخ نداده اید

۶۴- حاصل عبارت $x^3 - 3\sqrt{3}x^2 + 9x - 3\sqrt{3}$ به ازای $x = 2 + \sqrt{3}$ کدام است؟

(۱) ۸

(۲) $8 + \sqrt{3}$

(۳) $8 + 3\sqrt{3}$

(۴) ۱۱

شما پاسخ نداده اید

۶۵- اگر $A = \sqrt{5} - \sqrt{2}$ باشد، حاصل عبارت $B = \frac{1}{\sqrt{5}-A} + \frac{1}{A+\sqrt{5}}$ چند برابر $\sqrt{5}$ است؟

(۱) $\sqrt{2}$

(۲) $\frac{1}{2}$

(۳) ۱

(۴) $\frac{\sqrt{2}}{2}$

شما پاسخ نداده اید

۶۷- خلاصه شده عبارت $(\frac{1}{\sqrt[3]{3}-\sqrt[3]{2}} - \sqrt[3]{9} - \sqrt[3]{6})^{1/5}$ کدام است؟

(۱) $\sqrt[3]{2}$

(۲) ۲

(۳) $\sqrt[3]{2^2}$

(۴) $\sqrt[3]{2}$

شما پاسخ نداده اید

۶۹- حاصل عبارت $\frac{2\sqrt{6}}{\sqrt{3} + \sqrt{2} + \sqrt{5}}$ کدام است؟

(۱) $\sqrt{3} + \sqrt{2} - \sqrt{5}$

(۲) $\sqrt{3} - \sqrt{5} - \sqrt{2}$

(۳) $\sqrt{3} + \sqrt{2} - 2\sqrt{5}$

(۴) $\sqrt{5} - \sqrt{3} - \sqrt{2}$

شما پاسخ نداده اید

ریاضی، ریاضی 1، معادله درجه دوم و روش های مختلف حل آن، معادله ها و نامعادله ها - 13961120

۵۲- چه عددی را به طرفین معادله زیر اضافه کنیم تا بتوانیم با استفاده از روش مربع کامل آن را حل کنیم؟

$$x^2 + \sqrt{\frac{5-2\sqrt{6}}{2}}x = 0$$

(۱) $\frac{5+2\sqrt{6}}{8}$

(۲) $\frac{1}{2}(\frac{\sqrt{3}-\sqrt{2}}{2})^2$

(۳) $\sqrt{3} - \sqrt{2}$

(۴) $(\frac{\sqrt{3}+\sqrt{2}}{2})^2$

شما پاسخ نداده اید

ریاضی، ریاضی 1، سهمی، معادله ها و نامعادله ها - 13961120

۵۷- محور تقارن سهمی $y = x^2 + 4x + k$ منحنی را در نقطه‌ای به عرض ۲- قطع می‌کند. طول پاره خطی

که سهمی روی محور x ها ایجاد می‌کند، کدام است؟

(۱) $2\sqrt{3}$

(۲) $4\sqrt{3}$

(۳) $2\sqrt{2}$

(۴) $4\sqrt{2}$

شما پاسخ نداده اید

۷۰- اگر یک سهمی از نقاط $A(1, 3)$ و $B(3, 3)$ بگذرد و رأس آن روی خط $y = -x$ قرار داشته باشد، رأس

این سهمی با رأس کدام یک از سهمی‌های زیر یکسان است؟

$$y = x^2 + 4x + 6 \quad (1) \qquad y = \frac{1}{3}x^2 + \frac{4}{3}x - \frac{2}{3} \quad (2)$$

$$y = \frac{3}{2}x^2 - 6x + 4 \quad (3) \qquad y = \frac{1}{4}x^2 - x + 3 \quad (4)$$

شما پاسخ نداده اید

۶۶- محور تقارن سهمی $y = -2x^2 + 5x - 1$ خط به معادله $ax - 2y = 1$ را در نقطه‌ای به عرض $\frac{11}{8}$ قطع

