



سایت ویژه ریاضیات www.riazisara.ir

درسنامه ها و جزوه های ریاضی

سوالات و پاسخنامه تشریحی کنکور

نمونه سوالات امتحانات ریاضی

نرم افزارهای ریاضیات

و...

کانال سایت ریاضی سرا در تلگرام:

<https://t.me/riazisara>



(@riazisara)

ریاضی، هندسه ۲، استدلال (هندسه‌ی ۲)، استدلال در هندسه - ۱۳۹۶۱۱۲۰

۱۳۱- هر زاویه داخلی n ضلعی منتظمی برابر ۱۶۰° است. از هر رأس این n ضلعی، چند قطر می‌گذرد؟

- (۱) ۱۸ (۲) ۱۶ (۳) ۱۳ (۴) ۱۵

شما پاسخ نداده اید

۱۳۲- در یک مثلث متساوی الساقین، طول ساق برابر $x+2$ و طول قاعده برابر $x-1$ است. اگر حدود مقادیر قابل قبول برای x به صورت بازه (a, b) باشد، آن‌گاه حاصل $b-a$ کدام است؟

- (۱) ۲ (۲) $\frac{3}{2}$ (۳) ۱ (۴) $\frac{1}{2}$

شما پاسخ نداده اید

۱۳۳- از برخورد نیمسازهای داخلی زوایای مستطیلی که طول آن دو برابر عرض آن است، یک چهارضلعی حاصل شده است. نسبت مساحت این چهارضلعی

به مساحت مستطیل کدام است؟

- (۱) $\frac{1}{2}$ (۲) $\frac{1}{4}$ (۳) $\frac{1}{6}$ (۴) $\frac{1}{8}$

شما پاسخ نداده اید

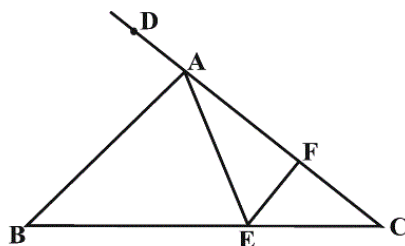
۱۳۴- میان‌های BB' و CC' از مثلث ABC به ترتیب با طول‌های ۹ و ۱۲ برهم عمودند. اگر G محل هم‌رسی میان‌های مثلث باشد، طول AG

کدام است؟

- (۱) ۱۵ (۲) ۱۳ (۳) ۱۲ (۴) ۱۰

شما پاسخ نداده اید

۱۳۵- در شکل زیر، AB نیمساز زاویه EAD و EF نیمساز زاویه AEC است. اگر $AE = 4$ ، $EC = 3$ و $AF = \frac{24}{y}$ باشند، طول BE کدام



است؟

- (۱) ۶ (۲) ۷ (۳) ۸ (۴) ۹

شما پاسخ نداده اید

۱۳۶- دو صفحه موازی M و R به فاصله ۴ واحد از هم در فضا مفروضند و نقطه P روی صفحه M قرار دارد. مکان هندسی نقطه‌ای در فضا که از دو

صفحه M و R به یک فاصله باشد و از نقطه P به فاصله ۳ باشد کدام است؟

- (۱) نقطه (۲) یک خط راست (۳) دایره (۴) تهی

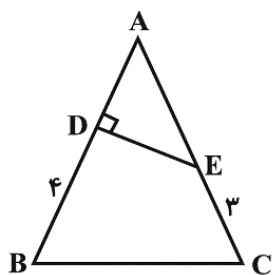
۱۳۷- در مثلث ABC اگر m_a و m_b و m_c به ترتیب میانه‌های وارد بر اضلاع $BC = a$ و $AC = b$ و $AB = c$ باشند و محیط مثلث را $2P$

فرض کنیم، کدام یک از نامساوی‌های زیر همواره برقرار است؟

- (۱) $m_a + m_b + m_c > 2P$
- (۲) $m_a + m_b + m_c < P$
- (۳) $m_a + m_b + m_c < \frac{3}{2}P$
- (۴) $m_a + m_b + m_c > \frac{3}{2}P$

شما پاسخ نداده اید

۱۳۸- در شکل زیر، مثلث ABC متساوی‌الاضلاع است. مجموع فواصل نقطه E از سه ضلع مثلث، چند برابر $\sqrt{3}$ است؟



(۱) ۲

(۲) $\frac{5}{2}$

(۳) ۳

(۴) $\frac{7}{2}$

شما پاسخ نداده اید

۱۳۹- در مثلث حاده الزویه ABC ، نیمساز داخلی زاویه A ، ضلع BC را در نقطه D قطع می‌کند. نقاط M و N را به ترتیب روی AB و AC

طوری در نظر می‌گیریم که $BM = BD$ و $CN = CD$ باشد. در این صورت کدام گزینه همواره صحیح است؟

(۲) $MN \parallel BC$

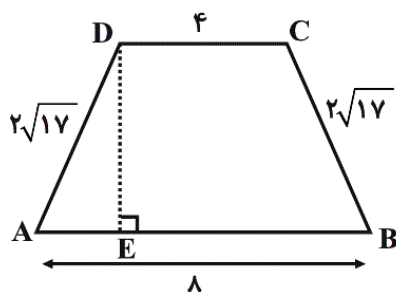
(۱) $\hat{CND} + \hat{BMD} = 90^\circ$

(۴) $|AB - AC| = |DB - DC|$

(۳) $|AM - AN| = |BD - CD|$

شما پاسخ نداده اید

۱۴۰- در شکل مقابل، مجموع فواصل نقطه E از قطرهای دوزنقه $ABCD$ کدام است؟



(۱) ۶/۴

(۲) ۶/۵

(۳) ۶/۶

(۴) ۶/۸

شما پاسخ نداده اید

۸۱- اگر $f(x) = |x^3 - 5x^2 + 8x - 4|$ و دامنه تابع مشتق به صورت $D_{f'} = R - A$ باشد، آن گاه مجموعه A چند عضو دارد؟

- (۱) ۱
(۲) ۲
(۳) ۳
(۴) ۴

شما پاسخ نداده اید

۸۲- مشتق چپ تابع $f(x) = \begin{cases} \sqrt{1+x-2\sqrt{x}} & ; x \notin Z \\ 0 & ; x \in Z \end{cases}$ در نقطه $x=1$ کدام است؟

- (۱) صفر
(۲) $\frac{1}{2}$
(۳) $-\frac{1}{2}$
(۴) ۱

شما پاسخ نداده اید

۸۳- از نقطه برخورد $y = \frac{1}{x^2}$ با نیمساز ربع دوم، قائمی بر منحنی $y = \frac{1}{x^2}$ رسم می‌کنیم تا با محورهای مختصات در ربع اول مثلثی بسازد. مساحت این مثلث کدام است؟

- (۱) $\frac{1}{3}$
(۲) $\frac{1}{2}$
(۳) $\frac{1}{6}$
(۴) $\frac{1}{4}$

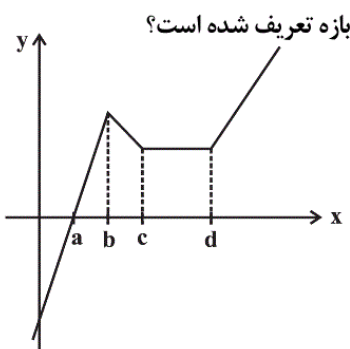
شما پاسخ نداده اید

۸۴- یک شرکت تولیدی برای تولید x عدد کالا، $C(x) = 80000 + 40x + \frac{x^2}{100}$ تومان هزینه می‌کند. اگر بهای فروش هر واحد کالا ۱۰۰ تومان باشد، در این صورت سود نهایی حاصل از فروش هزار و یکمین واحد کالا چند تومان است؟

- (۱) ۳۰
(۲) ۳۵
(۳) ۴۰
(۴) ۵۰

شما پاسخ نداده اید

۸۵- نمودار تابع $y = f(x)$ به شکل مقابل است. در این صورت، اگر $g(x) = \frac{1}{f'(x)}$ باشد، تابع $g(x)$ در کدام بازه تعریف شده است؟



(۱) $R - \{a, b, c, d\}$
(۲) $R - \{b, c, d\}$
(۳) $R - (c, d)$
(۴) $R - ([c, d] \cup \{b\})$

شما پاسخ نداده اید

۸۶- زاویه بین مماس چپ و راست برای تابع $f(x) = \begin{cases} \tan x & ; x \geq 0 \\ \frac{x \cos x}{\sqrt{3}} & ; x < 0 \end{cases}$ در مبدأ مختصات کدام است؟

- (۱) $\frac{11\pi}{12}$
(۲) $\frac{5\pi}{12}$
(۳) $\frac{7\pi}{12}$
(۴) $\frac{\pi}{2}$

۸۷- بادکنکی کروی در لحظه $t = 0$ توسط تلمبه‌ای شروع به باد شدن می‌کند. اگر هر ثانیه $4\pi \text{ cm}^3$ هوا وارد بادکنک شود، آهنگ لحظه‌ای تغییر مساحت

سطح بادکنک نسبت به زمان در لحظه $t = 1$ چقدر است؟ ($\pi = 3$ فرض شود).

- (۱) ۸
(۲) ۲
(۳) ۴
(۴) ۱

شما پاسخ نداده اید

۸۸- شکل تابع $f(x) = \begin{cases} \frac{|x|}{\sqrt{x}} & ; x \neq 0 \\ 0 & ; x = 0 \end{cases}$ در نقطه $x = 0$ چگونه است؟



شما پاسخ نداده اید

۸۹- خط مماس بر منحنی تابع $y = \sqrt{3x+1}$ در نقطه A به طول واحد بر روی منحنی، محور x ها را در نقطه B قطع می‌کند. اگر A' تصویر قائم A

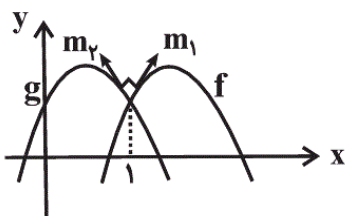
بر محور x ها باشد، طول پاره خط A'B کدام است؟

- (۱) ۴
(۲) ۳
(۳) $\frac{8}{3}$
(۴) $\frac{11}{3}$

شما پاسخ نداده اید

۹۰- در شکل مقابل، نمودارهای دو منحنی $f(x)$ و $g(x)$ در نقطه‌ای به طول $x=1$ برهم عمود هستند و $\lim_{x \rightarrow 1} \frac{f(x)-g(x)}{x^2-1} = 2$ حاصل

$|m_1 + m_2|$ کدام است؟ (m_1 و m_2 شیب خط مماس بر f در $x=1$ و g در $x=1$ است.)



