



سایت ویژه ریاضیات www.riazisara.ir

درسنامه ها و جزوه های ریاضی

سوالات و پاسخنامه تشریحی کنکور

نمونه سوالات امتحانات ریاضی

نرم افزارهای ریاضیات

و...

کانال سایت ریاضی سرا در تلگرام:

<https://t.me/riazisara>



(@riazisara)

ریاضی ، ریاضی ۱ ، معادله درجه دوم و روش های مختلف حل آن ، معادله ها و نامعادله ها - ۱۳۹۶۱۱۲۰

۵۱- حاصلضرب ریشه‌های معادله‌ی $(x-2)(-2x+1) + (x+2)(x+1) = 0$ ، کدام است؟

۱ (۲)

(۱) صفر

۴ (۴)

۲ (۳)

شما پاسخ نداده اید

۵۲- اگر یکی از ریشه‌های معادله $(a-1)x^2 - 2ax + 4 = 0$ برابر ۱+ باشد، ریشه‌ی دیگر آن کدام است؟

۲ (۲)

(۱) $\frac{1}{2}$

$-\frac{3}{2}$ (۴)

(۳) -۲

شما پاسخ نداده اید

۵۳- اختلاف سن دو برادر با یکدیگر ۷ سال است. اگر پنج سال دیگر حاصل ضرب سن آن‌ها ۱۴۴ شود، سن برادر کوچک‌تر کدام است؟

۹ (۲)

(۱) ۴

۱۶ (۴)

(۳) ۱۱

شما پاسخ نداده اید

۵۴- یک عکس به ابعاد ۱۰ در ۱۵ سانتی‌متر درون یک قاب با مساحت ۳۰۰ سانتی‌متر مربع قرار دارد. اگر فاصله‌ی همه‌ی لبه‌های عکس تا قاب برابر باشد،

محیط این قاب عکس چقدر است؟

۳۵ (۲)

(۱) ۷۰

۹۰ (۴)

(۳) ۱۴۰

شما پاسخ نداده اید

۵۵- معادله‌ی درجه‌ی دوم $2x^2 - 8x - 1 = 0$ ، پس از مربع کامل کردن به صورت $a(x - x_0)^2 + y_0 = 0$ درآمده است. حاصل $x_0 + y_0$ چقدر است؟

۷ (۱)

-۱۱ (۲)

۱۱ (۳)

-۷ (۴)

شما پاسخ نداده اید

۵۶- اگر $x = 2$ یکی از ریشه‌های معادله‌ی $x^2 - 2ax + 1 = 0$ باشد، تعداد ریشه‌های معادله‌ی $4x^2 - 3x + 5a = 0$ کدام است؟

۱ (۲)

۲ (۱)

(۴) نمی‌توان مشخص کرد.

صفر (۳)

شما پاسخ نداده اید

ریاضی ، ریاضی ۱ ، سهمی ، معادله ها و نامعادله ها - ۱۳۹۶۱۱۲۰

۵۷- اگر رأس سهمی $y = ax^2 + bx + c$ روی محور y ها و $ac < 0$ باشد، مجموع طول نقاط برخورد سهمی و محور x ها کدام است؟

صفر (۲)

$\sqrt{-\frac{c}{a}}$ (۱)

$-\frac{c}{a}$ (۴)

$2\sqrt{-\frac{c}{a}}$ (۳)

شما پاسخ نداده اید

۵۸- اگر کمترین مقدار تابع $y = 2x^2 + 12x + m - 1$ برابر با (-1) باشد، سهمی مذکور محور عرض‌ها را با چه عرضی قطع می‌کند؟

۱۸ (۲)

۱۷ (۱)

۲۰ (۴)

۱۹ (۳)

شما پاسخ نداده اید

۵۹- سهمی $y = ax^2 + bx + c$ محور y ها را در نقطه‌ای به عرض ۴ قطع کرده است. اگر رأس سهمی بر روی خط $x = 2$ قرار داشته باشد و یکی از

نقاط تقاطع سهمی با محور x ها (-1) باشد، حاصل abc کدام است؟

$-\frac{248}{25}$ (۲)

$-\frac{256}{25}$ (۱)

$-\frac{196}{25}$ (۴)

$-\frac{184}{25}$ (۳)

شما پاسخ نداده اید

۶۰- حاصل جمع طول و عرض رأس سهمی $y = ax^2 + bx + \frac{25}{4a}$ برابر صفر است. مجموع مقادیر ممکن برای b کدام است؟

۱ (۱) ۲ (۲)

۳ (۳) -۱ (۴) -۲

شما پاسخ نداده اید

ریاضی ، ریاضی ۱ ، تعیین علامت ، معادله ها و نامعادله ها - ۱۳۹۶۱۱۲۰

۶۱- مجموعه جواب نامعادله $x^2 + ax + b \geq 0$ به صورت $|x-2| \geq 3$ می‌باشد. حاصل $a + b$ کدام است؟

۱ (۱) -۹ (۲) -۸

۳ (۳) -۱۰ (۴) -۱۱

شما پاسخ نداده اید

۶۲- مجموعه جواب نامعادله $\frac{(x+2)(-x^2+x-1)}{x^2+x+3} > 0$ ، شامل چند عدد صحیح منفی نیست؟