می‌کند. a کدام است؟

$$2 \quad (1) \qquad 3 \quad (2)$$

$$-2 \quad (3) \qquad -3 \quad (4)$$

شما پاسخ نداده اید

۶۲- اگر سهمی $y = ax^2 - bx + c$ محور عرض‌ها را در نقطه‌ای به عرض $-\frac{4}{b}$ و محور طول‌ها را فقط در

نقطه‌ای به طول -2 قطع کند، a کدام است؟ (سهمی پایین محور x ها قرارداد).

$$-\frac{1}{2} \quad (1) \qquad \frac{1}{2} \quad (2) \qquad -2 \quad (3) \qquad -\frac{1}{4} \quad (4)$$

شما پاسخ نداده اید

ریاضی، ریاضی 1، تعیین علامت، معادله‌ها و نامعادله‌ها - 13961120

۶۳- مجموعه مقادیر x به طوری که دو عبارت $A = \frac{x^2(2x-1)}{3-x}$ و $B = (7x+2)(x-3)$ هم‌علامت باشند،

کدام است؟ (بزرگ‌ترین بازه را انتخاب کنید).

$$(-\infty, -\frac{2}{7}) \cup (0, \frac{1}{7}) \quad (2) \qquad (-\infty, -\frac{2}{7}) \quad (1)$$

$$(-\infty, \frac{1}{7}) \quad (4) \qquad (-\infty, 0) \quad (3)$$

۶۸- به ازای چند مقدار صحیح x ، اعداد x^2 ، $3x$ و 4 می‌توانند اضلاع یک مثلث باشند؟

(۱) ۲

(۲) ۴

(۳) ۵

(۴) بیشمار

شما پاسخ نداده اید

۵۸- به ازای کدام مجموعه مقادیر a ، هر نقطه از نمودار تابع با ضابطه $f(x) = (a-1)x^2 + 2\sqrt{2}x + a$ بالای

محور x هاست؟

(۱) $a < -1$

(۲) $a > 1$

(۳) $a > 2$

(۴) $1 < a < 2$

شما پاسخ نداده اید

۶۰- چند عدد صحیح در مجموعه جواب نامعادله زیر قرار دارد؟

$$||x| - 2| < 3$$

(۱) ۸

(۲) ۹

(۳) ۱۰

(۴) ۱۲

شما پاسخ نداده اید

۶۱- مجموعه مقادیر m کدام باشد تا عبارت $\frac{(m-1)x^2 + 6x + 2m + 1}{-x^2 - x - 2}$ برای هر مقدار دلخواه x منفی باشد؟

(۱) $m < -2$

(۲) $m > 2/5$

(۳) $1 < m < 2$

(۴) $1 < m < 2/5$

شما پاسخ نداده اید

۵۳- اگر بازه $(-\frac{1}{4}, \frac{3}{5})$ بزرگ‌ترین بازه‌ای باشد که عبارت $D = (ax + b)(cx + d)$ در آن بازه مثبت است،

حاصل $\frac{ad}{bc}$ کدام می‌تواند باشد؟ ($ac < 0$)

(۱) $\frac{6}{5}$

(۲) $-\frac{3}{10}$

(۳) $\frac{3}{10}$

(۴) $-\frac{6}{5}$

شما پاسخ نداده اید

۵۴- اگر مجموعه جواب نامعادله $(x^2 + mx + m) < (x - 3)(x^2 + mx + m) < 0$ به صورت بازه $(-\infty, \frac{3}{2})$ باشد، m چه

مقادیری می تواند باشد؟

(۲) $0 < m < 4$

(۱) $0 \leq m \leq 4$

(۴) $-4 \leq m \leq 4$

(۳) $-4 < m < 4$

شما پاسخ نداده اید

۵۵- اگر مجموعه جواب نامعادله $ax^2 + ax + 3 < 0$ به صورت $R - [b, 1]$ باشد، $a + b$ کدام است؟