- (۱) $2\sqrt{5}$
(۲) $5\sqrt{2}$
(۳) $2\sqrt{3}$
(۴) $3\sqrt{2}$

شما پاسخ نداده اید

ریاضی، هندسه‌ی تحلیلی، مقاطع مخروطی - ۱۳۹۶۱۱۲۰

۱۱۱- فاصله کانونی یک هذلولی افقی به مرکز مبدأ مختصات، برابر $2\sqrt{5}$ و خروج از مرکز آن برابر $\frac{2\sqrt{5}}{3}$ است. معادله هذلولی کدام است؟

- (۱) $36x^2 - 44y^2 = 99$
(۲) $45x^2 - 55y^2 = 99$
(۳) $44x^2 - 36y^2 = 99$
(۴) $55x^2 - 45y^2 = 99$

شما پاسخ نداده اید

۱۱۲- کانون‌های یک هذلولی، نقاط $F(1+\sqrt{3}, 2)$ و $F'(1-\sqrt{3}, 2)$ هستند. اگر یک رأس هذلولی روی محور y ها باشد، معادله آن کدام است؟

- (۱) $2(x-1)^2 = (y-2)^2 - 1$
(۲) $(y-2)^2 = 2(x-1)^2 - 2$
(۳) $2(x-1)^2 = (y-2)^2 + 1$
(۴) $(y-2)^2 = 2(x-1)^2 + 2$

شما پاسخ نداده اید

۱۱۳- مرکز یک دایره بر مرکز هذلولی به معادله $25y^2 - 9x^2 - 50y = 200$ منطبق است. اگر این دایره از یکی از رأس‌های هذلولی بگذرد، معادله آن به کدام صورت است؟

(۱) $x^2 + y^2 - 2x = 24$ (۲) $x^2 + y^2 - 2x = 8$ (۳) $x^2 + y^2 - 2y = 24$ (۴) $x^2 + y^2 - 2y = 8$

شما پاسخ نداده اید

۱۱۴- مساحت ناحیه محصور بین مجانب‌های هذلولی $x^2 - y^2 = 1$ و خطوط مماس بر هذلولی در رأس‌های آن کدام است؟

(۱) ۲ (۲) $\frac{5}{2}$ (۳) ۳ (۴) $\frac{7}{2}$

شما پاسخ نداده اید

۱۱۵- اگر خط $2y + x = a$ ، یکی از مجانب‌های هذلولی $x^2 - 4y^2 = 2x + 4y - b$ باشد، کدام است a ؟

(۱) صفر (۲) ۱ (۳) ۲ (۴) به مقدار b بستگی دارد.

شما پاسخ نداده اید

۱۱۶- خروج از مرکز هذلولی‌ای که از نقطه $A(1,1)$ بگذرد و $y = \pm 2x$ معادلات مجانب‌های آن باشند، کدام است؟

(۱) $\sqrt{3}$ (۲) $\frac{\sqrt{3}}{2}$ (۳) $\sqrt{5}$ (۴) $\frac{\sqrt{5}}{2}$

شما پاسخ نداده اید

۱۱۷- اگر $mx^2 + 4xy + y^2 + x + y = 1$ معادله یک سهمی باشد، مقدار m کدام است؟

(۱) ۱ (۲) ۲ (۳) ۳ (۴) ۴

شما پاسخ نداده اید

۱۱۸- مقطع مخروطی به معادله $x^2 - 2\sqrt{3}xy + my^2 + x - y - 2 = 0$ ، محور y ها را در نقاطی به عرض‌های y_1 و y_2 قطع می‌کند. اگر با دوران محورهای

مختصات به اندازه $\frac{\pi}{6}$ حول مبدأ، معادله این مقطع به حالت استاندارد تبدیل شود، آن‌گاه حاصل $y_1 + y_2$ کدام است؟

(۱) $\frac{5}{3}$ (۲) ۱ (۳) $\frac{1}{3}$ (۴) ۲

شما پاسخ نداده اید

۱۱۹- فاصله دو رأس منحنی به معادله $x^2 + 3xy + y^2 = 10$ کدام است؟

(۱) ۲ (۲) ۴ (۳) $2\sqrt{5}$ (۴) $\sqrt{5}$

شما پاسخ نداده اید

۱۲۰- مساحت دایره‌ای به قطر فاصله دو رأس هذلولی $xy = \frac{3}{4}$ کدام است؟

(۱) 3π (۲) 6π (۳) 9π (۴) 12π

شما پاسخ نداده اید

ریاضی، ریاضیات گسسته، همنهشتی، نظریه اعداد - ۱۳۹۶۱۱۲۰

۱۲۱- اگر $3a \equiv 2b$ ، آنگاه کدام نتیجه‌گیری نادرست است؟

(۱) $2|a$ (۲) $3|a$ (۳) $3|b$ (۴) $6|3a + 2b$

شما پاسخ نداده اید

۱۲۲- باقی‌مانده تقسیم اعداد طبیعی a و $3a$ بر عدد طبیعی b ، به ترتیب ۱۷ و ۶ است. b کدام است؟

(۱) ۴۸ (۲) ۴۵ (۳) ۴۲ (۴) ۳۹

شما پاسخ نداده اید

۱۲۳- ۲۵ شهریور یک سال، پنجشنبه است. ۲۲ بهمن همان سال چه روزی از هفته است؟

(۱) جمعه (۲) شنبه (۳) یکشنبه (۴) دوشنبه

شما پاسخ نداده اید

۱۲۴- در میان باقی مانده های تقسیم اعداد مجموعه $A = \{7^n : n \in \mathbb{N}\}$ بر عدد ۴۳، بزرگترین عدد کدام است؟

(۱) ۷ (۲) ۳۵ (۳) ۳۶ (۴) ۴۲

شما پاسخ نداده اید

۱۲۵- در همنهشتی $6^n \equiv 2^{22} \pmod{n}$ حداقل مقدار n کدام است؟ ($n \in \mathbb{N}$)

(۱) ۴ (۲) ۵ (۳) ۸ (۴) ۱۰

شما پاسخ نداده اید

۱۲۶- دو عدد ۲۷ و ۱۷۹ در یک دسته همنهشتی به پیمانه m قرار دارند. اگر $(m, 2) = 1$ ، آنگاه باقیمانده تقسیم m^m بر ۱۷ کدام است؟ ($m \neq 1$)

(۱) ۵ (۲) ۶ (۳) ۷ (۴) ۸

شما پاسخ نداده اید

۱۲۷- رقم یکان عدد $(2! + 3! + 4! + \dots + 2017!)^{1396}$ کدام است؟ ($n \in \mathbb{N}$)

(۱) ۳ (۲) ۴ (۳) ۶ (۴) ۷

شما پاسخ نداده اید

۱۲۸- باقیمانده تقسیم عدد $\overline{18baab7}$ بر ۵۵ کدام است؟

(۱) ۳۲ (۲) a (۳) $a + b$ (۴) ۲۲

شما پاسخ نداده اید

۱۲۹- معادله همنهشتی $1396x \equiv 5 \pmod{11}$ ، دارای چند جواب طبیعی و کوچکتر از ۱۰۰ است؟

(۱) ۷ (۲) ۸ (۳) ۹ (۴) ۱۰

شما پاسخ نداده اید

۱۳۰- کمترین تعداد تمبرهای لازم برای ارسال بسته ای که نیاز به ۹۵۰۰ ریال تمبر دارد، با استفاده از تمبرهای ۹۰ و ۵۰ ریالی کدام است؟

(۱) ۱۱۴ (۲) ۱۱۰ (۳) ۱۰۶ (۴) ۱۰۲

شما پاسخ نداده اید

ریاضی ، ریاضی پایه ، مثلثات - ۱۳۹۶۱۱۲۰

۹۹- نمودار رابطه $y = \cos(2 \cos^{-1} x)$ به صورت کدام یک از شکل های زیر است؟

(۱) قسمتی از دایره (۲) قسمتی از بیضی

(۴) قسمتی از هذلولی

www.riazisara.ir

(۳) قسمتی از سهمی
دانلود از سایت ریاضی سرا

۱۰۰- محدوده a چگونه باشد، تا دامنه تابع $f(x) = \sin^{-1}\left(\frac{ax}{x^2+1}\right)$ برابر مجموعه اعداد حقیقی (\mathbb{R}) باشد؟

(۲) $[-3, 3]$

(۱) $[-4, 4]$

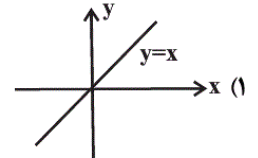
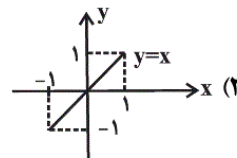
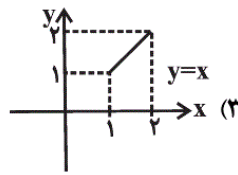
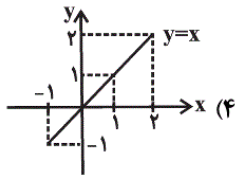
(۴) $[-2, 2]$

(۳) $[-3, 3]$

شما پاسخ نداده اید

ریاضی، ریاضی پایه، تابع حسابان - ۱۳۹۶۱۱۲۰

۹۱- هرگاه تابع $f: [-1, 1] \rightarrow [1, 2]$ مفروض باشد، نمودار $y = f \circ f^{-1}(x)$ کدام است؟



شما پاسخ نداده اید

۹۲- هرگاه f تابعی یک به یک باشد و $f(x + 2f(x)) = f(\Delta x + 2)$ ، در این صورت نمودار تابع $y = f \circ f(x)$ محور y ها را با چه عرضی قطع می کند؟

(۴) ۴

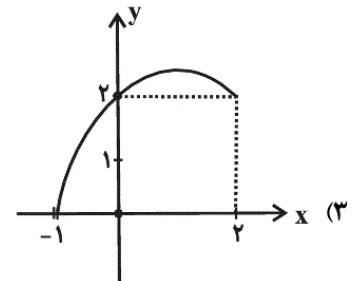
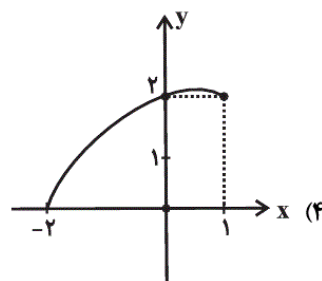
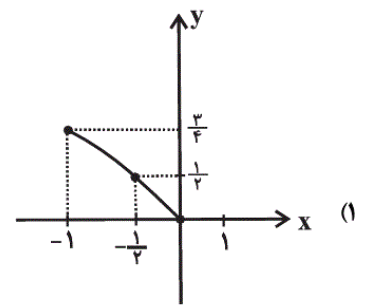
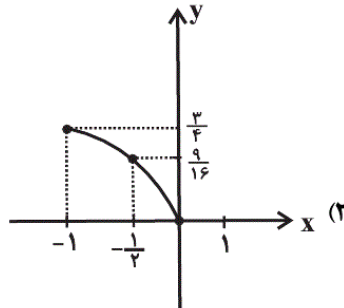
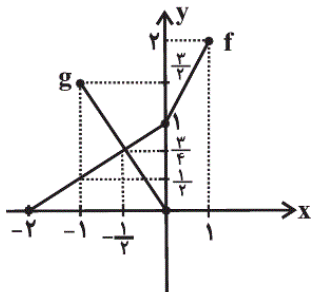
(۳) ۳

(۲) ۲

(۱) ۱

شما پاسخ نداده اید

۹۳- نمودارهای توابع f و g در شکل مقابل رسم شده اند. کدام گزینه نمودار $f \times g$ را نشان می دهد؟



شما پاسخ نداده اید

۹۴- اگر $g(x) = (f^{-1}(x))^2 + \sqrt{f^{-1}(x)}$ و $f(x) = 2g^{-1}(14+x) - 4\sqrt{x}$ باشد، $g^{-1}(18)$ کدام است؟ f و g روی \mathbb{R} یک به یک هستند.