۱ (۱) صفر (۲) ۱

۳ (۳) ۲ (۴) بی‌شمار

شما پاسخ نداده اید

۶۳- مجموعه جواب نامعادله $3 < \left| \frac{x-1}{2} - 1 \right| \leq -1$ به صورت بازه‌ی (a, b) است. بیشترین مقدار $b - a$ کدام است؟

۱ (۱) ۸ (۲) ۱۰

۳ (۳) ۶ (۴) ۱۲

شما پاسخ نداده اید

۶۴- اگر نامساوی $(2x^2 + ax + b)(x^2 - x - 6) \geq 0$ همواره برقرار باشد، حاصل $a - b$ کدام است؟

۱ (۱) ۱۰ (۲) -۱۰

۳ (۳) -۱۴ (۴) نشدنی

شما پاسخ نداده اید

۶۵- مجموعه جواب نامعادله $|2x+1| < 3x-4$ کدام است؟

۱ (۱) $(\frac{3}{5}, +\infty)$ (۲) $(\frac{4}{3}, +\infty)$

۳ (۳) $(5, +\infty)$ (۴) $(7, +\infty)$

شما پاسخ نداده اید

۶۶- حدود x برای آن که نمودار تابع $y = -2x^2 + 3x$ ، پایین نمودار تابع $y = -3x^2 + 7x - 3$ قرار گیرد، کدام است؟

(۲) $x > 3$

(۱) $x < 1$

(۴) $1 < x < 3$

(۳) $x < 1$ یا $x > 3$

شما پاسخ نداده اید

۶۷- به ازای چند مقدار صحیح و نامنفی برای x ممکن است هر دو نامساوی $2x + y < 7$ و $2x + 1 < 3y - 4$ برقرار شوند؟

(۲) ۵

(۱) ۴

(۴) ۳

(۳) ۶

شما پاسخ نداده اید

۶۸- به ازای چند مقدار صحیح برای m ، نامساوی $\frac{x^2 - 6x + 10}{-2x^2 + (m-2)x - 2} < 0$ همواره برقرار است؟

(۲) ۶

(۱) ۵

(۴) ۸

(۳) ۷

شما پاسخ نداده اید

۶۹- به ازای کدام مقدار x ، نمودار تابع $f(x) = \frac{x^2}{x^2 - 4} - 3$ بالای محور x هاست؟

(۲) $(-\infty, -\sqrt{6})$

(۱) $(2, +\infty)$

(۴) $(-\infty, 2)$

(۳) $(-\sqrt{6}, -2) \cup (2, \sqrt{6})$

شما پاسخ نداده اید

۷۰- معادله $|x^2 + 2x + 1| + |x^2 - 1| = 0$ ، چند جواب دارد؟

(۲) ۳

(۱) ۲

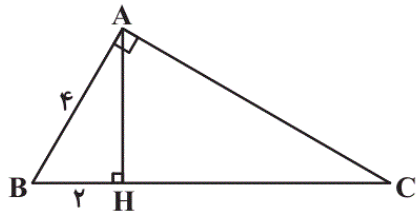
(۴) ۱

(۳) صفر

شما پاسخ نداده اید

ریاضی ، هندسه ۱ ، تشابه مثلث ها ، قضیه تالس، تشابه و کاربردهای آن - ۱۳۹۶۱۱۲۰

۷۵- مثلث ABC در رأس A قائمه است. مطابق شکل، اگر $AB = 4$ و $BH = 2$ باشد، طول میانه‌ی وارد از رأس C بر ضلع AB کدام است؟



(۱) $4\sqrt{3}$

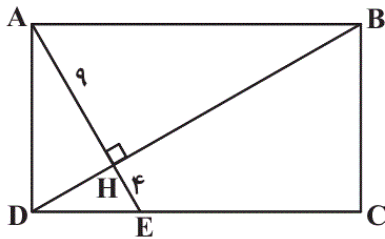
(۲) ۸

(۳) $2\sqrt{13}$

(۴) ۱۰

شما پاسخ نداده اید

۷۶- در شکل مقابل، ABCD مستطیل است. طول BH کدام است؟



(۱) ۱۲

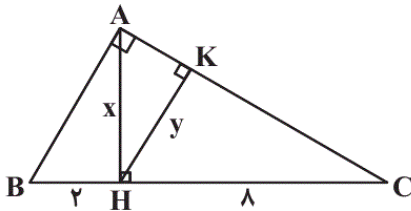
(۲) $\frac{25}{2}$

(۳) ۱۳

(۴) $\frac{27}{2}$

شما پاسخ نداده اید

۷۹- در شکل زیر مقدار y کدام است؟



(۱) $\frac{8\sqrt{5}}{5}$

(۲) $\frac{4\sqrt{5}}{5}$

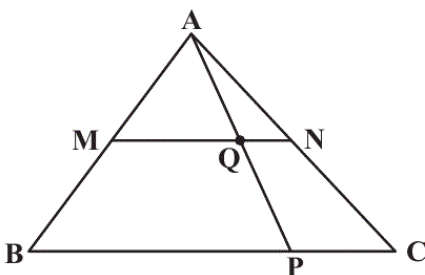
(۳) $2\sqrt{3}$

(۴) $4\sqrt{3}$

شما پاسخ نداده اید

ریاضی، هندسه ۱، کاربردهایی از قضیه ی تالس و تشابه مثلث ها، قضیه تالس، تشابه و کاربردهای آن -
۱۳۹۶۱۱۲۰