(۲) $\frac{1}{2}$

(۱) $-\frac{7}{2}$

(۴) -1

(۳) $-\frac{45}{2}$

شما پاسخ نداده اید

۵۶- عبارت $A = \frac{x^2(x-7)}{3x-87}$ به ازای چه تعداد از اعداد طبیعی کوچک تر از ۱۰۱، مثبت است؟

(۲) ۷۷

(۱) ۷۶

(۴) ۷۹

(۳) ۷۸

شما پاسخ نداده اید

۵۱- مجموعه جواب نامعادله $|\frac{3x-1}{2} - 1| \leq 2$ شامل چند عدد طبیعی است؟

(۴) ۴

(۳) ۳

(۲) ۲

(۱) ۱

شما پاسخ نداده اید

ریاضی، ریاضی 1، عبارت های جبری، توان های گویا و عبارت های جبری - 13961120

«علی ارجمند»

-۵۹

$$\frac{x^6 + 1}{x^5 - x^3 + x} = \frac{(x^2)^3 + 1^3}{x(x^4 - x^2 + 1)} = \frac{(x^2 + 1)(x^4 - x^2 + 1)}{x(x^4 - x^2 + 1)}$$

$$= \frac{x^2 + 1}{x} \xrightarrow{x = -2\sqrt{2}}$$

$$\frac{x^2 + 1}{x} = \frac{8 + 1}{-2\sqrt{2}} = \frac{9 \times \sqrt{2}}{-2 \times 2} = -\frac{9\sqrt{2}}{4}$$

(صفحه های ۶۲ تا ۶۵ کتاب درسی) (توان های گویا و عبارت های جبری)

۴

۳

۲

۱

«مهمرب بصرایی»

-۶۴

با استفاد از اتحاد مکعب تفاضل، عبارت داده شده را تجزیه می کنیم:

$$x^3 - 3\sqrt{3}x^2 + 9x - 3\sqrt{3} = (x - \sqrt{3})^3$$

$$\xrightarrow{x = 2 + \sqrt{3}} (2 + \sqrt{3} - \sqrt{3})^3 = 2^3 = 8$$

(صفحه های ۶۲ تا ۶۵ کتاب درسی) (توان های گویا و عبارت های جبری)

۴

۳

۲

۱

«حسن نهمتی ناهوک»

$$B = \frac{1}{\sqrt{5}-A} + \frac{1}{\sqrt{5}+A} = \frac{\sqrt{5}+A+\sqrt{5}-A}{(\sqrt{5}-A)(\sqrt{5}+A)} = \frac{2\sqrt{5}}{5-A^2}$$

اتحاد مزدوج

$$\Rightarrow B = \frac{2\sqrt{5}}{5-(\sqrt{5}-\sqrt{2})^2} = \frac{2\sqrt{5}}{5-(5-\sqrt{2})} = \frac{2\sqrt{5}}{\cancel{5}-\cancel{5}+\sqrt{2}}$$

$$\Rightarrow B = \frac{2\sqrt{5}}{\sqrt{2}} \times \frac{\sqrt{2}}{\sqrt{2}} = \frac{2\sqrt{2}}{2} \times \sqrt{5} = \sqrt{2} \times \sqrt{5}$$

پس $\sqrt{2}$ برابر $\sqrt{5}$ است.

(صفحه‌های ۶۲ تا ۶۷ کتاب درسی) (توان‌های گویا و عبارت‌های پیروی)

۴

۳

۲

۱✓

«مهدی نصرالهی»

-۶۷

به کمک اتحاد چاق و لاغر گویا می‌کنیم:

$$\frac{1}{\sqrt[3]{3}-\sqrt[3]{2}} \times \frac{\sqrt[3]{9}+\sqrt[3]{6}+\sqrt[3]{4}}{\sqrt[3]{9}+\sqrt[3]{6}+\sqrt[3]{4}}$$

$$\frac{\sqrt[3]{9}+\sqrt[3]{6}+\sqrt[3]{4}}{(\sqrt[3]{3})^3-(\sqrt[3]{2})^3} = \frac{\sqrt[3]{9}+\sqrt[3]{6}+\sqrt[3]{4}}{3-2} = \sqrt[3]{9}+\sqrt[3]{6}+\sqrt[3]{4}$$