(۴) ۸

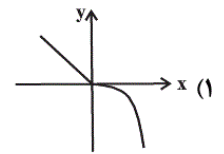
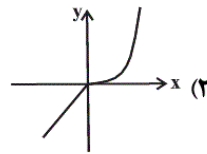
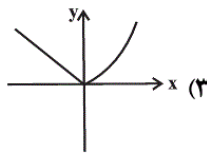
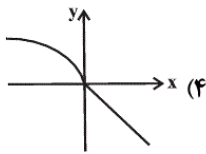
(۳) -۴

(۲) -۸

(۱) ۴

شما پاسخ نداده اید

۹۵- نمودار معکوس تابع $f(x) = \begin{cases} -x^2 & ; x \geq 0 \\ |x| & ; x < 0 \end{cases}$ کدام است؟



شما پاسخ نداده اید

۹۶- اگر تابع $f(x) = \begin{cases} 3x - 4 & ; x \leq -1 \\ m - x & ; x > -1 \end{cases}$ یک به یک باشد، حدود m کدام است؟

(۲) $m \leq -8$

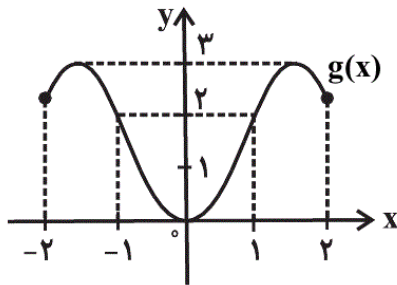
(۱) $m \geq -8$

(۴) f به اجزای هیچ مقداری از m ، یک به یک نمی شود.

(۳) $m > -7$

شما پاسخ نداده اید

۹۷- اگر $D_f = [0, 2]$ و نمودار $g(x)$ به صورت زیر باشد، دامنه $f \circ g(x)$ کدام است؟



(۱) $[-2, 2]$

(۲) $[-1, 1]$

(۳) $[-2, -1] \cup [1, 2]$

(۴) $[0, 1]$

شما پاسخ نداده اید

۹۸- اگر f تابعی خطی بوده و $f(g(x)) = 6x^2 - 2x + 3$ و $f(x) = 12x^2 - 14x + 6$ باشند، آن گاه $f(2)$ کدام است؟

(۲) ۳

(۱) -۱

(۴) ۶

(۳) ۴

شما پاسخ نداده اید

ریاضی ، ریاضی پایه - گواه ، مثلثات - ۱۳۹۶۱۱۲۰

۱۰۹- ساده شده عبارت $\tan\left(\frac{3\pi}{4} - \tan^{-1}\frac{3}{2}\right)$ کدام است؟

(۲) ۳

(۱) ۲

(۴) ۵

(۳) ۴

شما پاسخ نداده اید

۱۱۰- حاصل $\sin^{-1}\left(\cos\frac{9\pi}{7}\right)$ کدام است؟

(۲) $\frac{-11\pi}{14}$

(۱) $\frac{3\pi}{14}$

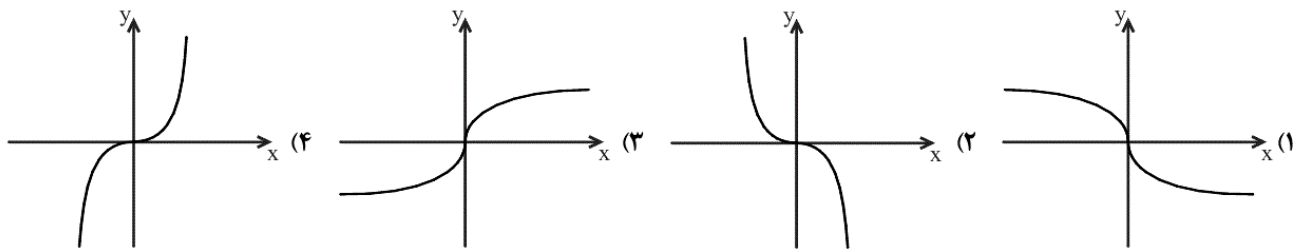
(۴) $\frac{11\pi}{14}$

(۳) $\frac{-3\pi}{14}$

شما پاسخ نداده اید

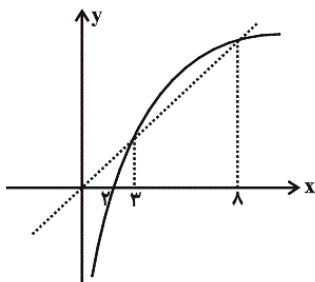
ریاضی ، ریاضی پایه - گواه ، تابع حسابان - ۱۳۹۶۱۱۲۰

۱۰۱- اگر $f(x) = x|x|$ ، آنگاه نمودار تابع $y = f^{-1}(x)$ کدام است؟



شما پاسخ نداده اید

۱۰۲- شکل زیر، نمودار تابع $y = f(x)$ و نیمساز ناحیه اول و سوم است. دامنه تابع با ضابطه $\sqrt{x - f^{-1}(x)}$ ، کدام است؟



(۱) $(0, 2]$

(۲) $[2, 3]$

(۳) $[2, 8]$

(۴) $[3, 8]$

شما پاسخ نداده اید

۱۰۳- منحنی معکوس تابع با ضابطه $y = -(x+2)^3 - 2$ ، تابع را در چند نقطه قطع می کند؟

(۲) پنج نقطه

(۱) یک نقطه

(۴) سه نقطه

(۳) قطع نمی کند.

شما پاسخ نداده اید

۱۰۴- دو تابع با ضابطه های $f(x) = [x] + [-x]$ و $g(x) = x^2 + x - 2$ مفروض اند. اگر $g(f(x)) = -2$ ، آنگاه مجموعه مقادیر x کدام است؟ (\quad) ،

نماد جز صحیح است.

(۲) Z

(۱) $R - Z$

(۴) \emptyset

(۳) R

شما پاسخ نداده اید

۱۰۵- تابع با ضابطه $g(x) = x - \sqrt{x}$ مفروض است. اگر نمودار تابع f ، محور x ها را در دو نقطه به طول های $\frac{1}{4}$ و $\frac{1}{9}$ قطع کند، آنگاه نمودار تابع $f \circ g$ ،

محور x ها را با کدام طول قطع می کند؟

(۲) $\frac{1}{4}$ و $\frac{1}{9}$

(۱) $\frac{1}{9}$ و $\frac{1}{4}$

(۴) $\frac{1}{4}$ و $\frac{1}{9}$

(۳) $\frac{1}{9}$ و $\frac{1}{4}$

شما پاسخ نداده اید

۱۰۶- اگر $f = \{(2, 3), (1, 2), (c, 1)\}$ ، $g = \{(2, a), (b, 4), (3, 5)\}$ و $f + g = \{(2, 4), (1, 6), (d, 6)\}$ باشد، مجموع مقادیر

ممکن برای d کدام است؟

(۲) ۲

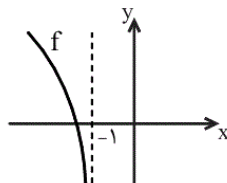
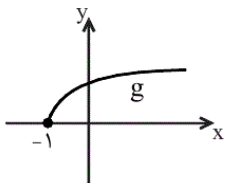
(۱) ۱

(۴) ۴

(۳) ۳

شما پاسخ نداده اید

۱۰۷- هرگاه نمودار تابع های f و g به صورت مقابل باشد، $D_{f \circ g}$ کدام است؟



(۱) $[-1, \infty)$

(۲) $(-\infty, -1]$

(۳) $[0, \infty)$

(۴) \emptyset

شما پاسخ نداده اید

۱۰۸- دو تابع با ضابطه های $g = \{(2, 5), (3, 4), (1, 6), (4, 7), (8, 1)\}$ و $f(x) = 2x - 5$ مفروض اند. اگر $(f^{-1} \circ g)(a) = 6$ باشد، a کدام

است؟

(۲) ۲

(۱) ۱

(۴) ۴

(۳) ۳

شما پاسخ نداده اید

ریاضی ، هندسه ۲ ، استدلال (هندسه ی ۲) ، استدلال در هندسه - ۱۳۹۶۱۱۲۰

(سروش موئینی)

-۱۳۱

$$\text{هر زاویه } n \text{ ضلعی منتظم} = \frac{n-2}{n} \times 180^\circ = 160^\circ$$

$$\frac{n-2}{n} = \frac{16}{18} \Rightarrow n = 18$$

از هر رأس یک n ضلعی، $n-3$ قطر می‌گذرد، پس از هر رأس یک ۱۸ ضلعی، ۱۵ قطر عبور می‌کند.

(هندسه ۲ - استدلال در هندسه: صفحه‌های ۹ و ۱۰)

۴

۳

۲

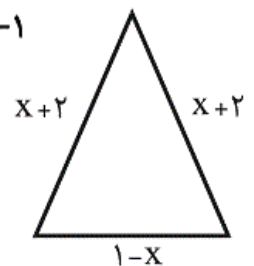
۱

(رضا پورحسینی)

-۱۳۲

$$(x+2) + (x+2) > 1-x \Rightarrow 3x > -3 \Rightarrow x > -1$$

$$(x+2) + (1-x) > x+2 \Rightarrow x < 1$$



بنابراین مقادیر قابل قبول برای x به صورت $-1 < x < 1$ یا در واقع بازه $(-1, 1)$

است. بنابراین $a = -1$ و $b = 1$ است و $b - a = 2$ می‌باشد.

(هندسه ۲ - استدلال در هندسه: صفحه‌های ۲۵ و ۲۶)

۴

۳

۲

۱

از برخورد نیمسازهای داخلی مستطیلی به طول a و به عرض b ، مربعی به طول

ضلع $\frac{a-b}{\sqrt{2}}$ حاصل می‌شود. با توجه به فرض سؤال، $a = 2b$ است و داریم:

$$\frac{S_{\text{مربع}}}{S_{\text{مستطیل}}} = \frac{(a-b)^2}{ab} = \frac{(2b-b)^2}{2b \cdot b} = \frac{b^2}{2b^2} = \frac{1}{2}$$

(هندسه ۲ - استدلال در هندسه: صفحه‌های ۱۱، ۱۲ و ۲۱)

 ۴

 ۳

 ۲

 ۱

در مثلث قائم الزاویه BCG ، میانه نظیر وتر (GM) نصف وتر است:

$$GM = \frac{1}{2}BC$$

از طرفی می‌دانیم: $GM = \frac{1}{2}AG$ ، از دو رابطه اخیر داریم:

$$AG = BC \xrightarrow{BC=10} AG = 10$$

(هندسه ۲ - استدلال در هندسه: صفحه‌ی ۳۶)

 ۴

 ۳

 ۲

 ۱

(رضا عباسی اصل)

EF نیمساز زاویه داخلی AEC و AB نیمساز زاویه خارجی DAE از

مثلث AEC است. با فرض $BE = x$ ، طبق قضیه نیمسازها داریم:

$$\frac{AE}{EC} = \frac{AF}{FC} \Rightarrow \frac{4}{3} = \frac{\frac{24}{y}}{y} \Rightarrow FC = \frac{18}{y} \Rightarrow AC = \frac{24}{y} + \frac{18}{y} = 6$$

$$\frac{AC}{AE} = \frac{BC}{BE} \Rightarrow \frac{6}{4} = \frac{x+3}{x} \Rightarrow x = 6$$

(هندسه ۲ - استدلال در هندسه: صفحه‌های ۱۳ و ۱۴)

 ۴

 ۳

 ۲

 ۱

برای حل این سوال، باید اشتراک ۲ مکان هندسی در نظر گرفته شود.

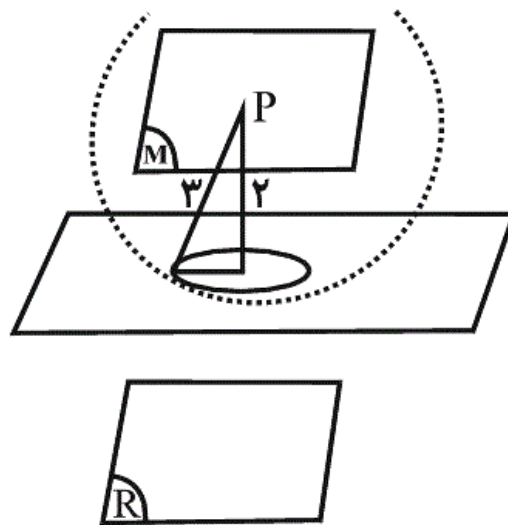
(۱) ← مکان هندسی نقاطی که از دو صفحه M و R به یک فاصله باشند که

صفحه‌ای است موازی M و R و درست در وسط آن دو.