۸۰- در شکل مقابل $MN \parallel BC$ ، $\frac{AM}{MB} = \frac{2}{3}$ و $\frac{PC}{PB} = \frac{1}{2}$ می باشد. نسبت مساحت مثلث AQN به مساحت ذوزنقه‌ی MQPB کدام است؟



(۱) $\frac{2}{15}$

(۲) $\frac{2}{21}$

(۳) $\frac{3}{20}$

(۴) $\frac{1}{10}$

۷۷- اگر m و m' طول‌های دو میانه‌ی متناظر از دو مثلث متشابه باشند و $\frac{m}{m'} + \frac{m'}{m} = \frac{5}{4}$ باشد و مساحت مثلث بزرگ‌تر ۴۸ باشد، مساحت مثلث کوچک‌تر

کدام است؟

۱۲ (۲)

۸ (۱)

۲۴ (۴)

۱۶ (۳)

شما پاسخ نداده اید

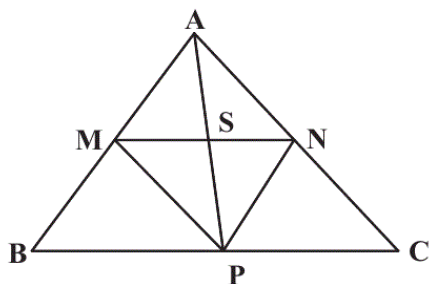
۷۸- در شکل زیر M ، N و P وسط اضلاع مثلث ABC هستند. مساحت مثلث SNP چه کسری از مثلث ABC است؟

$\frac{1}{6}$ (۱)

$\frac{1}{12}$ (۲)

$\frac{1}{9}$ (۳)

$\frac{1}{8}$ (۴)



شما پاسخ نداده اید

ریاضی ، هندسه ۱ ، چندضلعي ها و ویژگی هایی از آن ها ، چندضلعي ها - ۱۳۹۶۱۱۲۰

۷۱- تعداد قطرهای یک چندضلعی، دو برابر تعداد اضلاع آن است. در چندضلعی دیگری که تعداد اضلاع آن دو برابر

تعداد اضلاع چندضلعی اولیه است، نسبت تعداد قطرها به تعداد اضلاع کدام است؟

۴ / ۵ (۲)

۴ (۱)

۵ / ۵ (۴)

۵ (۳)

شما پاسخ نداده اید

۷۲- کدام یک از عبارتهای زیر، لزوماً یک متوازی‌الاضلاع را مشخص نمی‌کند؟

(۱) چهارضلعی که دو ضلع موازی و دو ضلع مساوی داشته باشد.

(۲) چهارضلعی که قطرهای آن منصف یکدیگر باشند.

(۳) چهارضلعی که زوایای مجاور در آن مکمل باشند.

(۴) چهارضلعی که اضلاع روبه‌روی هم در آن مساوی باشند.

شما پاسخ نداده اید

۷۳- چه تعداد از موارد زیر، تعریف لوزی است؟

الف) چهارضلعی که قطرهای آن بر هم عمودند.

ب) چهارضلعی که در آن زوایای روبه‌رو با هم برابرند.

پ) چهارضلعی که اضلاع آن با هم برابرند.

۱ (۲)

۱) صفر

۳ (۴)

۲ (۳)

شما پاسخ نداده اید

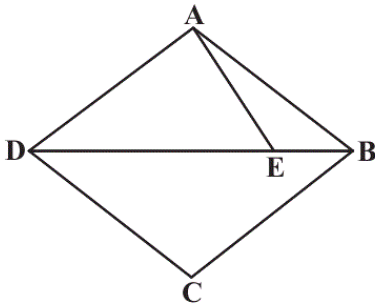
۷۴- در شکل مقابل، ABCD لوزی است. طول قطر AC کدام است؟ ($BE = 1$ ، $DE = 5$ و $AE = 2\sqrt{5}$)

۱) $4\sqrt{2}$

۲) ۶

۳) ۸

۴) $6\sqrt{2}$



شما پاسخ نداده اید

ریاضی ، ریاضی ۱ ، معادله درجه دوم و روش های مختلف حل آن ، معادله ها و نامعادله ها - ۱۳۹۶۱۱۲۰

-۵۱

(ابراهیم نبغی)

$$(-2x+1)(x-2) + (x+1)(x+2) = 0$$

$$\Rightarrow -2x^2 + 4x + x - 2 + x^2 + 2x + x + 2 = 0$$

$$\Rightarrow -x^2 + 8x = 0 \Rightarrow -x(x-8) = 0$$

$$\Rightarrow \begin{cases} -x = 0 \Rightarrow x = 0 \\ x - 8 = 0 \Rightarrow x = 8 \end{cases}$$

$$\Rightarrow \text{حاصل ضرب ریشه‌ها} = 8 \times 0 = 0$$

(ریاضی، صفحہ‌های ۷۰ و ۷۱)

۴

۳

۲

۱ ✓

راه حل اول:

$$a - 1 - 2a + 4 = 0 \Rightarrow -a + 3 = 0 \Rightarrow a = 3$$

$$2x^2 - 6x + 4 = 0 \Rightarrow 2(x-2)(x-1) = 0$$

$$\Rightarrow \begin{cases} x=1 \\ x=2 \end{cases}$$

راه حل دوم:

در معادله‌ی درجه دوم $ax^2 + bx + c = 0$ ، اگر یکی از ریشه‌ها $x' = +1$ باشد،

آنگاه $a + b + c = 0$ و ریشه‌ی دیگر $x'' = \frac{c}{a}$ است. پس:

$$a - 1 - 2a + 4 = 0 \Rightarrow -a + 3 = 0 \Rightarrow a = 3$$

$$\Rightarrow x'' = \frac{c}{a} = \frac{4}{3-1} = \frac{4}{2} = 2$$

(ریاضی، صفحہ‌های ۷۰ تا ۷۷)

۴

۳

۲✓

۱

(سیدسروش کریمی مدراعی)

سن برادر کوچک تر را x و سن برادر بزرگ تر را y در نظر می‌گیریم:

$$\begin{cases} y - x = 7 \Rightarrow y = x + 7 \\ (y + 5)(x + 5) = 144 \end{cases} \Rightarrow (x + 12)(x + 5) = 144$$

$$\Rightarrow x^2 + 17x + 60 = 144 \Rightarrow x^2 + 17x - 84 = 0 \Rightarrow (x + 21)(x - 4) = 0$$

$$\Rightarrow \begin{cases} x = 4 & \text{ق.ق} \\ x = -21 & \text{غ.ق} \end{cases}$$

(ریاضی، صفحہ‌های ۷۰ و ۷۱)

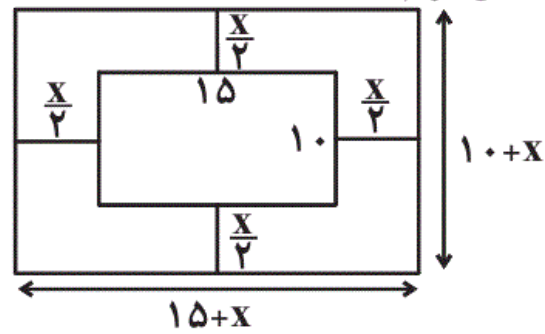
۴

۳

۲

۱✓

با توجه به شکل مقابل داریم:



$$\text{مساحت قاب} = (10+x)(15+x)$$

$$\Rightarrow x^2 + 25x + 150 = 300 \Rightarrow x^2 + 25x - 150 = 0$$

$$(x+30)(x-5) = 0 \Rightarrow \begin{cases} x=5 & \text{ق.ق} \\ x=-30 & \text{غ.ق.ق} \end{cases}$$

پس ابعاد قاب برابر ۱۵ و ۲۰ سانتی متر است و محیط آن برابر است با:

$$2(15+20) = 2 \times 35 = 70$$

(ریاضی، صفحه‌های ۷۱ تا ۷۷)

۴

۳

۲

۱ ✓

(معمدرضا میرجلیلی)

با توجه به مطالب کتاب درسی در صفحه ۷۴، می‌دانیم که معادله‌ی درجه‌ی دوم

 $ax^2 + bx + c = 0$ ، پس از مربع کامل شدن به صورت

$$a\left(x + \frac{b}{2a}\right)^2 - \frac{\Delta}{4a} = 0 \text{ در می‌آید. لذا داریم:}$$

$$\begin{cases} x_0 = -\frac{b}{2a} \\ y_0 = -\frac{\Delta}{4a} \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} x_0 = \frac{8}{2 \times 2} = 2 \\ y_0 = \frac{-(64+8)}{4 \times 2} = -\frac{72}{8} = -9 \end{cases}$$

$$\Rightarrow x_0 + y_0 = 2 + (-9) = -7$$

(ریاضی، صفحه ۷۴)

۴ ✓

۳

۲

۱

(سویل سن‌فان‌پور)

 $x = 2$ یک ریشه‌ی معادله است، پس در آن صدق می‌کند. لذا داریم:

$$x = 2 : 4a^2 - 4a + 1 = 0 \Rightarrow (2a - 1)^2 = 0 \Rightarrow a = \frac{1}{2}$$

$$\Rightarrow 4x^2 - 3x + \frac{5}{2} = 0 \Rightarrow \Delta = (-3)^2 - 4 \times 4 \times \frac{5}{2} = 9 - 40 = -31 < 0$$

بنابراین این معادله ریشه ندارد.

(ریاضی، صفحه‌های ۷۰ تا ۷۷)

۴

۳ ✓

۲

۱

$$\begin{cases} x_1 = +\sqrt{-\frac{c}{a}} \\ x_2 = -\sqrt{-\frac{c}{a}} \end{cases} \Rightarrow x_1 + x_2 = 0$$

(ریاضی، صفحہ‌های ۷۸ تا ۸۰)

۴

۳

۲✓

۱

(امیر زرانروز)

-۵۸

با توجه به آن که ضریب x^2 بزرگتر از صفر است پس دهانه‌ی سهمی رو به بالاست؛ کمترین مقدار تابع مذکور، همان عرض رأس سهمی است، لذا از رابطه‌ی

$$y_s = \frac{-\Delta}{4a} \text{ استفاده می‌کنیم. (البته می‌توانید ابتدا از رابطه‌ی } x_s = \frac{-b}{2a} \text{ طول}$$

رأس را حساب کرده و آن را در معادله‌ی سهمی قرار دهید تا y_s به دست آید.)