حال در صورت مساله جایگزین می‌کنیم:

$$(\sqrt[3]{9}+\sqrt[3]{6}+\sqrt[3]{4}-\sqrt[3]{9}-\sqrt[3]{6})^2 = (\frac{1}{4})^2 = (\frac{1}{4})^2 = 2$$

(صفحه‌های ۶۲ تا ۶۷ کتاب درسی) (توان‌های گویا و عبارت‌های پیروی)

۴

۳

۲✓

۱

«سیمین کلانتریون»

-۶۹

$$\frac{2\sqrt{6}}{\sqrt{3}+\sqrt{2}+\sqrt{5}} \xrightarrow[\text{ضرب و تقسیم می‌کنیم}]{\text{در مزدوج مخرج}} \frac{2\sqrt{6}}{\sqrt{3}+\sqrt{2}+\sqrt{5}} \times \frac{\sqrt{3}+\sqrt{2}-\sqrt{5}}{\sqrt{3}+\sqrt{2}-\sqrt{5}}$$

$$= \frac{2\sqrt{6}(\sqrt{3}+\sqrt{2}-\sqrt{5})}{(\sqrt{3}+\sqrt{2})^2-(\sqrt{5})^2} = \frac{2\sqrt{6}(\sqrt{3}+\sqrt{2}-\sqrt{5})}{\cancel{3}+\cancel{2}+2\sqrt{6}-\cancel{5}}$$

اتحاد مربع

$$= \frac{2\sqrt{6}(\sqrt{3}+\sqrt{2}-\sqrt{5})}{2\sqrt{6}} = \sqrt{3}+\sqrt{2}-\sqrt{5}$$

(صفحه‌های ۶۲ تا ۶۷ کتاب درسی) (توان‌های گویا و عبارت‌های پیروی)

۴

۳

۲

۱✓

-۵۲

«ریمع مشتاق نظم»

برای حل معادله $x^2 + bx = 0$ از روش مربع کامل باید به طرفین

معادله $(\frac{b}{2})^2$ را اضافه کنیم، پس خواهیم داشت:

$$\begin{aligned} \left(\frac{b}{2}\right)^2 &= \left(\frac{\sqrt{\frac{5-2\sqrt{6}}{2}}}{2}\right)^2 = \frac{5-2\sqrt{6}}{4} = \frac{5-2\sqrt{6}}{8} \\ &= \frac{(\sqrt{3}-\sqrt{2})^2}{8} = \frac{1}{2} \left(\frac{\sqrt{3}-\sqrt{2}}{2}\right)^2 \end{aligned}$$

(صفحه‌های ۷۳ و ۷۴ کتاب درسی) (معادله‌ها و نامعادله‌ها)

۴

۳

۲

۱

محل برخورد سهمی با خط تقارنش همان رأس سهمی است که عرض

آن از فرمول $-\frac{\Delta}{4a}$ به دست می آید.

$$\Delta = (۴)^2 - ۴(۱)(k) = ۱۶ - ۴k \quad (۱)$$

$$-\frac{\Delta}{4a} = -۲ \Rightarrow \frac{\Delta}{4a} = ۲ \Rightarrow \Delta = ۸a \xrightarrow{a=۱} \Delta = ۸ \quad (۲)$$

$$\xrightarrow{(۲), (۱)} ۱۶ - ۴k = ۸ \Rightarrow ۸ = ۴k \Rightarrow k = ۲$$

معادله سهمی: $y = x^2 + ۴x + ۲$

$$\left. \begin{array}{l} x_1 = \frac{-۴ + \sqrt{۸}}{۲} \\ x_2 = \frac{-۴ - \sqrt{۸}}{۲} \end{array} \right\} \begin{array}{l} \text{فاصله بین ریشه‌ها} \\ \text{روی محور } x \text{ ها} \end{array} \rightarrow$$

$$\left| \frac{-۴ - \sqrt{۸}}{۲} - \frac{-۴ + \sqrt{۸}}{۲} \right| = \left| -\frac{۲\sqrt{۸}}{۲} \right| = \sqrt{۸} = ۲\sqrt{۲}$$