(۲) ← مکان هندسی نقاطی که از نقطه P به فاصله ۳ باشند که کره‌ای

است به مرکزیت P و شعاع ۳.

اشتراک مکان هندسی (۱) و (۲) یک دایره است. (شکل زیر)



(هندسه ۲ - استرلال در هندسه؛ صفحه‌های ۳۱ تا ۳۷)

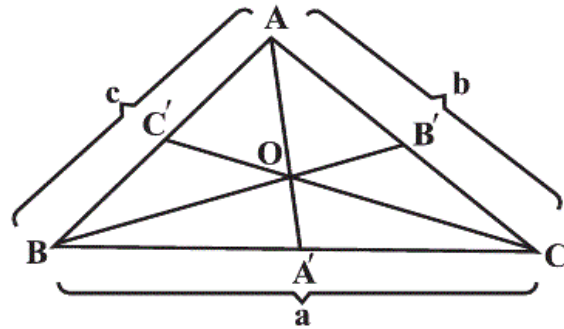
 ۴

 ۳

 ۲

 ۱

چون در هر مثلث هر ضلع از مجموع دو ضلع دیگر کوچکتر است، پس داریم:



$$\left. \begin{array}{l} \triangle OBC : a < OB + OC \\ \triangle OAC : b < OA + OC \\ \triangle OAB : c < OA + OB \end{array} \right\} \Rightarrow a + b + c < 2(OA + OB + OC) \quad (1)$$

O نقطه همرسی میانه‌ها، هر میانه را به نسبت ۱ به ۲ تقسیم می‌کند:

$$OA = \frac{2}{3}m_a, OB = \frac{2}{3}m_b, OC = \frac{2}{3}m_c$$

$$\xrightarrow{(1)} 2P < \frac{4}{3}(m_a + m_b + m_c) \Rightarrow m_a + m_b + m_c > \frac{3}{2}P$$

(هندسه ۲ - استرلال در هندسه: صفحه‌های ۲۵، ۲۶ و ۳۶)

۴

۳

۲

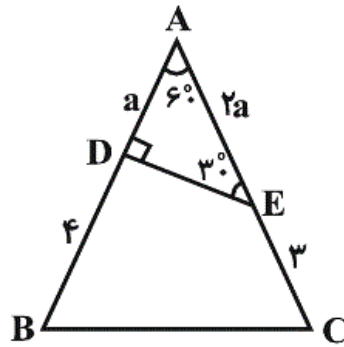
۱

فرض کنیم $AD = a$ ، در این صورت در مثلث ADE داریم:

$$AE = 2AD = 2a$$

$$AB = AC \Rightarrow 4 + a = 2a + 3$$

$$\Rightarrow a = 1 \Rightarrow AB = AC = BC = 5$$



می‌دانیم در هر مثلث متساوی الاضلاع، مجموع فواصل هر نقطه دلخواه درون مثلث (یا

روی مثلث) از سه ضلع آن برابر است با طول ارتفاع مثلث. در نتیجه داریم:

$$\text{مجموع فواصل} = \frac{5\sqrt{3}}{2} \Rightarrow \text{طول ارتفاع} = \frac{\sqrt{3}}{2} (5) = \frac{5\sqrt{3}}{2}$$

(هندسه ۲ - استرلال در هندسه: صفحه‌ی ۲۱)

۴

۳

۲

۱

(سیدامیر ستوده)

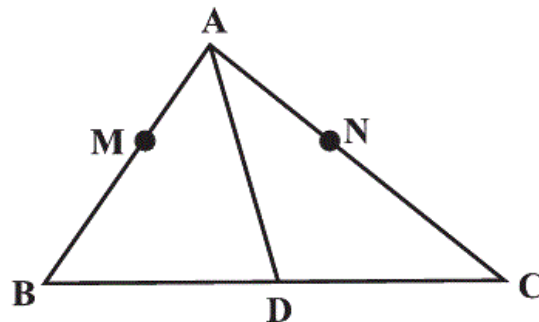
- ۱۳۹

از این که AD نیمساز داخلی زاویه A است، داریم:

$$\frac{AB}{AC} = \frac{BD}{CD}$$

بنابراین $\frac{AB}{BD} = \frac{AC}{CD}$ و لذا $\frac{AB - BD}{BD} = \frac{AC - CD}{CD}$ ، پس داریم:

$$\frac{AB - BM}{BM} = \frac{AC - CN}{CN} \Rightarrow \frac{AM}{MB} = \frac{AN}{NC} \Rightarrow MN \parallel BC$$



(هندسه ۲ - استرلال در هندسه: صفحه‌های ۱۳، ۱۴ و ۲۲)

در ذوزنقه متساوی الساقین، قطرها برابرند و

مثلث‌های OAB و OCD متساوی

الساقین هستند. پس مجموع فواصل نقطه

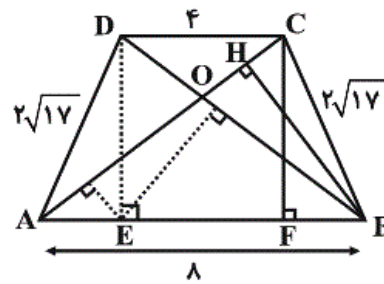
E از قطرها برابر مجموع فواصل E از

ساق‌های مثلث متساوی الساقین OAB

است که این مقدار خود برابر طول ارتفاع

وارد بر ساق (BH) می‌باشد. لذا کافی

است طول BH را محاسبه کنیم:



$$AE = BF = \frac{AB - CD}{2} = \frac{8 - 4}{2} = 2$$

$$\triangle BCF : BC^2 = CF^2 + BF^2 \Rightarrow (2\sqrt{17})^2 = CF^2 + 2^2$$

$$\Rightarrow CF^2 = 4 \times 17 - 4 = 4 \times 16 \Rightarrow CF = 8$$

$$\triangle ACF : AC^2 = AF^2 + CF^2 = (2 + 4)^2 + 8^2 = 6^2 + 8^2 = 10^2$$

$$\Rightarrow AC = 10$$

$$S(\triangle ABC) = \frac{1}{2} CF \times AB = \frac{1}{2} BH \times AC$$

$$\Rightarrow BH = \frac{CF \times AB}{AC} = \frac{8 \times 8}{10} = \frac{64}{10} = 6.4$$

(هندسه ۲ - استرلال در هندسه: صفحه‌ی ۲۱)

 ۴

 ۳

 ۲

 ۱

ریاضی ، دیفرانسیل و انتگرال ، مشتق تابع ، مشتق - ۱۳۹۶۱۱۲۰

(قاسم کتابچی)

ریشه‌های داخل قدر مطلق را بدست می‌آوریم. چون مجموع ضرایب برابر صفر است، لذا $x = 1$ یک ریشه آن است، پس عبارت را بر $x - 1$ تقسیم می‌کنیم تا تجزیه شود.

$$x^3 - 5x^2 + 8x - 4 = (x-1)(x^2 - 4x + 4) = (x-1)(x-2)^2$$

$$\begin{cases} x=1 & \text{ساده} \\ x=2 & \text{مضاعف} \end{cases} \Rightarrow D_{f'} = \mathbb{R} - \{1\}$$

بنابراین مجموعه A فقط یک عضو دارد.

(مسابقان - مشتق توابع: صفحه‌های ۱۶۰ تا ۱۷۰)

۴

۳

۲

۱ ✓

(عمید علیزاده)

-۸۲

$$f'_-(1) = \lim_{x \rightarrow 1^-} \frac{f(x) - f(1)}{x - 1} = \lim_{x \rightarrow 1^-} \frac{\sqrt{1+x} - 2\sqrt{x} - 0}{x - 1} = \frac{0}{0}$$

$$\Rightarrow \lim_{x \rightarrow 1^-} \frac{\sqrt{(\sqrt{x}-1)^2}}{x-1} = \lim_{x \rightarrow 1^-} \frac{|\sqrt{x}-1|}{x-1}$$

$$= \lim_{x \rightarrow 1^-} \frac{-(\sqrt{x}-1)}{(\sqrt{x}-1)(\sqrt{x}+1)} = \frac{-1}{2}$$

(مسابقان - مشتق توابع: صفحه‌های ۱۶۰ تا ۱۷۰)

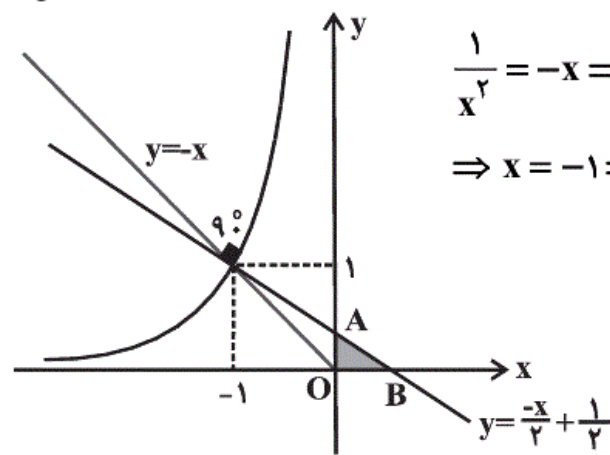
۴

۳ ✓

۲

۱

(فریدون ساعتی)



$$\frac{1}{x^2} = -x \Rightarrow x^3 = -1$$

$$\Rightarrow x = -1 \Rightarrow y = 1$$

نقطه تلاقی $A \begin{vmatrix} -1 \\ 1 \end{vmatrix}$ است.

از نقطه A بر منحنی، قائم رسم کنیم.

$$y = \frac{1}{x^2} \Rightarrow y'(-1) = \lim_{x \rightarrow -1} \frac{\frac{1}{x^2} - 1}{x + 1} = \lim_{x \rightarrow -1} \frac{1 - x^2}{x^2(x + 1)}$$

$$= \lim_{x \rightarrow -1} \frac{(1-x)(1+x)}{x^2(x+1)} = \lim_{x \rightarrow -1} \frac{1-x}{x^2} = 2 \quad (\text{شیب مماس})$$

$$\Rightarrow \text{شیب قائم} = -\frac{1}{2} \Rightarrow \text{معادله قائم: } y - 1 = -\frac{1}{2}(x + 1) \Rightarrow y = -\frac{x}{2} + \frac{1}{2}$$

$$y = -\frac{x}{2} + \frac{1}{2} \Rightarrow A \begin{vmatrix} x=0 \\ y=\frac{1}{2} \end{vmatrix}, B \begin{vmatrix} x=1 \\ y=0 \end{vmatrix}$$

$$\text{OAB مساحت مثلث} = \frac{\frac{1}{2} \times (1)}{2} = \frac{1}{4}$$

(مسایران - مشتق توابع؛ صفحه‌های ۱۶۰ تا ۱۷۰)

۴

۳

۲

۱

درآمد حاصل از فروش x واحد کالا $R(x) = 100x$

تابع سود $P(x) = R(x) - C(x) = 100x - (80000 + 40x + \frac{x^2}{100})$

$$P(x) = 60x - \frac{x^2}{100} - 80000$$

سود نهایی حاصل از فروش $x + 1$ امین کالا $P'(x) = 60 - \frac{2x}{100}$

$$\Rightarrow P'(1000) = 60 - 20 = 40 \text{ تومان}$$

(دیفرانسیل - مشتق و کاربرد آن؛ صفحه‌های ۱۲۹ تا ۱۳۰)

 ۴

 ۳

 ۲

 ۱

(مهم‌رمضانی ابراهیمی)

مشتق تابع f در بازه (c, d) برابر صفر است و در نقاط b, c, d نیز تعریف نشده

است. بنابراین تابع g نیز در بازه $[c, d] \cup \{b\}$ تعریف نشده است.