$$-1 = \frac{-\Delta}{4a} \Rightarrow 1 = \frac{b^2 - 4ac}{4a} \Rightarrow 1 = \frac{12^2 - 4(2)(m-1)}{4(2)}$$

$$\Rightarrow 144 - 8m + 8 = 8 \Rightarrow m = \frac{144}{8} = 18$$

$$\Rightarrow \text{معادله‌ی سهمی: } y = 2x^2 + 12x + 17 \xrightarrow{x=0} y = 17$$

$$\Rightarrow \text{محل برخورد با محور عرض‌ها: } A(0, 17)$$

(ریاضی، صفحہ‌های ۷۹ و ۸۰)

۴

۳

۲

۱✓

(علی ارجمند)

-۵۹

$$x=0, y=4 \Rightarrow c=4 \quad (1)$$

$$-\frac{b}{2a} = 2 \Rightarrow b = -4a \quad (2)$$

$$x=-1, y=0 \xrightarrow{(1),(2)} 0 = a + 4a + 4 \Rightarrow 5a = -4 \Rightarrow a = -\frac{4}{5}$$

$$\xrightarrow{(2)} b = \frac{16}{5} \Rightarrow abc = \left(-\frac{4}{5}\right) \times \left(\frac{16}{5}\right) \times 4 = -\frac{256}{25}$$

(ریاضی، صفحہ‌های ۷۸ تا ۸۰)

۴

۳

۲

۱✓

(آرژش کریمی)

می‌دانیم مختصات رأس سهمی از رابطه‌ی $(-\frac{b}{2a}, -\frac{\Delta}{4a})$ بدست می‌آید، در این صورت با توجه به شرایط سوال باید داشته باشیم:

$$-\frac{b}{2a} + (-\frac{\Delta}{4a}) = 0 \Rightarrow \frac{-2b - \Delta}{4a} = 0 \Rightarrow -2b - \Delta = 0$$

$$\Rightarrow -2b - (b^2 - 4 \times a \times \frac{35}{4a}) = 0 \Rightarrow -2b - b^2 + 35 = 0$$

$$\xrightarrow{\times(-1)} b^2 + 2b - 35 = 0$$

$$\Rightarrow (b+7)(b-5) = 0 \Rightarrow b = -7 \text{ یا } b = 5$$

پس مجموع مقادیر ممکن برای b برابر است با: $-7 + 5 = -2$

(ریاضی، صفحه‌های ۷۱ و ۱۰)

۴ ✓

۳

۲

۱

ریاضی، ریاضی ۱، تعیین علامت، معادله‌ها و نامعادله‌ها - ۱۳۹۶۱۱۲۰

پس $x = 5$ و $x = -1$ باید ریشه‌های $x^2 + ax + b = 0$ باشند لذا:

$$x^2 + ax + b = (x+1)(x-5) = x^2 - 4x - 5 \Rightarrow \begin{cases} a = -4 \\ b = -5 \end{cases} \Rightarrow a + b = -9$$

x	-1	5
$(x+1)(x-5)$	+	-
	↓	↓
	+	+

(ریاضی، صفحه‌های ۱۶ و ۱۷ و ۹۱ تا ۹۳)

۴

۳

۲

۱ ✓

(ابراهیم نیفی)

$$-x^2 + x - 1 \Rightarrow \begin{cases} a = -1 \\ b = 1 \\ c = -1 \end{cases} \Rightarrow \Delta = 1 - 4 < 0.$$

این عبارت ریشه ندارد و علامت آن همواره موافق ضریب x^2 ، یعنی منفی است.

$$x^2 + x + 3 \Rightarrow \begin{cases} a = 1 \\ b = 1 \\ c = 3 \end{cases} \Rightarrow \Delta = 1 - 12 = -11 < 0.$$

این عبارت ریشه ندارد و علامت آن همواره موافق ضریب x^2 ، یعنی مثبت است.در نتیجه باید عبارت $x + 2$ ، منفی باشد تا علامت کل کسر مثبت شود:

$$x + 2 < 0 \Rightarrow x < -2 \Rightarrow x \in (-\infty, -2)$$

این بازه شامل دو عدد صحیح منفی نیست که عبارتند از $\{-2, -1\}$.

(ریاضی، صفحه‌های ۸۳ تا ۹۱)

۴

۳ ✓

۲

۱

(مهمدرضا میرجلیلی)

باید هر دو طرف نامعادله‌ی داده شده را حل کنیم و سپس بین جواب‌ها اشتراک بگیریم:

$$\left| \frac{x-1}{2} - 1 \right| \geq -1 \Rightarrow \text{همواره درست است.} \Rightarrow x \in \mathbf{R}$$

$$\left| \frac{x-1}{2} - 1 \right| < 3 \Rightarrow \left| \frac{x-3}{2} \right| < 3 \xrightarrow{\times 2} |x-3| < 6 \Rightarrow -6 < x-3 < 6$$

$$\xrightarrow{+3} -3 < x < 9 \Rightarrow (a, b) = (-3, 9)$$

$$\Rightarrow \max(b - a) = 9 - (-3) = 12$$

(ریاضی، صفحه‌های ۹۱ تا ۹۳)

۴ ✓

۳

۲

۱

$$f(x) = 2x^2 + ax + b \Rightarrow \begin{cases} f(-2) = 0 \\ f(3) = 0 \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} 8 - 2a + b = 0 \\ 18 + 3a + b = 0 \end{cases}$$

$$\Rightarrow \begin{cases} 2a - b = 8 \\ 3a + b = -18 \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} a = -2 \\ b = -12 \end{cases}$$

$$\Rightarrow a - b = -2 - (-12) = 10$$

(ریاضی، صفحه‌های ۸۶ تا ۹۰)