(صفحه‌های ۷۹ تا ۸۱ کتاب درسی) (معادله‌ها و نامعادله‌ها)

۴

۳ ✓

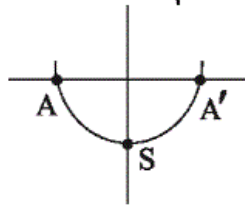
۲

۱

«شکلیب رهیبی»

با توجه به اینکه قرینه هر نقطه سهمی نسبت به محور تقارن بر روی خود سهمی قرار دارد، پس می‌توانیم x_S را به صورت زیر به دست آوریم:

$$x_S = \frac{x_A + x_{A'}}{2}$$



محور تقارن

$$x_S = \frac{x_A + x_B}{2} = \frac{1 + 3}{2} = 2$$

در اینجا نیز دو نقطه A و B دارای عرض یکسان اند پس نسبت به محور تقارن قرینه‌اند.

و چون رأس سهمی روی خط $y = -x$ قرار دارد، پس y آن برابر -2 است، یعنی $S = (2, -2)$. حال مختصات رأس سهمی‌های داده شده در گزینه‌ها را بررسی می‌کنیم:

گزینه «۱»:

$$x_S = \frac{-b}{2a} = -\frac{4}{2} = -2$$

گزینه «۲»:

$$x_S = \frac{-b}{2a} = \frac{-\frac{4}{3}}{\frac{2}{3}} = -2$$

گزینه «۳»:

$$x_S = -\frac{b}{2a} = -\frac{-6}{2 \times \frac{3}{2}} = 2$$

$$y_S = \frac{3}{2}(2)^2 - 6(2) + 4 = 6 - 12 + 4 = -2 \Rightarrow S = (2, -2)$$

گزینه «۴»:

$$x_S = -\frac{b}{2a} = \frac{1}{2 \times \frac{1}{4}} = 2$$

$$y_S = \frac{1}{4}(2)^2 - 2 + 3 = 2 \Rightarrow S = (2, 2)$$

(صفحه‌های ۷۹ تا ۸۱ کتاب درسی) (معادله‌ها و نامعادله‌ها)

۴

۳

۲

۱

$$a \times \left(\frac{5}{4}\right) - 2 \times \left(\frac{11}{8}\right) = 1 \Rightarrow \frac{5a}{4} - \frac{11}{4} = 1$$

$$\Rightarrow 5a = 4 + 11 = 15 \Rightarrow a = 3$$

(صفحه‌های ۷۹ تا ۸۱ کتاب درسی) (معادله‌ها و نامعادله‌ها)

۴

۳

۲

۱

«سهیل حسن‌خان‌پور»

-۶۲

چون سهمی مورد نظر محور x را فقط در نقطه $x = -2$ قطع می‌کند، یعنی یک ریشه مضاعف دارد و معادله آن به شکل زیر است:

$$y = a(x + 2)^2$$

سهمی، محور عرض‌ها را در $-\frac{4}{b}$ قطع می‌کند.

$$x = 0 \Rightarrow y = 4a = -\frac{4}{b} \Rightarrow b = -\frac{1}{a}$$

$$y = a(x + 2)^2 = ax^2 + 4ax + 4a = ax^2 - bx + c \Rightarrow 4a = -b$$

$$\Rightarrow 4a = -\left(-\frac{1}{a}\right) \Rightarrow a^2 = \frac{1}{4} \Rightarrow a = \pm \frac{1}{2}$$

سهمی پایین محور x قرار دارد.

$$\rightarrow a = -\frac{1}{2}$$

(صفحه‌های ۷۹ تا ۸۱ کتاب درسی) (معادله‌ها و نامعادله‌ها)