(حسابان - مشتق توابع؛ صفحه‌های ۱۶۰ تا ۱۷۰)

 ۴

 ۳

 ۲

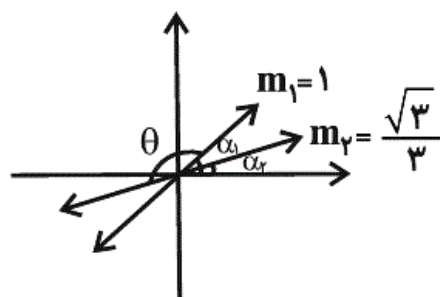
 ۱

$$m_1 = f'_+(\circ) = \lim_{x \rightarrow \circ^+} \frac{f(x) - f(\circ)}{x - \circ} = \lim_{x \rightarrow \circ^+} \frac{\tan x - \circ}{x - \circ} = 1 = \tan \alpha_1$$

$$\Rightarrow \alpha_1 = \frac{\pi}{4}$$

$$m_2 = f'_-(\circ) = \lim_{x \rightarrow \circ^-} \frac{f(x) - f(\circ)}{x - \circ} = \lim_{x \rightarrow \circ^-} \frac{\frac{x \cos x}{\sqrt{x}} - \circ}{x}$$

$$= \lim_{x \rightarrow \circ^-} \frac{\cos x}{\sqrt{x}} = \frac{1}{\sqrt{x}} = \frac{\sqrt{x}}{x} = \tan \alpha_2 \Rightarrow \alpha_2 = \frac{\pi}{6}$$



$$\alpha_1 - \alpha_2 = \frac{\pi}{4} - \frac{\pi}{6} = \frac{\pi}{12}$$

یا

$$\theta = \pi - \frac{\pi}{12} = \frac{11\pi}{12}$$

(حسابان - مشتق توابع: صفحه‌های ۱۶۰ تا ۱۷۰)

۴

۳

۲

۱ ✓

(عمید علیزاده)

-۸۷

$$V = \frac{4}{3} \pi r^3 \xrightarrow{\pi=3} t = r^3 \Rightarrow r = \sqrt[3]{t}$$

$$S = 4\pi r^2 = 4 \times 3 (\sqrt[3]{t})^2 = 12\sqrt[3]{t^2} \Rightarrow S'(1) = \lim_{t \rightarrow 1} \frac{12\sqrt[3]{t^2} - 12}{t - 1}$$

$$= 12 \lim_{t \rightarrow 1} \frac{(\sqrt[3]{t^2} - 1)(\sqrt[3]{t^4} + \sqrt[3]{t^2} + 1)}{(t - 1)(\sqrt[3]{t^4} + \sqrt[3]{t^2} + 1)} = 12 \lim_{t \rightarrow 1} \frac{t^2 - 1}{(t - 1)(\sqrt[3]{t^4} + \sqrt[3]{t^2} + 1)}$$

$$= 12 \lim_{t \rightarrow 1} \frac{t + 1}{(\sqrt[3]{t^4} + \sqrt[3]{t^2} + 1)} = 12 \times \frac{2}{3} = 8$$

(دیفرانسیل - مشتق و کاربرد آن: صفحه‌های ۱۲۹ و ۱۳۰)

۴

۳

۲

۱ ✓

$$f(x) = \begin{cases} \frac{|x|}{\sqrt[3]{x}} & ; x \neq 0 \\ 0 & ; x = 0 \end{cases} \quad \text{تابع در } x=0 \text{ پیوسته است.}$$

$$f'(0) = \lim_{x \rightarrow 0} \frac{f(x) - f(0)}{x - 0} \Rightarrow \begin{cases} f'_+(0) = \lim_{x \rightarrow 0^+} \frac{\frac{x}{\sqrt[3]{x}}}{x} = \lim_{x \rightarrow 0^+} \frac{1}{\sqrt[3]{x}} = +\infty \\ f'_-(0) = \lim_{x \rightarrow 0^-} \frac{\frac{-x}{\sqrt[3]{x}}}{x} = \lim_{x \rightarrow 0^-} \frac{-1}{\sqrt[3]{x}} = +\infty \end{cases}$$



(دیفرانسیل - مشتق و کاربرد آن: صفحه‌های ۱۲۱ تا ۱۲۶)

۴ ✓

۳

۲

۱

$$\left. \begin{aligned} y = \sqrt{3x+1} \xrightarrow{x=1} y = 2 \Rightarrow A(1, 2) \\ y'(1) = \lim_{x \rightarrow 1} \frac{\sqrt{3x+1} - 2}{x-1} = \lim_{x \rightarrow 1} \frac{(\sqrt{3x+1} - 2)(\sqrt{3x+1} + 2)}{(x-1)(\sqrt{3x+1} + 2)} \\ = \lim_{x \rightarrow 1} \frac{3(x-1)}{(x-1)(\sqrt{3x+1} + 2)} = \frac{3}{4} = m \end{aligned} \right\}$$

$$\Rightarrow y - 2 = \frac{3}{4}(x-1) \xrightarrow{y_B=0} 0 - 2 = \frac{3}{4}(x-1) \Rightarrow x_B = \frac{-5}{3}$$

$$x_A = x_{A'} = 1 \Rightarrow A'B = 1 - \left(\frac{-5}{3} \right) = \frac{8}{3}$$

۴

۳ ✓

۲

۱

$$\begin{aligned} \lim_{x \rightarrow 1} \frac{f(x) - g(x)}{x^2 - 1} = \frac{0}{0} &\Rightarrow \lim_{x \rightarrow 1} \frac{(f(x) - f(1)) - (g(x) - g(1))}{x^2 - 1} \\ &= \lim_{x \rightarrow 1} \frac{1}{x+1} \left(\frac{f(x) - f(1)}{x-1} - \frac{g(x) - g(1)}{x-1} \right) = \frac{1}{2} (f'(1) - g'(1)) = 2 \\ &\Rightarrow f'(1) - g'(1) = 4 \Rightarrow m_1 - m_2 = 4 \end{aligned}$$

برای محاسبه حد فوق می‌توانیم از قاعده هوییتال نیز به صورت زیر استفاده کنیم.

$$\begin{aligned} \lim_{x \rightarrow 1} \frac{f(x) - g(x)}{x^2 - 1} = \frac{0}{0} &\xrightarrow{\text{HOP}} \lim_{x \rightarrow 1} \frac{f'(x) - g'(x)}{2x} \\ &= \frac{f'(1) - g'(1)}{2} = 2 \Rightarrow f'(1) - g'(1) = 4 \Rightarrow m_1 - m_2 = 4 \end{aligned}$$

$\Rightarrow m_1 m_2 = -1$ چون f و g در $x = 1$ برهم عمودند

پس:

$$(m_1 + m_2)^2 = (m_1 - m_2)^2 + 4m_1 m_2 = (4)^2 - 4 = 12$$

$$\Rightarrow |m_1 + m_2| = 2\sqrt{3}$$

(دیفرانسیل - مشتق و کاربرد آن: صفحه‌های ۱۲۱ تا ۱۲۶)

۴

۳ ✓

۲

۱

$$2c = 2\sqrt{5} \Rightarrow c = \sqrt{5}$$

$$e = \frac{2\sqrt{5}}{3} \Rightarrow \frac{c}{a} = \frac{2\sqrt{5}}{3} \Rightarrow \frac{\sqrt{5}}{a} = \frac{2\sqrt{5}}{3} \Rightarrow a = \frac{3}{2}$$

$$c^2 = a^2 + b^2 \Rightarrow 5 = \frac{9}{4} + b^2 \Rightarrow b^2 = \frac{11}{4} \Rightarrow b = \frac{\sqrt{11}}{2}$$

$$\frac{x^2}{\frac{9}{4}} - \frac{y^2}{\frac{11}{4}} = 1 \Rightarrow \frac{4x^2}{9} - \frac{4y^2}{11} = 1 \Rightarrow 44x^2 - 36y^2 = 99$$

(هندسه تحلیلی - مقاطع مخروطی؛ صفحه‌های ۷۰ تا ۷۶)

 ۴

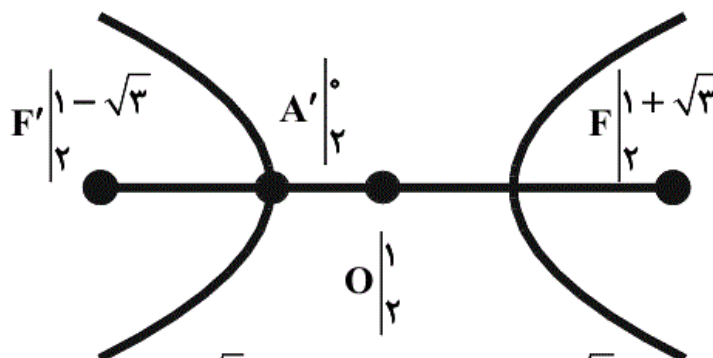
 ۳

 ۲

 ۱

(سروش موئینی)

- ۱۱۲



با توجه به شکل، $c = \sqrt{3}$ ، $a = 1$ و در نتیجه $b = \sqrt{2}$ است و معادله

هذلولی به صورت زیر در می‌آید:

$$\frac{(x-1)^2}{1} - \frac{(y-2)^2}{2} = 1 \Rightarrow 2(x-1)^2 = (y-2)^2 + 2$$

(هندسه تحلیلی - مقاطع مخروطی؛ صفحه‌های ۷۰ تا ۷۶)

 ۴

 ۳

 ۲

 ۱

$$25(y^2 - 2y) - 9x^2 = 200 \Rightarrow 25[(y-1)^2 - 1] - 9x^2 = 200$$

$$\Rightarrow 25(y-1)^2 - 9x^2 = 225 \Rightarrow \frac{(y-1)^2}{9} - \frac{x^2}{25} = 1$$

$$\text{دایره از رأس دیگر هذلولی نیز می‌گذرد و در این دو رأس بر دو شاخه هذلولی} \\ \text{مماس است.} \quad O'(0,1), a^2 = 9, b^2 = 25 \Rightarrow a = 3, b = 5$$

دایره از رأس دیگر هذلولی نیز می‌گذرد و در این دو رأس بر دو شاخه هذلولی مماس است.

$$R = 3 \quad (\text{شعاع دایره}) \quad 2R = AA' = 2a = 6 \Rightarrow$$

$$O'(0,1), R = 3 \Rightarrow x^2 + (y-1)^2 = 9 \Rightarrow x^2 + y^2 - 2y = 8$$

(هندسه تحلیلی - مقاطع مخروطی: صفحه‌های ۷۰ تا ۷۶)