۴

۳

۲

۱ ✓

(علی ارجمند)

$$|2x+1| < 3x-4 \xrightarrow{3x-4 > 0} -(3x-4) < 2x+1 < 3x-4$$

$$\Rightarrow \begin{cases} -3x+4 < 2x+1 \\ 2x+1 < 3x-4 \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} 5x > 3 \Rightarrow x > \frac{3}{5} \\ x > 5 \end{cases} \Rightarrow \text{اشتراک: } x > 5$$

همچنین باید $x > \frac{4}{3}$ باشد که برقرار می‌باشد، در نتیجه:

$$\text{مجموعه جواب} = (5, +\infty)$$

(ریاضی، صفحه‌های ۸۸ تا ۹۳)

۴

۳ ✓

۲

۱

(حسن توایمی)

$$-2x^2 + 3x < -3x^2 + 7x - 3 \Rightarrow x^2 - 4x + 3 < 0$$

$$(x-3)(x-1) < 0 \Rightarrow \begin{cases} x=3 \\ x=1 \end{cases}$$

x	1	3
$x^2 - 4x + 3$	+	-
	↓	↓
		ع
	+	+

$$\Rightarrow \text{بازه‌ی مورد نظر: } 1 < x < 3$$

(ریاضی، صفحه‌های ۱۶ تا ۱۹)

۴ ✓

۳

۲

۱

(آرژش کریمی)

کافیست حدود تغییرات x را به کمک دو نامعادله حساب کنیم. برای انجام این کار y ها را از نامعادله‌ها حذف می‌کنیم. در این صورت داریم:

$$x \times \begin{cases} 2x + y < 7 \\ 4 - 3y < 2x + 1 \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} 6x + 3y < 21 \\ 4 - 3y < 2x + 1 \end{cases} \Rightarrow 6x + 4 < 2x + 1 + 21$$

$$\Rightarrow 6x - 2x < 22 - 4 \Rightarrow 4x < 18 \Rightarrow x < \frac{18}{4} \Rightarrow x < 4.5$$

$$\Rightarrow x = 0, 1, 2, 3, 4 = \text{مقادیر قابل قبول برای } x$$

پس به ازای تنها ۵ مقدار صحیح و نامنفی برای x نامعادله‌های بالا ممکن است برقرار شوند.

(ریاضی، صفحه‌های ۸۸ تا ۹۱)

۴

۳

۲ ✓

۱

(آرژش کریمی)

اول دقت کنید که عبارت $x^2 - 6x + 10$ همواره مثبت است، چون دلتای آن کمتر از صفر است. پس برای آن که نامساوی مورد نظر رخ دهد، باید عبارت $-2x^2 + (m-2)x - 2$ همواره به ازای تمام مقادیر x ، منفی باشد. پس کافیست دلتای این عبارت را کمتر از صفر قرار داده و حدود m را پیدا کنیم:

$$\Delta = (m-2)^2 - 4(-2)(-2) < 0 \Rightarrow (m-2)^2 - 16 < 0 \Rightarrow (m-2)^2 < 16$$

$$\Rightarrow |m-2| < 4 \Rightarrow -4 < m-2 < 4 \xrightarrow{(+2)} -2 < m < 6$$

$$\Rightarrow m = -1, 0, 1, 2, 3, 4, 5 = \text{مقادیر قابل قبول برای } m$$

پس به ازای ۷ مقدار صحیح برای m ، نامساوی مورد نظر همواره برقرار است.

(ریاضی، صفحه‌های ۸۶ تا ۹۳)

۴

۳ ✓

۲

۱

(فریدون ساعتی)

$$f(x) > 0 \Rightarrow \left(\frac{x^2}{x^2 - 4} - 3 \right) > 0.$$

$$\Rightarrow \left(\frac{x^2 - 3x^2 + 12}{x^2 - 4} \right) > 0.$$

$$\frac{-2x^2 + 12}{x^2 - 4} > 0 \Rightarrow \begin{cases} -2x^2 + 12 = 0 \Rightarrow x = \pm\sqrt{6} \\ x^2 - 4 = 0 \Rightarrow x = \pm 2 \end{cases}$$

x	$-\sqrt{6}$	-2	2	$\sqrt{6}$
$-2x^2 + 12$	-	+	+	-
$x^2 - 4$	+	+	-	+
$\frac{-2x^2 + 12}{x^2 - 4}$	-	+	-	-

تعریف نشده تعریف نشده

$$\text{مجموعه جواب} = (-\sqrt{6}, -2) \cup (2, \sqrt{6})$$

(ریاضی، صفحه‌های ۸۶ تا ۹۱)

۴

۳✓

۲

۱

-۷۰

(امیرمسین افشار)

نکته: مجموع چند عبارت نامنفی فقط وقتی برابر صفر می‌شود که همگی همزمان با هم صفر باشند. پس باید ریشه‌ی مشترک ۲ معادله‌ی درجه‌ی دوم $x^2 + 2x + 1 = 0$ و $x^2 - 1 = 0$ را یافت.

$$x^2 + 2x + 1 = 0 \Rightarrow (x+1)^2 = 0 \Rightarrow x = -1$$

$$x^2 - 1 = 0 \Rightarrow x = \pm 1$$

ریشه‌ی مشترک، $x = -1$ است. پس معادله یک جواب دارد.