۴

۳

۲

۱

ریاضی، ریاضی 1، تعیین علامت، معادله‌ها و نامعادله‌ها - 13961120

$$B = (7x + 2)(x - 3) \Rightarrow \begin{cases} x = -\frac{2}{7} \\ x = 3 \end{cases}$$

$$\Rightarrow \begin{array}{c|ccc} x & -\frac{2}{7} & 0 & 3 \\ \hline 7x+2 & - & 0 & + \\ \hline x-3 & - & 0 & + \\ \hline B & + & 0 & + \end{array}$$

باید علامت عبارت $A \times B$ را بیابیم:

$$\begin{array}{c|ccc} x & -\frac{2}{7} & 0 & 3 \\ \hline A & + & 0 & - \\ \hline B & + & - & 0 \\ \hline A \times B & + & 0 & - \end{array}$$

برای آن که علامت A و B یکسان باشد، باید علامت $A \times B$ مثبت

باشد که در بازه‌های $(-\infty, -\frac{2}{7})$ و $(\frac{1}{2}, 0)$ این اتفاق می‌افتد.

(صفحه‌های ۱۳ تا ۱۵ کتاب درسی) (معادله‌ها و نامعادله‌ها)

۴

۳

۲ ✓

۱

برای آنکه اعداد a ، b و c اضلاع یک مثلث باشند، باید ۳ شرط زیر برقرار باشد:

$$\begin{cases} a + b > c \\ a + c > b \\ b + c > a \end{cases}$$

بنابراین داریم:

$$x^2 + 3x > 4 \quad (\text{I})$$

$$x^2 + 4 > 3x \quad (\text{II})$$

$$3x + 4 > x^2 \quad (\text{III})$$

$$\xrightarrow{(\text{I})} x^2 + 3x - 4 > 0 \Rightarrow (x + 4)(x - 1) > 0$$

$$\Rightarrow x > 1 \quad \text{یا} \quad x < -4 \quad \xrightarrow{\text{چون طول نمی‌تواند منفی باشد}} x > 1 \quad (*)$$

$$\xrightarrow{(\text{II})} x^2 - 3x + 4 > 0$$

با توجه به اینکه Δ برای معادله $x^2 - 3x + 4$ منفی است، پس این عبارت همواره مثبت خواهد بود. یعنی:

$$x \in \mathbb{R} \xrightarrow{\text{چون طول نمی‌تواند منفی باشد}} x > 0 \quad (**)$$

$$\xrightarrow{(\text{III})} x^2 - 3x - 4 < 0 \Rightarrow (x - 4)(x + 1) < 0 \Rightarrow -1 < x < 4$$

$$\xrightarrow{\text{چون طول منفی نیست}} 0 < x < 4 \quad (***)$$

$$\xrightarrow{(*) \cap (**) \cap (***)} 1 < x < 4$$

پس به ازای $x = 2, 3$ اعداد مذکور می‌توانند اضلاع مثلث باشند.
(صفحه‌های ۸۳ تا ۹۱ کتاب درسی) (معارله‌ها و نامعارله‌ها)

۴

۳

۲

۱

$$a - 1 > 0 \Rightarrow a > 1 \quad (1)$$

$$\Delta = (2\sqrt{2})^2 - 4a(a - 1) < 0 \Rightarrow 8 - 4a^2 + 4a < 0 \Rightarrow a^2 - a - 2 > 0$$

$$\Rightarrow (a - 2)(a + 1) > 0 \Rightarrow a > 2 \quad \text{یا} \quad a < -1 \quad (2)$$

از اشتراک (۱) و (۲) داریم:

$$a > 2$$

(صفحه‌های ۸۸ تا ۹۱ کتاب درسی) (معارله‌ها و نامعارله‌ها)

۴

۳

۲

۱

اگر $a > 0$ ، آنگاه از $|x| < a$ نتیجه می‌شود $-a < x < a$ ، پس:

$$||x| - 2| < 3 \Rightarrow -3 < |x| - 2 < 3 \xrightarrow{+2} -1 < |x| < 5$$

چون نامعادله $|x| > -1$ برای هر x درست است پس کافی است

نامعادله $|x| < 5$ را حل کنیم که مجموعه جواب آن

$\{x \mid -5 < x < 5\}$ می‌باشد که ۹ عدد صحیح

$\{-4, -3, -2, -1, 0, 1, 2, 3, 4\}$ در این مجموعه وجود دارد.