۴ ✓

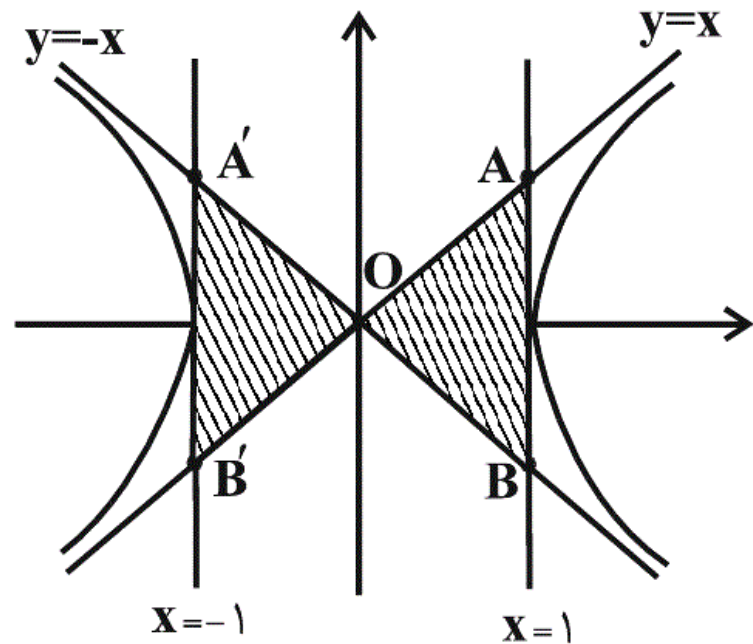
۳

۲

۱

مجانِب‌های هذلولی، خطوط عمود بر هم $y = \pm x$ و خطوط مماس بر هذلولی در

رئوس آن، خطوط $x = \pm 1$ می‌باشند، داریم:



$$\begin{cases} y = x \xrightarrow{x=1} A(1,1) \Rightarrow OA = \sqrt{1^2 + 1^2} = \sqrt{2} \\ y = -x \xrightarrow{x=1} B(1,-1) \Rightarrow OB = \sqrt{1+1} = \sqrt{2} \end{cases}$$

$$S_{AOB} = \frac{1}{2} \times OA \times OB = \frac{1}{2} \times \sqrt{2} \times \sqrt{2} = 1 \Rightarrow S_{A'OB'} = 1$$

$$\text{مساحت ناحیه محصور} = 1 + 1 = 2$$

(هندسه تحلیلی - مقاطع مخروطی: صفحه‌های ۷۰ تا ۷۶)

 ۴

 ۳

 ۲

 ۱

با توجه به اینکه مرکز هذلولی روی خط مجانب قرار دارد، داریم:

$$x^2 - 4y^2 - 2x - 4y + b = 0$$

$$\Rightarrow (x^2 - 2x + 1) - 1 - 4\left(y^2 + y + \frac{1}{4}\right) + 1 + b = 0$$

$$\Rightarrow (x-1)^2 - 4\left(y + \frac{1}{4}\right)^2 = -b$$

بنابراین مرکز هذلولی، نقطه $O\left(1, -\frac{1}{4}\right)$ است و داریم:

$$2y + x = a \Rightarrow -1 + 1 = a \Rightarrow a = 0$$

(هندسه تحلیلی - مقاطع مخروطی؛ صفحه‌های ۷۰ تا ۷۶)

۴

۳

۲

۱ ✓

نقطه تلاقی مجانب‌های هذلولی، مرکز آن است.

$$y = \pm 2x \Rightarrow \begin{cases} y = 2x \\ y = -2x \end{cases} \Rightarrow x = y = 0 \Rightarrow O(0,0)$$

نقطه $A(1,1)$ زیر خط $y = 2x$ و بالای خط $y = -2x$ واقع است، پس

هذلولی افقی است.

$$y = \pm 2x \xrightarrow{\text{هذلولی افقی است.}} \frac{b}{a} = |\pm 2| \Rightarrow \frac{b}{a} = 2 \Rightarrow b = 2a$$

$$\text{معادله هذلولی افقی به مرکز } (0,0) : \frac{x^2}{a^2} - \frac{y^2}{b^2} = 1$$

$$\xrightarrow[\substack{\text{هذلولی } (1,1) \in \\ b=2a}]{} \frac{1}{a^2} - \frac{1}{4a^2} = 1$$

$$\Rightarrow a^2 = \frac{3}{4} \Rightarrow b^2 = 3 \Rightarrow c^2 = a^2 + b^2 = \frac{15}{4}$$

$$e = \frac{c}{a} = \frac{\sqrt{\frac{15}{4}}}{\sqrt{\frac{3}{4}}} = \sqrt{5}$$

(هندسه تحلیلی - مقاطع مخروطی؛ صفحه‌های ۷۰ تا ۷۶)

۴

۳ ✓

۲

۱

(ممد ابراهیم کیتی زاره)

- ۱۱۷

$$a = m, b = 4, c = 1$$

$$\text{در سهمی} : b^2 - 4ac = 0 \Rightarrow 16 - 4m = 0 \Rightarrow m = 4$$

(هندسه تحلیلی - مقاطع مخروطی؛ صفحه‌های ۸۳ تا ۹۲)

۴ ✓

۳

۲

۱

$$\tan 2\theta = \frac{b}{a-c} \Rightarrow \tan \frac{\pi}{3} = \frac{-2\sqrt{3}}{1-m} \Rightarrow \sqrt{3} = \frac{-2\sqrt{3}}{1-m}$$

$$\Rightarrow 1-m = -2 \Rightarrow m = 3 \Rightarrow x^2 - 2\sqrt{3}xy + 3y^2 + x - y - 2 = 0$$

$$x = 0 \Rightarrow 3y^2 - y - 2 = 0 \Rightarrow y_1 + y_2 = -\left(\frac{-1}{3}\right) = \frac{1}{3}$$

(هندسه تحلیلی - مقاطع مخروطی: صفحه‌های ۱۶ تا ۹۲)

 ۴

 ۳

 ۲

 ۱

(مسن رجبی)

- 119

اگر در معادله اصلی و معادله بعد از دوران محورهای مختصات، $F = f$ باشد،

آن گاه داریم:

$$\begin{cases} A + C = A' + C' \\ B^2 - 4AC = -4A'C' \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} 2 = A' + C' \\ 9 - 4 = -4A'C' \Rightarrow A'C' = \frac{-5}{4} \end{cases}$$

$$\Rightarrow A' = \frac{5}{2}, C' = \frac{-1}{2}$$

$$\Rightarrow \frac{5}{2}x'^2 - \frac{1}{2}y'^2 = 10 \Rightarrow \frac{x'^2}{4} - \frac{y'^2}{20} = 1 \Rightarrow a^2 = 4 \Rightarrow a = 2$$

$$\text{فاصله دو رأس} = 2a = 4$$

(هندسه تحلیلی - مقاطع مخروطی: صفحه‌های ۱۶ تا ۹۲)

 ۴

 ۳

 ۲

 ۱

$$\tan 2\theta = \frac{b}{a-c} = \frac{1}{0} \Rightarrow 2\theta = \frac{\pi}{2} \Rightarrow \theta = \frac{\pi}{4}$$

$$\begin{cases} x = x' \cos \theta - y' \sin \theta \\ y = x' \sin \theta + y' \cos \theta \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} x = \frac{\sqrt{2}}{2} x' - \frac{\sqrt{2}}{2} y' \\ y = \frac{\sqrt{2}}{2} x' + \frac{\sqrt{2}}{2} y' \end{cases}$$

$$xy = \frac{3}{2} \Rightarrow \left(\frac{\sqrt{2}}{2} x' - \frac{\sqrt{2}}{2} y' \right) \left(\frac{\sqrt{2}}{2} x' + \frac{\sqrt{2}}{2} y' \right) = \frac{3}{2}$$

$$\Rightarrow \frac{1}{2} x'^2 - \frac{1}{2} y'^2 = \frac{3}{2} \Rightarrow \frac{x'^2}{3} - \frac{y'^2}{3} = 1 \Rightarrow a^2 = 3$$

$$S = \pi r^2 = \pi a^2 = 3\pi$$

(هندسه تحلیلی - مقاطع مخروطی: صفحه‌های ۱۶ تا ۹۲)

 ۴

 ۳

 ۲

 ۱

ریاضی، ریاضیات گسسته، همنهشتی، نظریه اعداد - ۱۳۹۶۱۱۲۰

(کیوان دارابی)

-۱۲۱

$$3a \equiv 2b \Rightarrow \begin{cases} 3a \equiv 2b \Rightarrow 2b \equiv 0 \Rightarrow b \equiv 0 \Rightarrow 3 | b \\ 3a \equiv 2b \Rightarrow 3a \equiv 0 \Rightarrow a \equiv 0 \Rightarrow 2 | a \end{cases}$$

$$\begin{cases} a \equiv 0 \Rightarrow 3a \equiv 0 \\ b \equiv 0 \Rightarrow 2b \equiv 0 \end{cases} \Rightarrow 3a + 2b \equiv 0 \Rightarrow 6 | 3a + 2b$$

از طرفی

پس تنها گزینه ۲ را نمی‌توان نتیجه گرفت.

(ریاضیات گسسته - نظریه اعداد: صفحه‌های ۴۸ تا ۵۱)

 ۴

 ۳

 ۲

 ۱

(کاظم باقرزاده پوره)

$$\begin{cases} b \\ a \equiv 17 \\ 3a \equiv 6 \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} b \\ 3a \equiv 51 \\ 3a \equiv 6 \end{cases} \Rightarrow 51 \equiv 6 \Rightarrow b \mid 45$$

پس b می‌تواند هر یک از مقسوم علیه‌های مثبت ۴۵ باشد، یعنی ۱، ۳، ۵، ۹، ۱۵ و ۴۵. اما در الگوریتم تقسیم $r \leq b - 1$ ، یعنی $b - 1 \leq 17$ ، پس داریم:

$$18 \leq b \Rightarrow b = 45$$

(ریاضیات گسسته - نظریه اعداد: صفحه‌های ۴۸ تا ۵۱)

۴

۳

۲ ✓

۱

(عباس اسری امیرآبازی)

مهر، آبان، آذر و دی هر کدام ۳۰ روز هستند، پس مجموع تعداد روزهای بعد از ۲۵ شهریور تا ۲۲ بهمن برابر است با:

$$6 + 4(30) + 22 \equiv 6 + 120 + 22 \equiv 148 \equiv 8 \pmod{7}$$

بنابراین روز مورد نظر در هفته، یک روز بعد از پنجشنبه، یعنی روز جمعه است.

(ریاضیات گسسته - نظریه اعداد: صفحه‌های ۴۸ تا ۵۱)

۴

۳

۲

۱ ✓

(رسول مفسنی منش)

$$7^1 \equiv 7 \pmod{43} \Rightarrow 7^2 \equiv 49 \equiv 6 \pmod{43} \xrightarrow{\times 7} 7^3 \equiv 42 \pmod{43}$$

با توجه به این که حداکثر باقی‌مانده تقسیم بر عدد b ، برابر $b - 1$ است، پس حداکثر باقی‌مانده تقسیم اعضای مجموعه A بر عدد ۴۳، همان ۴۲ خواهد بود.