(ریاضی، صفحه‌های ۹۱ تا ۹۳)

۴✓

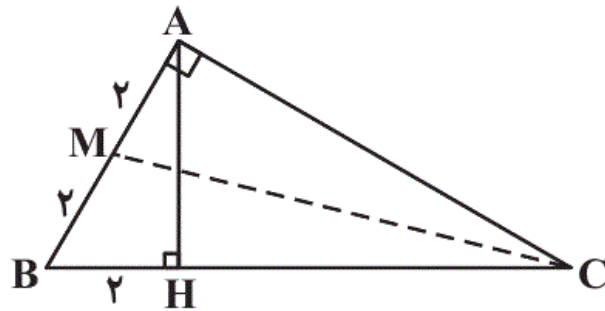
۳

۲

۱

ریاضی، هندسه ۱، تشابه مثلث‌ها، قضیه تالس، تشابه و کاربردهای آن - ۱۳۹۶۱۱۲۰

با توجه به روابط طولی که در مثلث قائم‌الزاویه برقرار است، داریم:



$$AB^2 = BH \cdot BC \Rightarrow 4^2 = 2 \times BC \Rightarrow BC = 8$$

$$\triangle ABC : BC^2 = AB^2 + AC^2$$

$$\Rightarrow 8^2 = 4^2 + AC^2 \Rightarrow AC = \sqrt{48}$$

$$\triangle ACM : CM^2 = AM^2 + AC^2 \Rightarrow CM^2 = 2^2 + (\sqrt{48})^2 = 52$$

$$\Rightarrow CM = \sqrt{52} = 2\sqrt{13}$$

(هندسه ا، قضیه‌ی تالس، تشابه و کاربردهای آن، صفحه‌های ۴۱ و ۴۲)

 ۴

 ۳

 ۲

 ۱

همچنین طبق رابطه‌ی طولی در مثلث قائم‌الزاویه‌ی ABD داریم:

$$AH^2 = DH \cdot BH \Rightarrow 9^2 = 6 \times BH \Rightarrow BH = \frac{81}{6} = \frac{27}{2}$$

(هندسه ا، قضیه‌ی تالس، تشابه و کاربردهای آن، صفحه‌های ۴۱ و ۴۲)

 ۴

 ۳

 ۲

 ۱

$$AH^2 = BH \times CH \Rightarrow x^2 = 2 \times 8 = 16 \xrightarrow{x > 0} x = 4$$

$$AB^2 = AH^2 + BH^2 = 4^2 + 2^2 = 16 + 4 = 20$$

$$\xrightarrow{AB > 0} AB = \sqrt{20} = 2\sqrt{5}$$

HK و BA هر دو بر AC عمودند، بنابراین:

$$KH \parallel AB \xrightarrow{\text{تالس}} \frac{y}{AB} = \frac{CH}{CB} \Rightarrow \frac{y}{2\sqrt{5}} = \frac{8}{10}$$

$$\Rightarrow y = \frac{8 \times 2\sqrt{5}}{10} = \frac{8\sqrt{5}}{5}$$

(هندسه ۱، قضیه ی تالس، تشابه و کاربردهای آن، صفحه های ۴۱ و ۴۲)

۴

۳

۲

۱ ✓

ریاضی، هندسه ۱، کاربردهایی از قضیه ی تالس و تشابه مثلث ها، قضیه تالس، تشابه و کاربردهای آن -

۱۳۹۶۱۱۲۰

$$MN \parallel BC \Rightarrow \begin{cases} \frac{AQ}{AP} = \frac{MQ}{BP} \\ \frac{AQ}{AP} = \frac{QN}{PC} \end{cases} \Rightarrow \frac{MQ}{BP} = \frac{QN}{PC} \Rightarrow \frac{PC}{BP} = \frac{QN}{MQ}$$

$$\Rightarrow \frac{QN}{MQ} = \frac{1}{2}$$

$$\frac{S_{AQN}}{S_{AMQ}} = \frac{QN}{MQ} \Rightarrow \frac{S_{AQN}}{S_{AMQ}} = \frac{1}{2} \quad (1)$$

$$MQ \parallel BP \Rightarrow \triangle AMQ \sim \triangle ABP$$

$$k = \frac{AM}{AB} \xrightarrow{\frac{AM}{MB} = \frac{2}{3}} k = \frac{2}{5}$$

$$\frac{S_{AMQ}}{S_{ABP}} = k^2 \Rightarrow \frac{S_{AMQ}}{S_{ABP}} = \frac{4}{25} \xrightarrow{\text{تفضیل در مخرج}}$$

$$\frac{S_{AMQ}}{S_{ABP} - S_{AMQ}} = \frac{4}{25 - 4} \Rightarrow \frac{S_{AMQ}}{S_{MQPB}} = \frac{4}{21} \quad (2)$$

از ضرب طرفین رابطه‌ی (۱) و (۲) داریم:

$$\frac{S_{AQN}}{S_{AMQ}} \times \frac{S_{AMQ}}{S_{MQPB}} = \frac{1}{2} \times \frac{4}{21} \Rightarrow \frac{S_{AQN}}{S_{MQPB}} = \frac{2}{21}$$

(هندسه ۱، قضیه‌ی تالس، تشابه و کاربردهای آن، صفحه‌های ۴۵ تا ۴۷)