(صفحه‌های ۹۱ تا ۹۳ کتاب درسی) (معادله‌ها و نامعادله‌ها)

 ۴

 ۳

 ۲

 ۱

از آنجا که می‌خواهیم عبارت کسری به ازای جمیع مقادیر x منفی باشد، باید علامت صورت و مخرج کسر مخالف هم باشند. در عبارت درجه دوم $-x^2 - x - 2$ ، $\Delta < 0$ و $a < 0$ (ضریب x^2) است، پس این عبارت همواره منفی است. لذا باید صورت کسر همواره مثبت باشد.

$$(m-1)x^2 + 6x + 2m + 1 = 0$$

$$a = m-1, \quad b = 6, \quad c = 2m+1$$

$$\Delta = b^2 - 4ac = 36 - 4(m-1)(2m+1)$$

$$= 36 - 4(2m^2 - m - 1) = -8m^2 + 4m + 40$$

$$\begin{cases} \Delta < 0 \\ a > 0 \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} -8m^2 + 4m + 40 < 0 \\ m-1 > 0 \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} -2m^2 + m + 10 < 0 \\ m > 1 \end{cases} \quad (1)$$

$$\Rightarrow -2m^2 + m + 10 = 0 \quad \text{و} \quad \Delta' = 1^2 - 4(-2)(10) = 81$$

$$m = \frac{-1 \pm \sqrt{81}}{-4} = \frac{-1 \pm 9}{-4} \Rightarrow m = -2, \quad m = \frac{5}{2}$$

m	-2	$\frac{5}{2}$
Δ	$-$	$+$
	$!$	$!$

$$\Delta < 0 \Rightarrow \begin{cases} m < -2 \\ \text{یا} \\ m > \frac{5}{2} \end{cases} \quad (2)$$

$$\xrightarrow{(1) \cap (2)} m > \frac{5}{2} \Rightarrow m > 2.5$$

(صفحه‌های ۱۳ تا ۹۱ کتاب درسی) (معادله‌ها و نامعادله‌ها)

 ۴

 ۳

 ۲

 ۱

باید ریشه‌های چندجمله‌ای‌های درجه اول $(ax + b)$ و $-\frac{1}{2}$ و $\frac{3}{5}$

$(cx + d)$ باشند، در نتیجه می‌توان گفت:

$$\begin{cases} -\frac{1}{2}a + b = 0 \\ \frac{3}{5}c + d = 0 \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} -\frac{b}{a} = -\frac{1}{2} \\ -\frac{d}{c} = \frac{3}{5} \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} \frac{a}{b} = 2 \\ \frac{d}{c} = -\frac{3}{5} \end{cases} \Rightarrow \frac{ad}{bc} = -\frac{6}{5}$$

توجه کنید در صورتی $-\frac{1}{2}$ و $\frac{3}{5}$ را به ترتیب ریشه‌های چند جمله‌ای‌های

$(ax + b)$ و $(cx + d)$ در نظر بگیریم به جواب $\frac{ad}{bc} = -\frac{5}{6}$ می‌رسیم

که در گزینه‌ها نیست.