(ریاضیات گسسته - نظریه اعداد: صفحه‌های ۴۸ تا ۵۱)

۴ ✓

۳

۲

۱

ابتدا دو طرف را بر 2^n تقسیم می‌کنیم:

$$6^n \equiv 2^{22} \xrightarrow[\text{با } 2^n]{\div 2^n} 3^n \equiv 1 \pmod{2^{22}}$$

پس می‌خواهیم بینیم حداقل مقدار n در رابطه $3^n \equiv 1 \pmod{2^{22}}$ کدام است.

$$3^3 \equiv 5 \pmod{2^{22}} \Rightarrow 3^4 \equiv 4 \pmod{2^{22}} \Rightarrow 3^5 \equiv 1 \pmod{2^{22}} \Rightarrow n_{\min} = 5$$

(ریاضیات گسسته - نظریه اعداد: صفحه‌های ۴۸ تا ۵۱)

۴

۳

۲

۱

(سیدامیر ستوده)

- ۱۲۶

$$179 \equiv 27 \pmod{m} \Rightarrow m \mid 179 - 27 \Rightarrow m \mid 152 \Rightarrow \begin{cases} m \mid 8 \times 19 \\ (m, 8) = 1 \end{cases} \Rightarrow m \mid 19$$

از طرفی $m \neq 1$ ، پس $m = 19$.

$$m^m \equiv 19^{19} \equiv 2^{19} \equiv (2^4)^4 \times 2^3 \equiv (-1)^4 \times 8 \equiv 8 \pmod{19}$$

(ریاضیات گسسته - نظریه اعداد: صفحه‌های ۴۸ تا ۵۱)

۴

۳

۲

۱

(رضا پورحسینی)

- ۱۲۷

ابتدا باقی‌مانده پایه را در تقسیم بر 10 پیدا می‌کنیم.

$$2! + 3! + 4! + 5! + \dots + 2017! \equiv 2 + 6 + 4 + 0 + \dots + 0 \equiv 12 \equiv 2 \pmod{10}$$

سپس توان را بر 4 تقسیم می‌کنیم. چون 1396 بر 4 بخش‌پذیر است، باقی‌مانده

$$1396 \equiv 0 \pmod{4}$$

تقسیم برابر صفر است و داریم:

$$(2! + 3! + 4! + \dots + 2017!)^{1396} \equiv 2^4 \equiv 16 \equiv 6 \pmod{10}$$

(ریاضیات گسسته - نظریه اعداد: صفحه‌های ۴۸ تا ۵۱)

۴

۳

۲

۱

(کیوان دارابی)

- ۱۲۸

$$A \equiv 7 \pmod{5}$$

فرض کنیم $A = 18baab7$ باشد، داریم:

$$A \equiv 7 - b + a - a + b - 8 + 1 \equiv 0 \pmod{11}$$

$$\begin{cases} A \equiv 7 \pmod{5} \\ A \equiv 0 \pmod{11} \end{cases} \Rightarrow A \equiv 22 \pmod{55}$$

(ریاضیات گسسته - نظریه اعداد: صفحه‌های ۴۸ تا ۵۱)

۴

۳

دانلود از کتابخانه دیجیتال ریاضی سرا

۱

(علیرضا کلانتری)

$$1396x \equiv 5 \Rightarrow (6-9+3-1)x \equiv 5$$

$$\Rightarrow -x \equiv 5 \Rightarrow x \equiv -5 \equiv 6 \Rightarrow x = 11k + 6$$

بنابراین مقادیر قابل قبول برای x عبارتند از:

$$6, 17, 28, 39, 50, 61, 72, 83, 94$$

(ریاضیات گسسته - نظریه اعداد: صفحه‌های ۴۸ تا ۵۳)

۴

۳ ✓

۲

۱

(سیروید زوالفقاری)

- ۱۳۰

به دنبال حداقل مقدار $x + y$ در معادله سیاله $50x + 90y = 9500$ هستیم، پس باید جواب‌های کلی معادله را طوری بدست آوریم که x و y صحیح و نامنفی باشند.

$$(50, 90) = 10 \Rightarrow 5x + 9y = 950 \Rightarrow \begin{cases} x_0 = 10 \\ y_0 = 100 \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} x = 10 + 9k \\ y = 100 - 5k \end{cases}$$

محدوده k برای صحیح و نامنفی بودن x و y ، مقادیر $\{-1, 0, \dots, 20\}$ می‌باشد. چون می‌خواهیم حداقل $x + y = 110 + 4k$ را به دست آوریم، پس باید k کمترین مقدار ممکن باشد. یعنی $k = -1$.

$$\min(x + y) = 110 + 4(-1) = 106$$

(ریاضیات گسسته - نظریه اعداد: صفحه‌های ۵۲ و ۵۳)

۴

۳ ✓

۲

۱

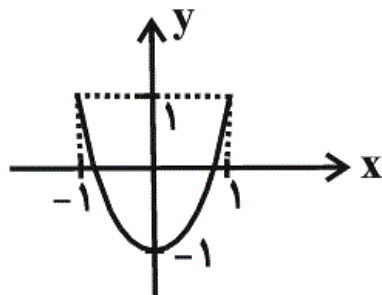
ریاضی، ریاضی پایه، مثلثات - ۱۳۹۶۱۱۲۰

(فریدون ساعتی)

فرض می‌کنیم $\cos^{-1} x = \alpha$ ، بنابراین $x = \cos \alpha$ که $-1 \leq x \leq 1$. از طرفی:

$$y = \cos(2 \cos^{-1} x) = \cos(2\alpha) = 2 \cos^2 \alpha - 1$$

$$\Rightarrow y = 2x^2 - 1, \quad -1 \leq x \leq 1$$



یعنی نمودار فوق قسمتی از یک سهمی است.

(مسابان - مثلثات: صفحه‌های ۱۲۴ تا ۱۳۰)

۴

۳ ✓

۲

۱

(کیا مقدس نیاک)

-۱۰۰

$$h(x) = \sin^{-1} u : D_h = \{x \in \mathbb{R} \mid -1 \leq u \leq 1\}$$

$$\Rightarrow -1 \leq \frac{ax}{x^2 + 1} \leq 1 \xrightarrow[\text{مثبت است}]{\text{چون } x^2 + 1 \text{ همواره}} -(x^2 + 1) \leq ax \leq x^2 + 1$$

$$\Rightarrow |ax| \leq x^2 + 1 \Rightarrow x^2 - |ax| + 1 \geq 0$$

$$\Delta \leq 0 \Rightarrow a^2 - 4(1)(1) \leq 0 \Rightarrow a^2 \leq 4 \Rightarrow -2 \leq a \leq 2$$

(مسابان - مثلثات: صفحه‌های ۱۲۴ تا ۱۳۰)

۴ ✓

۳

۲

۱

ریاضی، ریاضی پایه، تابع حسابان - ۱۳۹۶۱۱۲۰

می‌دانیم $f^{-1} \circ f(x) = f \circ f^{-1}(x) = x$ همچنین داریم:

$$\begin{cases} D_{f \circ f^{-1}} = D_{f^{-1}} = R_f \\ D_{f^{-1} \circ f} = D_f = R_{f^{-1}} \end{cases}$$

$$\begin{cases} D_f = [-1, 1] \\ D_{f^{-1}} = R_f = [1, 2] \Rightarrow D_{f \circ f^{-1}} = [1, 2] \end{cases}$$

$$y = f \circ f^{-1}(x) = x$$

(مسئله‌ها - تابع: صفحه‌های ۶۹ تا ۷۶ و ۸۹ تا ۹۵)

 ۴

 ۳

 ۲

 ۱

(فریدون ساعتی)

-۹۲

با توجه به این که تابع f یک به یک می‌باشد، داریم:

$$x + 2f(x) = 5x + 2 \Rightarrow 2f(x) = 5x + 2 - x \Rightarrow 2f(x) = 4x + 2$$

$$\Rightarrow 2f(x) = 2(2x + 1) \Rightarrow f(x) = 2x + 1$$

$$\Rightarrow f \circ f(x) = f(f(x)) = 2f(x) + 1 = 2(2x + 1) + 1 = 4x + 3$$

نقطه تلاقی با محور y ها $\rightarrow x = 0 \Rightarrow f \circ f(0) = 4(0) + 3 = 3$

(مسئله‌ها - تابع: صفحه‌های ۶۹ تا ۷۶ و ۸۶ تا ۸۸)

 ۴

 ۳

 ۲

 ۱

$$D_{f \times g} = D_f \cap D_g = [-1, 0]$$

در این بازه به ازای نقاط مشخص بازه، حاصل $f(x) \times g(x)$ را بدست می آوریم،

سپس با توجه به نمودارهای f و g ، گزینه درست را انتخاب می کنیم.

$$(f \times g)(-1) = f(-1) \times g(-1) = \frac{1}{2} \times \frac{3}{2} = \frac{3}{4}$$

$$(f \times g)\left(-\frac{1}{2}\right) = f\left(-\frac{1}{2}\right) \times g\left(-\frac{1}{2}\right) = \frac{3}{4} \times \frac{3}{4} = \frac{9}{16}$$

$$(f \times g)(0) = f(0) \times g(0) = 1 \times 0 = 0$$

(مسئله‌ها - تابع: صفحه‌های ۶۴ تا ۶۹)

 ۴

 ۳

 ۲

 ۱

(سیف‌اله غلامپور)

-۹۴

$$g^{-1}(18) = a \Rightarrow g(a) = 18 \Rightarrow g(a) = (f^{-1}(a))^2 + \sqrt{f^{-1}(a)} = 18$$

$$\Rightarrow f^{-1}(a) = 4 \Rightarrow f(4) = a \Rightarrow f(4) = 2g^{-1}(18) - 4\sqrt{4} = a$$

$$\Rightarrow 2a - 8 = a \Rightarrow a = 8$$

(مسئله‌ها - تابع: صفحه‌های ۶۹ تا ۷۶ و ۸۶ تا ۹۵)

 ۴

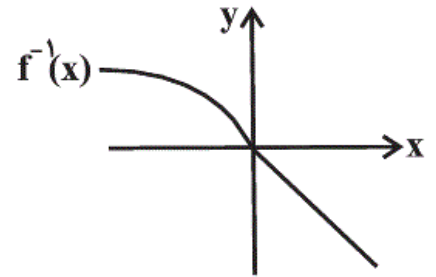
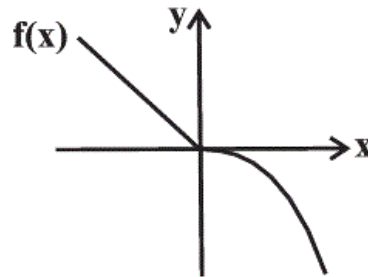
 ۳

 ۲

 ۱

نمودار f و f^{-1} نسبت به خط $y = x$ متقارن هستند.

$$f(x) = \begin{cases} -x^2 & x \geq 0 \\ |x| & x < 0 \end{cases} = \begin{cases} -x^2 & x \geq 0 \\ -x & x < 0 \end{cases}$$



(مسئله - تابع: صفحه‌های ۱۶ تا ۹۵)

 ۴

 ۳

 ۲

 ۱

(سعید مدیرفراسانی)

-۹۶

هر دو ضابطه تابع f یک به یک است، در نتیجه f وقتی یک به یک می‌باشد که اشتراک بردهای دو ضابطه تهی باشد.

$$x \leq -1 \Rightarrow 3x \leq -3 \Rightarrow 3x - 4 \leq -7 \Rightarrow y_1 \leq -7$$

$$x > -1 \Rightarrow -x < 1 \Rightarrow -x + m < m + 1 \Rightarrow y_2 < m + 1$$

m هر عددی و در هر محدوده‌ای که باشه، برد بالا اشتراک پیدا می‌کنند. پس به ازای هیچ مقداری از m تابع یک به یک نمی‌شود.