۴

۳

۲ ✓

۱

اگر K نسبت تشابه دو مثلث مذکور باشد، آنگاه داریم:

$$\frac{m}{m'} + \frac{m'}{m} = \frac{5}{2} \Rightarrow k + \frac{1}{k} = \frac{5}{2} \Rightarrow 2k^2 - 5k + 2 = 0$$

$$\Rightarrow k = 2, k = \frac{1}{2}$$

$$\frac{S}{S'} = k^2 \Rightarrow \frac{48}{S'} = (2)^2 \Rightarrow S' = 12$$

(هندسه ۱، قفیه‌ی تالس، تشابه و کاربردهای آن، صفحه‌های ۴۵ تا ۴۷)

 ۴

 ۳

 ۲

 ۱

$$\frac{AM}{MB} = \frac{AN}{NC} = 1 \Rightarrow MN \parallel BC$$

$$MN \parallel BC \Rightarrow \frac{MN}{BC} = \frac{AM}{AB} = \frac{1}{2}$$

به همین ترتیب داریم:

$$MP \parallel AC, MP = \frac{1}{2}AC, NP \parallel AB, NP = \frac{1}{2}AB$$

بنابراین بنا به حالت تناسب سه ضلع، $\triangle ABC \sim \triangle MNP$ و نسبت تشابه $k = \frac{1}{2}$

است. از طرفی $AMPN$ متوازی‌الاضلاع است، پس S وسط MN است و در

نتیجه:

$$S_{PNS} = \frac{1}{2}S_{MNP} = \frac{1}{2} \times \left(\frac{1}{2}\right)^2 S_{ABC} = \frac{1}{8}S_{ABC}$$

(هندسه ۱، قضیه‌ی تالس، تشابه و کاربردهای آن، صفحه‌های ۴۵ تا ۴۷)

۴ ✓

۳

۲

۱

ریاضی، هندسه ۱، چندضلعی‌ها و ویژگی‌هایی از آن‌ها، چندضلعی‌ها - ۱۳۹۶۱۱۲۰

در چندضلعی اولیه داریم:

$$\frac{n(n-3)}{2} = 2n \Rightarrow n(n-3) = 4n \Rightarrow n-3 = 4 \Rightarrow n = 7$$

بنابراین چندضلعی دیگر، دارای ۱۴ ضلع است و نسبت تعداد قطرهای به اضلاع آن

برابر است با:

$$\frac{n(n-3)}{2} = \frac{n-3}{2} \quad \frac{n=14}{2} = \frac{11}{2} = 5.5$$

(هنرسه ا، چندضلعی‌ها، صفحه‌ی ۵۵)

۴

۳

۲

۱

(مصن ممدکریمی)

حالت بیان شده در گزینه‌ی «۱»، لزوماً یک متوازی‌الاضلاع را مشخص نمی‌کند، زیرا

مثلاً در دوزنقه‌ی متساوی‌الساقین، دو ضلع موازی و دو ضلع مساوی وجود دارد، اما

دوزنقه‌ی متساوی‌الساقین، متوازی‌الاضلاع نیست.

(هنرسه ا، چندضلعی‌ها، صفحه‌های ۵۶ تا ۵۹)

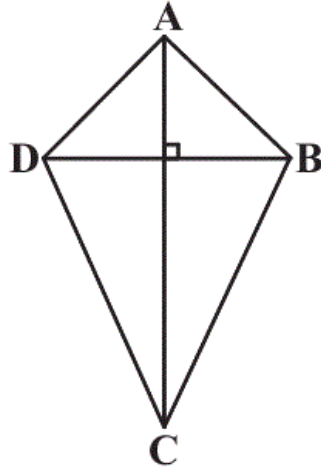
۴

۳

۲

۱

لوزی چهارضلعی ای است که هر چهار ضلع آن با هم برابرند، پس گزاره ی «پ» صحیح است.



گزاره ی «ب» در حالت کلی در متوازی الاضلاع برقرار است و شکل روبه‌رو مثال نقضی برای گزاره ی «الف» می‌باشد.

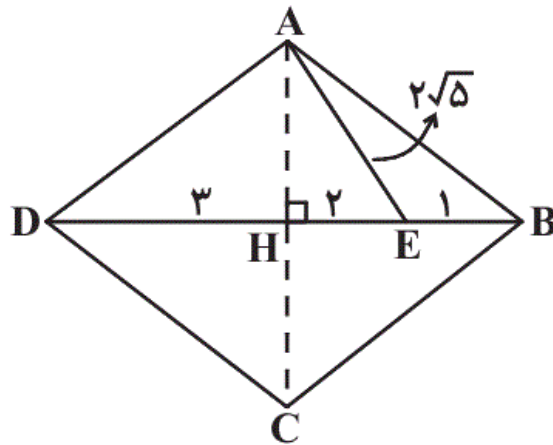
(هندسه ا، پنر ضلعی‌ها، صفحه‌ی ۶۱)

۴

۳

۲

۱



$$DH = HB = \frac{DB}{2} = 3 \Rightarrow HE = 2$$

$$\triangle AEH : AH^2 = (2\sqrt{5})^2 - 2^2 = 16 \Rightarrow AH = 4$$

$$AC = 2AH = 2 \times 4 = 8$$

(هندسه ا، پنر ضلعی‌ها، صفحه‌های ۴۲ و ۶۱)

۴

۳

۲

۱