(صفحه‌های ۸۳ تا ۸۵ کتاب درسی) (معادله‌ها و نامعادله‌ها)

۴

۳

۲

۱

با توجه به جدول تعیین علامت زیر، عبارت $x^2 + mx + m$ باید همواره مثبت باشد یا تنها در $x = \frac{3}{2}$ برابر صفر باشد (ریشه مضاعف

$\frac{3}{2}$ داشته باشد) برای این منظور باید داشته باشیم:

x	$\frac{3}{2}$	
$2x - 3$	-	+
$x^2 + mx + m$	+	+
$(2x - 3)(x^2 + mx + m)$	-	+

برای این منظور باید داشته باشیم:

$$\begin{cases} \Delta < 0 \Rightarrow m^2 - 4m < 0 \Rightarrow m(m - 4) < 0 \Rightarrow 0 < m < 4 \\ \Delta = 0 \Rightarrow m^2 - 4m = 0 \Rightarrow m = 0 \text{ یا } 4 \end{cases}$$

m	0		4	
$m^2 - 4m$	+	-	-	+

اگر $m = 0$ باشد از پاسخ نامعادله باید $x = 0$ حذف شود، بنابراین $m \neq 0$ است.

اگر $m = 4$ باشد نیز باید از پاسخ نامعادله $x = -2$ حذف شود، بنابراین $m \neq 4$ است. در نتیجه $0 < m < 4$ می‌باشد.

(صفحه‌های ۱۳ تا ۹۱ کتاب درسی) (معادله‌ها و نامعادله‌ها)

 ۴

 ۳

 ۲

 ۱

با توجه به اینکه مجموعه جواب نامعادله $ax^2 + ax + 3 < 0$ به صورت $R - [b, 1]$ می‌باشد، پس عدد یک، ریشه معادله $ax^2 + ax + 3 = 0$ می‌باشد، داریم:

$$a(1)^2 + a(1) + 3 = 0 \Rightarrow 2a + 3 = 0 \Rightarrow a = -\frac{3}{2}$$

$$-\frac{3}{2}x^2 - \frac{3}{2}x + 3 < 0 \xrightarrow{\text{تعیین علامت}} -\frac{3}{2}x^2 - \frac{3}{2}x + 3 = 0$$

$$\xrightarrow{x - \frac{2}{3}} x^2 + x - 2 = 0 \Rightarrow (x-1)(x+2) = 0 \Rightarrow \begin{cases} x_1 = 1 \\ x_2 = -2 \end{cases}$$

$$\xrightarrow{\text{ریشه دیگر معادله}} x = -2 \Rightarrow b = -2$$

x	-2	1
$-\frac{3}{2}x^2 - \frac{3}{2}x + 3$	-	+
	-	-
	+	-
	-	-

جواب جواب

۴

۳

۲

۱ ✓

«سهیل حسن خان پور»

-۵۶

ابتدا ریشه‌ها را یافته و عبارت را تعیین علامت می‌کنیم:

x	0	7	29
$x-7$	-	-	+
x^3	-	+	+
$3x-87$	-	-	+
A	-	+	+

ن

$$A > 0 \Rightarrow \begin{cases} 0 < x < 7 \Rightarrow x = \{1, 2, \dots, 6\} \\ x > 29 \Rightarrow x = \{30, 31, \dots, 100\} \end{cases}$$

تعداد اعداد طبیعی کوچکتر از ۱۰۱ که عبارت را مثبت می‌کند $= 6 + (100 - 30 + 1) = 6 + 71 = 77$

(صفحه‌های ۸۳ تا ۹۱ کتاب درسی) (معادله‌ها و نامعادله‌ها)

۴

۳

۲ ✓

۱

«مهمد بهیرایی»

$$\left| \frac{3x-1}{2} - 1 \right| \leq 2 \Rightarrow -2 \leq \frac{3x-1}{2} - 1 \leq 2$$

$$\Rightarrow -1 \leq \frac{3x-1}{2} \leq 3 \Rightarrow -2 \leq 3x-1 \leq 6$$

$$\Rightarrow -1 \leq 3x \leq 7 \Rightarrow -\frac{1}{3} \leq x \leq \frac{7}{3}$$

پس مجموعه جواب نامعادله شامل اعداد طبیعی ۱ و ۲ است.

(صفحه‌های ۹۱ تا ۹۳ کتاب درسی) (معارله‌ها و نامعارله‌ها)

 ۴

 ۳

 ۲ ✓

 ۱

www.kanoon.ir