(مسئله - تابع: صفحه‌های ۱۶ تا ۹۵)

 ۴

 ۳

 ۲

 ۱

(عمید علیزاده)

-۹۷

$$D_{f \circ g} = \{x \mid x \in D_g, g(x) \in D_f\} = \{x \mid x \in [-2, 2], g(x) \in [0, 2]\}$$

$$= \{x \mid x \in [-2, 2], x \in [-1, 1]\} = \{x \mid x \in [-1, 1]\} = [-1, 1]$$

(مسئله - تابع: صفحه‌های ۶۹ تا ۷۶)

 ۴

 ۳

 ۲

 ۱

چون f تابعی خطی است، پس قابل نمایش به صورت $f(x) = ax + b$ است و چون $f \circ g$ و $g \circ f$ هر دو درجه ۲ هستند، $g(x)$ یک تابع درجه ۲ است. داریم:

$$f(g(x)) = ag(x) + b = 6x^2 - 2x + 3$$

$$\Rightarrow g(x) = \frac{6}{a}x^2 - \frac{2}{a}x + \frac{3-b}{a}$$

$$\Rightarrow g(f(x)) = \frac{6}{a}f^2(x) + \frac{3-b}{a} - \frac{2}{a}f(x)$$

$$= 12x^2 - 14x + 6 \Rightarrow \frac{6}{a}(ax+b)^2 - \frac{2}{a}(ax+b) + \frac{3-b}{a}$$

$$= 12x^2 - 14x + 6$$

$$\xrightarrow{\text{ضرایب نامعین}} \begin{cases} 6ax^2 = 12x^2 \Rightarrow a = 2 \\ 12bx - 2x = -14x \Rightarrow b = -1 \end{cases}$$

$$\Rightarrow f(x) = 2x - 1 \Rightarrow f(2) = 3$$

(مسابان - تابع: صفحه‌های ۶۹ تا ۷۶)

 ۴

 ۳

 ۲

 ۱

ریاضی، ریاضی پایه - گواه، مثلثات - ۱۳۹۶۱۱۲۰

$$\tan\left(\frac{3\pi}{4} - \tan^{-1}\frac{3}{2}\right) = \frac{\tan\frac{3\pi}{4} - \tan\left(\tan^{-1}\frac{3}{2}\right)}{1 + \tan\frac{3\pi}{4}\tan\left(\tan^{-1}\frac{3}{2}\right)}$$

می‌دانیم $\tan(\tan^{-1} x) = x$ ، پس $\tan\left(\tan^{-1}\frac{3}{2}\right) = \frac{3}{2}$ ، لذا:

$$\text{عبارت مورد نظر} = \frac{-1 - \frac{3}{2}}{1 + (-1)\left(\frac{3}{2}\right)} = \frac{-\frac{5}{2}}{-\frac{1}{2}} = 5$$

(مسئله - مثلثات: صفحه‌های ۱۲۴ تا ۱۳۰)

۴

۳

۲

۱

$$\begin{aligned}\cos \frac{9\pi}{7} &= \cos \left(\pi + \frac{2\pi}{7} \right) = -\cos \frac{2\pi}{7} = -\sin \left(\frac{\pi}{2} - \frac{2\pi}{7} \right) \\ &= -\sin \left(\frac{3\pi}{14} \right) = \sin \left(\frac{-3\pi}{14} \right)\end{aligned}$$

از آنجایی که $\frac{-\pi}{2} < \frac{-3\pi}{14} < \frac{\pi}{2}$ داریم:

$$\sin^{-1} \left(\cos \frac{9\pi}{7} \right) = \sin^{-1} \left(\sin \left(\frac{-3\pi}{14} \right) \right) = \frac{-3\pi}{14}$$

(حسابان - مثلثات: صفحه‌های ۱۲۴ تا ۱۳۰)

 ۴

 ۳

 ۲

 ۱

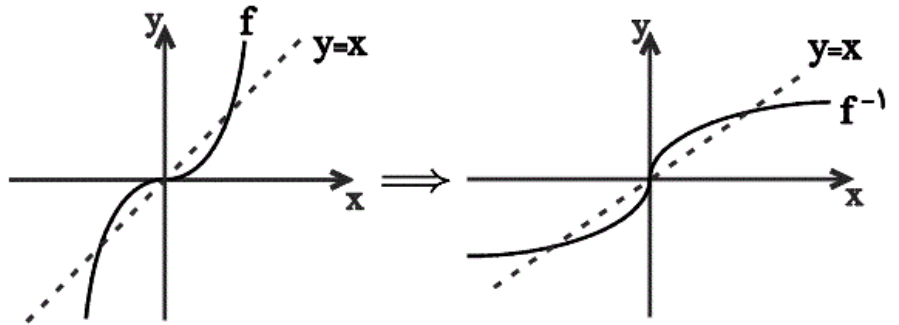
ریاضی ، ریاضی پایه - گواه ، تابع حسابان - ۱۳۹۶۱۱۲۰

با استفاده از تعریف قدرمطلق، ضابطه‌ی تابع را بدون نماد قدرمطلق می‌نویسیم:

$$f(x) = x|x| = \begin{cases} x(x) = x^2 & ; x \geq 0 \\ x(-x) = -x^2 & ; x < 0 \end{cases}$$

ابتدا با توجه به ضابطه‌های بالا، نمودار تابع f را رسم و با قرینه کردن آن نسبت به خط

به معادله‌ی $y = x$ ، نمودار f^{-1} را به دست می‌آوریم.



(مسئله - تابع: صفحه‌های ۱۶ تا ۹۵)

 ۴

 ۳

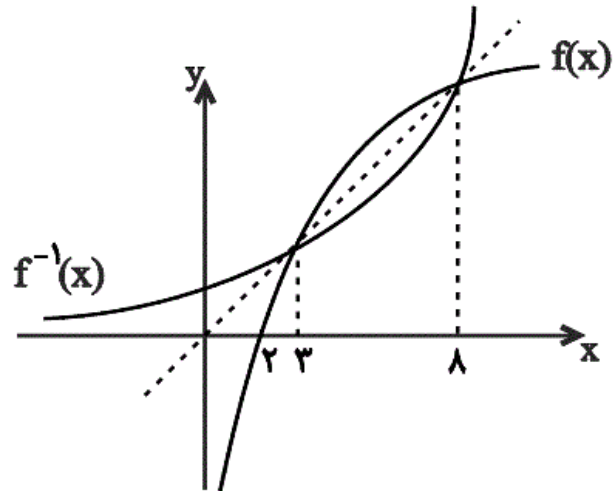
 ۲

 ۱

برای پیدا کردن دامنه، باید زیر رادیکال را بزرگتر یا مساوی صفر قرار دهیم.

$$x - f^{-1}(x) \geq 0 \Rightarrow x \geq f^{-1}(x)$$

حال با توجه به شکل تابع f ، نمودار f^{-1} را رسم می‌کنیم که قرینه نمودار f نسبت به خط $y = x$ است.



همانطور که از شکل دیده می‌شود، در بازه $[3, 8]$ نمودار $y = x$ بالاتر یا مساوی

منحنی $f^{-1}(x)$ است. پس دامنه تابع بازه $[3, 8]$ است.

(مسئله - تابع؛ صفحه‌های ۱۶ تا ۹۵)

۴

۳

۲

۱

ابتدا وارون تابع داده شده را به دست می آوریم.

$$y = -(x+2)^3 - 2 \Rightarrow y+2 = -(x+2)^3$$

$$\Rightarrow -\sqrt[3]{y+2} = x+2 \Rightarrow x = -2 - \sqrt[3]{y+2}$$

بنابراین ضابطه وارون تابع به صورت $y = -2 - \sqrt[3]{x+2}$ خواهد بود، حال برای پیدا

کردن محل برخورد تابع و معکوس آن، آن‌ها را در یک دستگاه قرار می دهیم.

$$\begin{cases} y = -(x+2)^3 - 2 \\ y = -2 - \sqrt[3]{x+2} \end{cases} \Rightarrow (x+2)^3 = \sqrt[3]{x+2}$$

$$\Rightarrow (x+2)^9 = x+2 \Rightarrow \begin{cases} x+2=0 \Rightarrow x=-2 \\ x+2=1 \Rightarrow x=-1 \\ x+2=-1 \Rightarrow x=-3 \end{cases}$$

بنابراین تابع f ، معکوس خود را در ۳ نقطه قطع می کند.

(مسئله - تابع: صفحه های ۱۶ تا ۹۵)

۴

۳

۲

۱

$$f(x) = [x] + [-x] = \begin{cases} 0 & ; x \in \mathbf{Z} \\ -1 & ; x \notin \mathbf{Z} \end{cases} \quad \text{می‌دانیم:}$$

حال تابع $g(f(x)) = -2$ را تشکیل می‌دهیم:

$$g(f(x)) = \begin{cases} g(0) = 0^2 + 0 - 2 = -2 & ; x \in \mathbf{Z} \\ g(-1) = (-1)^2 + (-1) - 2 = -2 & ; x \notin \mathbf{Z} \end{cases}$$

$$\Rightarrow g(f(x)) = -2 ; x \in \mathbf{R}$$

(مسئله‌ها - تابع: صفحه‌های ۶۹ تا ۷۶)

 ۴

 ۳

 ۲

 ۱

برای یافتن نقاط تقاطع تابع $f \circ g$ با محور X ها، باید معادله $(f \circ g)(x) = 0$ را حل

کنیم، یعنی:

$$f(g(x)) = 0$$

برای حل این معادله، ابتدا ریشه‌های f را می‌یابیم، سپس به جای X ها، آنها را برابر

$g(x)$ قرار می‌دهیم. چون f در دو نقطه به طول‌های ۶ و $\frac{-1}{4}$ محور X ها را قطع

می‌کند، پس:

$$f(x) = 0 \Rightarrow x = 6, x = \frac{-1}{4}$$

$$\Rightarrow f(g(x)) = 0 \Rightarrow g(x) = 6, g(x) = \frac{-1}{4}$$

از آنجا که $g(x) = x - \sqrt{x}$ ، بنابراین:

$$x - \sqrt{x} = 6 \text{ و } x - \sqrt{x} = \frac{-1}{4}$$

با توجه به گزینه‌ها $x = 9$ ریشه معادله اول و $x = \frac{1}{4}$ ریشه معادله دوم است.

(حسابان - تابع: صفحه‌های ۶۹ تا ۷۶)

با توجه به این که داریم $f(c) + g(b) = 5$ و عدد 5 در برد تابع $f + g$ وجود ندارد.

پس باید $c \neq b$ باشد، یعنی باید $b = 1$ باشد. در این صورت داریم:

$$g = \{(2,1), (1,4), (3,5)\} \text{ و } f = \{(2,3), (1,2), (c,1)\}$$

حال دو حالت ممکن است اتفاق بیفتد:

$$(1) \quad c = d = 3 \text{ که در این صورت داریم:}$$

$$f + g = \{(2,4), (1,6), (3,6)\}$$

$$(2) \quad d = 1 \text{ که در این صورت داریم:}$$

$$f + g = \{(2,4), (1,6)\}$$

توجه کنید که در این صورت c نمی‌تواند مقادیر 1، 2 و 3 را داشته باشد.

$$d \text{ مجموع مقادیر } = 3 + 1 = 4$$

(مسئله‌بان - تابع: صفحه‌های 64 تا 69)

4

3

2

1

(کتاب آبی - سؤال 426)

-107

$$D_{f \circ g} = \{x \in D_g \mid g(x) \in D_f\}$$

$$= \{x \in [-1, \infty) \mid g(x) < -1\}$$

اما $g(x)$ همواره بزرگ‌تر یا مساوی صفر است. پس دامنه‌ی تابع، \emptyset است.

(مسئله‌بان - تابع: صفحه‌های 69 تا 74)

4

3

2

1

$$f^{-1}(g(a)) = 6 \Rightarrow g(a) = f(6)$$

$$\frac{f(x)=2x-5}{f(6)=7} \rightarrow \begin{cases} g(a) = 7 \\ g(6) = 7 \end{cases} \Rightarrow a = 6$$

(مسئله‌ها - تابع: صفحه‌های ۶۹ تا ۷۶ و ۱۹ تا ۹۵)

۴ ✓

۳

۲

۱

www.kanoon.ir